이 책의 차례

빠른 정답

1. 삼각형의 성질

필수 확인 문제 8~13쪽

1 40° 2 54° 3 ①, ③ 4 ③ 5 75°
6 49° 7 30° 8 28°
9 (가) $\angle ACB$ (나) $\angle PCB$ (다) 이등변 10 5 cm
11 4 cm 12 ⑤ 13 ②, ③
14 (1) 8 cm (2) 32 cm^2 15 $\frac{5}{2}$ cm^2 16 20 cm 17 7 cm
18 32° 19 24 cm^2 20 30° 21 ③, ⑤ 22 20 cm
23 ② 24 26° 25 84° 26 180° 27 120°
28 ②, ④ 29 22° 30 64° 31 158° 32 5 cm
33 12 cm 34 19 cm 35 ② 36 7°

고난도 대표 유형 14~19쪽

1 18° 2 63° 3 22° 4 24 cm^2 5 150°
6 6 cm 7 64 cm^2 8 15° 9 1 cm 10 24 cm^2
11 158° 12 12 cm^2 13 104° 14 20° 15 28°
16 $\left(36-\frac{9}{2}\pi\right)$ cm^2 17 20 cm 18 64°

고난도 실전 문제 20~25쪽

1 54° 2 135° 3 110° 4 62° 5 6배
6 92° 7 6° 8 70° 9 35° 10 ②, ④
11 3 cm 12 20 cm 13 3 cm 14 9 cm 15 15 cm^2
16 7 cm 17 156° 18 $\frac{24}{5}$ cm^2 19 ① 20 4 cm
21 90 cm^2 22 128 cm^2 23 108° 24 7 cm 25 57°
26 30° 27 15° 28 135° 29 $\frac{4}{3}$ 30 42°
31 5 cm 32 5 cm 33 $\frac{27}{8}\pi$ cm^2 34 62°
35 11π cm 36 40°

2. 사각형의 성질

필수 확인 문제 30~35쪽

1 24° 2 (가) $\angle OCD$ (나) $\overline{CD}$ (다) $\triangle OCD$ (라) $\overline{OC}$
(마) $\overline{OD}$ 3 32° 4 5 cm 5 52, 5° 6 ②, ③
7 ④ 8 44° 9 ⑤
10 (가) $\overline{BF}$ (나) $\angle AEB$ (다) $\overline{FD}$ 11 ② 12 48 cm^2
13 ③ 14 21 cm^2 15 ③, ④ 16 60° 17 ②, ⑤
18 100 19 177° 20 48 cm 21 ③, ⑤ 22 150°
23 22° 24 ②, ⑤ 25 100° 26 ⑤
27 (가) $\overline{DE}$ (나) $\angle DEC$ (다) 이등변삼각형 28 ②, ④
29 ④ 30 ④, ⑤ 31 ④ 32 40 cm 33 30 cm^2
34 18 cm^2 35 ③ 36 9 cm^2

고난도 대표 유형 36~41쪽

1 18 cm 2 125 cm^2 3 58° 4 12 cm^2 5 ㄱ, ㄹ
6 9초 후 7 1 : 8 8 60 cm^2 9 56° 10 $\frac{108}{5}$ cm
11 60° 12 34° 13 252 cm^2 14 20 cm^2 15 96°
16 50° 17 48 cm^2 18 96 cm^2

고난도 실전 문제 42~47쪽

1 ⑤ 2 90° 3 13 cm 4 12° 5 8 cm
6 ⑤ 7 ④, ⑤ 8 16 m 9 15 cm^2 10 10 cm^2
11 120 cm^2 12 18 cm^2 13 12 cm^2 14 124° 15 45°
16 20 cm^2 17 ①, ④ 18 32 cm^2 19 70° 20 80°
21 58° 22 16π cm^2 23 108 cm^2 24 8 cm 25 6 cm
26 1 27 (가) $\overline{AB}$ (나) ASA (다) $\overline{BH}$ (라) 마름모
28 6 cm 29 8 cm^2 30 4π cm^2 31 10 cm^2 32 4 cm^2
33 8 cm^2 34 57 cm^2 35 ④

3. 도형의 닮음

필수 확인 문제 52~55쪽

1 ①, ④ 2 $\frac{18}{5}$ cm 3 8 cm 4 10 5 128
6 16π cm^2 7 ② 8 ② 9 3 cm 10 28
11 16 cm 12 ③ 13 $\frac{35}{4}$ cm 14 5 cm 15 450 cm^2
16 $\frac{3}{4}$ 17 25 cm^2 18 40000원 19 ① 20 4000원
21 ④ 22 140 cm^3 23 ③ 24 4 km

고난도 대표 유형 56~59쪽

1 $2x^2=y^2$ 2 $\frac{96}{5}$ cm 3 256π cm^2 4 5 cm 5 $\frac{4}{3}$ cm
6 75° 7 36 cm 8 $\frac{15}{2}$ cm 9 10 cm^2 10 54 cm^2
11 125 12 20.3 m

고난도 실전 문제 60~63쪽

1 ㄴ, ㄹ, ㅁ 2 81 : 1 3 $\frac{36}{5}$ cm 4 $\frac{64}{3}\pi$ cm^2 5 $\frac{14}{3}$ cm
6 $\frac{406}{17}$ cm 7 24 cm 8 $\frac{4}{3}$ cm 9 26 cm 10 $\frac{60}{7}$ cm^2
11 13 : 3 12 $\frac{64}{9}$ cm 13 $\frac{225}{16}$ cm^2 14 2 cm 15 $\frac{1}{5}$ cm^2
16 ③ 17 38 cm^2 18 $\frac{54}{25}$ cm^2 19 20 cm^2 20 $\frac{5}{2}$배
21 152 22 3.84분 23 $\frac{40000}{9}$ cm^2 24 2.4 m

4. 평행선 사이의 선분의 길이의 비

필수 확인 문제 68~71쪽

1 ③ 2 ② 3 9 4 $\frac{9}{2}$ 5 ①
6 $\frac{5}{2}$ 7 14 8 23 9 ④ 10 $\frac{17}{3}$ cm
11 $\frac{30}{7}$ 12 $\frac{13}{2}$ 13 ⑤ 14 $\frac{3}{2}$ cm 15 10 cm
16 4 cm 17 21 cm 18 ③ 19 30 20 30
21 4 cm 22 4 cm^2 23 8 cm^2 24 5 cm^2

고난도 대표 유형 72~75쪽

1 13 2 $\frac{4}{3}$ cm 3 $\frac{72}{5}$ cm 4 $\frac{43}{10}$ 5 8 cm
6 $\frac{56}{5}$ cm 7 9 cm 8 20 cm 9 $\frac{2}{3}$ 10 2 cm
11 32 cm 12 336 cm^2

고난도 실전 문제 76~79쪽

1 21 2 $\frac{9}{2}$ cm 3 ④ 4 9 cm 5 ③
6 27 cm 7 18 8 $\frac{9}{5}$ cm 9 210 cm^2 10 8 cm
11 15 cm 12 ④ 13 3 cm 14 $\frac{1}{4}$ 15 240 cm^2
16 15 cm^2 17 21 cm 18 4 cm 19 ⑤ 20 32 cm
21 10 cm^2 22 15 cm^2 23 6 cm^2 24 9 cm

5. 피타고라스 정리

필수 확인 문제 84~87쪽

1 25	2 17	3 27π cm^3	4 $\frac{51}{5}$	5 10 cm
6 64 cm^2	7 24 cm^2	8 ①	9 289 cm^2	10 18
11 15 cm	12 2	13 990	14 ②	15 21
16 80	17 72	18 20	19 32	20 39
21 ⑤	22 16π cm^2	23 24 cm^2	24 60	

고난도 대표 유형 88~91쪽

1 15	2 $\frac{65}{3}$ cm^2	3 $\frac{6}{5}$ cm	4 72	5 $\frac{40}{13}$ cm
6 32 cm^2	7 10	8 ④	9 16	10 4π cm^2
11 48 cm	12 21 cm^2			

고난도 실전 문제 92~95쪽

1 2	2 12	3 ②	4 5	5 493
6 12	7 34	8 $\frac{65}{12}$	9 $\frac{480}{23}$	10 $\frac{15}{4}$ cm
11 17	12 126	13 $\frac{8}{3}$ cm	14 97	15 6 cm^2
16 54	17 5	18 ③	19 $\frac{40}{3}$ cm^2	20 117
21 26	22 6	23 25π	24 ③	

6. 경우의 수

필수 확인 문제 100~103쪽

1 ③	2 3	3 3	4 9	5 7
6 ⑤	7 9	8 20	9 9	10 8
11 30	12 ②	13 696	14 720	15 540
16 ①	17 ③	18 243	19 110	20 66
21 24	22 17	23 30	24 52	

고난도 대표 유형 104~107쪽

1 10	2 108	3 34	4 43	5 242
6 37	7 144	8 180	9 12	10 108
11 36	12 80			

고난도 실전 문제 108~111쪽

1 2	2 ②	3 6	4 6	5 4
6 20	7 7	8 ④	9 22	10 72
11 12	12 60	13 24	14 CBDAE	15 ④
16 24	17 48	18 ③	19 732	20 14점
21 16	22 26	23 150	24 20	

7. 확률

필수 확인 문제 116~119쪽

1 파란 구슬: 10, 빨간 구슬: 15			2 $\frac{7}{18}$	3 $\frac{3}{8}$
4 $\frac{1}{7}$	5 $\frac{1}{3}$	6 ①	7 $\frac{2}{3}$	8 $\frac{9}{10}$
09 $\frac{5}{6}$	10 $\frac{6}{7}$	11 $\frac{31}{32}$	12 $\frac{1}{25}$	13 $\frac{9}{20}$
14 ⑤	15 $\frac{5}{36}$	16 $\frac{26}{81}$	17 $\frac{7}{18}$	18 $\frac{7}{10}$
19 $\frac{29}{50}$	20 $\frac{3}{5}$	21 $\frac{3}{10}$	22 $\frac{1}{15}$	23 $\frac{5}{9}$
24 $\frac{11}{12}$				

고난도 대표 유형 120~123쪽

1 $\frac{1}{5}$	2 $\frac{13}{18}$	3 $\frac{2}{3}$	4 $\frac{5}{8}$	5 $\frac{1}{3}$
6 $\frac{51}{500}$	7 $\frac{13}{28}$	8 $\frac{67}{120}$	9 $\frac{13}{21}$	10 $\frac{7}{15}$
11 $\frac{2}{3}$	12 $\frac{1040}{6561}$			

고난도 실전 문제 124~127쪽

1 3	2 $\frac{4}{7}$	3 ②	4 $\frac{1}{12}$	5 $\frac{1}{9}$
6 ①, ②	7 1	8 ④	9 $\frac{9}{10}$	10 $\frac{9}{10}$
11 $\frac{7}{27}$	12 $\frac{3439}{9999}$	13 $\frac{1}{3}$	14 $\frac{3}{16}$	15 $\frac{49}{125}$
16 $\frac{1}{4}$	17 $\frac{973}{1000}$	18 $\frac{2}{5}$	19 $\frac{40}{81}$	20 $\frac{31}{126}$
21 $\frac{11}{56}$	22 $\frac{5}{16}$	23 $1-\frac{\pi}{4}$	24 $1-\frac{\pi}{8}$	

정답과 풀이

1. 삼각형의 성질

필수 확인 문제 8~13쪽

1 40°	**2** 54°	**3** ①, ③	**4** ③	**5** 75°
6 49°	**7** 30°	**8** 28°		
9 (가) $\angle ACB$ (나) $\angle PCB$ (다) 이등변				**10** 5 cm
11 4 cm	**12** ⑤	**13** ②, ③		
14 (1) 8 cm (2) 32 cm^2		**15** $\frac{5}{2}\text{ cm}^2$	**16** 20 cm	**17** 7 cm
18 32°	**19** 24 cm^2	**20** 30°	**21** ③, ⑤	**22** 20 cm
23 ②	**24** 26°	**25** 84°	**26** 180°	**27** 120°
28 ②, ④	**29** 22°	**30** 64°	**31** 158°	**32** 5 cm
33 12 cm	**34** 19 cm	**35** ②	**36** 7°	

1 $\triangle ABC$에서 $\angle ABC=\angle ACB=60^\circ$

$\angle ABD : \angle DBC=1:2$이므로 $\angle DBC=60^\circ\times\frac{2}{3}=40^\circ$

$\angle ACD : \angle DCE=1:2$이므로 $\angle ACD=120^\circ\times\frac{1}{3}=40^\circ$

따라서 $\triangle BCD$에서

$\angle D=180^\circ-(40^\circ+60^\circ+40^\circ)=40^\circ$

2 $\triangle ABC$에서 $\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$

따라서 $\angle DAE=\angle B=54^\circ$ (동위각)

3 ② $\angle C=\angle A=62^\circ$

④ $\angle B=180^\circ-(62^\circ+62^\circ)=56^\circ$, $\angle C=62^\circ$이므로 $\angle B\neq\angle C$

⑤ $\angle DBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times56^\circ=28^\circ$

따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

4 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\angle ADB=90^\circ$, $\overline{BD}=\overline{DC}$

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AD}$이므로

$\frac{1}{2}\times10\times\frac{24}{5}=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times8$, $\overline{BD}=6\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{DC}=\overline{BD}=6\text{ cm}$

5 $\triangle DBC$에서 $\overline{DB}=\overline{DC}$이므로

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$ ...... ❶

$\triangle CAD$에서 $\overline{CA}=\overline{CD}$이므로

$\angle CAD=\angle CDA=180^\circ-130^\circ=50^\circ$ ...... ❷

따라서 $\triangle ABC$에서 $\angle ACE=25^\circ+50^\circ=75^\circ$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle B$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle CAD$의 크기 구하기	40 %
❸ $\angle ACE$의 크기 구하기	30 %

6 $\triangle ABD$에서 $\angle BDA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$

$\triangle CED$에서 $\angle CDE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

따라서 $\angle x=180^\circ-(56^\circ+75^\circ)=49^\circ$

7 $\angle CBE=\angle EBD=\angle a$라 하면

$\triangle EBD$는 이등변삼각형이므로 $\angle EDB=\angle EBD=\angle a$

$\triangle BCD$에서 $(\angle a+\angle a)+\angle a+90^\circ=180^\circ$이므로

$\angle a=30^\circ$

따라서 $\angle x=90^\circ-2\angle a=90^\circ-2\times30^\circ=30^\circ$

8 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times62^\circ=31^\circ$ ...... ❶

$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-62^\circ)=59^\circ$ ...... ❷

따라서 $\triangle DBC$에서 $\angle x+31^\circ=59^\circ$이므로

$\angle x=28^\circ$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle DBC$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle DCE$의 크기 구하기	40 %
❸ $\angle x$의 크기 구하기	30 %

9 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\boxed{\angle ACB}$

$\angle PBC=\frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle PCB=\frac{1}{2}\boxed{\angle ACB}$이므로

$\angle PBC=\boxed{\angle PCB}$

즉, $\triangle PBC$의 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle PBC$는 $\boxed{\text{이등변}}$삼각형이다.

10 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

따라서 $\angle ACD=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

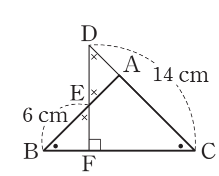
즉, $\angle A=\angle ACD$이므로 $\triangle DCA$는 $\overline{DC}=\overline{DA}$인 이등변삼각형이다.

또 $\triangle DCA$에서 $\angle BDC=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

즉, $\angle B=\angle BDC$이므로 $\triangle CDB$는 $\overline{CB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{BC}=5\text{ cm}$

11 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로



$\angle B=\angle C$

$\triangle BEF$와 $\triangle CDF$에서

$\angle BEF=90^\circ-\angle EBF$

$=90^\circ-\angle FCD=\angle CDF$

이때 $\angle BEF=\angle AED$ (맞꼭지각)

따라서 $\angle CDF=\angle AED$이므로 $\triangle ADE$는 $\overline{AD}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.
$\overline{AD}=\overline{AE}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{AC}=(14-x)\,\text{cm}$
이때 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $6+x=14-x$, $2x=8$, $x=4$
따라서 $\overline{AD}=4\,\text{cm}$

12 $\angle FEG=\angle DEG$ (접은 각)
그런데 $\angle DEG=\angle FGE$ (엇각)이므로
$\angle FEG=\angle DEG=\angle FGE$
따라서 $\triangle FGE$는 $\overline{FG}=\overline{FE}$인 이등변삼각형이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

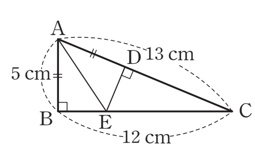
13 ② $\angle B=\angle E=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{DF}=6\,\text{cm}$, $\angle A=\angle D=60^\circ$이므로 RHA 합동
③ $\angle B=\angle E=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{DF}=6\,\text{cm}$, $\overline{AB}=\overline{DE}=3\,\text{cm}$이므로 RHS 합동
따라서 옳은 것은 ②, ③이다.

14 (1) $\triangle ADB$와 $\triangle CEA$에서
$\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,
$\angle DAB=90^\circ-\angle EAC=\angle ECA$이므로
$\triangle ADB\equiv\triangle CEA$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{DA}=\overline{EC}=3\,\text{cm}$, $\overline{AE}=\overline{BD}=5\,\text{cm}$이므로
$\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=3+5=8\,(\text{cm})$ …… ❶
(2) 사다리꼴 DBCE의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(5+3)\times8=32\,(\text{cm}^2)$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ $\overline{DE}$의 길이 구하기	60 %
❷ 사다리꼴 DBCE의 넓이 구하기	40 %

15 $\triangle ABF$와 $\triangle BCG$에서 $\angle AFB=\angle BGC=90^\circ$,
$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle ABF=90^\circ-\angle GBC=\angle BCG$이므로
$\triangle ABF\equiv\triangle BCG$ (RHA 합동)
이때 $\overline{AF}=\overline{BG}=5\,\text{cm}$, $\overline{BF}=\overline{CG}=6\,\text{cm}$이므로
$\overline{GF}=\overline{BF}-\overline{BG}=6-5=1\,(\text{cm})$
따라서 $\triangle AGF=\frac{1}{2}\times1\times5=\frac{5}{2}\,(\text{cm}^2)$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면

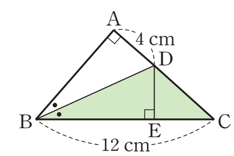


$\triangle ABE$와 $\triangle ADE$에서
$\angle B=\angle ADE=90^\circ$, $\overline{AE}$는 공통,
$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle ADE$ (RHS 합동)
따라서 $\overline{DE}=\overline{BE}$이므로 $\overline{DE}+\overline{EC}=\overline{BE}+\overline{EC}=\overline{BC}=12\,(\text{cm})$
$\overline{AD}=\overline{AB}=5\,\text{cm}$이므로 $\overline{CD}=13-5=8\,(\text{cm})$
따라서 $\triangle DEC$의 둘레의 길이는
$\overline{DE}+\overline{EC}+\overline{CD}=12+8=20\,(\text{cm})$

17 $\triangle ABD$와 $\triangle BCE$에서
$\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$,
$\angle ABD=90^\circ-\angle CBE=\angle BCE$이므로
$\triangle ABD\equiv\triangle BCE$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{BD}=\overline{CE}=8\,\text{cm}$, $\overline{BE}=\overline{AD}=15\,\text{cm}$이므로
$\overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}=15-8=7\,(\text{cm})$

18 $\angle BED=\angle BCD=90^\circ$, $\overline{BD}$는 공통, $\overline{CD}=\overline{ED}$이므로
$\triangle BDE\equiv\triangle BDC$ (RHS 합동)
이때 $\triangle BCD$에서 $\angle DBC=180^\circ-(61^\circ+90^\circ)=29^\circ$이므로
$\angle DBE=\angle DBC=29^\circ$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle A=180^\circ-(90^\circ+29^\circ+29^\circ)=32^\circ$

19 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle ABD$와 $\triangle EBD$에서
$\angle BAD=\angle BED=90^\circ$,
$\overline{BD}$는 공통, $\angle ABD=\angle EBD$이므로
$\triangle ABD\equiv\triangle EBD$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{DE}=\overline{DA}=4\,\text{cm}$이므로
$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times12\times4=24\,(\text{cm}^2)$

20 $\triangle ADE$와 $\triangle ACE$에서
$\angle ADE=\angle ACE=90^\circ$, $\overline{AE}$는 공통, $\overline{DE}=\overline{CE}$이므로
$\triangle ADE\equiv\triangle ACE$ (RHS 합동)
따라서 $\angle DAE=\angle CAE$
$\triangle ADE$와 $\triangle BDE$에서
$\overline{AD}=\overline{BD}$, $\angle ADE=\angle BDE=90^\circ$, $\overline{DE}$는 공통이므로
$\triangle ADE\equiv\triangle BDE$ (SAS 합동)
따라서 $\angle DAE=\angle DBE$이므로
$\angle B=\angle DAE=\angle CAE=\frac{1}{3}\times90^\circ=30^\circ$

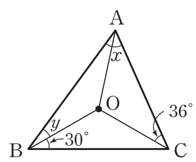
21 ① 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}$
② 삼각형의 외심은 외접원의 중심이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$
④ $\triangle OAD\equiv\triangle OBD$ (RHS 합동)이므로 $\angle OAB=\angle OBA$
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

22 $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면
$\pi r^2=36\pi$, $r^2=36$
이때 $r>0$이므로 $r=6$
따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=6\,\text{cm}$이므로 $\triangle ABO$의 둘레의 길이는
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AB}=6+6+8=20\,(\text{cm})$

23 $\angle OAC=90^\circ\times\frac{3}{2+3}=54^\circ$
$\triangle OCA$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 $\angle OCA=\angle OAC=54^\circ$
따라서 $\angle AOC=180^\circ-(54^\circ+54^\circ)=72^\circ$

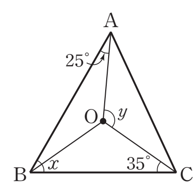
24 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{MA}=\overline{MB}$
따라서 $\angle MAB=\angle B=32^\circ$이고, $\triangle ABM$에서
$\angle AMH=\angle MAB+\angle B=32^\circ+32^\circ=64^\circ$
이므로 $\triangle AMH$에서
$\angle x=180^\circ-(64^\circ+90^\circ)=26^\circ$

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$30^\circ+36^\circ+\angle y=90^\circ$이므로 $\angle y=24^\circ$
$\angle x=\angle OAB+\angle OAC$
$\quad=\angle OBA+\angle OCA$
$\quad=24^\circ+36^\circ=60^\circ$
따라서 $\angle x+\angle y=60^\circ+24^\circ=84^\circ$

26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle OBA=\angle OAB=25^\circ$,
$\angle OBC=\angle OCB=35^\circ$이므로
$\angle x=25^\circ+35^\circ=60^\circ$ ······ ❶
$\angle y=2\angle x=2\times60^\circ=120^\circ$ ······ ❷
따라서
$\angle x+\angle y=60^\circ+120^\circ=180^\circ$ ······ ❸

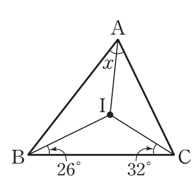
채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기 구하기	40 %
❷ $\angle y$의 크기 구하기	40 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기 구하기	20 %

27 $\angle BAC=180^\circ\times\dfrac{4}{4+3+5}=60^\circ$
따라서 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times60^\circ=120^\circ$

28 ② $\overline{IB}=\overline{IC}$인지는 알 수 없다.
④ $\angle IAF=\angle IAD$, $\angle ICF=\angle ICE$이지만 $\angle IAF=\angle ICF$ 인지는 알 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

29 $\angle ACB=2\angle ICA=2\times34^\circ=68^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle ACB=68^\circ$
따라서 $\angle BAC=180^\circ-(68^\circ+68^\circ)=44^\circ$이므로
$\angle IAC=\dfrac{1}{2}\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times44^\circ=22^\circ$

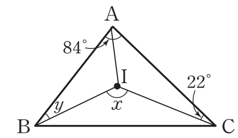
30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IA}$를 그으면



$\angle IAB+26^\circ+32^\circ=90^\circ$이므로
$\angle IAB=32^\circ$
따라서
$\angle x=2\angle IAB=2\times32^\circ=64^\circ$

다른 풀이
$\triangle IBC$에서 $\angle BIC=180^\circ-(26^\circ+32^\circ)=122^\circ$이므로
$\angle BIC=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle x$에서 $122^\circ=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle x$
$\dfrac{1}{2}\angle x=32^\circ$, $\angle x=64^\circ$

31 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IA}$를 그으면

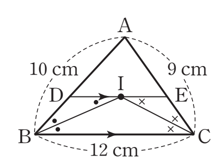


$\angle y+\dfrac{1}{2}\times84^\circ+22^\circ=90^\circ$이므로
$\angle y=26^\circ$
$\angle x=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle A$
$\quad=90^\circ+\dfrac{1}{2}\times84^\circ=132^\circ$
따라서 $\angle x+\angle y=132^\circ+26^\circ=158^\circ$

32 $\overline{CE}=\overline{CF}=x$ cm라 하면
$\overline{BD}=\overline{BE}=11-x$ (cm), $\overline{AD}=\overline{AF}=7-x$ (cm)
$\overline{BD}+\overline{AD}=\overline{AB}$에서 $(11-x)+(7-x)=8$이므로
$-2x=-10$, $x=5$
따라서 $\overline{CE}=5$ cm

33 $\dfrac{1}{2}\times3\times(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=72$이므로
$(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=48$ (cm)
이때 $\overline{AB}+\overline{AC}=48-21=27$ (cm)이고
$\overline{AB}:\overline{AC}=4:5$이므로
$\overline{AB}=27\times\dfrac{4}{9}=12$ (cm), $\overline{AC}=27\times\dfrac{5}{9}=15$ (cm)
$\overline{EC}=\overline{FC}=x$ cm라 하면
$\overline{BD}=\overline{BE}=(21-x)$ cm, $\overline{AD}=\overline{AF}=(15-x)$ cm이고
$\overline{BD}+\overline{AD}=\overline{AB}=(21-x)+(15-x)=12$이므로
$-2x=-24$, $x=12$
따라서 $\overline{EC}=12$ cm

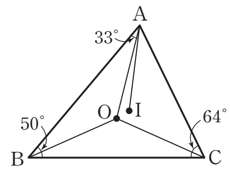
34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면



$\angle DBI=\angle IBC=\angle DIB$
$\angle ECI=\angle ICB=\angle EIC$
따라서 $\triangle DBI$, $\triangle EIC$는 각각
$\overline{DI}=\overline{DB}$, $\overline{EI}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이므로
$(\triangle ADE$의 둘레의 길이$)=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}$
$\qquad=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{AE}$
$\qquad=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{EC}+\overline{AE})$
$\qquad=\overline{AB}+\overline{AC}$
$\qquad=10+9=19$ (cm)

35 외접원 O의 반지름의 길이는
$\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times20=10$ (cm)
내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\dfrac{1}{2}\times r\times(12+16+20)=\dfrac{1}{2}\times16\times12$에서
$24r=96$, $r=4$
따라서
(색칠한 부분의 넓이)$=$(원 O의 넓이)$-$(원 I의 넓이)
$\qquad=\pi\times10^2-\pi\times4^2=84\pi$ (cm^2)

36 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\angle A=180°-(50°+64°)=66°$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IAB=\frac{1}{2}\times 66°=33°$

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC=2\times 66°=132°$

$\triangle OBC$에서 $\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180°-132°)=24°$

$\angle OBA=50°-24°=26°$이므로 $\angle OAB=\angle OBA=26°$

따라서 $\angle OAI=\angle BAI-\angle BAO=33°-26°=7°$

고난도 대표 유형

14~19쪽

1 $18°$	2 $63°$	3 $22°$	4 24 cm^2	5 $150°$
6 6 cm	7 64 cm^2	8 $15°$	9 1 cm	10 24 cm^2
11 $158°$	12 12 cm^2	13 $104°$	14 $20°$	15 $28°$
16 $\left(36-\frac{9}{2}\pi\right)\text{cm}^2$		17 20 cm	18 $64°$	

1 $\angle BAD=\angle x$라 하면 $\angle BAC=4\angle BAD=4\angle x$이므로

$\triangle ABC$에서 $\angle B=\frac{1}{2}\times(180°-4\angle x)=90°-2\angle x$

$\triangle CED$에서 $\angle EDC=180°-(90°+18°)=72°$이므로

$\triangle ABD$에서

$\angle x+(90°-2\angle x)=72°$, $\angle x=18°$

따라서 $\angle BAD=18°$

2 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-72°)=54°$

$\triangle BDF$와 $\triangle CED$에서

$\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\angle B=\angle C$이므로

$\triangle BDF\equiv\triangle CED$ (SAS 합동)

즉, $\overline{FD}=\overline{DE}$, $\angle BFD=\angle CDE$

이때

$\angle FDE=180°-(\angle BDF+\angle CDE)$

$=180°-(\angle BDF+\angle BFD)=\angle B=54°$

$\triangle DEF$는 $\overline{DF}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DEF=\frac{1}{2}\times(180°-54°)=63°$

3 $\angle A=\angle x$라 하면

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle BCA=\angle BAC=\angle x$

$\triangle ABC$에서 $\angle CBD=2\angle x$

$\triangle BCD$는 이등변삼각형이므로

$\angle CDB=\angle CBD=2\angle x$

$\triangle ADC$에서 $\angle DCE=\angle x+2\angle x=3\angle x$

$\triangle CDE$는 이등변삼각형이므로

$\angle DEC=\angle DCE=3\angle x$

$\triangle ADE$에서 $\angle EDF=\angle x+3\angle x=88°$

$4\angle x=88°$, $\angle x=22°$

따라서 $\angle A=22°$

4 $\angle EFH=\angle AFE$ (접은 각)

그런데 $\angle AFE=\angle FEH$ (엇각)이므로

$\angle EFH=\angle AFE=\angle FEH$

따라서 $\triangle HFE$는 $\overline{HF}=\overline{HE}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{HE}=\overline{HF}=10\text{ cm}$이므로

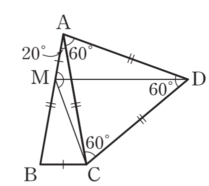
$\overline{EG}=\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=4\overline{HG}-\overline{EC}$

$=4\times 6-(10+6)=8\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle EGH=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24\,(\text{cm}^2)$

5 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-20°)=80°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정삼각형 ACD를 그리면



$\triangle ABC$와 $\triangle DAM$에서

$\overline{AB}=\overline{DA}$, $\angle ABC=\angle DAM=80°$,

$\overline{BC}=\overline{AM}$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DAM$ (SAS 합동)

$\angle ADM=\angle BAC=20°$이므로 $\angle MDC=60°-20°=40°$

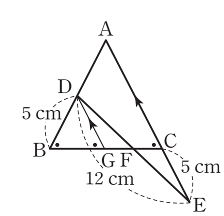
$\triangle DMC$는 이등변삼각형이므로

$\angle DMC=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

또 $\angle DMA=\angle ACB=80°$이므로

$\angle AMC=\angle AMD+\angle DMC=80°+70°=150°$

6 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AE}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 G라 하면 $\angle DGB=\angle ACB$ (동위각)



$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle ACB$

즉, $\angle B=\angle DGB$이므로 $\triangle DBG$는 $\overline{DB}=\overline{DG}$인 이등변삼각형이다.

$\triangle DGF$와 $\triangle ECF$에서

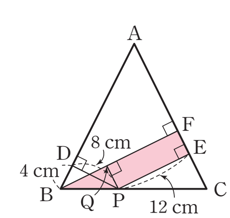
$\overline{BD}=\overline{CE}$이므로 $\overline{DG}=\overline{EC}$이고 $\angle GDF=\angle FEC$ (엇각),

$\angle DGF=\angle ECF$ (엇각)

따라서 $\triangle DGF\equiv\triangle ECF$ (ASA 합동)이므로

$\overline{DF}=\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$

7 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{BF}$에 내린 수선의 발을 Q라 하면



$\triangle BPD$와 $\triangle PBQ$에서

$\angle BDP=\angle PQB=90°$,

$\overline{BP}$는 공통, $\angle DBP=\angle C$,

$\angle QPB = \angle C$ (동위각)이므로

$\angle DBP = \angle QPB$

따라서 $\triangle BPD \equiv \triangle PBQ$ (RHA 합동)이므로

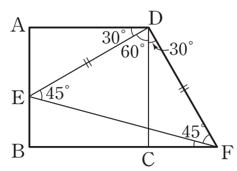
$\overline{BQ} = \overline{PD} = 8\,\text{cm}$, $\overline{PQ} = \overline{BD} = 4\,\text{cm}$

즉, $\overline{BF} = \overline{BQ} + \overline{QF} = 8 + 12 = 20\,(\text{cm})$이므로

사다리꼴 BPEF의 넓이는

$\frac{1}{2} \times (20+12) \times 4 = 64\,(\text{cm}^2)$

8 $\triangle AED$와 $\triangle CFD$에서



$\angle A = \angle DCF = 90°$, $\overline{DE} = \overline{DF}$,

$\overline{AD} = \overline{CD}$이므로

$\triangle AED \equiv \triangle CFD$ (RHS 합동)

$\angle ADE = \angle CDF = 30°$이므로

$\angle EDF = \angle EDC + \angle CDF = 60° + 30° = 90°$

$\triangle DEF$는 이등변삼각형이므로

$\angle DEF = \angle DFE = \frac{1}{2} \times (180° - 90°) = 45°$

$\angle CFD = 60°$이므로

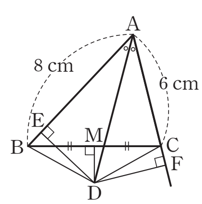
$\angle BFE = \angle CFD - \angle EFD = 60° - 45° = 15°$

9 $\triangle ADE$와 $\triangle ADF$에서

$\angle AED = \angle AFD = 90°$, $\overline{AD}$는 공통, $\angle DAE = \angle DAF$이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle ADF$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DE} = \overline{DF}$

$\overline{BC}$의 수직이등분선 위의 점 D에서 선분의 양 끝 점에 이르는 거리는 서로 같으므로 $\overline{DB} = \overline{DC}$



$\triangle BDE$와 $\triangle CDF$에서

$\angle BED = \angle CFD = 90°$, $\overline{DB} = \overline{DC}$,

$\overline{DE} = \overline{DF}$이므로

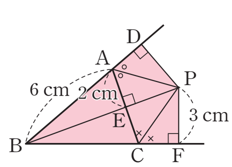
$\triangle BDE \equiv \triangle CDF$ (RHS 합동)

$\overline{CF} = \overline{BF} = x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{AE} = \overline{AF}$이므로

$8 - x = 6 + x$, $-2x = -2$, $x = 1$

따라서 $\overline{CF} = 1\,\text{cm}$

10 $\triangle PDA \equiv \triangle PEA$ (RHA 합동)



이므로 $\overline{DA} = \overline{EA} = 2\,\text{cm}$

$\triangle PEC \equiv \triangle PFC$ (RHA 합동)

이므로 $\overline{PE} = \overline{PF} = 3\,\text{cm}$

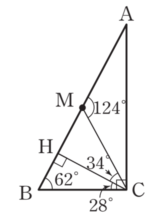
따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = 3\,\text{cm}$

$\overline{BP}$를 그으면 $\triangle PDB \equiv \triangle PFB$ (RHS 합동)이므로

사각형 PDBF의 넓이는

$2\triangle PDB = 2 \times \left\{\frac{1}{2} \times (6+2) \times 3\right\} = 24\,(\text{cm}^2)$

11 점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$

$\angle CBM = \angle BCM = 62°$이므로

$\angle AMC = 62° + 62° = 124°$

$\triangle HBC$에서

$\angle BCH = 180° - (90° + 62°) = 28°$이므로

$\angle HCM = \angle BCM - \angle BCH = 62° - 28° = 34°$

따라서 $\angle AMC + \angle HCM = 124° + 34° = 158°$

12 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\triangle OAD \equiv \triangle OBD$, $\triangle OBE \equiv \triangle OCE$, $\triangle OAF \equiv \triangle OCF$

$\triangle OAD = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6\,(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC = 2 \times (\triangle OAD + \triangle OCE + \triangle OCF)$

$= 2 \times (6 + \triangle OCE + \triangle OCF) = 36\,(\text{cm}^2)$

이므로 $\triangle OCE + \triangle OCF = 12\,(\text{cm}^2)$

따라서 사각형 OECF의 넓이는 $12\,\text{cm}^2$이다.

13 외심 O가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로 $\triangle ABC$는 $\angle BAC = 90°$인 직각삼각형이다.

$\triangle ABC$에서 $\angle BAO = \angle ABO = 38°$이므로

$\angle OAC = \angle BAC - \angle BAO = 90° - 38° = 52°$

점 O′은 $\triangle AOC$의 외심이므로

$\angle OO'C = 2\angle OAC = 2 \times 52° = 104°$

14 $\angle ACB = 180° \times \frac{4}{2+3+4} = 80°$

이때 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle ICB = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

또 점 I′은 $\triangle IBC$의 내심이므로

$\angle ICI' = \frac{1}{2}\angle ICB = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$

15 $\triangle ABC$에서 $\angle BAC = 180° - (44° + 84°) = 52°$,

$\triangle AHC$에서 $\angle HAC = 180° - (90° + 84°) = 6°$

$\angle IAB = \angle IAC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 52° = 26°$이므로

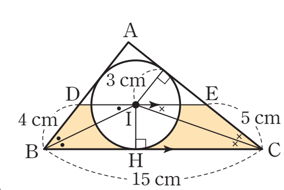
$\angle x = \angle IAC - \angle HAC = 26° - 6° = 20°$

또 $\angle IBA = \angle IBD = \frac{1}{2}\angle ABD = \frac{1}{2} \times 44° = 22°$

$\triangle ABI$에서 $\angle y = 26° + 22° = 48°$

따라서 $\angle y - \angle x = 48° - 20° = 28°$

16 오른쪽 그림과 같이 점 I에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 H는 내접원과 $\overline{BC}$의 접점이다.



$\overline{IB}$, $\overline{IC}$를 그으면

$\angle DBI = \angle IBH = \angle DIB$ (엇각),

$\angle ECI = \angle ICH = \angle EIC$이므로

$\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{EC}=\overline{EI}$

$\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=\overline{DB}+\overline{EC}=4+5=9\,(cm)$

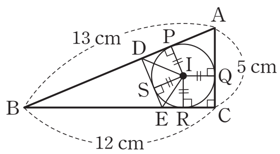
따라서 색칠한 부분의 넓이는

(사다리꼴 DBCE의 넓이)$-$(반원의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(9+15)\times 3-\frac{1}{2}\times\pi\times 3^2$

$=36-\frac{9}{2}\pi\,(cm^2)$

17 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{BP}=\overline{BR}=(12-r)$ cm,

$\overline{AP}=\overline{AQ}=(5-r)$ cm

$\overline{AB}=\overline{BP}+\overline{AP}$에서

$13=(12-r)+(5-r)$, $2r=4$, $r=2$

즉, $\overline{BR}=\overline{BP}=10$ cm, $\overline{AQ}=\overline{AP}=3$ cm

$\triangle DPI\equiv\triangle DSI$ (RHS 합동)이므로 $\overline{DP}=\overline{DS}$

$\triangle IER\equiv\triangle IES$ (RHS 합동)이므로 $\overline{RE}=\overline{SE}$

따라서 △DBE의 둘레의 길이는

$\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{BD}+\overline{DS}+\overline{SE}+\overline{BE}$

$=\overline{BD}+\overline{DP}+\overline{RE}+\overline{BE}$

$=\overline{BP}+\overline{BR}$

$=10+10=20\,(cm)$

18 점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle BAI=\angle CAI=\frac{1}{2}\times 76^\circ=38^\circ$

점 O가 △ABC의 외심이므로 $\angle OFB=90^\circ$

△ABF에서 $\angle ABF=180^\circ-(90^\circ+38^\circ)=52^\circ$

점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle ABI=\angle FBI=\frac{1}{2}\times 52^\circ=26^\circ$

따라서 △BED에서

$\angle BED=180^\circ-(90^\circ+26^\circ)=64^\circ$

고난도 실전 문제

20~25쪽

1 54°	**2** 135°	**3** 110°	**4** 62°	**5** 6배
6 92°	**7** 6°	**8** 70°	**9** 35°	**10** ②, ④
11 3 cm	**12** 20 cm	**13** 3 cm	**14** 9 cm	**15** 15 cm^2
16 7 cm	**17** 156°	**18** $\frac{24}{5}$ cm^2	**19** ①	**20** 4 cm
21 90 cm^2	**22** 128 cm^2	**23** 108°	**24** 7 cm	**25** 57°
26 30°	**27** 15°	**28** 135°	**29** $\frac{4}{3}$	**30** 42°
31 5 cm	**32** 5 cm	**33** $\frac{27}{8}\pi$ cm^2		**34** 62°
35 11π cm	**36** 40°			

1 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$

따라서 $\angle CBE=63^\circ-36^\circ=27^\circ$ ······ ❶

△BCE와 △CBD에서

$\overline{CE}=\overline{AC}-\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{AD}=\overline{BD}$,

$\angle BCE=\angle CBD$, $\overline{BC}$는 공통이므로

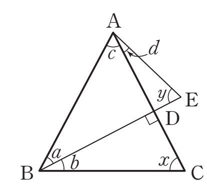
$\triangle BCE\equiv\triangle CBD$ (SAS 합동) ······ ❷

따라서 $\angle BCD=\angle CBE=27^\circ$이므로 △PBC에서

$\angle EPC=27^\circ+27^\circ=54^\circ$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ ∠CBE의 크기 구하기	30 %
❷ △BCE와 △CBD가 합동임을 알기	40 %
❸ ∠EPC의 크기 구하기	30 %

2 △ABC, △BEA는 모두 이등변삼각형이므로



$\angle a+\angle b=\angle x$, $\angle c+\angle d=\angle y$ ······ ㉠

또, △DBC, △DBA, △DAE는 모두 직각삼각형이므로

$\angle b+\angle x=90^\circ$, $\angle a+\angle c=90^\circ$, $\angle d+\angle y=90^\circ$

즉, $\angle a+\angle b+\angle x+\angle c+\angle d+\angle y=270^\circ$

㉠에 의하여 $2\angle x+2\angle y=270^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=135^\circ$

3 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

△BDF와 △CED에서

$\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\angle B=\angle C$이므로

$\triangle BDF\equiv\triangle CED$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{DF}=\overline{ED}$이므로 $\angle DFE=\angle DEF$

이때

$\angle FDE=180^\circ-(\angle FDB+\angle CDE)$

$=180^\circ-(\angle FDB+\angle BFD)$

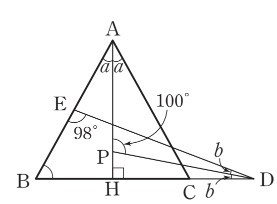
$=\angle B=70^\circ$

따라서

$\angle DFE+\angle DEF=180^\circ-\angle FDE$

$=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

4 $\overline{AP}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라 하면 △ABC는 이등변삼각형이므로



$\overline{AH}\perp\overline{BC}$

△PHD에서 $90^\circ+\angle b=100^\circ$,

$\angle b=10^\circ$

따라서 $\angle BDE=2\angle b=20^\circ$이므로

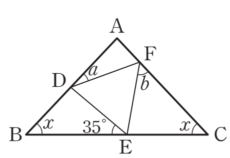
$\triangle$EBD에서 $\angle B=180^\circ-(98^\circ+20^\circ)=62^\circ$

5 $\triangle$ABD에서 $\angle DAB=\angle DBA=30^\circ$이므로
$\angle ADE=30^\circ+30^\circ=60^\circ$
따라서 $\triangle$DEA는 정삼각형이므로 $\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{AE}$이다.
즉, $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로 $\triangle$ECA는 이등변삼각형이다.
이등변삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변의 수직이등분선이므로 $\overline{AF}=\overline{FC}$
$\triangle AEC=2\triangle EFC$이고 $\triangle ABD=\triangle ADE=\triangle AEC$이므로
$\triangle ABC=3\triangle AEC=6\triangle EFC$
따라서 $\triangle$ABC의 넓이는 $\triangle$EFC의 넓이의 6배이다.

6 $\angle A=\angle x$라 하면 $\angle DCE=\angle A=\angle x$ (접은 각)
$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle B=\angle ACB=\angle x+21^\circ$
이때 $\angle x+(\angle x+21^\circ)+(\angle x+21^\circ)=180^\circ$이므로
$3\angle x=138^\circ$, $\angle x=46^\circ$
따라서 $\triangle$DCA에서
$\angle BDC=\angle DCA+\angle DAC$
$=46^\circ+46^\circ=92^\circ$

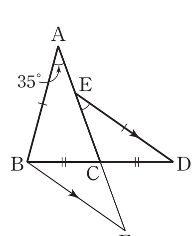
7 $\angle A=\angle DCE=\angle x$ (접은 각)라 하면
$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle B=\angle ACB=\angle x+18^\circ$
이때 $\angle x+(\angle x+18^\circ)+(\angle x+18^\circ)=180^\circ$이므로
$3\angle x=144^\circ$, $\angle x=48^\circ$
한편 $\angle DEA=\angle DEC$ (접은 각)이므로
$\angle DEC=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$
$\triangle$DCE에서 $\angle y=180^\circ-(90^\circ+48^\circ)=42^\circ$
따라서 $\angle x-\angle y=48^\circ-42^\circ=6^\circ$

8 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle B=\angle C=\angle x$라 하면



$\triangle$DBE에서
$\angle x+35^\circ=60^\circ+\angle a$이므로
$\angle a=\angle x-25^\circ$
$\triangle$FEC에서 $\angle b+\angle x=60^\circ+35^\circ$이므로
$\angle b=95^\circ-\angle x$
따라서
$\angle ADF+\angle EFC=\angle a+\angle b$
$=(\angle x-25^\circ)+(95^\circ-\angle x)=70^\circ$

9 오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overline{ED}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$의 연장선과 만나는 점을 F라 하면



$\triangle$BFC와 $\triangle$DEC에서
$\angle BCF=\angle DCE$ (맞꼭지각),
$\overline{BC}=\overline{DC}$,
$\angle FBC=\angle EDC$ (엇각)이므로
$\triangle BFC\equiv\triangle DEC$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{BF}=\overline{DE}=\overline{AB}$
즉, $\triangle$ABF는 $\overline{BA}=\overline{BF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle F=\angle A=35^\circ$
따라서 $\angle CED=\angle F$ (엇각)이므로 $\angle CED=35^\circ$

10 $\triangle$BCE에서 $\angle BEC=90^\circ-\angle ECB$
$\triangle$CHF에서
$\angle HFC=90^\circ-\angle HCF=90^\circ-\angle ECB=\angle BEC$
이때 $\angle HFC=\angle EFB$ (맞꼭지각)이므로
$\angle EFB=\angle BEC$

11 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$
$\angle CDE=90^\circ-\angle C=90^\circ-\angle B=\angle BFE$
이때 $\angle AFD=\angle BFE$ (맞꼭지각)이므로
$\angle ADF=\angle AFD$
따라서 $\triangle$ADF는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라 하면
$\overline{AB}=(x+4)$ cm, $\overline{AC}=(10-x)$ cm에서
$x+4=10-x$, $2x=6$, $x=3$
따라서 $\overline{AD}$의 길이는 3 cm이다.

12 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$
$\overline{AB}/\!/\overline{FE}$이므로 $\angle B=\angle FEC$ (동위각)
$\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\angle C=\angle DEB$ (동위각)
즉, $\angle B=\angle DEB$이므로 $\triangle$DBE는 $\overline{DB}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이고, $\angle C=\angle FEC$이므로 $\triangle$FEC는 $\overline{FE}=\overline{FC}$인 이등변삼각형이다.
따라서 사각형 ADEF의 둘레의 길이는
$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{AF}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{CF}+\overline{AF}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=10+10=20$ (cm)

13 $\overline{AB}/\!/\overline{ED}$이므로 $\angle BAF=\angle D$ (엇각)
$\triangle$ADE는 $\triangle$ABC를 회전시킨 것이므로 $\angle B=\angle D$
즉, $\angle B=\angle BAF$이므로 $\triangle$ABF는 $\overline{AF}=\overline{BF}$인 이등변삼각형이다.
또 $\angle B=\angle DGF$ (엇각)이므로 $\angle D=\angle DGF$
따라서 $\triangle$FDG는 $\overline{FD}=\overline{FG}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BG}=\overline{BF}+\overline{FG}=\overline{AF}+\overline{FD}=\overline{AD}=\overline{AB}=13$ (cm)
$\overline{GC}=\overline{BC}-\overline{BG}=16-13=3$ (cm)

14 $\triangle$BPQ와 $\triangle$PBS에서
$\angle BQP=\angle PSB=90^\circ$, $\overline{BP}$는 공통,
$\angle QBP=\angle C$ (이등변삼각형), $\angle SPB=\angle C$ (동위각)이므로
$\angle QBP=\angle SPB$
$\triangle BPQ\equiv\triangle PBS$ (RHA 합동)이므로

$\overline{SB}=\overline{QP}=4\text{ cm}$

따라서 $\overline{BD}=\overline{BS}+\overline{SD}=4+5=9\text{ (cm)}$

15 $\triangle BMD$와 $\triangle CME$에서

$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$,

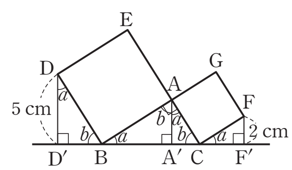
$\angle BMD=\angle CME$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle BMD\equiv\triangle CME$ (RHA 합동)

$\overline{CE}=\overline{BD}=6\text{ cm}$, $\overline{ME}=\overline{MD}=\frac{1}{2}\overline{DE}=5\text{ (cm)}$

따라서 $\triangle MEC=\frac{1}{2}\times6\times5=15\text{ (cm}^2)$

16 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 A′이라 하면 다음 그림과 같이 $\angle a$와 $\angle b$에 대하여 $\angle a+\angle b=90^\circ$이다.



□AEDB가 정사각형이므로

$\triangle BDD'\equiv\triangle ABA'$ (RHA 합동)

즉, $\overline{BA'}=\overline{DD'}=5\text{ cm}$

또 □ACFG가 정사각형이므로

$\triangle AA'C\equiv\triangle CF'F$ (RHA 합동)

즉, $\overline{A'C}=\overline{FF'}=2\text{ cm}$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BA'}+\overline{A'C}=5+2=7\text{ (cm)}$

17 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\angle ABC=\angle DBE=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{BE}$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DBE$ (RHS 합동)

$\angle A=33^\circ$이므로

$\angle DEB=\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+33^\circ)=57^\circ$

따라서 사각형 EBCF에서

$\angle CFE=360^\circ-(57^\circ+90^\circ+57^\circ)=156^\circ$

18 $\triangle ADE$와 $\triangle ADC$에서

$\angle AED=\angle C=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\overline{DE}=\overline{DC}$이므로

$\triangle ADE\equiv\triangle ADC$ (RHS 합동)

따라서 $\overline{AE}=\overline{AC}=24\text{ cm}$이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=26-24=2\text{ (cm)}$

이때 $\overline{CD}=\overline{ED}=x\text{ cm}$라 하면 $\triangle ABD$의 넓이는

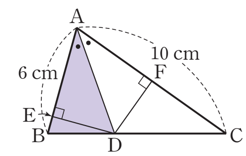
$\frac{1}{2}\times26\times x=\frac{1}{2}\times(10-x)\times24$

$13x=120-12x$, $25x=120$, $x=\frac{24}{5}$

따라서

$\triangle BDE=\frac{1}{2}\times2\times\frac{24}{5}=\frac{24}{5}\text{ (cm}^2)$

19 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\triangle AED$와 $\triangle AFD$에서

$\angle AED=\angle AFD=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\angle EAD=\angle FAD$

이므로

$\triangle AED\equiv\triangle AFD$ (RHA 합동)

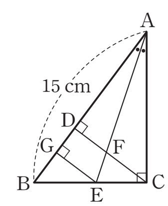
이때 $\triangle ADC$의 넓이가 20 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times10\times\overline{DF}=20$, $5\overline{DF}=20$, $\overline{DF}=4\text{ (cm)}$

따라서 $\overline{DE}=\overline{DF}=4\text{ cm}$이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times6\times4=12\text{ (cm}^2)$

20 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 G라 하면



$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times15\times\overline{EG}=30$, $\overline{EG}=4\text{ (cm)}$

$\triangle AGE$와 $\triangle ACE$에서

$\angle AGE=\angle ACE=90^\circ$, $\overline{AE}$는 공통,

$\angle GAE=\angle CAE$이므로

$\triangle AGE\equiv\triangle ACE$ (RHA 합동)

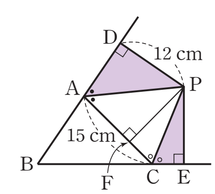
즉, $\overline{EC}=\overline{EG}=4\text{ cm}$, $\angle AEG=\angle AEC$

이때 $\angle AEG=\angle CFE$ (엇각)이므로 $\angle CFE=\angle AEC$

따라서 $\triangle CFE$는 $\overline{CF}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{EG}=4\text{ cm}$

21 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면



점 P가 $\angle A$의 외각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle PDA\equiv\triangle PFA$ (RHA 합동)

또 점 P가 $\angle C$의 외각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle PFC\equiv\triangle PEC$ (RHA 합동)

따라서

$\triangle PDA+\triangle PEC=\triangle PFA+\triangle PFC=\triangle PAC$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{PF}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{PD}$

$=\frac{1}{2}\times15\times12=90\text{ (cm}^2)$

22 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\triangle OAD\equiv\triangle OBD$, $\triangle OBE\equiv\triangle OCE$, $\triangle OAF\equiv\triangle OCF$

$\triangle OAB+\triangle OBC=\triangle OAD+\triangle ODB+\triangle OBE+\triangle OEC$

$=2\times(\triangle ODB+\triangle OEC)$

$=2\times40=80\text{ (cm}^2)$

$\triangle OCA=\triangle OCF+\triangle OFA=2\triangle OFA$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times8\times6\right)=48\text{ (cm}^2)$

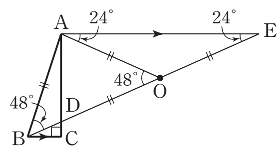
따라서

$\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$

$= 80 + 48 = 128\ (cm^2)$

23 $\overline{AE} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle EAC = \angle BCA = 90^\circ$ (엇각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$의 중점을 O라 하고 $\overline{OA}$를 그으면 점 O는 직각삼각형 ADE의 외심이므로



$\angle OAE = \angle OEA = 24^\circ$

$\triangle OEA$에서 $\angle AOD = 24^\circ + 24^\circ = 48^\circ$

$\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{OE}$이고 $\overline{DE} = 2\overline{AB}$이므로

$\overline{AB} = \overline{OA}$

$\triangle ABO$는 $\overline{AB} = \overline{AO}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABO = \angle AOB = 48^\circ$

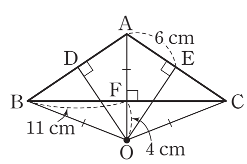
한편 $\overline{AE} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DBC = \angle AED = 24^\circ$ (엇각)

따라서 $\angle ABC = 48^\circ + 24^\circ = 72^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = 180^\circ - (90^\circ + 72^\circ) = 18^\circ$이므로

$\angle BAE = 18^\circ + 90^\circ = 108^\circ$

24 점 O가 이등변삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이고 $\overline{AF}$는 $\overline{BC}$의 수직이등분선이다.



$\triangle OAD \equiv \triangle OAE$ (RHA 합동)

이므로 $\overline{OD} = \overline{OE}$

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AC} = 2 \times 6 = 12\ (cm)$, $\overline{BC} = 2 \times 11 = 22\ (cm)$

$\overline{OD} = \overline{OE} = x$ cm라 하면

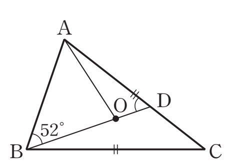
$\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OAC - \triangle OBC$이므로

$40 = \frac{1}{2} \times 12 \times x + \frac{1}{2} \times 12 \times x - \frac{1}{2} \times 22 \times 4$

$40 = 6x + 6x - 44$, $12x = 84$, $x = 7$

따라서 $\overline{OD} = 7$ cm

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\angle OAB = \angle OBA = 52^\circ$ …… ❶

$\triangle OAB$에서

$\angle AOB = 180^\circ - 2 \times 52^\circ = 76^\circ$

따라서 $\angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ$

이때 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle BAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 38^\circ) = 71^\circ$ …… ❷

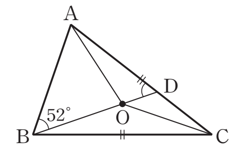
따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle ADB = 180^\circ - (52^\circ + 71^\circ) = 57^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle OAB$의 크기 구하기	20 %
❷ $\angle BAC$의 크기 구하기	50 %
❸ $\angle ADB$의 크기 구하기	30 %

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이고



$\angle CAB = \angle CBA$이므로

$\angle OCA = \angle OAC = \angle OBC$

$= \angle OCB = \angle x$

라 하면

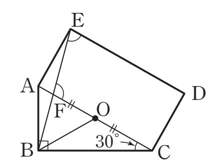
$(52^\circ + \angle x) + (52^\circ + \angle x) + 2\angle x = 180^\circ$

$4\angle x = 76^\circ$, $\angle x = 19^\circ$

$\triangle DBC$에서

$\angle ADB = \angle DBC + \angle DCB = 19^\circ + (19^\circ + 19^\circ) = 57^\circ$

26 $\overline{AC}$의 중점을 O라 하면 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{AE}$

이때

$\angle BAC = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$

이므로 $\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$이고 $\triangle OAB$는 정삼각형이다.

즉, $\triangle ABE$는 $\overline{AB} = \overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABE = \angle AEB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$

$\angle DEF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

$\triangle AEF$에서 $\angle EFC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$

따라서 $\angle EFC - \angle DEF = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

27 $\angle OMN = \angle x$라 하면

$\angle OMN = \frac{1}{2} \angle ABC$에서 $\angle ABC = 2\angle OMN = 2\angle x$

$\angle OMN = \frac{1}{5} \angle ACB$에서 $\angle ACB = 5\angle OMN = 5\angle x$

따라서 $\angle BAC = 180^\circ - (2\angle x + 5\angle x) = 180^\circ - 7\angle x$

$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이고 $\overline{BN} = \overline{CN}$이므로 $\overline{ON}$은 $\angle BOC$의 이등분선이다.

이때 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle BOC = 2\angle BAC$

따라서 $\angle NOC = \frac{1}{2} \angle BOC = \angle BAC = 180^\circ - 7\angle x$

또 $\angle AOC = 2\angle ABC = 4\angle x$이므로

$\angle MON = \angle AOC + \angle NOC$

$= 4\angle x + (180^\circ - 7\angle x)$

$= 180^\circ - 3\angle x$

$\triangle ONM$에서 $(180^\circ - 3\angle x) + 30^\circ + \angle x = 180^\circ$이므로

$2\angle x = 30^\circ$, $\angle x = 15^\circ$

따라서 $\angle OMN = 15^\circ$

28 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle ABI = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$

$\triangle ACD$에서

$\angle ADC = \angle CAB - \angle ACD = 94^\circ - 44^\circ = 50^\circ$

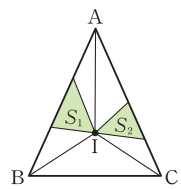
이때 점 I′은 $\triangle ACD$의 내심이므로

$\angle ADI' = \frac{1}{2}\angle ADC = \frac{1}{2}\times 50^\circ = 25^\circ$

따라서 △BPD에서

$\angle IPI' = 180^\circ - (20^\circ + 25^\circ) = 135^\circ$

29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IA}$, $\overline{IB}$, $\overline{IC}$를 그으면 △ABI와 △ACI에서 $\overline{AI}$는 공통, 점 I가 △ABC의 내심이므로



$\angle BAI = \angle CAI$

또 △ABC가 이등변삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AC}$

△ABI≡△ACI (SAS 합동)

따라서 $S_1 = \frac{1}{3}\triangle ABI$, $S_2 = \frac{1}{4}\triangle ACI = \frac{1}{4}\triangle ABI$이므로

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{3}\triangle ABI}{\frac{1}{4}\triangle ABI} = \frac{4}{3}$$

30 점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2}\times 60^\circ = 120^\circ$

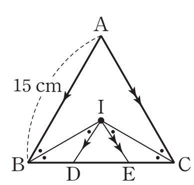
이때 $\angle ICB = \angle ACD = 36^\circ$이고 점 I′은 △DBC의 내심이므로

$\angle ICI' = \angle I'CB = \frac{1}{2}\angle ICB = \frac{1}{2}\times 36^\circ = 18^\circ$

따라서 △II′C에서

$\angle II'C = 180^\circ - (120^\circ + 18^\circ) = 42^\circ$

31 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$를 그으면 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이므로



$\angle IBD = \angle IBA = \frac{1}{2}\times 60^\circ = 30^\circ$

$\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$이므로

$\angle BID = \angle IBA = 30^\circ$ (엇각)

따라서 $\angle IBD = \angle BID$이므로 $\overline{BD} = \overline{ID}$

같은 방법으로 $\overline{EC} = \overline{IE}$

△IBD에서 $\angle IDE = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

△IEC에서 $\angle IED = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

즉, $\angle IDE = \angle IED = 60^\circ$이므로 △IDE는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{BD} = \overline{ID} = \overline{DE} = \overline{IE} = \overline{EC}$이므로

$\overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = \frac{1}{3}\times 15 = 5\ (\text{cm})$

32 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times r\times(10+12+10) = 16r\ (\text{cm}^2)$

이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 12\times 8 = 48\ (\text{cm}^2)$이므로

$16r = 48$, $r = 3$

같은 방법으로 내접원 I′의 반지름의 길이를 r' cm라 하면

$\triangle ABD = \frac{1}{2}\times r'\times(6+8+10) = 12r'\ (\text{cm}^2)$

이때 $\triangle ABD = \frac{1}{2}\times 6\times 8 = 24\ (\text{cm}^2)$이므로

$12r' = 24$, $r' = 2$

따라서 $\overline{II'} = r + r' = 3 + 2 = 5\ (\text{cm})$

33 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 9\times 12 = \frac{1}{2}\times r\times(9+15+12)$

이므로 $54 = 18r$, $r = 3$

이때 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

$= 90^\circ + \frac{1}{2}\times 90^\circ = 135^\circ$

따라서 색칠한 부채꼴의 넓이는

$\pi\times 3^2\times\frac{135}{360} = \frac{27}{8}\pi\ (\text{cm}^2)$

34 △ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

$\angle ACB = \frac{1}{2}\times(180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ$ …… ❶

점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2}\times 56^\circ = 28^\circ$ …… ❷

점 O는 △ABC의 외심이므로 $\overline{OD}$는 $\overline{AC}$의 수직이등분선이다.

즉, $\angle ODC = 90^\circ$이므로 △DEC에서

$\angle CED = 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ) = 62^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ ∠ACB의 크기 구하기	30 %
❷ ∠ACI의 크기 구하기	40 %
❸ ∠CED의 크기 구하기	30 %

35 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\angle AOC = 2\angle B = 2\times 40^\circ = 80^\circ$

$\overset{\frown}{AC} = 2\pi\times 15\times\frac{80}{360} = \frac{20}{3}\pi\ (\text{cm})$

내접원 I의 반지름의 길이를 r cm, $\overline{BE} = \overline{BD} = a$ cm, $\overline{AD} = \overline{AF} = b$ cm라 하면

$\overline{BC} + \overline{CA} = 42 = a + r + b + r$

이때 $\overline{AB} = a + b = 30$이므로

$42 = 30 + 2r$, $2r = 12$, $r = 6$

△ABC에서 $\angle A = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$

□ADIF에서 $\angle DIF = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 50^\circ) = 130^\circ$

$\overset{\frown}{DF} = 2\pi\times 6\times\frac{130}{360} = \frac{13}{3}\pi\ (\text{cm})$

따라서 $\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{DF} = \frac{20}{3}\pi + \frac{13}{3}\pi = \frac{33}{3}\pi = 11\pi\ (\text{cm})$

36 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\angle BOC = 2\angle A = 2\times 50^\circ = 100^\circ$

점 I가 △OBC의 내심이므로

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\times 100^\circ = 140^\circ$

따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 140^\circ - 100^\circ = 40^\circ$

2. 사각형의 성질

필수 확인 문제 30~35쪽

1 24° **2** (가) $\angle OCD$ (나) $\overline{CD}$ (다) $\triangle OCD$ (라) $\overline{OC}$ (마) $\overline{OD}$ **3** 32° **4** $5\,\text{cm}$ **5** 52.5° **6** ②, ③
7 ④ **8** 44° **9** ⑤
10 (가) $\overline{BF}$ (나) $\angle AEB$ (다) $\overline{FD}$ **11** ② **12** $48\,\text{cm}^2$
13 ③ **14** $21\,\text{cm}^2$ **15** ③, ④ **16** 60° **17** ②, ⑤
18 100 **19** 177° **20** $48\,\text{cm}$ **21** ③, ⑤ **22** 150°
23 22° **24** ②, ⑤ **25** 100° **26** ⑤
27 (가) $\overline{DE}$ (나) $\angle DEC$ (다) 이등변삼각형 **28** ②, ④
29 ④ **30** ④, ⑤ **31** ④ **32** $40\,\text{cm}$ **33** $30\,\text{cm}^2$
34 $18\,\text{cm}^2$ **35** ③ **36** $9\,\text{cm}^2$

1 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle BAC=\angle DCA=64^\circ$ (엇각)
$\triangle ABO$에서 $\angle ABO+\angle BAO=88^\circ$이므로
$\angle ABD=\angle ABO=88^\circ-\angle BAO$
$=88^\circ-64^\circ=24^\circ$

3 평행사변형 ABCD에서 $\angle D=\angle B=66^\circ$
$\triangle DAC$에서 $\angle DAC=180^\circ-(50^\circ+66^\circ)=64^\circ$
이때 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로
$\angle AEC=\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DAC==32^\circ$

4 $\angle BEA=\angle DAE$ (엇각)이므로 $\angle BEA=\angle BAE$
즉, $\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{BE}=9\,\text{cm}$인 이등변삼각형이다.
$\angle ADF=\angle DFC$ (엇각)이므로 $\angle CDF=\angle CFD$
즉, $\triangle CDF$는 $\overline{CD}=\overline{CF}=9\,\text{cm}$인 이등변삼각형이다.
$\overline{AD}=\overline{BE}+\overline{CF}-\overline{EF}$이므로 $13=9+9-\overline{EF}$
따라서 $\overline{EF}=5\,(\text{cm})$

5 $\angle DAB+\angle ADC=180^\circ$이므로
$\angle ADC=\angle ABP=180^\circ\times\frac{5}{7+5}=75^\circ$
$\triangle BPA$는 $\overline{AB}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BPA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-75^\circ)=52.5^\circ$

6 $\triangle OEA\equiv\triangle OFC$ (ASA 합동)이므로
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AEO=\angle CFO$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

7 ④ $\angle DCA$

8 $\triangle ABP$와 $\triangle CDQ$에서
$\angle APB=\angle CQD=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\angle BAP=\angle DCQ$ (엇각)
따라서 $\triangle ABP\equiv\triangle CDQ$ (RHA 합동)이므로 $\overline{BP}=\overline{DQ}$
한편 $\angle APB=\angle CQD=90^\circ$이므로 $\overline{BP}/\!/\overline{QD}$
한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □BQDP는 평행사변형이다.
따라서 $\angle x+90^\circ+46^\circ=180^\circ$이므로
$\angle x=44^\circ$

9 ① $\angle BAD=\angle BCD$, $\angle ABC=\angle ADC$이므로 평행사변형이다.
② $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로 평행사변형이다.
③ $\angle BAD+\angle ABC=180^\circ$이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고,
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 평행사변형이다.
④ $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 평행사변형이다.
⑤ $\overline{OA}\neq\overline{OC}$, $\overline{OB}\neq\overline{OD}$이므로 평행사변형이 아니다.

11 ①, ③ □AECG가 평행사변형이므로
$\overline{AG}=\overline{CE}$, $\angle AEC=\angle AGC$
④ □BFDH가 평행사변형이므로
$\angle BHA=180^\circ-\angle BHD=180^\circ-\angle BFD=\angle DFC$
⑤ □PQRS가 평행사변형이므로 $\angle PQR=\angle PSR$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

12 $\triangle AOF$와 $\triangle COE$에서 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle FAO=\angle ECO$ (엇각),
$\angle AOF=\angle COE$ (맞꼭지각)이므로
$\triangle AOF\equiv\triangle COE$ (ASA 합동)
$\triangle OBC=\triangle BEO+\triangle COE=\triangle BEO+\triangle AOF=12\,(\text{cm}^2)$
따라서 □ABCD의 넓이는
$4\triangle OBC=4\times12=48\,(\text{cm}^2)$

13 $\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PDA+\triangle PBC$이므로
$\triangle PAB+8=6+10$
따라서 $\triangle PAB=8\,(\text{cm}^2)$

14 $\triangle APO\equiv\triangle CQO$ (ASA 합동)이므로
$\triangle CQO:\triangle OQD=1:3$
이때 $\triangle COD=\frac{1}{4}$□ABCD$=\frac{1}{4}\times112=28\,(\text{cm}^2)$이므로
$\triangle OQD=28\times\frac{3}{1+3}=21\,(\text{cm}^2)$

15 ① $\triangle ABE\equiv\triangle AFE$ (RHA 합동)이므로
$\overline{CD}=\overline{AB}=\overline{AF}$
② $\triangle AEF$와 $\triangle CEF$에서
$\angle BAE=\angle EAF=\angle DAF=\angle ECF=30^\circ$,
$\angle AEB=\angle AEF=\angle CEF=60^\circ$, $\overline{EF}$는 공통이므로
$\triangle AEF\equiv\triangle CEF$ (ASA 합동)
$\overline{CF}=\overline{AF}$
이때 $\triangle CFD$는 정삼각형이므로 $\overline{CF}=\overline{DF}$
⑤ $\triangle AFD$는 $\overline{FA}=\overline{FD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle FDA=\angle FAD$
따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

16 $\triangle BED$에서 $\overline{BE}=\overline{DE}$이므로 $\angle DBE=\angle BDE$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBE$ (엇각)
즉, $\angle ADB = \angle BDE = \angle EDC$이므로 …… ❶
$\angle EDC = \frac{1}{3}\angle ADC = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$ …… ❷
따라서 △DEC에서
$\angle DEC = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle ADB = \angle BDE = \angle EDC$임을 알기	50 %
❷ $\angle EDC$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle DEC$의 크기 구하기	20 %

다른 풀이
$\angle BDE = \angle EDC = \angle x$라 하면 △BED에서 $\overline{BE} = \overline{DE}$이므로
$\angle DBE = \angle BDE = \angle x$, $\angle DEC = \angle x + \angle x = 2\angle x$
△CDE에서 $\angle x + 2\angle x + 90^\circ = 180^\circ$, $\angle x = 30^\circ$
따라서 $\angle DEC = 2\angle x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

17 ② $\overline{BD} = 8$ cm이면 $\overline{AC} = \overline{BD}$이므로 □ABCD는 직사각형이다.
⑤ $\angle BAD = 90^\circ$이면
$\angle BAD = \angle ADC = \angle DCB = \angle CBA = 90^\circ$이므로
□ABCD는 직사각형이다.
따라서 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되는 조건은 ②, ⑤이다.

18 $\overline{BO} = \overline{OD}$이므로 $5y + 1 = 11$, $y = 2$
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle ABO = \angle ODC = 40^\circ$
이때 $\angle COD = 90^\circ$이므로
$\angle OCD = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$, $x = 50$
따라서 $xy = 50 \times 2 = 100$

19 △BCE는 정삼각형이므로 $\angle ECD = 82^\circ - 60^\circ = 22^\circ$
△CDE는 $\overline{CD} = \overline{CE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 22^\circ) = 79^\circ$ …… ❶
$82^\circ + \angle y = 180^\circ$이므로 $\angle y = 98^\circ$ …… ❷
따라서 $\angle x + \angle y = 79^\circ + 98^\circ = 177^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기 구하기	40 %
❷ $\angle y$의 크기 구하기	40 %
❸ $\angle x + \angle y$의 크기 구하기	20 %

20 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC = 40^\circ$ (엇각)
△AOD에서 $\angle AOD = 180^\circ - (50^\circ + 40^\circ) = 90^\circ$이므로
$\overline{AC} \perp \overline{BD}$
즉, 평행사변형 ABCD의 두 대각선이 수직이므로 □ABCD는 마름모이다.
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는 $12 \times 4 = 48$ (cm)

21 ①, ② 평행사변형에서 한 내각이 직각이면 네 내각이 모두 직각이므로 직사각형이 된다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형의 성질이다.
따라서 정사각형이 되기 위한 조건은 ③, ⑤이다.

22 □ABCD는 정사각형이고 △EBC는 정삼각형이므로
$\overline{EB} = \overline{BC} = \overline{AB}$
△ABE에서 $\overline{AB} = \overline{BE}$, $\angle ABE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$이므로
$\angle AEB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$
△ABE와 △DCE에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABE = \angle DCE = 30^\circ$, $\overline{EB} = \overline{EC}$이므로
△ABE≡△DCE (SAS 합동)
따라서 $\angle DEC = \angle AEB = 75^\circ$이므로
$\angle AED = 360^\circ - (75^\circ + 75^\circ + 60^\circ) = 150^\circ$

23 △BCP와 △DCP에서
$\overline{BC} = \overline{DC}$, $\angle BCP = \angle DCP = 45^\circ$, $\overline{PC}$는 공통이므로
△BCP≡△DCP (SAS 합동)
따라서 $\angle BPC = \angle DPC = 67^\circ$
△ABP에서 $\angle ABP + \angle BAP = \angle BPC$이므로
$\angle ABP + 45^\circ = 67^\circ$
따라서 $\angle ABP = 67^\circ - 45^\circ = 22^\circ$

24 ② 두 대각선의 길이가 같으므로 마름모 ABCD는 정사각형이 된다.
⑤ 한 내각의 크기가 90°이므로 마름모 ABCD는 정사각형이 된다.
따라서 정사각형이 되기 위한 조건은 ②, ⑤이다.

25 $\angle ADB = \angle DBC = 40^\circ$ (엇각)
△ABD는 이등변삼각형이므로 $\angle ADB = \angle ABD = 40^\circ$
또 △OAB≡△ODC (ASA 합동)이므로
$\angle y = \angle OBA = 40^\circ$
△ABC≡△DCB (SAS 합동)이므로
$\angle ACB = \angle DBC = 40^\circ$
△ABC에서 $\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 80^\circ) = 60^\circ$
따라서 $\angle x + \angle y = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$

26 ②, ③ △ABC와 △DCB에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통이므로
△ABC≡△DCB (SAS 합동)
따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$
한편 $\angle ACB = \angle DBC$이므로 △OBC는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{OA} = \overline{AC} - \overline{OC} = \overline{DB} - \overline{OB} = \overline{OD}$
④ $\angle ABC = \angle DCB$이므로
$\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \angle DCB = \angle CDA$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

28 $\angle DAB+\angle ABC=180^\circ$이므로 $\angle EAB+\angle EBA=90^\circ$
$\triangle ABE$에서
$\angle AEB=180^\circ-(\angle EAB+\angle EBA)=180^\circ-90^\circ=90^\circ$
이므로 $\angle HEF=\angle AEB=90^\circ$ (맞꼭지각)
같은 방법으로 $\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$
따라서 □EFGH는 직사각형이므로 □EFGH에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

29 $\triangle EOD$와 $\triangle FOB$에서
$\angle EOD=\angle FOB=90^\circ$, $\overline{OD}=\overline{OB}$, $\angle EDO=\angle FBO$ (엇각)
이므로 $\triangle EOD\equiv\triangle FOB$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{ED}=\overline{FB}$이고, $\overline{ED}/\!/\overline{BF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이고, 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모이다.
즉, □EBFD의 네 변의 길이는 모두 5 cm이므로 구하는 둘레의 길이는 $4\times5=20$ (cm)

30 ① 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모이다.
② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
③ 이웃하는 두 내각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

31 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.
①, ② 평행사변형
③, ⑤ 마름모
④ 직사각형

32 □EFGH는 등변사다리꼴 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이므로 마름모이다.
따라서 □EFGH의 둘레의 길이는
$4\overline{EH}=4\times10=40$ (cm)

33 $\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\triangle ABC+\triangle ACE$
$=\triangle ABE$
$=\frac{1}{2}\times(7+5)\times5$
$=30$ (cm^2)

34 $\overline{BP}:\overline{PC}=4:1$에서 $\triangle ABP:\triangle APC=4:1$이므로
$\triangle APC=\frac{1}{1+4}\triangle ABC=\frac{1}{5}\times150=30$ (cm^2)
$\overline{AQ}:\overline{QC}=3:2$에서 $\triangle APQ:\triangle QPC=3:2$이므로
$\triangle APQ=\frac{3}{3+2}\triangle ABC=\frac{3}{5}\times30=18$ (cm^2)

35 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle ABE=\triangle DBE$
$\overline{BD}/\!/\overline{EF}$이므로 $\triangle DBE=\triangle DBF$
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle DBF=\triangle DAF$
따라서 $\triangle ABE=\triangle DBE=\triangle DBF=\triangle DAF$

36 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle ABC=\triangle DBC$
$\triangle OAB=\triangle ABC-\triangle OBC=\triangle DBC-\triangle OBC=\triangle ODC$
이므로 $\triangle ODC=12\ cm^2$
$\triangle OAB:\triangle OBC=\overline{AO}:\overline{OC}=12:16=3:4$이므로
$\triangle ODA:\triangle ODC=3:4$
이때 $\triangle ODC=12\ cm^2$이므로
$\triangle ODA:12=3:4$, $4\triangle ODA=36$
따라서 $\triangle ODA$의 넓이는 $9\ cm^2$이다.

고난도 대표 유형 36~41쪽

1 18 cm	**2** 125 cm^2	**3** 58°	**4** 12 cm^2	**5** ㄱ, ㄹ
6 9초 후	**7** 1 : 8	**8** 60 cm^2	**9** 56°	**10** $\frac{108}{5}$ cm
11 60°	**12** 34°	**13** 252 cm^2	**14** 20 cm^2	**15** 96°
16 50°	**17** 48 cm^2	**18** 96 cm^2		

1 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BCE=\angle DEC$ (엇각)
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle DCF=\angle CFB$ (엇각)이고
$\angle DEC=\angle AEF$ (맞꼭지각)이므로
$\triangle AEF$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{AE}=\overline{AF}=6$ cm이므로
$\overline{FB}=\overline{FA}+\overline{AB}=\overline{FA}+\overline{DC}=6+12=18$ (cm)

2 $\angle DAE=\angle AEB$ (엇각)이므로 $\triangle BEA$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BA}=\overline{BE}=12$ cm, $\overline{AD}=\overline{BC}=20$ cm이므로
$\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=20-12=8$ (cm)
$\triangle ABE:\triangle DEC=\overline{BE}:\overline{EC}=12:8=3:2$이고
$\triangle DEC=50\ cm^2$이므로
$\triangle ABE:50=3:2$, $\triangle ABE=75$ (cm^2)
따라서 $\triangle AED$의 넓이는
$\triangle ABE+\triangle DEC=75+50=125$ (cm^2)

3 $\angle B=\angle D$이므로 $\angle ADF=\frac{1}{2}\times64^\circ=32^\circ$
$\triangle AFD$에서 $\angle DAF=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)=58^\circ$
$\angle C=\angle A=180^\circ-64^\circ=116^\circ$이므로
$\angle BAF=\angle BAD-\angle DAF=116^\circ-58^\circ=58^\circ$

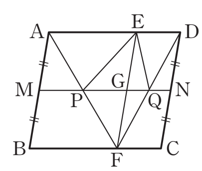
4 $\overline{FC}$를 그으면 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 $\triangle OCF=\triangle OAF=6\ cm^2$
또한 $\overline{DE}=\overline{EC}$이므로 $\triangle FEC=\triangle FED=6\ cm^2$
따라서 □FOCE의 넓이는
$\triangle OCF+\triangle FEC=6+6=12$ (cm^2)

5 □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OE}=\overline{OF}$
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF는 평행사변형이다.

ㄱ. $\overline{AE}=\overline{FC}$　　ㄹ. $\angle CEF=\angle AFE$
따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

6 $\overline{AP}/\!/\overline{CQ}$이므로 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 되려면 □APCQ가 평행사변형이어야 한다.
즉, $\overline{AP}=\overline{CQ}$이어야 한다.
점 Q가 점 C를 출발한 지 x초 후의 두 점 P, Q가 움직인 거리는 각각
$\overline{AP}=3(x+3)$ cm, $\overline{CQ}=4x$ cm
이때 $3(x+3)=4x$이므로 $x=9$
따라서 점 Q가 출발한 지 9초 후에 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 된다.

7 $\overline{MN}$과 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하면
□ABCD, □MBFG는 평행사변형이므로

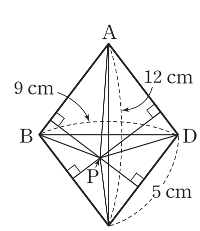


$\overline{AM}=\overline{MB}=\overline{EG}=\overline{GF}$
△AMP≡△FGP (ASA 합동),
△DQN≡△FQG (ASA 합동)
□ABFE, □EFCD는 평행사변형이므로 두 대각선의 교점이 각각 P, Q이다.
$\triangle PFQ=\triangle FGP+\triangle FQG$
$=\frac{1}{2}\triangle PFE+\frac{1}{2}\triangle EFQ$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\square ABFE+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\square EFCD$
$=\frac{1}{8}(\square ABFE+\square EFCD)=\frac{1}{8}\square ABCD$
따라서 $\triangle PFQ:\square ABCD=\frac{1}{8}:1=1:8$

8 $\triangle DAP=x\text{ cm}^2$라 하면 $\triangle DPQ=4x\text{ cm}^2$이므로
$\triangle DAQ=\triangle DAP+\triangle DPQ=x+4x=5x\ (\text{cm}^2)$
한편 $\square ABCD=2\triangle DAQ=10x\ (\text{cm}^2)$
그런데 $\triangle PBC+\triangle PAD=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로
$24+x=\frac{1}{2}\times 10x$, $4x=24$, $x=6$
따라서 □ABCD의 넓이는
$10x=10\times 6=60\ (\text{cm}^2)$

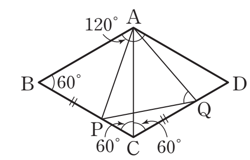
9 $\angle ABD=90^\circ-28^\circ=62^\circ$
$\angle EDB=\angle BDC$ (접은 각)$=180^\circ-(90^\circ+28^\circ)=62^\circ$
△FBD에서 $\angle BFD=180^\circ-(62^\circ+62^\circ)=56^\circ$

10 □ABCD
$=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD+\triangle PDA$
이므로



$\frac{1}{2}\times 12\times 9=\frac{1}{2}\times 5\times(l_1+l_2+l_3+l_4)$
따라서 $l_1+l_2+l_3+l_4=\frac{108}{5}$ (cm)

11 $\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$,
$\angle BAC=\angle BCA=60^\circ$



따라서 △BAC는 정삼각형이므로
$\overline{AB}=\overline{AC}$이고
$\angle ACQ=120^\circ-60^\circ=60^\circ$
△ABP와 △ACQ에서
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle ABP=\angle ACQ$, $\overline{BP}=\overline{CQ}$이므로
△ABP≡△ACQ (SAS 합동)
즉, $\overline{AP}=\overline{AQ}$, $\angle BAP=\angle CAQ$
$\angle BAC=\angle BAP+\angle PAC=\angle CAQ+\angle PAC=\angle PAQ$
이므로 $\angle PAQ=60^\circ$
△APQ는 $\overline{AP}=\overline{AQ}$인 이등변삼각형이고 $\angle PAQ=60^\circ$이므로
$\angle AQP=\angle APQ=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
따라서 △APQ는 정삼각형이므로 $\angle AQP=60^\circ$

12 $\angle EPB=22^\circ$이므로 $\angle DPB=180^\circ-22^\circ=158^\circ$
이때 △BPC와 △DPC에서
$\overline{CB}=\overline{CD}$, $\overline{PC}$는 공통, $\angle BCP=\angle DCP=45^\circ$이므로
△BPC≡△DPC (SAS 합동)
즉, $\angle BPC=\angle DPC$이므로
$\angle DPC=\frac{1}{2}\angle DPB=\frac{1}{2}\times 158^\circ=79^\circ$
따라서 △APD에서 $\angle ADP+45^\circ=79^\circ$이므로
$\angle ADP=79^\circ-45^\circ=34^\circ$

13 $\triangle HBC=\frac{1}{4}\square ABCD$이므로
색칠한 부분의 넓이는
□ABCD+□EFGH−△HBC
$=(12\times 12)+(12\times 12)-\left(\frac{1}{4}\times 12\times 12\right)$
$=144+144-36=252\ (\text{cm}^2)$

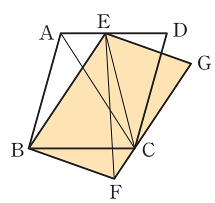
14 △AEO와 △DFO에서
$\overline{OA}=\overline{OD}$, $\angle OAE=\angle ODF=45^\circ$,
$\angle AOE=90^\circ-\angle FOA=\angle DOF$이므로
△AEO≡△DFO (ASA 합동)
따라서 $\overline{AE}=\overline{FD}=12-8=4$ (cm)
$\square AEOF=\triangle AEO+\triangle AOF$
$=\triangle DFO+\triangle AOF=\triangle AOD$
$=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 12\times 12=36(\text{cm}^2)$
따라서
$\triangle EOF=\square AEOF-\triangle AEF$
$=36-\frac{1}{2}\times 8\times 4=20\ (\text{cm}^2)$

15 □ABCD가 등변사다리꼴이므로 $\overline{AC}=\overline{DB}$
□AEBD가 평행사변형이므로 $\overline{AE}=\overline{DB}$
즉, $\overline{AE}=\overline{AC}$이므로 △AEC는 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle EAC=180^\circ-(42^\circ+42^\circ)=96^\circ$

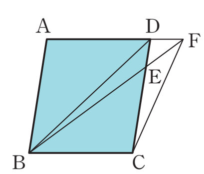
16 $\triangle ABH$와 $\triangle DFH$에서
$\overline{AB}=\overline{DF}$, $\angle ABH=\angle DFH$ (엇각),
$\angle BAH=\angle FDH$ (엇각)이므로
$\triangle ABH\equiv\triangle DFH$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{AH}=\overline{DH}$
마찬가지 방법으로 $\triangle ABG\equiv\triangle ECG$ (ASA 합동)이므로
$\overline{BG}=\overline{CG}$
이때 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BG}$이고 $\overline{AD}=2\overline{AB}$이므로
$\overline{AH}=\overline{AB}$이다.
즉, $\overline{AB}=\overline{AH}=\overline{BG}$이고 $\overline{AH}/\!/\overline{BG}$이므로 □ABGH는 마름모이다.
$\triangle ABP$에서 $\angle APB=90^\circ$이므로
$\angle BAP=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$
따라서 $\angle E=\angle BAP=50^\circ$ (엇각)

17 □ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로



$\triangle EBC=\triangle ABC=24\text{ cm}^2$
□EBFG에서 $\overline{EB}/\!/\overline{GF}$이므로
$\triangle EBC=\triangle EBF=\frac{1}{2}$□EBFG
$=24\,(\text{cm}^2)$
따라서 □EBFG$=2\times24=48\,(\text{cm}^2)$

18 $\overline{AF}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle DBF=\triangle DCF$



$\triangle DBE=\triangle DBF-\triangle DEF$
$=\triangle DCF-\triangle DEF$
$=\triangle ECF=12\,(\text{cm}^2)$
$\overline{DE}:\overline{CE}=1:3$이므로
$\triangle DBE:\triangle EBC=1:3$
따라서 $\triangle EBC=12\times3=36\,(\text{cm}^2)$이므로
□ABCD$=2\triangle DBC=2(\triangle DBE+\triangle EBC)$
$=2\times(12+36)=96\,(\text{cm}^2)$

고난도 실전 문제

42~47쪽

1 ⑤	**2** 90°	**3** 13 cm	**4** 12°	**5** 8 cm
6 ⑤	**7** ④, ⑤	**8** 16 m	**9** 15 cm^2	**10** 10 cm^2
11 120 cm^2	**12** 18 cm^2	**13** 12 cm^2	**14** 124°	**15** 45°
16 20 cm^2	**17** ①, ④	**18** 32 cm^2	**19** 70°	**20** 80°
21 58°	**22** $16\pi\text{ cm}^2$	**23** 108 cm^2	**24** 8 cm	**25** 6 cm
26 1	**27** (가) $\overline{AB}$ (나) ASA (다) $\overline{BH}$ (라) 마름모			
28 6 cm	**29** 8 cm^2	**30** $4\pi\text{ cm}^2$	**31** 10 cm^2	**32** 4 cm^2
33 8 cm^2	**34** 57 cm^2	**35** ④		

1 $\angle AEF=\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$이므로
$\angle CEF=\angle AEF=72^\circ$ (접은 각)
따라서 $\angle AEC=2\times72^\circ=144^\circ$
$\triangle EAC$는 $\overline{EA}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle EAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-144^\circ)=18^\circ$
이때 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle x=\angle EAC=18^\circ$ (엇각)

2 $\angle CDG=\angle ADG=\angle a$, $\angle GBF=\angle EBF=\angle b$라 하면
$\angle A=\angle ABE=2\angle b$ (엇각)
$\angle ADC+\angle A=180^\circ$이므로
$2\angle a+2\angle b=180^\circ$, $\angle a+\angle b=90^\circ$
또 $\angle AGD=\angle CDG=\angle a$ (엇각)이므로
$\angle BGF=\angle a$ (맞꼭지각)
따라서 $\triangle GFB$에서
$\angle GFB=180^\circ-(\angle a+\angle b)=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

3 $\triangle AFE$와 $\triangle DFO$에서
□ABOE는 평행사변형이므로 $\overline{AE}=\overline{BO}$
이때 $\overline{BO}=\overline{OD}$이므로 $\overline{AE}=\overline{OD}$
$\angle EAF=\angle FDO$ (엇각), $\angle AEF=\angle DOF$ (엇각)이므로
$\triangle AFE\equiv\triangle DFO$ (ASA 합동)
즉, $\overline{AF}=\overline{DF}$, $\overline{FE}=\overline{FO}$이므로
$\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$,
$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times14=7(\text{cm})$
따라서 $\overline{AF}+\overline{OF}=7+6=13\,(\text{cm})$

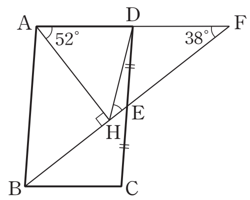
4 $\angle ADC=\angle B=\angle x$이므로 $\angle ADF=\frac{1}{2}\angle x$
$\triangle AFD$에서 $\frac{1}{2}\angle x+\angle y+90^\circ=180^\circ$이므로
$\frac{1}{2}\angle x+\angle y=90^\circ$ …… ㉠
또 $\angle B+\angle BAD=180^\circ$이므로
$\angle x+(64^\circ+\angle y)=180^\circ$, $\angle x+\angle y=116^\circ$ …… ㉡
㉡$-$㉠을 하면 $\frac{1}{2}\angle x=26^\circ$, $\angle x=52^\circ$ …… ❶
이것을 ㉡에 대입하면 $52^\circ+\angle y=116^\circ$, $\angle y=64^\circ$ …… ❷
따라서 $\angle y-\angle x=64^\circ-52^\circ=12^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기 구하기	50 %
❷ $\angle y$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle y-\angle x$의 크기 구하기	20 %

5 $\triangle AEO$와 $\triangle CFO$에서
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AEO=\angle CFO=90^\circ$, $\angle EAO=\angle FCO$ (엇각)
이므로 $\triangle AEO\equiv\triangle CFO$ (RHA 합동)
즉, $\overline{EO}=\overline{FO}$, $\overline{AE}=\overline{CF}=4\text{ cm}$이므로
$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times(4+8)\times\overline{OF}=24$, $\overline{OF}=4\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{EO}=\overline{FO}$이므로 $\overline{EF}=4+4=8\,(cm)$

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BE}$의 연장선의 교점을 F라 하면

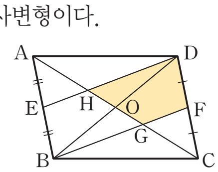


$\triangle AHF$에서
$\angle AFH=90^\circ-52^\circ=38^\circ$
$\triangle DEF$와 $\triangle CEB$에서
$\overline{DE}=\overline{CE}$, $\angle DEF=\angle CEB$ (맞꼭지각),
$\angle FDE=\angle BCE$ (엇각)이므로
$\triangle DEF\equiv\triangle CEB$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{DF}=\overline{CB}$이고, $\overline{AD}=\overline{BC}$에서 $\overline{AD}=\overline{DF}$이므로 점 D는 직각삼각형 AHF의 외심이다.
즉, $\overline{DA}=\overline{DH}=\overline{DF}$에서 $\triangle DHF$는 $\overline{DH}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DHE=\angle DFH=38^\circ$

7 ④ 동위각 ⑤ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$
따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

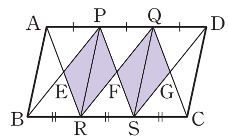
8 $\overline{AP}\,/\!/\,\overline{CQ}$이므로 $\overline{AQ}\,/\!/\,\overline{PC}$가 되려면 □AQCP는 평행사변형이어야 한다.
즉, $\overline{AP}=\overline{CQ}$이어야 한다.
점 Q가 점 C를 출발한 지 x초 후의 두 점 P, Q가 움직인 거리는 각각
$\overline{AP}=2(x+4)$ m, $\overline{CQ}=4x$ m
이때 $2(x+4)=4x$이어야 하므로
$2x+8=4x$, $2x=8$, $x=4$
따라서 $\overline{QC}=4x=4\times4=16\,(m)$일 때, $\overline{AQ}\,/\!/\,\overline{PC}$가 된다.

9 □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{EB}\,/\!/\,\overline{DF}$이고 $\overline{AB}=\overline{DC}$에서 $\overline{EB}=\overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.
한편 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면



$\triangle DHO$와 $\triangle BGO$에서
$\overline{OD}=\overline{OB}$, $\angle ODH=\angle OBG$ (엇각),
$\angle DOH=\angle BOG$ (맞꼭지각)이므로
$\triangle DHO\equiv\triangle BGO$ (ASA 합동)
따라서
□HGFD$=\triangle DHO+$□DOGF$=\triangle BGO+$□DOGF
$=\triangle DBF=\frac{1}{2}\triangle DBC$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$□ABCD
$=\frac{1}{4}\times60=15\,(cm^2)$

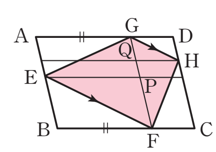
10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PR}$, $\overline{QS}$를 그으면 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로



$\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QD}=\overline{BR}=\overline{RS}=\overline{SC}$
즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABRP, □PRSQ, □QSCD는 모두 평행사변형이고 합동이다.
따라서 $\overline{AR}$와 $\overline{BP}$, $\overline{PS}$와 $\overline{RQ}$, $\overline{QC}$와 $\overline{SD}$의 교점을 각각 E, F, G라 하면
(색칠한 부분의 넓이)
$=\triangle PER+\triangle PRF+\triangle QFS+\triangle QSG$
$=\frac{1}{4}$□ABRP$+\frac{1}{4}$□PRSQ$+\frac{1}{4}$□PRSQ$+\frac{1}{4}$□QSCD
$=4\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$□ABCD$=\frac{1}{3}$□ABCD
$=\frac{1}{3}\times30=10\,(cm^2)$

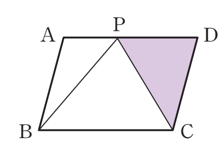
11 $\triangle ABP+\triangle DPC=\frac{1}{2}$□ABCD이고
$\triangle ABE=\frac{1}{2}$□ABCD이므로
$\triangle ABP+\triangle DPC=\triangle ABE$
즉, $\triangle APE=\triangle DPC$
이때 $\overline{BP}:\overline{PE}=2:3$이므로
$\triangle ABP:\triangle APE=\triangle ABP:\triangle DPC=2:3$
따라서 $\triangle ABP$의 넓이가 $80\,cm^2$이므로
$80:\triangle DPC=2:3$, $\triangle DPC=120\,(cm^2)$

12 $\overline{GF}$를 그으면 $\overline{AG}=\overline{BF}$, $\overline{AG}\,/\!/\,\overline{BF}$이므로 □ABFG는 평행사변형이다.



따라서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{GF}\,/\!/\,\overline{DC}$
또 두 점 E, H에서 $\overline{AD}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{GF}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면
□AEPG, □EBFP, □GQHD, □QFCH는 모두 평행사변형이다.
따라서
□EFHG
$=\triangle EPG+\triangle EFP+\triangle GQH+\triangle QFH$
$=\frac{1}{2}$(□AEPG+□EBFP+□GQHD+□QFCH)
$=\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{2}\times36=18\,(cm^2)$

13 $\triangle ABP+\triangle PCD=\frac{1}{2}$□ABCD이고



$\triangle PBC=\frac{1}{2}$□ABCD이므로
$\triangle ABP+\triangle PCD=\triangle PBC$
$\overline{AP}:\overline{PD}=2:3$이므로 $\triangle PCD=x\,cm^2$라 하면
$\triangle ABP:x=2:3$, $\triangle ABP=\frac{2}{3}x\,(cm^2)$
□ABCP$=\triangle ABP+\triangle PBC$

$=\triangle ABP+(\triangle ABP+\triangle PCD)$

$=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}x+x=\frac{7}{3}x$

$\frac{7}{3}x=28$이므로 $x=12$

따라서 $\triangle PCD$의 넓이는 $12\,cm^2$이다.

14 $\triangle ABE$에서

$\angle AEB=180^\circ-(22^\circ+90^\circ)=68^\circ$ …… ❶

$\angle AEF=\angle FEC$ (접은 각)이므로

$\angle FEC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$ …… ❷

이때 $\angle AFE=\angle FEC=56^\circ$ (엇각)이므로

$\angle DFE=180^\circ-56^\circ=124^\circ$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\angle AEB$의 크기 구하기	30 %
❷ $\angle FEC$의 크기 구하기	30 %
❸ $\angle DFE$의 크기 구하기	40 %

15 $\overline{AB}:\overline{AD}=2:3$이고 $\overline{BF}:\overline{FC}=2:1$이므로

$\overline{AB}=2a$, $\overline{BC}=3a$라 하면

$\overline{EB}=a$, $\overline{BF}=2a$, $\overline{FC}=a$

$\triangle BFE$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{EB}=\overline{FC}=a$, $\overline{BF}=\overline{CD}=2a$, $\angle B=\angle C=90^\circ$이므로

$\triangle BFE\equiv\triangle CDF$ (SAS 합동)

따라서 $\angle BFE=\angle CDF$, 즉 $\angle y=\angle CDF$

또 $\overline{EF}=\overline{FD}$이므로 $\triangle EFD$는 이등변삼각형이고

$\angle FED=\angle FDE$

이때 $\angle BFE+\angle DFC=\angle BFE+\angle FEB=90^\circ$이므로

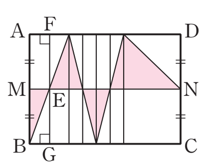
$\angle EFD=90^\circ$

따라서 $\triangle EFD$는 직각이등변삼각형이므로

$\angle FED=\angle FDE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=\angle x+\angle CDF=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

16 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 F, G라 하면 두 점 M, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{FG}$의 중점이므로



$\triangle MBE=\frac{1}{2}\square MBGE=\frac{1}{4}\square ABGF$

다른 색칠한 부분의 넓이도 마찬가지 방법으로 구할 수 있다.

따라서 $\square ABCD$의 넓이는 색칠한 부분의 넓이의 4배이므로

$\square ABCD=4\times5=20\,(cm^2)$

17 $\triangle ABE\equiv\triangle CBF$ (RHA 합동)

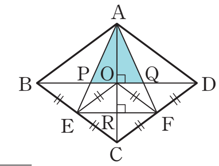
① $\overline{ED}=\overline{FD}$

③ $\angle BEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-88^\circ)=46^\circ$

④ $\angle BAD=88^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

18 $\square ABCD$는 마름모이므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$



$\triangle BOC$는 직각삼각형이고 점 E는 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\triangle BOC$의 외심이다.

따라서 $\overline{EB}=\overline{EO}=\overline{EC}$

같은 방법으로 $\triangle DOC$에서 $\overline{FD}=\overline{FO}=\overline{FC}$

$\square OECF$는 마름모이므로 $\overline{OC}\perp\overline{EF}$

$\triangle AOE=\triangle OCE=\frac{1}{8}\square ABCD$

$=\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}\times16\times24=24\,(cm^2)$

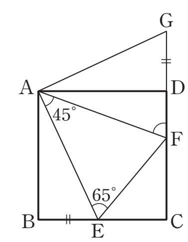
$\triangle OPA:\triangle OPE=\overline{AO}:\overline{OR}=2:1$이고

$\triangle AOE=\triangle OPA+\triangle OPE=24\,(cm^2)$이므로

$\triangle OPA=24\times\frac{2}{3}=16\,(cm^2)$

따라서 $\triangle APQ=2\triangle OPA=2\times16=32\,(cm^2)$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BE}=\overline{DG}$가 되도록 점 G를 잡으면



$\triangle ABE$와 $\triangle ADG$에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{DG}$,

$\angle ABE=\angle ADG=90^\circ$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ADG$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{AE}=\overline{AG}$, $\angle EAB=\angle GAD$

$\triangle AFG$와 $\triangle AFE$에서

$\overline{AG}=\overline{AE}$, $\overline{AF}$는 공통,

$\angle GAF=\angle GAD+\angle DAF=\angle EAB+\angle DAF$

$=90^\circ-45^\circ=45^\circ=\angle EAF$

이므로 $\triangle AFG\equiv\triangle AFE$ (SAS 합동)

따라서 $\angle AFD=\angle AFE=180^\circ-(45^\circ+65^\circ)=70^\circ$

20 $\triangle ADE$와 $\triangle CDG$에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}=\overline{DG}$, $\angle ADE=\angle 90^\circ-\angle EDC=\angle CDG$

이므로 $\triangle ADE\equiv\triangle CDG$ (SAS 합동)

$\angle CGD=\angle AED=180^\circ-(\angle EAD+\angle ADE)$

이때 $\angle EAD=90^\circ-52^\circ=38^\circ$, $\angle ADE=90^\circ-28^\circ=62^\circ$이므로

$\angle CGD=180^\circ-(38^\circ+62^\circ)=80^\circ$

21 $\triangle ADE$와 $\triangle CDE$에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}$는 공통, $\angle ADE=\angle CDE$

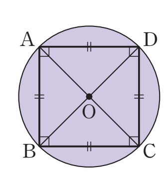
따라서 $\triangle ADE\equiv\triangle CDE$ (SAS 합동)이므로

$\angle DAE=\angle DCE$

한편 $\angle DAE=\angle EFC=32^\circ$ (엇각)이므로 $\angle DCE=32^\circ$

따라서 $\angle ECB=\angle DCB-\angle DCE=90^\circ-32^\circ=58^\circ$

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하므로



$\overline{AC}=\overline{BD}=2r$ cm

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}$에서

$32=\frac{1}{2}\times 2r\times 2r$, $r^2=16$

이때 $r>0$이므로 $r=4$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이므로 구하는 넓이는

$\pi\times 4^2=16\pi$ (cm^2)

23 △OBE와 △OCF에서

$\angle BOE=90^\circ-\angle EOC=\angle COF$, $\overline{OB}=\overline{OC}$,

$\angle OBE=\angle OCF=45^\circ$이므로

△OBE≡△OCF (ASA 합동) ······ ❶

즉,

$\square OECF=\triangle OEC+\triangle OCF$

$=\triangle OEC+\triangle OBE$

$=\triangle OBC=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 12\times 12=36$ (cm^2) ······ ❷

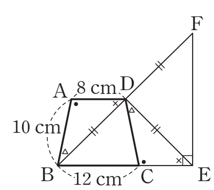
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\square ABCD-\square OECF=12\times 12-36$

$=108$ (cm^2) ······ ❸

채점 기준	비율
❶ △OBE≡△OCF임을 보이기	40 %
❷ □OECF의 넓이 구하기	30 %
❸ 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

24 $\overline{DE}$를 그으면 △BEF가 직각삼각형이고 점 D가 $\overline{BF}$의 중점이므로 점 D는 △BEF의 외심이다.



즉, $\overline{DB}=\overline{DF}=\overline{DE}$

또한

$\angle DAB=\angle 180^\circ-\angle DCB=\angle DCE$

한편 $\angle ADB=\angle DBE$ (엇각), $\angle DBE=\angle DEB$ (이등변삼각형)이므로 $\angle ADB=\angle DEB$

△ABD와 △CDE에서

$\overline{DB}=\overline{ED}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$

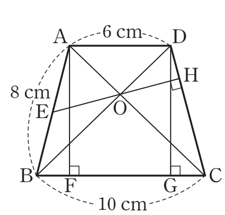
$\angle ABD=180^\circ-(\angle DAB+\angle ADB)$

$=180^\circ-(\angle DCE+\angle DEB)=\angle CDE$

이므로 △ABD≡△CDE (SAS 합동)

따라서 $\overline{CE}=\overline{AD}=8$ cm

25 △OAB와 △ODC에서



$\angle AOB=\angle DOC=90^\circ$,

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABO=\angle DCO$이므로

△OAB≡△ODC (RHA 합동)

$\angle OAB=\angle ODC=90^\circ-\angle DOH$

$=90^\circ-\angle EOB=\angle AOE$

따라서 $\overline{AE}=\overline{EO}$

또한 $\angle OBA=\angle OCD=90^\circ-\angle ODH=\angle DOH=\angle EOB$

따라서 $\overline{EO}=\overline{EB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4$ (cm)

한편 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 G라 하면 $\overline{FG}=6$ cm이므로

$\overline{BF}=\overline{CG}=\frac{1}{2}\times(10-6)=2$ (cm)

따라서 $\overline{EO}+\overline{BF}=4+2=6$ (cm)

26 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개이므로 $a=4$

두 대각선의 길이가 같은 사각형은 ㄷ, ㅁ, ㅂ의 3개이므로 $b=3$

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개이므로 $c=4$

이웃하는 두 내각의 크기의 합이 항상 180°인 사각형은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개이므로 $d=4$

따라서 $a-b-c+d=4-3-4+4=1$

28 □ABCD는 평행사변형이므로 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같고, 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이다.

즉, $\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B=90^\circ$

△ABE에서

$\angle AEB=180^\circ-\left(\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B\right)=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

이므로 $\angle HEF=\angle AEB=90^\circ$ (맞꼭지각)

같은 방법으로 △GCD에서 $\angle HGF=\angle DGC=90^\circ$

또한 △AFD에서

$\angle AFD=180^\circ-\left(\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle D\right)=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

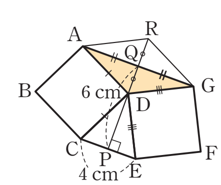
같은 방법으로 △BCH에서 $\angle BHC=90^\circ$

따라서 □EFGH는 직사각형이므로 두 대각선의 길이는 같고 서로 다른 것을 이등분한다.

$\overline{EG}=\overline{FH}$이므로 $\overline{EG}=12$ cm

따라서 $\overline{EO}=\frac{1}{2}\overline{EG}=\frac{1}{2}\times 12=6$ (cm)

29 $\overline{DQ}$의 연장선 위에 $\overline{DQ}=\overline{QR}$인 R를 잡으면 □ADGR는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.



△CDE와 △RGD에서

$\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{RG}$, $\overline{DE}=\overline{GD}$

$\angle CDE=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+\angle ADG)=180^\circ-\angle ADG$

$=180^\circ-(180^\circ-\angle DGR)=\angle DGR$

△CDE≡△RGD (SAS 합동)이므로 $\overline{RD}=\overline{CE}=4$ cm

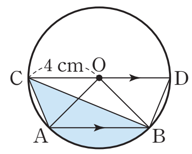
이때 $\overline{DP}=\overline{QP}-\overline{QD}=6-2=4$ (cm)

따라서 △ADG의 넓이는

$\triangle RGD=\triangle CDE=\frac{1}{2}\times\overline{CE}\times\overline{DP}$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$ (cm^2)

30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\triangle CAB = \triangle OAB$

따라서

(색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 OAB의 넓이)

이때 $\widehat{AB}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{4}$이므로

$\angle AOB = \frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} = 4\pi \ (\text{cm}^2)$

31 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle AED = \triangle BED$

$\triangle AFD + \triangle DFE = \triangle BEF + \triangle DFE$

따라서 $\triangle AFD = \triangle BEF$

평행사변형 ABCD에서 $\triangle ABD = \triangle BCD$이므로

$\triangle ABF + \triangle AFD = \triangle BCE + \triangle BEF + \triangle DFE$

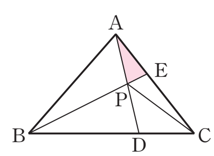
$30 + \triangle AFD = 20 + \triangle AFD + \triangle DFE$

따라서 $\triangle DFE = 30 - 20 = 10 \ (\text{cm}^2)$

32 $\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 1$이므로

$\triangle ADC = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 60 = 20 \ (\text{cm}^2)$ …… ❶

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CP}$를 그으면



$\triangle CAP : \triangle CPD = \overline{AP} : \overline{DP} = 1 : 1$

이므로

$\triangle CAP = \frac{1}{2} \triangle ADC$

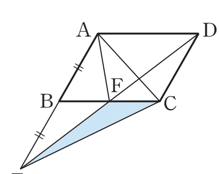
$= \frac{1}{2} \times 20 = 10 \ (\text{cm}^2)$ …… ❷

$\triangle APE : \triangle PCE = \overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 3$이므로

$\triangle APE = \frac{2}{5} \triangle CAP = \frac{2}{5} \times 10 = 4 \ (\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\triangle ADC$의 넓이 구하기	30 %
❷ $\triangle CAP$의 넓이 구하기	30 %
❸ $\triangle APE$의 넓이 구하기	40 %

33 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\triangle ACD = \triangle AFD = 16 \text{ cm}^2$

$\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{BE}$이므로

$\triangle BEC = \triangle ABC = \triangle ACD$

$= 16 \text{ cm}^2$

$\triangle BEF$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{BE} = \overline{BA} = \overline{CD}$, $\angle BEF = \angle CDF$ (엇각),

$\angle EBF = \angle DCF$ (엇각)이므로

$\triangle BEF \equiv \triangle CDF$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{BF} = \overline{CF}$이므로

$\triangle FEC = \frac{1}{2} \triangle BEC = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \ (\text{cm}^2)$

34 $\triangle AFE = \frac{1}{4} \triangle ABE = \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \triangle ABC$

$= \frac{1}{5} \times 150 = 30 \ (\text{cm}^2)$

$\triangle BDF = \frac{2}{5} \triangle BCF = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \triangle ABC$

$= \frac{3}{10} \times 150 = 45 \ (\text{cm}^2)$

$\triangle DCE = \frac{1}{5} \triangle DCA = \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} \triangle ABC$

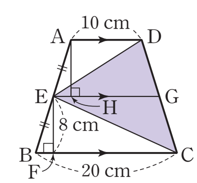
$= \frac{3}{25} \times 150 = 18 \ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle FDE$의 넓이는

$\triangle ABC - (\triangle AFE + \triangle BDF + \triangle DCE)$

$= 150 - (30 + 45 + 18) = 57 \ (\text{cm}^2)$

35 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{AD}$와 평행한 직선이 $\overline{DC}$와 만나는 점을 G, 점 A에서 $\overline{EG}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle AEH$와 $\triangle EBF$에서

$\angle AHE = \angle EFB = 90^\circ$, $\overline{AE} = \overline{EB}$,

$\angle AEH = \angle EBF$ (동위각)이므로

$\triangle AEH \equiv \triangle EBF$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{AH} = \overline{EF} = 8$ cm이므로

$\triangle ECD = \square ABCD - (\triangle AED + \triangle EBC)$

$= \frac{1}{2} \times (10 + 20) \times 16 - \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 8 + \frac{1}{2} \times 20 \times 8\right)$

$= 240 - 120$

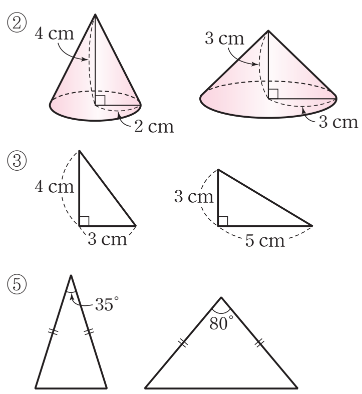
$= 120 \ (\text{cm}^2)$

3. 도형의 닮음

필수 확인 문제 52~55쪽

1 ①, ④	**2** $\frac{18}{5}$ cm	**3** 8 cm	**4** 10	**5** 128
6 16π cm^2	**7** ②	**8** ②	**9** 3 cm	**10** 28
11 16 cm	**12** ③	**13** $\frac{35}{4}$ cm	**14** 5 cm	**15** 450 cm^2
16 $\frac{3}{4}$	**17** 25 cm^2	**18** 40000원	**19** ①	**20** 4000원
21 ④	**22** 140 cm^3	**23** ③	**24** 4 km	

1 닮음이 아닌 경우의 예는 다음과 같다.



2 두 직사각형 ABCD와 DEFC가 서로 닮은 도형이므로 닮음비는
$\overline{AD}:\overline{DC}=10:6=5:3$
이때 $\overline{AB}:\overline{DE}=5:3$이고
$\overline{AB}=6$ cm이므로 $6:\overline{DE}=5:3$
따라서 $5\overline{DE}=18$이므로 $\overline{DE}=\frac{18}{5}$ (cm)

3 $\triangle ABC$와 $\triangle CBD$가 닮은 도형이므로
$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BC}:\overline{BD}$
이때 $\overline{AB}=4+12=16$ (cm), $\overline{BD}=4$ cm이므로
$16:\overline{CB}=\overline{BC}:4$
따라서 $\overline{BC}^2=64$, $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=8$ (cm)

4 두 정삼각형의 둘레의 길이의 합이 30 cm이므로
작은 정삼각형의 둘레의 길이는 $30\times\frac{2}{5}=12$ (cm)이고
큰 정삼각형의 둘레의 길이는 $30\times\frac{3}{5}=18$ (cm)이다.
즉, 정삼각형의 한 변의 길이는 각각 4 cm, 6 cm이다.
따라서 $x=4$, $y=6$이므로 $x+y=4+6=10$

5 두 삼각뿔의 닮음비는 $\overline{AD}:\overline{EH}=12:9=4:3$이므로
$x:8=4:3$에서
$3x=32$, $x=\frac{32}{3}$ …… ❶
$16:y=4:3$에서
$4y=48$, $y=12$ …… ❷
따라서 $xy=\frac{32}{3}\times12=128$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ x의 값 구하기	40 %
❷ y의 값 구하기	40 %
❸ xy의 값 구하기	20 %

6 두 원기둥의 닮음비는 $8:10=4:5$
원기둥 A의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$r:5=4:5$
따라서 $r=4$이므로 원기둥 A의 한 밑면인 원의 넓이는
$\pi\times4^2=16\pi$ (cm^2)

7 두 직각삼각형 ABD와 ACE에서 $\angle A$는 공통이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle ACE$ (AA 닮음)
두 직각삼각형 FBE와 FCD에서 $\angle EBF=\angle DCF$이므로
$\triangle FBE \backsim \triangle FCD$ (AA 닮음)
두 직각삼각형 FBE와 ABD에서 $\angle FBE$는 공통이므로
$\triangle FBE \backsim \triangle ABD$ (AA 닮음)
따라서 $\triangle ABD \backsim \triangle ACE \backsim \triangle FBE \backsim \triangle FCD$이므로
닮은 삼각형이 아닌 것은 ②이다.

8 ② $\triangle ABC$에서 $\angle C=75°$이면
$\angle A=180°-(40°+75°)=65°$
또 $\triangle DEF$에서 $\angle D=65°$이면
$\angle A=\angle D=65°$, $\angle C=\angle F=75°$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)

9 $\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서
$\overline{AC}:\overline{EC}=\overline{BC}:\overline{DC}=2:1$, $\angle C$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (SAS 닮음) …… ❶
$\overline{BA}:\overline{DE}=2:1$, 즉 $6:\overline{DE}=2:1$이므로
$2\overline{DE}=6$
따라서 $\overline{DE}=3$ (cm) …… ❷

채점 기준	비율
❶ $\triangle ABC$와 $\triangle EDC$가 닮음임을 알기	50 %
❷ $\overline{DE}$의 길이 구하기	50 %

10 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서
$\angle B=\angle ACD$, $\angle A$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)
이때 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{AD}=15:9=5:3$이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=(x+9):15=5:3$
$3(x+9)=75$, $x+9=25$, $x=16$
또한 $\overline{BC}:\overline{CD}=20:y=5:3$이므로
$5y=60$, $y=12$
따라서 $x+y=16+12=28$

11 △ABC와 △CBD에서
$\angle BAC=\angle BCD$, $\angle B$가 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)
이때 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{CD}=5:3$
$\overline{BC}:\overline{BD}=5:3$에서 $\overline{BC}=15$ cm이므로
$15:\overline{BD}=5:3$, $\overline{BD}=9$ (cm)
$\overline{AB}:\overline{CB}=5:3$에서 $\overline{AD}=a$ cm라 하면
$a+9:15=5:3$, $3(a+9)=75$, $a=16$
따라서 $\overline{AD}=16$ cm

12 △AFE와 △CFB에서
$\angle FAE=\angle FCB$ (엇각), $\angle FEA=\angle FBC$ (엇각)이므로
$\triangle AFE \backsim \triangle CFB$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AE}:\overline{CB}=\overline{AF}:\overline{CF}$, 즉 $\overline{AE}:12=6:9$이므로
$9\overline{AE}=72$, $\overline{AE}=8$ (cm)
이때 $\overline{AD}=\overline{BC}=12$ cm이므로
$\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=12-8=4$ (cm)

13 △BED와 △CFE에서
$\angle B=\angle C=60^\circ$, $\angle BDE=120^\circ-\angle BED=\angle CEF$이므로
$\triangle BED \backsim \triangle CFE$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{BD}:\overline{CE}=\overline{DE}:\overline{EF}$, 즉 $(15-7):10=7:\overline{EF}$이므로
$8\overline{EF}=70$, $\overline{EF}=\frac{35}{4}$ (cm)
따라서 $\overline{AF}=\overline{EF}=\frac{35}{4}$ (cm)

14 두 직각삼각형 ABD와 CBE에서 $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle CBE$ (AA 닮음)
$\overline{BD}:\overline{DC}=2:3$이므로 $\overline{BD}=\frac{2}{5}\overline{BC}=\frac{2}{5}\times 10=4$ (cm)
$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BD}:\overline{BE}$이므로 $8:10=4:\overline{BE}$
따라서 $8\overline{BE}=40$이므로 $\overline{BE}=5$ (cm)

15 두 직각삼각형 ADE와 ADC에서
$\overline{AD}$는 공통, $\angle EAD=\angle CAD$이므로
$\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{AE}=\overline{AC}=60$ cm
두 직각삼각형 ABC와 DBE에서 $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$ (AA 닮음)
$\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BE}$이므로 $68:17=(17+\overline{CD}):8$
$17+\overline{CD}=32$, $\overline{CD}=15$ (cm)
따라서 △ADC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times 15\times 60=450$ (cm^2)

16 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로
$5^2=4\times(4+x)$
$25=16+4x$, $x=\frac{9}{4}$ …… ❶
$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로
$y^2=4\times\frac{9}{4}=9$
이때 $y>0$이므로 $y=3$ …… ❷
따라서 $y-x=3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ x의 값 구하기	40 %
❷ y의 값 구하기	40 %
❸ $y-x$의 값 구하기	20 %

17 $\overline{AB}:\overline{AD}:\overline{AF}=1:2:3$이므로
$\triangle ABC:\triangle ADE:\triangle AFG=1:4:9$
$\triangle ABC:\square DFGE=\triangle ABC:(\triangle AFG-\triangle ADE)=1:5$
이므로
$5:\square DFGE=1:5$, $\square DFGE=25$ (cm^2)
따라서 □DFGE의 넓이는 25 cm^{2}이다.

18 지름의 길이가 20 cm인 피자와 지름의 길이가 40 cm인 피자의 닮음비는 $1:2$이므로 넓이의 비는 $1:4$이다.
지름의 길이가 40 cm인 피자의 가격을 k원이라 하면
$10000:k=1:4$, $k=40000$
따라서 피자의 가격은 40000원이다.

19 두 원뿔 A, B의 닮음비는 $6:8=3:4$이므로 겉넓이의 비는
$3^2:4^2=9:16$
따라서 108π : (원뿔 B의 겉넓이)$=9:16$이므로
(원뿔 B의 겉넓이)$=192\pi$ (cm^2)

20 두 수박의 닮음비는 $12:18=2:3$이므로 부피의 비는
$2^3:3^3=8:27$
구하는 작은 수박의 가격을 x원이라 하면
$x:13500=8:27$
이므로 $27x=108000$, $x=4000$
따라서 작은 수박의 가격은 4000원이다.

21 겉넓이의 비가 $9:25=3^2:5^2$인 두 입체도형 P와 Q의 닮음비는 $3:5$이므로 부피의 비는
$3^3:5^3=27:125$
따라서 (P의 부피) : (Q의 부피)$=27:125$
즉, 54 : (Q의 부피)$=27:125$이므로
(Q의 부피)$=250$ (cm^3)

22 원뿔 모양의 그릇에 물을 가득 채웠을 때의 물의 부피와 그릇의 높이의 $\frac{1}{2}$까지 채워진 물의 부피의 비는 $2^3:1^3=8:1$
더 부어야 하는 물의 양을 x cm^{3}라 하면
$x:20=(8-1):1$, $x=140$
따라서 140 cm^3 만큼 더 부어야 한다.

23 24 m$=$2400 cm이므로
축척을 구하면 $12:2400=1:200$

즉, 축척이 $\frac{1}{200}$인 축도이다.
따라서 $\overline{AD}$의 실제 거리는
$(6+3)\times200=1800\,(\text{cm})=18\,(\text{m})$

24 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서
$\angle A$는 공통, $\angle ABC=\angle ADE=90°$이므로
$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)
축도에서 $\overline{AB}=x$ cm라 하면
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$
즉, $x:(x+1)=4.8:6$이므로
$6x=4.8x+4.8$
$1.2x=4.8$, $x=4$
따라서 실제 강의 폭은
$4\times100000=400000\,(\text{cm})=4\,(\text{km})$

고난도 대표 유형 56~59쪽

1 $2x^2=y^2$	2 $\frac{96}{5}$ cm	3 256π cm^2	4 5 cm	5 $\frac{4}{3}$ cm
6 75°	7 36 cm	8 $\frac{15}{2}$ cm	9 10 cm^2	10 54 cm^2
11 125	12 20.3 m			

1 처음 전지의 짧은 변의 길이가 x, 긴 변의 길이가 y이므로
A_1 용지의 긴 변의 길이는 x, 짧은 변의 길이는 $\frac{y}{2}$
A_2 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{x}{2}$, 긴 변의 길이는 $\frac{y}{2}$
A_3 용지의 긴 변의 길이는 $\frac{x}{2}$, 짧은 변의 길이는 $\frac{y}{4}$
⋮
두 용지 A_1과 A_2가 서로 닮은 도형이 되어야 하므로
$x:\frac{y}{2}=\frac{y}{2}:\frac{x}{2}$
따라서 $\frac{x^2}{2}=\frac{y^2}{4}$이므로 $2x^2=y^2$

2 □ABCD와 □DAEF의 닮음비는
$\overline{CD}:\overline{EF}=50:30=5:3$
이때 $\overline{BC}:\overline{AE}=5:3$에서
$30:\overline{AE}=5:3$이므로 $\overline{AE}=\frac{90}{5}=18\,(\text{cm})$
□ABCD와 □AEHG의 닮음비는
$\overline{AB}:\overline{AE}=50:18=25:9$
이때 $\overline{BC}:\overline{EH}=25:9$에서
$30:\overline{EH}=25:9$이므로 $\overline{EH}=\frac{270}{25}=\frac{54}{5}\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{HF}=\overline{EF}-\overline{EH}=30-\frac{54}{5}=\frac{96}{5}\,(\text{cm})$

3 자른 원뿔과 처음 원뿔의 닮음비는 $(24-9):24=5:8$
처음 원뿔의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$10:r=5:8$, $5r=80$, $r=16$
따라서 처음 원뿔의 밑면의 넓이는
$\pi\times16^2=256\pi\,(\text{cm}^2)$

4 $\triangle ACF$에서 $\angle CFD=\angle CAF+\angle ACF$
$\triangle ABD$에서 $\angle CDF=\angle BAD+\angle ABD$
$\triangle CDF$는 이등변삼각형이므로 $\angle CFD=\angle CDF$
이때 $\angle CAF=\angle BAD$이므로 $\angle ACF=\angle ABD$
따라서 $\triangle ACF \sim \triangle ABD$ (AA 닮음)
$\overline{AF}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AB}$에서
$\overline{AF}:8=10:16$이므로
$\overline{AF}=\frac{80}{16}=5\,(\text{cm})$

5 $\triangle GCH$와 $\triangle EFH$에서 $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{FE}$이므로
$\angle GHC=\angle EHF$ (맞꼭지각), $\angle GCH=\angle EFH$ (엇각)
따라서 $\triangle GCH \sim \triangle EFH$ (AA 닮음)
이때 점 G는 $\overline{BC}$의 중점이므로
$\triangle GCH$와 $\triangle EFH$의 닮음비는 $1:2$이다.
$\overline{CF}=2\overline{AB}=2\times2=4\,(\text{cm})$이므로
$\overline{CH}=\frac{1}{3}\overline{CF}=\frac{4}{3}\,(\text{cm})$

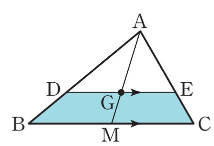
6 $\triangle OBD$와 $\triangle OCE$에서
$\angle BDO=\angle CEO$, $\angle DOB=\angle EOC$이므로
$\triangle OBD \sim \triangle OCE$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{OD}:\overline{OE}=\overline{OB}:\overline{OC}$
$\triangle ODE$와 $\triangle OBC$에서 $\angle DOE=\angle BOC$이므로
$\triangle ODE \sim \triangle OBC$ (SAS 닮음)
따라서 $\angle ODE=\angle OBC=30°$
$\triangle BCE$는 이등변삼각형이므로
$\angle BCE=\angle BEC=\angle BDC=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$
$\angle ADE=180°-(\angle ODE+\angle BDC)$
$=180°-(30°+75°)=75°$

7 $\overline{EA}=\overline{EA'}$이므로 $\overline{AB}=10+8=18\,(\text{cm})$
$\overline{A'C}=18-6=12\,(\text{cm})$
$\triangle EBA'$과 $\triangle A'CP$에서
$\angle BEA'=\angle CA'P$이므로
$\triangle EBA' \sim \triangle A'CP$ (AA 닮음)
$\overline{BE}:\overline{CA'}=\overline{EA'}:\overline{A'P}$에서
$8:12=10:\overline{A'P}$이므로 $\overline{A'P}=\frac{120}{8}=15\,(\text{cm})$
$\overline{BE}:\overline{CA'}=\overline{BA'}:\overline{CP}$에서
$8:12=6:\overline{CP}$이므로 $\overline{CP}=\frac{72}{8}=9\,(\text{cm})$
따라서 $\triangle A'CP$의 둘레의 길이는

$\overline{A'P}+\overline{CP}+\overline{A'C}=15+9+12=36\,(\mathrm{cm})$

8 두 직각삼각형 ABD와 MED에서 ∠EDM은 공통이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle MED$ (AA 닮음)
$\overline{AB}:\overline{ME}=\overline{AD}:\overline{MD}$에서
$3:\overline{ME}=4:\frac{5}{2}$이므로 $\overline{ME}=\frac{1}{4}\times\frac{15}{2}=\frac{15}{8}\,(\mathrm{cm})$
$\overline{AD}:\overline{MD}=\overline{BD}:\overline{ED}$에서
$4:\frac{5}{2}=5:\overline{ED}$이므로 $\overline{ED}=\frac{1}{4}\times\frac{25}{2}=\frac{25}{8}\,(\mathrm{cm})$
따라서 △EMD의 둘레의 길이는
$\overline{MD}+\overline{ME}+\overline{ED}=\frac{5}{2}+\frac{15}{8}+\frac{25}{8}=\frac{60}{8}=\frac{15}{2}\,(\mathrm{cm})$

9 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 M이라 하자.



선분 DE와 선분 BC는 평행하므로
$\triangle ADG \backsim \triangle ABM$ (AA 닮음)이고
$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)이다.
점 G가 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$이고
△ADG와 △ABM의 닮음비가 2 : 3이다.
△ADE와 △ABC의 닮음비도 2 : 3이므로
$\triangle ADE:\triangle ABC=4:9$
즉, $8:\triangle ABC=4:9$이므로
$\triangle ABC=\frac{72}{4}=18\,(\mathrm{cm^2})$
따라서 □DBCE의 넓이는
$\triangle ABC-\triangle ADE=18-8=10\,(\mathrm{cm^2})$

10 상자 A에 들어 있는 구슬 1개와 상자 B에 들어 있는 구슬 1개의 반지름의 길이의 비는 3 : 1이므로 겉넓이의 비는 9 : 1이다.
상자 A에 들어 있는 구슬 1개의 겉넓이가 $18\,\mathrm{cm^2}$이므로 상자 B에 들어 있는 구슬 1개의 겉넓이는 $2\,\mathrm{cm^2}$이다.
따라서 상자 B에 들어 있는 구슬 전체의 겉넓이는
$2\times27=54\,(\mathrm{cm^2})$

11 두 각설탕의 닮음비가 6 : 30=1 : 5이므로
부피의 비는 1 : 125이다.
따라서 한 모서리의 길이가 30 mm인 각설탕 1개를 자르면 한 모서리의 길이가 6 mm인 각설탕 125개를 만들 수 있다.

12 건물의 높이를 x m라 하면
$1:0.2=(x-0.3):4$
$0.2x-0.06=4$
$0.2x=4.06,\ x=20.3$
따라서 건물의 높이는 20.3 m이다.

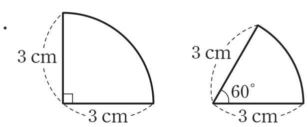
고난도 실전 문제

60~63쪽

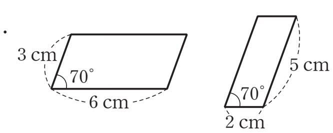
1 ㄴ, ㄹ, ㅁ	**2** 81 : 1	**3** $\frac{36}{5}$ cm	**4** $\frac{64}{3}\pi\ \mathrm{cm^2}$	**5** $\frac{14}{3}$ cm
6 $\frac{406}{17}$ cm	**7** 24 cm	**8** $\frac{4}{3}$ cm	**9** 26 cm	**10** $\frac{60}{7}\ \mathrm{cm^2}$
11 13 : 3	**12** $\frac{64}{9}$ cm	**13** $\frac{225}{16}\ \mathrm{cm^2}$	**14** 2 cm	**15** $\frac{1}{5}\ \mathrm{cm^2}$
16 ③	**17** $38\ \mathrm{cm^2}$	**18** $\frac{54}{25}\ \mathrm{cm^2}$	**19** $20\ \mathrm{cm^2}$	**20** $\frac{5}{2}$배
21 152	**22** 3.84분	**23** $\frac{40000}{9}\ \mathrm{cm^2}$		**24** 2.4 m

1 닮은 도형이 아닌 경우의 예는 다음과 같다.

ㄱ.



ㄷ.

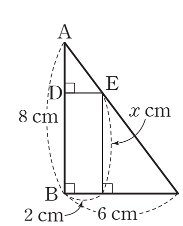


따라서 닮은 도형인 것은 ㄴ ㄹ, ㅁ이다.

2 [n단계]에서 지워지는 정사각형과 [$(n+1)$단계]에서 지워지는 정사각형의 닮음비는 $1:\frac{1}{3}=3:1$
[5단계]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면
[5단계]에서 지워지는 정사각형과 [9단계]에서 지워지는 정사각형의 한 변의 길이의 비는
$x:\left(x\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)=x:\frac{1}{81}x$
따라서 구하는 닮음비는 $x:\frac{1}{81}x=81:1$

3 세 직사각형 ABCD, GAEH, EBFH가 서로 닮은 도형이므로
$\overline{AD}:\overline{DC}=\overline{GH}:\overline{HE}=\overline{EH}:\overline{HF}$
이때 $\overline{AD}:\overline{DC}=20:15=4:3$이므로
$\overline{GH}:\overline{HE}=4:3,\ \overline{EH}:\overline{HF}=4:3$에서
$\overline{EH}=\overline{BF}=x$ cm라 하면 $\overline{GH}=\frac{4}{3}x$ cm, $\overline{HF}=\frac{3}{4}x$ cm
$\overline{GH}+\overline{HF}=\overline{DC}=15\,(\mathrm{cm})$이므로
$\frac{4}{3}x+\frac{3}{4}x=15,\ \frac{25}{12}x=15,\ x=\frac{36}{5}$
따라서 $\overline{BF}=\frac{36}{5}$ cm

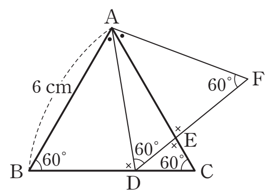
4 오른쪽 그림에서 원기둥의 높이를 x cm라 하면 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)



$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$에서
$(8-x):8=2:6$
$48-6x=16,\ 6x=32,\ x=\frac{16}{3}$
따라서 원기둥의 옆면의 넓이는

$2\pi \times 2 \times \frac{16}{3} = \frac{64}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

5 $\overline{DE}$의 연장선 위에 $\triangle ADF$가 정삼각형이 되도록 점 F를 정하고 크기가 같은 각끼리 표시하면 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 1$이므로

$\overline{BD} = 4\text{ cm}$, $\overline{DC} = 2\text{ cm}$

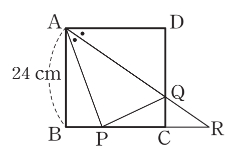
$\triangle ABD \backsim \triangle DCE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BD} : \overline{CE}$에서

$6 : 2 = 4 : \overline{CE}$, $\overline{CE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{CE} = 6 - \frac{4}{3} = \frac{14}{3}\ (\text{cm})$

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 R라 하면



$\overline{PC} = 24 \times \frac{7}{12} = 14\ (\text{cm})$

$\triangle PCQ = \frac{1}{2} \times 14 \times \overline{QC} = 49\ (\text{cm}^2)$이므로

$\overline{QC} = 7\ (\text{cm})$

두 직각삼각형 AQD와 RQC에서

$\angle DAQ = \angle CRQ$ (엇각)이므로

$\triangle AQD \backsim \triangle RQC$ (AA 닮음)

$\overline{DA} : \overline{CR} = \overline{DQ} : \overline{CQ}$이므로

$24 : \overline{CR} = (24-7) : 7$, $\overline{CR} = \frac{24 \times 7}{17} = \frac{168}{17}\ (\text{cm})$

따라서 $\angle PAQ = \angle QAD = \angle QRC$ (엇각)에서 $\triangle APR$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AP} = \overline{PR} = \overline{PC} + \overline{CR} = 14 + \frac{168}{17} = \frac{406}{17}\ (\text{cm})$

7 $\overline{DE} = x\text{ cm}$라 하면 $\overline{DG} = 2x\text{ cm}$

$\triangle ABC$와 $\triangle ADG$에서

$\angle A$는 공통, $\angle B = \angle ADG$ (동위각)이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle ADG$ (AA 닮음)

$\overline{AH}$와 $\overline{DG}$의 교점을 H′이라 하면

$\overline{AH} : \overline{AH'} = \overline{BC} : \overline{DG}$, 즉 $8 : (8-x) = 16 : 2x$이므로

$16x = 128 - 16x$, $32x = 128$, $x = 4$

따라서 직사각형 DEFG의 둘레의 길이는

$2(x+2x) = 6x = 6 \times 4 = 24\ (\text{cm})$

8 $\triangle ABC$와 $\triangle ADF$에서

$\angle A$는 공통, $\angle B = \angle ADF$ (동위각)이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)

$\square BEFD$가 마름모이므로

마름모의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$라 하면

$\overline{AD} = (4-x)\text{ cm}$

이때 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DF}$이므로

$4 : (4-x) = 2 : x$, $4x = 8 - 2x$, $x = \frac{4}{3}$

따라서 마름모 BEFD의 한 변의 길이는 $\frac{4}{3}$ cm이다.

9 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\angle EDF = \angle DAC + \angle ACD = \angle DAC + \angle BAE = \angle BAC$,

$\angle DEF = \angle BAE + \angle ABE = \angle CBF + \angle ABE = \angle ABC$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음) …… ❶

이때 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비는

$\overline{AB} : \overline{DE} = 8 : 4 = 2 : 1$이므로

$\overline{BC} : \overline{EF} = 2 : 1$, 즉 $\overline{BC} : 5 = 2 : 1$에서

$\overline{BC} = 10\ (\text{cm})$ …… ❷

$\overline{AC} : \overline{DF} = 2 : 1$, 즉 $\overline{AC} : 4 = 2 : 1$에서

$\overline{AC} = 8\ (\text{cm})$ …… ❸

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 8 + 10 + 8 = 26\ (\text{cm})$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$임을 알기	30 %
❷ $\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %
❸ $\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %
❹ $\triangle ABC$의 둘레의 길이 구하기	30 %

10 $\triangle QDE \backsim \triangle QBG$ (AA 닮음)이므로

닮음비는 $\overline{ED} : \overline{GB} = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 3 : 4$이다.

이때 $\overline{QD} : \overline{QB} = 3 : 4$이므로

$\overline{QD} = 3x\text{ cm}$, $\overline{QB} = 4x\text{ cm}$라 하면

$\overline{BD} = 3x + 4x = 7x\ (\text{cm})$

$\triangle PBF \backsim \triangle PDE$ (AA 닮음)이므로

닮음비는 $\overline{BF} : \overline{DE} = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2 : 3$이다.

이때 $\overline{PB} : \overline{PD} = 2 : 3$이므로

$\overline{PB} = \frac{2}{5}\overline{BD} = \frac{2}{5} \times 7x = \frac{14}{5}x\ (\text{cm})$

$\overline{PQ} = \overline{QB} - \overline{PB} = 4x - \frac{14}{5}x = \frac{6}{5}x\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{BP} : \overline{PQ} : \overline{QD} = \frac{14}{5}x : \frac{6}{5}x : 3x = 14 : 6 : 15$이고

$\triangle EBD = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 200 = 50\ (\text{cm}^2)$이므로

$\triangle EPQ = \frac{6}{14+6+15} \times 50 = \frac{60}{7}\ (\text{cm}^2)$

11 $\triangle EBD$와 $\triangle DCA$에서

$\angle EBD = \angle DCA = 60°$,

$\angle BED = 180° - (60° + \angle EDB) = \angle CDA$이므로

$\triangle EBD \backsim \triangle DCA$ (AA 닮음)

$\overline{CD} = a$라 하면 $\overline{BD} = 3a$, $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 4a$

이때 $\overline{BD} : \overline{CA} = \overline{BE} : \overline{CD}$, 즉 $3a : 4a = \overline{BE} : a$이므로

$4\overline{BE} = 3a$

따라서 $\overline{BE}=\frac{3}{4}a$이고, $\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=4a-\frac{3}{4}a=\frac{13}{4}a$이므로

$\overline{AE}:\overline{BE}=\frac{13}{4}a:\frac{3}{4}a=13:3$

12 $\triangle ABC$와 $\triangle DCE$의 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{CE}=15:12=5:4$

$\overline{AB}:\overline{DC}=5:4$, 즉 $20:\overline{DC}=5:4$이므로

$5\overline{DC}=80$, $\overline{DC}=16\ (\text{cm})$

$\triangle ACF$와 $\triangle EDF$에서 $\angle AFC=\angle EFD$ (맞꼭지각),

$\angle ACF=180^\circ-(\angle ACB+\angle DCE)$

$\qquad=180^\circ-(\angle DEC+\angle DCE)=\angle EDF$

이므로 $\triangle ACF\backsim\triangle EDF$ (AA 닮음)

이때 $\overline{DF}=x\text{ cm}$라 하면 $\overline{CF}=16-x\ (\text{cm})$이므로

$\overline{CF}:\overline{DF}=\overline{AC}:\overline{ED}$에서 $(16-x):x=5:4$

$5x=4(16-x)$, $9x=64$, $x=\frac{64}{9}$

따라서 $\overline{DF}$의 길이는 $\frac{64}{9}\text{ cm}$이다.

13 $\triangle ABC$와 $\triangle FEC$에서

$\angle C$는 공통, $\angle ABC=\angle FEC=90^\circ$이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle FEC$ (AA 닮음)

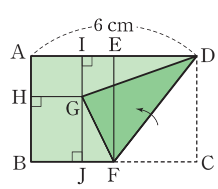
$\square DBEF$의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$라 하면

$\overline{AB}:\overline{FE}=\overline{BC}:\overline{EC}$, 즉 $6:x=10:(10-x)$이므로

$10x=6(10-x)$, $16x=60$, $x=\frac{15}{4}$

따라서 $\square DBEF=\frac{15}{4}\times\frac{15}{4}=\frac{225}{16}\ (\text{cm}^2)$

14 $\overline{AB}=a\text{ cm}$라 하면



$\square ABCD\backsim\square AEFB$이므로

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AD}:\overline{AB}$에서

$a:3=6:a$, $a^2=18$

점 G에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 J라 하면

$\triangle IGD$와 $\triangle JFG$에서 $\angle DGF=90^\circ$이므로

$\triangle IGD\backsim\triangle JFG$ (AA 닮음)

이때 $\overline{AI}=x\text{ cm}$, $\overline{AH}=y\text{ cm}$라 하면

$\overline{IG}:\overline{JF}=\overline{GD}:\overline{FG}$이므로

$y:(3-x)=a:3$, $3y=3a-ax$

즉, $y=a-\frac{a}{3}x$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또한 $\overline{ID}:\overline{JG}=\overline{GD}:\overline{FG}$이므로

$(6-x):(a-y)=a:3$

즉, $18-3x=a^2-ay$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$18-3x=a^2-a\left(a-\frac{a}{3}x\right)$, $18-3x=\frac{a^2}{3}x$

이때 $a^2=18$이므로 $18-3x=6x$, $x=2$

따라서 $\overline{AI}$의 길이는 2 cm이다.

15 두 직각삼각형 AOD와 COE에서

$\angle DAO=\angle ECO$ (엇각)이므로

$\triangle AOD\backsim\triangle COE$ (AA 닮음)

두 직각삼각형 ACD와 DEC에서

$\angle CAD=\angle EDC$이므로

$\triangle ACD\backsim\triangle DEC$ (AA 닮음)

$\overline{AD}:\overline{DC}=\overline{CD}:\overline{EC}$에서 $4:2=2:\overline{EC}$이므로

$\overline{EC}=\frac{4}{4}=1\ (\text{cm})$

따라서 $\triangle AOD$와 $\triangle COE$의 닮음비는 $4:1$이다.

점 O에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{OH}=h\text{ cm}$라 하면

$\triangle COE$의 높이는 $(2-h)\text{ cm}$이므로

$h:(2-h)=4:1$, $h=8-4h$, $5h=8$, $h=\frac{8}{5}$

$\triangle COE$의 높이는 $2-h=2-\frac{8}{5}=\frac{2}{5}\ (\text{cm})$이므로

$\triangle COE=\frac{1}{2}\times1\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}\ (\text{cm}^2)$

16 $\triangle ODA\backsim\triangle OBC$ (AA 닮음)이므로 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{CB}=12:20=3:5$

따라서 $\triangle ODA:\triangle OBC=3^2:5^2=9:25$

즉, $18:\triangle OBC=9:25$이므로

$\triangle OBC=\frac{18\times25}{9}=50\ (\text{cm}^2)$

17 $\triangle AFE=\frac{5}{7}\triangle AFC=\frac{5}{7}\times\frac{2}{7}\triangle ABC$

$\qquad=\frac{10}{49}\times98=20\ (\text{cm}^2)$ $\quad\cdots\cdots$ ❶

$\triangle BDF=\frac{2}{7}\triangle FBC=\frac{2}{7}\times\frac{5}{7}\triangle ABC$

$\qquad=\frac{10}{49}\times98=20\ (\text{cm}^2)$ $\quad\cdots\cdots$ ❷

$\triangle CED=\frac{2}{7}\triangle ADC=\frac{2}{7}\times\frac{5}{7}\triangle ABC$

$\qquad=\frac{10}{49}\times98=20\ (\text{cm}^2)$ $\quad\cdots\cdots$ ❸

따라서 $\triangle DEF$의 넓이는

$\triangle ABC-(\triangle AFE+\triangle BDF+\triangle CED)$

$=98-(20+20+20)=38\ (\text{cm}^2)$ $\quad\cdots\cdots$ ❹

채점 기준	비율
❶ $\triangle AFE$의 넓이 구하기	30 %
❷ $\triangle BDF$의 넓이 구하기	30 %
❸ $\triangle CED$의 넓이 구하기	30 %
❹ $\triangle DEF$의 넓이 구하기	10 %

18 $\triangle BCE$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{BC}=\overline{CD}$, $\angle BCE=\angle CDF=90^\circ$, $\overline{CE}=\overline{DF}$이므로

$\triangle BCE\equiv\triangle CDF$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{BE}=\overline{CF}=5\text{ cm}$

$\triangle BCE$와 $\triangle CGE$에서

$\angle CBE = \angle GCE$, $\angle E$는 공통이므로

$\triangle BCE \backsim \triangle CGE$ (AA 닮음)

이때 닮음비는 $\overline{BE} : \overline{CE} = 5 : 3$이므로

$\triangle BCE : \triangle CGE = 5^2 : 3^2 = 25 : 9$

또 $\triangle BCE = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6\ (cm^2)$이므로

$6 : \triangle CGE = 25 : 9$

따라서 $\triangle CGE = \frac{54}{25}\ (cm^2)$

19 정육면체 모양의 상자의 한 모서리의 길이를 a라 하면 상자 A에 들어 있는 공 1개의 지름의 길이는 a, 상자 B에 들어 있는 공 1개의 지름의 길이는 $\frac{1}{3}a$이다.

따라서 두 상자 A, B에 들어 있는 공 1개의 지름의 길이의 비는 $a : \frac{1}{3}a = 3 : 1$이므로 겉넓이의 비는 $3^2 : 1^2 = 9 : 1$이고, 두 상자 A, B에 들어 있는 공의 개수는 각각 1개, 27개이므로 두 상자에 들어 있는 공 전체의 겉넓이의 비는

$(9 \times 1) : (1 \times 27) = 9 : 27 = 1 : 3$

상자 A에 들어 있는 공의 겉넓이를 $x\ cm^2$라 하면

$x : 60 = 1 : 3$이므로

$3x = 60$, $x = 20$

따라서 상자 A에 들어 있는 공의 겉넓이는 $20\ cm^2$이다.

20 큰 유리구슬과 작은 유리구슬의 닮음비가 $5 : 2$이므로 부피의 비는 $125 : 8$이다.

즉, 큰 유리구슬 16개로 작은 유리구슬 $125 \times 2 = 250$(개)를 만들 수 있다.

이때 큰 유리구슬과 작은 유리구슬의 닮음비가 $5 : 2$이므로 겉넓이의 비는 $25 : 4$이다.

(큰 유리구슬의 겉넓이의 합) : (작은 유리구슬의 겉넓이의 합)

$= (25 \times 16) : (4 \times 250) = 400 : 1000 = 2 : 5$

따라서 작은 유리구슬의 겉넓이의 합은 처음 큰 유리구슬의 겉넓이의 합의 $\frac{5}{2}$배이다.

21 처음 물통과 물이 들어 있지 않은 부분은 서로 닮은 도형이다.

이때 닮음비가 $6 : (6-2) = 3 : 2$이므로 부피의 비는 $27 : 8$이다.

따라서 처음 물통과 물의 부피의 비는

$27 : (27-8) = 27 : 19$

물통을 거꾸로 세웠을 때의 물통과 물이 들어 있는 부분은 닮은 도형이고 닮음비가 $6 : h$이므로 부피의 비는 $6^3 : h^3$이다.

이때 물의 양은 변하지 않으므로 $6^3 : h^3 = 27 : 19$

따라서 $27h^3 = 6^3 \times 19$이므로 $h^3 = 152$

22 아래 원뿔에서 비어 있는 작은 원뿔의 높이와 전체 원뿔의 높이의 비는 $4 : 10 = 2 : 5$이므로 부피의 비는 $2^3 : 5^3 = 8 : 125$

현재 위에 남아 있는 모래가 아래로 모두 떨어지는 데 걸리는 시간을 t분이라 하면 위의 원뿔에 가득 차 있는 모래가 아래로 모두 떨어지는 데 걸리는 시간이 한 시간, 즉 60분이므로

$t : 60 = 8 : 125$에서 $125t = 480$, $t = 3.84$

따라서 현재 위에 남아 있는 모래가 아래로 모두 떨어지는 데 걸리는 시간은 3.84분이다.

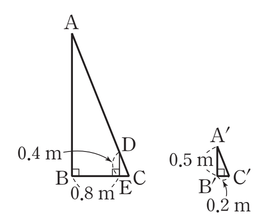
23 축척이 $\frac{1}{3000}$이므로 지도에서 토지의 넓이와 실제 토지의 넓이의 비는 $1^2 : 3000^2 = 1 : 9000000$이다.

이때 실제 토지의 넓이가 $4\ km^2 = 40000000000\ cm^2$이므로 지도에서 토지의 넓이를 $a\ cm^2$라 하면

$a : 40000000000 = 1 : 9000000$이므로 $a = \frac{40000}{9}$

따라서 지도에서 이 토지의 넓이는 $\frac{40000}{9}\ cm^2$이다.

24 벽면이 그림자를 가리지 않았다고 할 때, 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BE}$의 연장선의 교점을 C라 하자.



$\triangle DEC \backsim \triangle A'B'C'$이므로

$\overline{EC} : \overline{B'C'} = \overline{DE} : \overline{A'B'}$

즉, $\overline{EC} : 0.2 = 0.4 : 0.5$

$0.5\overline{EC} = 0.08$, $\overline{EC} = 0.16\ (m)$

또 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$이므로 $\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$

즉, $\overline{AB} : 0.5 = (0.8 + 0.16) : 0.2$에서 $0.2\overline{AB} = 0.48$

따라서 나무의 높이는 $\overline{AB} = 2.4\ (m)$

4. 평행선 사이의 선분의 길이의 비

필수 확인 문제 68~71쪽

1 ③	**2** ②	**3** 9	**4** $\frac{9}{2}$	**5** ①
6 $\frac{5}{2}$	**7** 14	**8** 23	**9** ④	**10** $\frac{17}{3}$ cm
11 $\frac{30}{7}$	**12** $\frac{13}{2}$	**13** ⑤	**14** $\frac{3}{2}$ cm	**15** 10 cm
16 4 cm	**17** 21 cm	**18** ③	**19** 30	**20** 30
21 4 cm	**22** 4 cm^2	**23** 8 cm^2	**24** 5 cm^2	

1 $x:4=(9-3):3$이므로 $3x=24$, $x=8$
$(9-3):9=6:y$이므로 $6y=54$, $y=9$
따라서 $x+y=8+9=17$

2 $\overline{BC}=2\overline{FG}$이므로 $\overline{BC}:\overline{FG}=2:1$
$\overline{AC}:\overline{AF}=\overline{BC}:\overline{FG}=2:1$이므로
$\overline{AC}=2\overline{AF}$ …… ㉠
따라서 $\overline{CF}=\overline{AC}+\overline{AF}=3\overline{AF}$
이때 $\overline{CF}=\overline{EF}$이므로 $\overline{EF}=3\overline{AF}$ …… ㉡
㉠, ㉡에 의하여
$\overline{AC}:\overline{AF}:\overline{EF}=2\overline{AF}:\overline{AF}:3\overline{AF}=2:1:3$

3 $\triangle ABE$에서 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AF}:\overline{FE}=12:6=2:1$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로
$2:1=(12+6):\overline{EC}$, $2\overline{EC}=18$
따라서 $\overline{EC}=9$

4 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=6:10=3:5$
따라서 $\overline{BD}=\frac{3}{8}\overline{BC}=\frac{3}{8}\times12=\frac{9}{2}$

5 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$, 즉 $9:6=15:\overline{CD}$
$9\overline{CD}=90$, $\overline{CD}=10\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}=15-10=5\,(\text{cm})$

6 $\triangle DAB$와 $\triangle ACB$에서
$\angle DAB=\angle ACB$, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle DAB\backsim\triangle ACB$ (AA 닮음)
$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{DA}:\overline{AC}$이므로
$5:10=\overline{DA}:8$, $10\overline{DA}=40$, $\overline{DA}=4$
$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BD}:\overline{BA}$이므로
$5:10=\overline{BD}:5$, $10\overline{BD}=25$, $\overline{BD}=\frac{5}{2}$
$\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=10-\frac{5}{2}=\frac{15}{2}$
$\overline{AE}$는 $\angle DAC$를 이등분하므로 $\overline{AD}:\overline{AC}=\overline{DE}:\overline{EC}$
즉, $4:8=x:\left(\frac{15}{2}-x\right)$이므로
$8x=30-4x$, $12x=30$
따라서 $x=\frac{5}{2}$

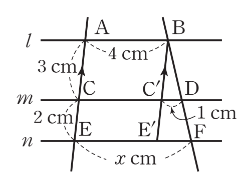
7 $6:(x-6)=12:16$이므로
$12x-72=96$, $12x=168$
따라서 $x=14$

8 $8:x=4:8$이므로
$4x=64$, $x=16$ …… ❶
$6:(y+5)=4:8$이므로
$4(y+5)=48$, $y+5=12$, $y=7$ …… ❷
따라서 $x+y=16+7=23$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ x의 값 구하기	40 %
❷ y의 값 구하기	40 %
❸ $x+y$의 값 구하기	20 %

9 $3:x=4:6$이므로 $4x=18$, $x=\frac{9}{2}$
$x:6=6:y$이므로 $\frac{9}{2}:6=6:y$, $\frac{9}{2}y=36$, $y=8$
따라서 $xy=\frac{9}{2}\times8=36$

10 직선 AE와 평행한 직선 BE′을 그으면



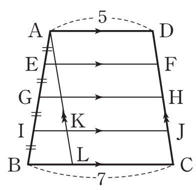
$\overline{AB}=\overline{CC'}=\overline{EE'}=4$ cm
$\overline{C'D}=\overline{CD}-\overline{CC'}=5-4=1\,(\text{cm})$
이때 $\overline{EF}=x$ cm라 하면
$\overline{E'F}=\overline{EF}-\overline{EE'}=(x-4)$ cm
$\triangle BE'F$에서 $\overline{C'D}\,/\!/\,\overline{E'F}$이므로
$\overline{BC'}:\overline{BE'}=\overline{C'D}:\overline{E'F}$
즉, $3:5=1:(x-4)$이므로
$3x-12=5$, $3x=17$, $x=\frac{17}{3}$
따라서 $\overline{EF}$의 길이는 $\frac{17}{3}$ cm이다.

11 □ABFE와 □EFCD의 둘레의 길이가 서로 같으므로
$\overline{AE}+3+\overline{BF}+\overline{EF}=\overline{ED}+\overline{EF}+\overline{FC}+5$에서
$(\overline{AE}+\overline{BF})=(\overline{ED}+\overline{FC})+2$ …… ㉠
한편 $\overline{AD}+\overline{BC}=7$이므로
$(\overline{AE}+\overline{ED})+(\overline{BF}+\overline{FC})=7$
$\overline{AE}+\overline{BF}=a$라 하면 $\overline{ED}+\overline{FC}=7-a$ …… ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $a=(7-a)+2$
$2a=9$, $a=\frac{9}{2}$
$\overline{AE}+\overline{BF}=\frac{9}{2}$, $\overline{ED}+\overline{FC}=7-\frac{9}{2}=\frac{5}{2}$이므로

$\overline{AE}:\overline{ED}=9:5$

따라서 $\overline{EF}=\dfrac{9\times5+5\times3}{9+5}=\dfrac{60}{14}=\dfrac{30}{7}$

12 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$에 평행한 직선과 $\overline{IJ}$, $\overline{BC}$의 교점을 각각 K, L이라 하면



$\overline{KJ}=\overline{LC}=\overline{AD}=5$,

$\overline{BL}=\overline{BC}-\overline{LC}=7-5=2$

$\triangle ABL$에서

$\overline{IK}/\!/\overline{BL}$이므로 $\overline{AI}:\overline{AB}=\overline{IK}:\overline{BL}$

즉, $3:4=\overline{IK}:2$이므로

$4\overline{IK}=6$, $\overline{IK}=\dfrac{3}{2}$

따라서 $\overline{IJ}=\overline{IK}+\overline{KJ}=\dfrac{3}{2}+5=\dfrac{13}{2}$

13 $\triangle ABC$에서 $\overline{EF}:\overline{AB}=\overline{CF}:\overline{CB}$이므로

$4:6=x:15$

$6x=60$, $x=10$

$\triangle BCD$에서 $\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{EF}:\overline{DC}$이므로

$(15-10):15=4:y$

$5y=60$, $y=12$

따라서 $x+y=10+12=22$

14 $\triangle GCD$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로 $\overline{GF}:\overline{GC}=\overline{EF}:\overline{DC}$

즉, $\overline{GF}:4=\overline{EF}:4$이므로 $\overline{GF}=\overline{EF}$

$\overline{GF}=x$ cm라 하면 $\overline{CF}=(4-x)$ cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로 $\overline{CF}:\overline{CB}=\overline{EF}:\overline{AB}$

즉, $(4-x):5=x:3$이므로

$5x=12-3x$, $8x=12$, $x=\dfrac{3}{2}$

따라서 $\overline{EF}$의 길이는 $\dfrac{3}{2}$ cm이다.

15 $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$ …… ❶

$\triangle DBC$에서 $\overline{DP}=\overline{PB}$, $\overline{DQ}=\overline{QC}$이므로

$\overline{PQ}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$ …… ❷

따라서 $\overline{MN}+\overline{PQ}=5+5=10\,(\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{MN}$의 길이 구하기	40 %
❷ $\overline{PQ}$의 길이 구하기	40 %
❸ $\overline{MN}+\overline{PQ}$의 길이 구하기	20 %

16 $\triangle BEC$에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{EC}/\!/\overline{FD}$이므로

$\overline{BF}=\overline{FE}$이고 $\overline{DF}=\dfrac{1}{2}\overline{EC}=\dfrac{1}{2}(\overline{EG}+\overline{GC})$ …… ㉠

이때 $\triangle AFD$에서 $\overline{AG}=\overline{GD}$, $\overline{EG}/\!/\overline{FD}$이므로

$\overline{AE}=\overline{EF}$이고 $\overline{EG}=\dfrac{1}{2}\overline{FD}$ …… ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$\overline{DF}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\overline{FD}+\overline{GC}\right)=\dfrac{1}{4}\overline{FD}+\dfrac{1}{2}\overline{GC}$이므로

$\dfrac{3}{4}\overline{DF}=\dfrac{1}{2}\overline{GC}$

따라서 $\overline{DF}=\dfrac{2}{3}\overline{GC}=\dfrac{2}{3}\times6=4\,(\text{cm})$

17 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{DE}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$,

$\overline{EF}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times14=7\,(\text{cm})$,

$\overline{FD}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FD}=6+7+8=21\,(\text{cm})$

18 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{MQ}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AD}/\!/\overline{MP}$이므로

$\overline{MP}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\times6=3\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{PQ}=\overline{MQ}-\overline{MP}=5-3=2\,(\text{cm})$

19 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{CG}=\dfrac{2}{3}\overline{CE}=\dfrac{2}{3}\times18=12$, $\overline{GD}=\dfrac{1}{2}\overline{AG}=\dfrac{1}{2}\times12=6$

점 D가 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{DC}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times24=12$

따라서 $\triangle GDC$의 둘레의 길이는

$\overline{CG}+\overline{GD}+\overline{DC}=12+6+12=30$

20 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

즉, $x:10=2:1$이므로 $x=20$

$\overline{AD}$는 $\triangle ABC$의 중선이므로

$\overline{DC}=\overline{BD}=15$ cm

$\triangle ADC$에서 $\overline{GF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{AG}:\overline{AD}=\overline{GF}:\overline{DC}$

즉, $2:3=y:15$이므로 $3y=30$, $y=10$

따라서 $x+y=20+10=30$

21 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\dfrac{1}{3}\overline{AD}=\dfrac{1}{3}\times18=6\,(\text{cm})$

또 점 G′이 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times6=4\,(\text{cm})$

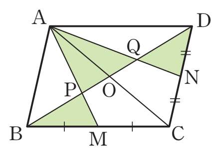
22 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm}^2)$

△ABD에서 $\overline{EG}/\!/\overline{BD}$이므로

$\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

따라서 $\triangle AED=\frac{2}{3}\times\triangle ABD=\frac{2}{3}\times6=4\,(\text{cm}^2)$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$의 교점을 각각 P, Q라 하고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 두 점 P, Q는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이다.



따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle PBM+\triangle APO+\triangle AOQ+\triangle QND$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ACD+\frac{1}{6}\triangle ACD$

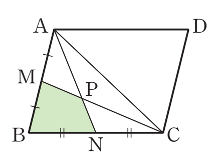
$=\frac{1}{3}\triangle ABC+\frac{1}{3}\triangle ACD$

$=\frac{1}{3}(\triangle ABC+\triangle ACD)$

$=\frac{1}{3}\square ABCD$

$=\frac{1}{3}\times24=8\,(\text{cm}^2)$

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 점 P는 △ABC의 무게중심이므로



$\square BNPM=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times30=5\,(\text{cm}^2)$

고난도 대표 유형 72~75쪽

1 13	2 $\frac{4}{3}$ cm	3 $\frac{72}{5}$ cm	4 $\frac{43}{10}$	5 8 cm
6 $\frac{56}{5}$ cm	7 9 cm	8 20 cm	9 $\frac{2}{3}$	10 2 cm
11 32 cm	12 336 cm^2			

1 △BCD에서 $\overline{CF}:\overline{FD}=5:3$이므로

$\overline{CE}:\overline{CB}=5:8$

△ABC에서 $\overline{CE}:\overline{CB}=\overline{CD}:\overline{CA}=\overline{DE}:\overline{AB}=5:8$

즉, $\overline{AB}:\overline{DE}=8:5$이고 a, b는 서로소이므로

$a=8$, $b=5$

따라서 $a+b=13$

2 $\overline{DE}/\!/\overline{AC}$이므로 ∠DEA=∠EAC (엇각)

∠DEA=∠DAE이므로 $\overline{DE}=\overline{DA}$

$\overline{DE}=x$ cm라 하면

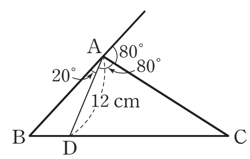
$\overline{BD}:\overline{BA}=\overline{DE}:\overline{AC}$이므로

$(4-x):4=x:2$

$4x=8-2x$, $6x=8$, $x=\frac{4}{3}$

따라서 $\overline{DE}$의 길이는 $\frac{4}{3}$ cm이다.

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$의 연장선을 그으면 ∠DAC=80°이므로 $\overline{AC}$는 △ABD에서 ∠A의 외각의 이등분선이다.



$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DC}$이므로

$\overline{AB}:12=6:5$, $5\overline{AB}=72$

따라서 $\overline{AB}=\frac{72}{5}\,(\text{cm})$

4 △ADE에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{CE}$

즉, $10:x=8:6$이므로 $8x=60$, $x=\frac{15}{2}$

△AFG에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}/\!/\overline{FG}$이므로 $\overline{BD}:\overline{DF}=\overline{CE}:\overline{EG}$

즉, $\frac{15}{2}:4=6:y$이므로 $\frac{15}{2}y=24$, $y=\frac{16}{5}$

따라서 $x-y=\frac{15}{2}-\frac{16}{5}=\frac{43}{10}$

5 △ABD에서 $\overline{MP}/\!/\overline{AD}$이므로 $\overline{MB}:\overline{AB}=\overline{MP}:\overline{AD}$

즉, $1:(2+3+1)=\overline{MP}:6$이므로

$6\overline{MP}=6$, $\overline{MP}=1\,(\text{cm})$

△AMQ에서 $\overline{EG}/\!/\overline{MQ}$이므로 $\overline{AE}:\overline{AM}=\overline{EG}:\overline{MQ}$

즉, $2:(2+3)=\overline{EG}:(1+9)$이므로

$5\overline{EG}=20$, $\overline{EG}=4\,(\text{cm})$

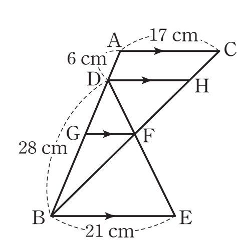
△ACD에서 $\overline{GF}/\!/\overline{AD}$이므로 $\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{GF}:\overline{AD}$

즉, $(1+3):(1+3+2)=\overline{GF}:6$이므로

$6\overline{GF}=24$, $\overline{GF}=4\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=4+4=8\,(\text{cm})$

6 점 D를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$의 교점을 H라 하면



△ABC에서 $\overline{DH}/\!/\overline{AC}$이므로

$28:(28+6)=\overline{DH}:17$

$34\overline{DH}=28\times17$, $\overline{DH}=14\,(\text{cm})$

△DFH∽△EFB (AA 닮음)이므로

$\overline{DF}:\overline{EF}=\overline{DH}:\overline{EB}=14:21=2:3$

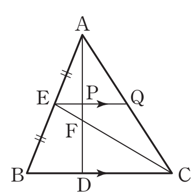
$\triangle$DBE에서 $\overline{GF}/\!/\overline{BE}$이므로 $\overline{DG}:\overline{GB}=2:3$

따라서 $\overline{GD}=\frac{2}{5}\overline{DB}=\frac{2}{5}\times28=\frac{56}{5}$ (cm)

7 $\overline{CD}=x$ cm라 하면 $\overline{BD}:\overline{DC}=2:1$이므로
$\overline{BD}=2x$ cm, $\overline{BC}=3x$ cm
$\triangle$ABC에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로
$\overline{EF}/\!/\overline{BC}$, $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{3}{2}x$ (cm)
$\triangle CGD \backsim \triangle EGF$ (AA 닮음)이므로
닮음비는 $\overline{CD}:\overline{EF}=x:\frac{3}{2}x=2:3$
$\overline{CG}:\overline{EG}=2:3$에서 $6:\overline{EG}=2:3$, $2\overline{EG}=18$
따라서 $\overline{EG}=9$ (cm)

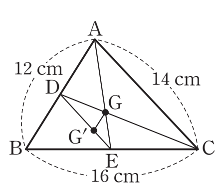
8 $\overline{PH}=\frac{1}{2}\overline{SD}$이고 $\overline{SD}=\overline{SR}=\overline{PQ}$이므로 $\overline{PH}=\frac{1}{2}\overline{PQ}$
$\overline{SG}=\frac{1}{2}\overline{RC}$이고 $\overline{RC}=\overline{QR}=\overline{PS}$이므로 $\overline{SG}=\frac{1}{2}\overline{PS}$
$\overline{BP}:\overline{PH}=\overline{AS}:\overline{SG}=4:1$이므로
$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BP}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\overline{BH}=\frac{2}{5}\times10=4$ (cm)
$\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{AS}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\overline{AG}=\frac{2}{5}\times15=6$ (cm)
따라서 □PQRS는 평행사변형이므로 둘레의 길이는
$4+6+4+6=20$ (cm)

9 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{AD}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면 $\triangle$ABD에서



$\overline{EP}:\overline{BD}=\overline{AE}:\overline{AB}=1:2$
이때 $\overline{BD}:\overline{DC}=1:2$이므로
$\overline{EP}:\overline{DC}=1:4$
$\triangle EPF \backsim \triangle CDF$ (AA 닮음)이므로
$\overline{PF}:\overline{DF}=\overline{EP}:\overline{CD}=1:4$
이때 $\overline{AP}:\overline{PD}=1:1$이므로 $\overline{AF}:\overline{DF}=6:4=3:2$
따라서 $\frac{\overline{FD}}{\overline{AF}}=\frac{2}{3}$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$의 중점을 E라 하고 $\overline{AE}$, $\overline{DE}$를 그으면



$\overline{AG}:\overline{GE}=2:1$,
$\overline{DG'}:\overline{G'E}=2:1$이므로
$\overline{AD}/\!/\overline{GG'}$
따라서 $\overline{GG'}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{6}\overline{AB}=\frac{1}{6}\times12=2$ (cm)

11 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$
$\overline{AO}$와 $\overline{BM}$은 $\triangle$ABD의 중선이고 $\overline{CO}$와 $\overline{DN}$은 $\triangle$CBD의 중선이다.
중선들의 교점 P, Q는 각각 $\triangle$ABD와 $\triangle$CBD의 무게중심이 되므로 $\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{CQ}$이다.
$\overline{AO}=\overline{CO}$이고 $\overline{AP}:\overline{PO}=2:1$, $\overline{CQ}:\overline{QO}=2:1$이므로
$\overline{PO}=\overline{QO}=4$ (cm)
$\overline{PQ}=2\overline{PO}=8$ (cm), $\overline{AC}=3\overline{PQ}=24$ (cm),
$\overline{CQ}=\overline{PQ}=8$ (cm)
따라서 $\overline{AC}+\overline{CQ}=24+8=32$ (cm)

12 $\triangle$EFG와 $\triangle$CDG에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로
$\triangle EFG \backsim \triangle CDG$ (AA 닮음)
이때 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로
$\triangle$EFG와 $\triangle$CDG의 닮음비는 $\overline{EG}:\overline{CG}=1:2$
따라서 넓이의 비는 $1:4$이므로
$\triangle CDG=4\triangle EFG=4\times14=56$ (cm^2)
이때 $\triangle CDG=\frac{1}{3}\triangle CAD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{6}\triangle ABC$이므로
$\triangle$ABC의 넓이는
$6\triangle CDG=6\times56=336$ (cm^2)

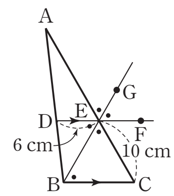
고난도 실전 문제 76~79쪽

1 21	**2** $\frac{9}{2}$ cm	**3** ④	**4** 9 cm	**5** ③
6 27 cm	**7** 18	**8** $\frac{9}{5}$ cm	**9** 210 cm^2	**10** 8 cm
11 15 cm	**12** ④	**13** 3 cm	**14** $\frac{1}{4}$	**15** 240 cm^2
16 15 cm^2	**17** 21 cm	**18** 4 cm	**19** ⑤	**20** 32 cm
21 10 cm^2	**22** 15 cm^2	**23** 6 cm^2	**24** 9 cm	

1 $\overline{BC}/\!/\overline{GF}$이므로
$\overline{AF}:\overline{AB}=\overline{AG}:\overline{AC}$, 즉 $6:x=8:20$
$8x=120$, $x=15$
$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로
$\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{AC}:\overline{EC}$, 즉 $15:y=20:8$
$20y=120$, $y=6$
따라서 $x+y=15+6=21$

2 $\triangle$AFG에서 $\overline{AE}:\overline{EG}=\overline{AD}:\overline{DF}=4:2=2:1$
$\triangle$AHG에서 $\overline{AF}:\overline{FH}=\overline{AE}:\overline{EG}=2:1$이므로
$6:\overline{FH}=2:1$, $\overline{FH}=3$ (cm)
$\triangle$AHC에서 $\overline{AG}:\overline{GC}=\overline{AF}:\overline{FH}=2:1$
$\triangle$ABC에서 $\overline{AH}:\overline{HB}=\overline{AG}:\overline{GC}=2:1$이므로
$(6+3):\overline{HB}=2:1$
따라서 $\overline{HB}=\frac{9}{2}$ (cm)

3 오른쪽 그림에서

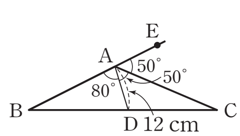


$\angle AEG = \angle CEB$ (맞꼭지각),
$\angle GEF = \angle DEB$ (맞꼭지각)
$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로
$\angle DEB = \angle EBC$ (엇각)
따라서 $\angle CEB = \angle EBC$, 즉 $\triangle CEB$는
$\overline{CB} = \overline{CE}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BC} = \overline{EC} = 10\,\text{cm}$
$\triangle ABC$에서 $\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{AC}$이므로
$6 : 10 = \overline{AE} : (\overline{AE} + 10)$
$10\overline{AE} = 6\overline{AE} + 60$, $4\overline{AE} = 60$
따라서 $\overline{AE} = 15\,(\text{cm})$

4 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)이므로
$\overline{BC} = \overline{DC} = 9\,\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{AB} = 13\,\text{cm}$
이때 $\triangle ABC$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\overline{EF} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{AB}$
즉, $\overline{EF} : 9 = 5 : 13$이므로 $\overline{EF} = \frac{45}{13}\,(\text{cm})$
$\triangle AED$에서 $\overline{AF}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{AE} : \overline{AD} = \overline{EF} : \overline{FD}$
즉, $5 : 13 = \frac{45}{13} : \overline{FD}$이므로 $\overline{FD} = 9\,(\text{cm})$

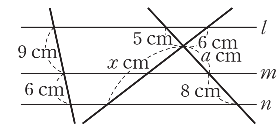
5 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 40 : 50 = 4 : 5$
이때 $\triangle EBD$와 $\triangle FCD$에서
$\angle BED = \angle CFD = 90^\circ$, $\angle EDB = \angle FDC$ (맞꼭지각)
이므로 $\triangle EBD \backsim \triangle FCD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{ED} : \overline{FD} = \overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 5$이므로
$\overline{ED} = \frac{4}{4+5}\overline{EF} = \frac{4}{9} \times 9 = 4\,(\text{cm})$
또 $\triangle ABE$와 $\triangle ACF$에서
$\angle BAE = \angle CAF$, $\angle BEA = \angle CFA = 90^\circ$
이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACF$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AF}$이므로
$4 : 5 = \overline{AE} : (\overline{AE} + 9)$
$4(\overline{AE} + 9) = 5\overline{AE}$, $\overline{AE} = 36\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 36 + 4 = 40\,(\text{cm})$

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$의 연장선 위에 점 E를 잡으면



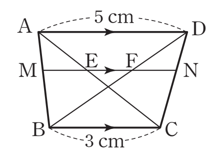
$\angle EAC = 180^\circ - (80^\circ + 50^\circ) = 50^\circ$
$\angle EAC = \angle DAC$이므로 $\overline{AC}$는 $\triangle ABD$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선이다.
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DC}$에서 $\overline{AB} : 12 = (5+4) : 4$
따라서 $4\overline{AB} = 108$이므로 $\overline{AB} = 27\,(\text{cm})$

7 오른쪽 그림에서



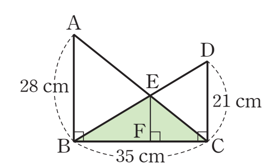
$9 : 6 = (5 + a) : 8$이므로
$30 + 6a = 72$, $6a = 42$, $a = 7$
$5 : (a + 8) = 6 : x$이므로
$5 : 15 = 6 : x$, $5x = 90$
따라서 $x = 18$

8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$의 연장선을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 M, N이라 하면



$\triangle ABD$에서 $\overline{MF} : \overline{AD} = \overline{BF} : \overline{BD}$
즉, $\overline{MF} : 5 = 3 : (3+2)$이므로
$\overline{MF} = 3\,(\text{cm})$
$\triangle ABC$에서 $\overline{ME} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{AC}$
즉, $\overline{ME} : 3 = 2 : (2+3)$이므로 $\overline{ME} = \frac{6}{5}\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{EF} = \overline{MF} - \overline{ME} = 3 - \frac{6}{5} = \frac{9}{5}\,(\text{cm})$

9 $\triangle ABE$와 $\triangle CDE$에서
$\angle AEB = \angle CED$ (맞꼭지각), $\angle ABE = \angle CDE$ (엇각)
이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 28 : 21 = 4 : 3$
오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면



$\triangle ABC$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{AB}$이므로
$\overline{AB} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{EC}$, 즉
$28 : \overline{EF} = (4+3) : 3$
$7\overline{EF} = 84$, $\overline{EF} = 12\,(\text{cm})$
따라서 $\triangle EBC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 35 \times 12 = 210\,(\text{cm}^2)$

10 $\overline{PF} = a\,\text{cm}$, $\overline{QF} = b\,\text{cm}$라 하면
$\triangle PCD$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{DC}$이므로
$\overline{PF} : \overline{PC} = \overline{EF} : \overline{DC}$, 즉 $a : \overline{PC} = 4 : 16$
$4\overline{PC} = 16a$, $\overline{PC} = 4a\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{FC} = 4a - a = 3a\,(\text{cm})$ …… ㉠
또 $\triangle ABQ$에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$이므로
$\overline{QF} : \overline{QB} = \overline{EF} : \overline{AB}$, 즉 $b : \overline{QB} = 4 : 16$
$4\overline{QB} = 16b$, $\overline{QB} = 4b\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{BF} = 4b - b = 3b\,(\text{cm})$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC} = 3(a+b) = 24$이므로
$a + b = 8$
따라서 $\overline{PQ} = a + b = 8\,(\text{cm})$

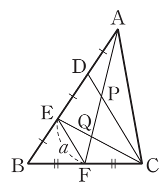
11 $\triangle ABF$에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{DE} /\!/ \overline{BF}$이므로
$\overline{BF} = 2\overline{DE} = 2 \times 10 = 20\,(\text{cm})$ …… ❶
$\triangle CED$에서 $\overline{CG} = \overline{DG}$, $\overline{DE} /\!/ \overline{GF}$이므로

$\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{1}{2}\times10=5\,(cm)$ …… ❷

따라서 $\overline{BG}=\overline{BF}-\overline{GF}=20-5=15\,(cm)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{BF}$의 길이 구하기	40 %
❷ $\overline{GF}$의 길이 구하기	40 %
❸ $\overline{BG}$의 길이 구하기	20 %

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 긋고 $\overline{EF}=a$라 하면 $\triangle BCD$에서 $\overline{BE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$이므로



$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{DC}=2\overline{EF}=2a$

$\triangle AEF$에서 $\overline{AD}=\overline{DE}$, $\overline{DP}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로

$\overline{AP}=\overline{PF}$, $\overline{DP}=\frac{1}{2}\overline{EF}=\frac{1}{2}a$

따라서 $\overline{PC}=\overline{DC}-\overline{DP}=2a-\frac{1}{2}a=\frac{3}{2}a$

$\triangle QCP$와 $\triangle QEF$에서

$\angle CQP=\angle EQF$ (맞꼭지각), $\angle QCP=\angle QEF$ (엇각)

이므로 $\triangle QCP\backsim\triangle QEF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{QP}:\overline{QF}=\overline{CP}:\overline{EF}=\frac{3}{2}a:a=3:2$

이때 $\overline{AP}=\overline{PF}$이므로

$\overline{AP}:\overline{PQ}:\overline{QF}=(3+2):3:2=5:3:2$

13 직각삼각형 ADC에서

$\overline{AF}=\overline{DF}=\overline{FC}$이므로 $\angle C=\angle FDE$

또한 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{FE}$이므로 $\angle B=\angle FEC$

$\triangle DEF$에서 $\angle FEC=\angle DFE+\angle FDE$ …… ㉠

$\angle B=\angle FEC=2\angle C=2\angle FDE$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DFE=\angle FDE$이므로 $\overline{FE}=\overline{DE}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3(cm)$이므로

$\overline{DE}=\overline{FE}=3\,cm$

14 $\overline{AE}=\overline{GC}$, $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{GC}$이므로 □AECG는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{AG}\,/\!/\,\overline{EC}$이다.

$\overline{HD}=\overline{BF}$, $\overline{HD}\,/\!/\,\overline{BF}$이므로 □BFDH는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{BH}\,/\!/\,\overline{FD}$이다.

□PQRS는 평행사변형이므로 $\overline{PQ}=\overline{SR}$ …… ㉠

$\triangle ABP$에서

$\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{EQ}\,/\!/\,\overline{AP}$이므로 $\overline{PQ}=\overline{QB}$ …… ㉡

$\triangle DRC$에서

$\overline{DG}=\overline{GC}$, $\overline{SG}\,/\!/\,\overline{RC}$이므로 $\overline{DS}=\overline{SR}$ …… ㉢

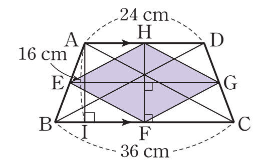
㉠, ㉡, ㉢에서 $\overline{QB}=\overline{PQ}=\overline{SR}=\overline{DS}$

$\triangle ASD$에서 $\overline{AH}=\overline{HD}$, $\overline{HP}\,/\!/\,\overline{DS}$이므로 $\overline{DS}=2\overline{HP}$

$\overline{PH}:\overline{BP}=\overline{PH}:(\overline{QB}+\overline{PQ})=\overline{PH}:2\overline{DS}=\overline{PH}:4\overline{PH}=1:4$

따라서 $\frac{\overline{PH}}{\overline{BP}}=\frac{1}{4}$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$를 그으면 $\overline{AC}=\overline{BD}$이고



$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$,

$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

이므로 $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$이다.

즉, □EFGH는 마름모이다.

따라서 $\overline{EG}\perp\overline{HF}$이고 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EG}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\overline{BC}\perp\overline{HF}$에서

$\overline{HF}=\overline{AI}=16\,(cm)$

한편 등변사다리꼴 ABCD에서 두 점 E, G는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점이므로

$\overline{EG}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})=\frac{1}{2}\times(24+36)=30\,(cm)$

따라서 □EFGH의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{EG}\times\overline{HF}=\frac{1}{2}\times30\times16=240\,(cm^2)$

16 $\overline{BC}=\overline{CF}$, $\overline{BD}=\overline{DA}$이므로 $\overline{BE}:\overline{CE}=3:1$

$\triangle DEC=\frac{1}{3}\triangle DBE=\frac{1}{3}\times9=3\,(cm^2)$

$\triangle ADC=\triangle BDC=9+3=12\,(cm^2)$

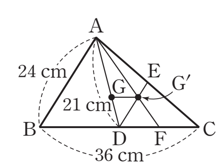
따라서 □ADEC의 넓이는

$\triangle DEC+\triangle ADC=3+12=15\,(cm^2)$

17 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times21=7\,(cm)$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DG'}$의 연장선과 $\overline{AC}$의 교점을 E, $\overline{AG'}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 F라 하면



$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{4}\times36=9\,(cm)$

$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$, $\overline{AG'}:\overline{G'F}=2:1$이므로

$\overline{GG'}\,/\!/\,\overline{DF}$

따라서 $\overline{GG'}:\overline{DF}=\overline{AG}:\overline{AD}$이므로

$\overline{GG'}:9=2:3$, $3\overline{GG'}=18$

$\overline{GG'}=6\,(cm)$

또 $\triangle ABC$에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로

$\overline{ED}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24=12\,(cm)$

$\overline{DG'}=\frac{2}{3}\overline{DE}=\frac{2}{3}\times12=8\,(cm)$

따라서 $\triangle GDG'$의 둘레의 길이는

$\overline{GD}+\overline{DG'}+\overline{GG'}=7+8+6=21\,(cm)$

18 $\overline{AD}$가 $\triangle ABC$의 중선이므로

$\triangle ABC=2\triangle ADC=4\triangle ANC$

따라서 $\triangle ADC=2\triangle ANC$

점 N은 $\overline{AD}$의 중점이 되므로

$\overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 24=12\,(cm)$ …… ❶

점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 24=16\,(cm)$ …… ❷

따라서 $\overline{GN}=\overline{AG}-\overline{AN}=16-12=4\,(cm)$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{AN}$의 길이 구하기	40 %
❷ $\overline{AG}$의 길이 구하기	40 %
❸ $\overline{GN}$의 길이 구하기	20 %

19 △GBC에서 ∠BGC=90°이고 점 G′은 무게중심이므로 점 D는 △GBC의 외심이다.

즉, $\overline{GD}=\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 30=15\,(cm)$

따라서 $\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times 15=10\,(cm)$

한편 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times 15=30\,(cm)$

따라서 $\overline{AG'}=\overline{AG}+\overline{GG'}=30+10=40\,(cm)$

20 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{BN}=\overline{NC}$, $\overline{BO}=\overline{OD}$이므로 점 P는 △BCD의 무게중심이다.

따라서 $\overline{CP}=\frac{2}{3}\overline{CO}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{3}\times 33=11\,(cm)$

또 $\overline{BN}\,/\!/\,\overline{MD}$, $\overline{BN}=\overline{MD}$이므로 □BNDM은 평행사변형이다.

따라서 $\overline{DN}=\overline{MB}=24$ cm이므로

$\overline{PN}=\frac{1}{3}\overline{DN}=\frac{1}{3}\times 24=8\,(cm)$

또 $\overline{NC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 26=13\,(cm)$이므로

△PNC의 둘레의 길이는

$\overline{PN}+\overline{NC}+\overline{CP}=8+13+11=32\,(cm)$

21 △AEG와 △ABD에서

∠AEG=∠ABD (동위각), ∠AGE=∠ADB (동위각)

이므로 △AEG∽△ABD (AA 닮음)

마찬가지로 △AGF∽△ADC (AA 닮음)

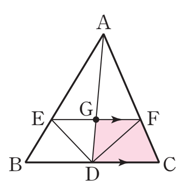
또 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{EG}:\overline{BD}=\overline{GF}:\overline{DC}=2:3$

따라서 $\overline{EG}=\frac{2}{3}\overline{BD}$, $\overline{GF}=\frac{2}{3}\overline{DC}$

이때 $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로 $\overline{EG}=\overline{GF}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 그으면



△GDF=△EDG=4 (cm²)

△ADF에서 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

△AGF : △GDF=2 : 1

△AGF : 4=2 : 1

△AGF=8 (cm²)

따라서 △ADF=△AGF+△GDF=8+4=12 (cm²)

△ADC에서 $\overline{AF}:\overline{FC}=2:1$이므로

△ADF : △FDC=2 : 1, 즉 12 : △FDC=2 : 1

2△FDC=12, △FDC=6 (cm²)

따라서 □GDCF의 넓이는

△GDF+△FDC=4+6=10 (cm²)

22 △ABC∽△ADF (SAS 닮음)

이때 닮음비가 2 : 1이므로 넓이의 비는 4 : 1이다.

즉, $\triangle ADF=\frac{1}{4}\triangle ABC=\frac{1}{4}\times 20=5\,(cm^2)$

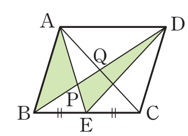
$\overline{DG}=\overline{GF}$이므로 $\triangle AGF=\frac{1}{2}\triangle ADF=\frac{5}{2}\,(cm^2)$

$\overline{DG}=\overline{GF}$, $\overline{DF}=\overline{FP}$이므로 $\overline{GF}:\overline{FP}=1:2$

이때 $\overline{AG}=\overline{GE}$이므로 점 F는 △AEP의 무게중심이다.

따라서 $\triangle AEP=6\triangle AGF=6\times\frac{5}{2}=15\,(cm^2)$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{BD}$와의 교점을 Q라 하자.



점 P는 △ABC의 무게중심이므로

$\triangle ABP=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times 18=3\,(cm^2)$

또 $\overline{AP}:\overline{PE}=2:1$이므로

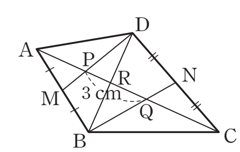
$\triangle DPE=\frac{1}{3}\triangle AED$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times 18=3\,(cm^2)$

따라서 △ABP+△DPE=3+3=6 (cm²)

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그어 $\overline{AC}$와의 교점을 R라 하자.



△ABC≡△ADC (SSS 합동)이므로

∠BAC=∠DAC,

∠ACB=∠ACD

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD}\perp\overline{AR}$, $\overline{BR}=\overline{DR}$

즉, 두 점 P, Q는 각각 △ABD, △BCD의 무게중심이므로

$\overline{AP}:\overline{PR}=\overline{CQ}:\overline{QR}=2:1$

따라서 $\overline{AR}=3\overline{PR}$, $\overline{CR}=3\overline{QR}$이므로

$\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}=3\overline{PR}+3\overline{QR}=3\overline{PQ}=3\times 3=9\,(cm)$

5. 피타고라스 정리

필수 확인 문제

84~87쪽

1 25	**2** 17	**3** 27π cm^3	**4** $\frac{51}{5}$	**5** 10 cm
6 64 cm^2	**7** 24 cm^2	**8** ①	**9** 289 cm^2	**10** 18
11 15 cm	**12** 2	**13** 990	**14** ②	**15** 21
16 80	**17** 72	**18** 20	**19** 32	**20** 39
21 ⑤	**22** 16π cm^2	**23** 24 cm^2	**24** 60	

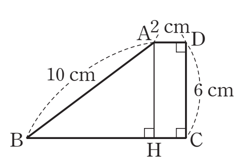
1 $\triangle$ABD에서 $\overline{AB}^2=17^2-8^2=225$
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=15$
$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=15^2+20^2=625$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=25$

2 넓이가 64 cm^{2}인 정사각형의 한 변의 길이는 8 cm이고 넓이가 49 cm^{2}인 정사각형의 한 변의 길이는 7 cm이므로
$x^2=(8+7)^2+8^2=289$
이때 $x>0$이므로 $x=17$

3 $\overline{OH}=9-5=4$ (cm)이므로 $\triangle$OHB에서
$\overline{HB}^2=5^2-4^2=9$
이때 $\overline{HB}>0$이므로 $\overline{HB}=3$ (cm)
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times9=27\pi$ (cm^3)

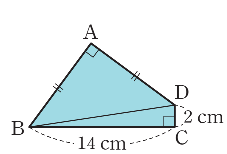
4 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}^2+8^2=17^2$이므로 $\overline{BC}^2=225$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=15$
또한 $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=17:8$이므로
$\overline{BD}=\frac{17}{25}\overline{BC}=\frac{17}{25}\times15=\frac{51}{5}$

5 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{DC}=6$ cm
$\triangle$ABH에서
$\overline{BH}^2=10^2-6^2=64$
이때 $\overline{BH}>0$이므로 $\overline{BH}=8$ (cm)
따라서 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=8+2=10$ (cm)

6 $\triangle$BCD에서 $\overline{BD}^2=14^2+2^2=200$

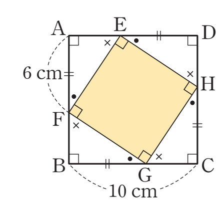


$\overline{AB}=\overline{AD}=x$ cm라 하면
$\triangle$ABD에서 $x^2+x^2=200$이므로
$2x^2=200$, $x^2=100$
이때 $x>0$이므로 $x=10$ …… ❶
$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times10\times10=50$ (cm^2) …… ❷
$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times14\times2=14$ (cm^2) …… ❸
따라서 □ABCD의 넓이는
$\triangle ABD+\triangle BCD=50+14=64$ (cm^2) …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\overline{AB}$의 길이 구하기	40 %
❷ $\triangle$ABD의 넓이 구하기	20 %
❸ $\triangle$BCD의 넓이 구하기	20 %
❹ □ABCD의 넓이 구하기	20 %

7 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}^2=8^2-4^2=48$
$\triangle ABF\backsim\triangle CBA$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BF}:\overline{BA}$, $\overline{AB}^2=8\times\overline{BF}$
따라서 $\triangle$DFG의 넓이는
$\frac{1}{2}\times8\times\overline{BF}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}^2=\frac{1}{2}\times48=24$ (cm^2)

8 $\triangle AFE\equiv\triangle BGF\equiv\triangle CHG\equiv\triangle DEH$이므로



$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$,
$\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=\angle HEF=90^\circ$
즉, □EFGH는 정사각형이다.
$\overline{AE}=10-6=4$ (cm)이므로
$\triangle$AFE에서 $\overline{EF}^2=6^2+4^2=52$
따라서 □EFGH$=\overline{EF}^2=52$ (cm^2)

9 4개의 직각삼각형이 모두 합동이므로
□ABCD는 정사각형이다.
□ABCD의 넓이는 625 cm^{2}이므로 $\overline{AB}=25$ (cm)
$\triangle$ABF에서 $\overline{AF}^2=25^2-7^2=576$ (cm^2)
$\overline{AF}=24$ (cm)이므로 $\overline{EF}=24-7=17$ (cm)
따라서 □EFGH는 정사각형이므로 구하는 넓이는
$\overline{EF}^2=289$ (cm^2)

10 $5^2=3^2+4^2$이므로 길이가 3, 4, 5인 삼각형은 빗변의 길이가 5인 직각삼각형이다.
따라서 넓이는 $\frac{1}{2}\times3\times4=6$
또한 $10^2=6^2+8^2$이므로 길이가 6, 10, 8인 삼각형은 빗변의 길이가 10인 직각삼각형이다.
따라서 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times8=24$
그러므로 두 직각삼각형의 넓이의 차는 $24-6=18$

11 막대의 길이를 x cm라 하면 25 cm가 가장 긴 변의 길이이므로
$x^2+20^2=25^2$, $x^2=225$
이때 $x>0$이므로 $x=15$
따라서 구하는 막대의 길이는 15 cm이다.

12 3개의 선분을 사용하여 만들어진 삼각형이 직각삼각형이 되려면 가장 긴 변을 c라 하고 나머지 두 변을 각각 a, b라 할 때,

$c^2=a^2+b^2$을 만족시켜야 한다.
$c=13$일 때, 나머지 두 변의 길이는 12, 5이다.
$c=12$일 때, $c^2=144$이므로 a, b는 둘 다 짝수이거나 홀수이다. 이를 만족시키는 a, b는 없으므로 빗변의 길이가 12인 직감삼각형은 존재하지 않는다.
$c=10$일 때, 두 변의 길이는 6, 8이다.
$c=8$일 때와 $c=7$일 때는 $c^2=a^2+b^2$을 만족시키는 a, b는 없다.
따라서 만들 수 있는 모든 직각삼각형의 개수는 2이다.

13 $90^\circ<\angle A<180^\circ$이므로 x가 가장 긴 변의 길이이고, 삼각형이 되기 위해서는 $7<x<12$ …… ㉠
또한 둔각삼각형이 되려면 $x^2>5^2+7^2$이므로 $x^2>74$ …… ㉡
㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x는 9, 10, 11이므로 구하는 모든 자연수의 곱은 $9\times10\times11=990$

14 ② $a^2<b^2+c^2$이면 $\angle A<90^\circ$이지만 $\triangle ABC$가 예각삼각형인지는 알 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

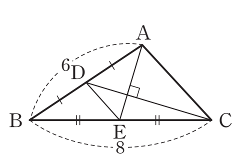
15 $\overline{BC}^2+\overline{DE}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로 $8^2+\overline{DE}^2=6^2+7^2$
따라서 $\overline{DE}^2=21$

16 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여
$\overline{AB}=2\overline{DE}=2\times4=8$
따라서 $\overline{AD}^2+\overline{BE}^2=\overline{AB}^2+\overline{DE}^2=8^2+4^2=80$

17 $\triangle ADE$에서 $\overline{DE}^2=3^2+4^2=25$
이때 $\overline{DE}>0$이므로 $\overline{DE}=5$ …… ❶
$\triangle DBE$의 넓이가 12이므로
$\frac{1}{2}\times\overline{DB}\times4=12$, $\overline{DB}=6$ …… ❷
$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2=(3+6)^2+4^2=97$ …… ❸
이때 $\overline{BC}^2+\overline{DE}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$에서 $\overline{BC}^2+5^2=97+\overline{CD}^2$
따라서 $\overline{BC}^2-\overline{CD}^2=97-25=72$ …… ❹

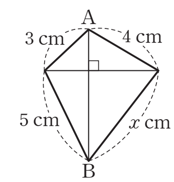
채점 기준	비율
❶ $\overline{DE}$의 길이 구하기	20 %
❷ $\overline{DB}$의 길이 구하기	30 %
❸ $\overline{BE}^2$의 값 구하기	20 %
❹ $\overline{BC}^2-\overline{CD}^2$의 값 구하기	30 %

18 $\overline{DE}$를 그으면 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여



$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$
$\overline{AE}\perp\overline{CD}$이므로
$3^2+4^2=\overline{AC}^2+\overline{DE}^2=\overline{AC}^2+\left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2$
$\frac{5}{4}\overline{AC}^2=25$
따라서 $\overline{AC}^2=25\times\frac{4}{5}=20$

19 두 삼각형 모양을 자른 후 선분 AB와 선분 DC를 붙이면 오른쪽 그림과 같은 사각형이 된다.
따라서 $x^2+3^2=4^2+5^2$이므로 $x^2=32$



20 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로 $8^2+\overline{CP}^2=5^2+\overline{DP}^2$
따라서 $\overline{DP}^2-\overline{CP}^2=64-25=39$

21 색칠한 부분의 넓이는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 지름으로 하는 반원의 넓이의 합이고, 이 넓이의 합은 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는 $\frac{1}{2}\times\pi\times8^2=32\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

22 $\overline{AC}=8\ \mathrm{cm}$이므로 반원 R의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi\ (\mathrm{cm}^2)$
(반원 P의 넓이)+(반원 Q의 넓이)=(반원 R의 넓이)이므로 세 반원 P, Q, R의 넓이의 합은
$2\times$(반원 R의 넓이)$=2\times8\pi=16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

23 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=10^2-6^2=64$
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=8\ (\mathrm{cm})$
색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는
$\frac{1}{2}\times6\times8=24\ (\mathrm{cm}^2)$

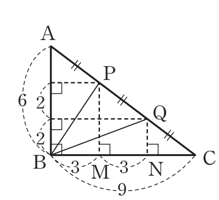
24 색칠한 부분의 넓이와 $\triangle ABC$의 넓이가 같으므로
$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times5=30$, $\overline{AB}=12$
$\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{BC}^2=12^2+5^2=169$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=13$
$\triangle ABC$의 넓이가 $30\ \mathrm{cm}^2$이므로 $\frac{1}{2}\times13\times\overline{AH}=30$
따라서 $13\overline{AH}=60$

고난도 대표 유형

88~91쪽

1 15	**2** $\frac{65}{3}\ \mathrm{cm}^2$	**3** $\frac{6}{5}\ \mathrm{cm}$	**4** 72	**5** $\frac{40}{13}\ \mathrm{cm}$
6 $32\ \mathrm{cm}^2$	**7** 10	**8** ④	**9** 16	**10** $4\pi\ \mathrm{cm}^2$
11 48 cm	**12** $21\ \mathrm{cm}^2$			

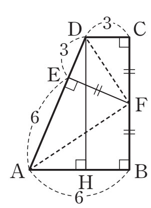
1 오른쪽 그림과 같이 두 점 P, Q에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면
$\triangle BQN$에서 $\overline{BQ}^2=6^2+2^2=40$
$\triangle BPM$에서 $\overline{BP}^2=3^2+4^2=25$
따라서 $\overline{BQ}^2-\overline{BP}^2=40-25=15$



2 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=13^2-5^2=144$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=12\,(\text{cm})$
$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=13:5$
따라서 $\overline{BD}=\frac{13}{18}\overline{BC}=\frac{13}{18}\times 12=\frac{26}{3}\,(\text{cm})$이므로
$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\frac{26}{3}\times 5=\frac{65}{3}\,(\text{cm}^2)$

3 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로 $\overline{AH}^2=4\times 1=4$
이때 $\overline{AH}>$이므로 $\overline{AH}=2\,(\text{cm})$
점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{5}{2}\,(\text{cm})$이고
$\overline{MH}=\overline{CM}-\overline{CH}=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}\,(\text{cm})$
$\triangle AMH$에서 $\overline{MH}\times\overline{AH}=\overline{AM}\times\overline{NH}$이므로
$\frac{3}{2}\times 2=\frac{5}{2}\times\overline{NH}$
따라서 $\overline{NH}=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}\,(\text{cm})$

4 $\triangle FCD\equiv\triangle FED$이므로 $\overline{DE}=\overline{DC}=3$
$\triangle ABF\equiv\triangle AEF$이므로 $\overline{AE}=\overline{AB}=6$
오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

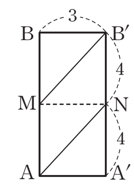


$\overline{DA}=\overline{DE}+\overline{EA}=3+6=9$,
$\overline{AH}=\overline{AB}-\overline{BH}=6-3=3$이므로
$\triangle DAH$에서 $\overline{DH}^2=9^2-3^2=72$
$\overline{BC}=\overline{DH}$이므로 $\overline{BC}^2=\overline{DH}^2=72$

5 $\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$
직각삼각형 ABD에서 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AD}^2=13^2-5^2=12^2$이므로
$\overline{AD}=12\,(\text{cm})$, $\overline{GD}=\frac{1}{3}\times 12=4\,(\text{cm})$
$\triangle ABG=\triangle ACG$이므로
$\triangle ABC=\triangle ABG+\triangle ACG+\triangle GBC=2\triangle ABG+\triangle GBC$
$\frac{1}{2}\times 10\times 12=2\times\frac{1}{2}\times 13\times\overline{GE}+\frac{1}{2}\times 10\times 4$
따라서 $60=13\overline{GE}+20$이므로
$\overline{GE}=\frac{40}{13}\,(\text{cm})$

6 $\overline{DQ}=\overline{DC}=4\,\text{cm}$이므로
$\triangle DPQ$에서 $\overline{PQ}^2=5^2-4^2=9$
$\overline{PQ}>0$이므로 $\overline{PQ}=3\,(\text{cm})$
이때 $\triangle BPA\equiv\triangle DPQ$ (ASA 합동)이므로
$\overline{PA}=\overline{PQ}=3\,\text{cm}$
따라서 □ABCD의 가로의 길이는 $\overline{AD}=3+5=8\,(\text{cm})$이므로
□ABCD의 넓이는 $8\times 4=32\,(\text{cm}^2)$

7 $\overline{AB}$를 자르는 선으로 하여 옆면의 전개도를 그리면 오른쪽 그림과 같은 직사각형이다.



$\overline{BB'}=3$이고 두 번 감을 때 실의 최단 길이는 $\overline{AN}+\overline{MB'}$이다.
$\overline{MB'}^2=4^2+3^2=5^2$이므로 $\overline{MB'}=\overline{AN}=5$
따라서 실의 최단 길이는 10이다.

8 $\overline{AB}:\overline{BC}=3:4$이므로 $S_1:S_3=9:16$
$S_1=9k$라 하면 $S_3=16k$이므로
$S_2=S_3-S_1=16k-9k=7k$
따라서 $S_2:S_3=7k:16k=7:16$

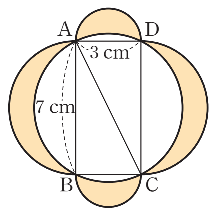
9 삼각형의 결정 조건에서 $7-4<x<4+7$이고 x가 가장 긴 변의 길이이므로 $x>7$이다.
따라서 $7<x<11$이므로 $49<x^2<121$ …… ㉠
예각삼각형이므로 $x^2<4^2+7^2$, $x^2<65$ …… ㉡
㉠, ㉡에서
$49<x^2<65$이므로 $p=49$, $q=65$
따라서 $q-p=65-49=16$

10 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 빗변 BC는 △ABC의 외접원의 지름이다.
직각삼각형 ABC의 외접원의 둘레의 길이가 $13\pi\,\text{cm}$이므로
$\overline{BC}=13\,(\text{cm})$
$\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의하여
$13^2=5^2+\overline{AC}^2$, $\overline{AC}^2=144$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=12\,(\text{cm})$
내접원의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$
$=\frac{1}{2}\times r\times(5+13+12)=15r$ …… ㉠
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 5\times 12=30$ …… ㉡
㉠, ㉡이 같으므로 $15r=30$, $r=2$
따라서 구하는 내접원의 넓이는 $4\pi\,\text{cm}^2$이다.

11 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이의 합과 같으므로
$\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$50\pi-32\pi=18\pi\,(\text{cm}^2)$
$\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $32\pi\,\text{cm}^2$이므로
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2=32\pi$에서 $\overline{AB}^2=256$
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=16\,(\text{cm})$
또 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $18\pi\,\text{cm}^2$이므로
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=18\pi$에서 $\overline{BC}^2=144$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=12\,(\text{cm})$

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=256+144=400$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=20\ (\text{cm})$
따라서 △ABC의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=16+12+20=48\ (\text{cm})$

12 선분 AC를 그으면 △ABC, △ACD는 직각삼각형이고 색칠한 부분의 넓이는 △ABC와 △ACD의 넓이의 합과 같다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같으므로
$3\times7=21\ (\text{cm}^2)$



고난도 실전 문제
92~95쪽

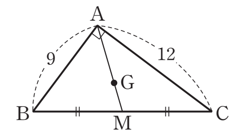
1 2	**2** 12	**3** ②	**4** 5	**5** 493
6 12	**7** 34	**8** $\frac{65}{12}$	**9** $\frac{480}{23}$	**10** $\frac{15}{4}$ cm
11 17	**12** 126	**13** $\frac{8}{3}$ cm	**14** 97	**15** 6 cm^2
16 54	**17** 5	**18** ③	**19** $\frac{40}{3}$ cm^2	**20** 117
21 26	**22** 6	**23** 25π	**24** ③	

1 $\overline{OA}=x$라 하면
△OAB에서 $\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB}^2=x^2+x^2=2x^2$
△OBC에서 $\overline{OC}^2=\overline{OB}^2+\overline{BC}^2=2x^2+x^2=3x^2$
△OCD에서 $\overline{OD}^2=\overline{OC}^2+\overline{CD}^2=3x^2+x^2=4x^2$
△ODE에서 $\overline{OE}^2=\overline{OD}^2+\overline{DE}^2=4x^2+x^2=5x^2$
△OEF에서 $\overline{OF}^2=\overline{OE}^2+\overline{EF}^2=5x^2+x^2=6x^2$
즉, $6x^2=24$이므로 $x^2=4$
이때 $x>0$이므로 $x=2$
따라서 $\overline{OA}$의 길이는 2이다.

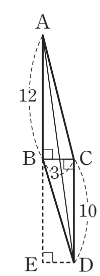
2 △FED와 △CEB에서 $\overline{DE}=\overline{BE}$,
∠FED=∠CEB (맞꼭지각), ∠FDE=∠CBE (엇각)이므로
△FED≡△CEB (ASA 합동)
즉, △CEB의 넓이는 12이다.
$\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{EB}$이므로
△ABC=3△CBE=3×12=36
$\overline{AC}=\overline{BC}=k$라 하면 $\frac{1}{2}\times k\times k=36$이므로 $k^2=72$
△ABC에서 $\overline{AB}^2=k^2+k^2=2k^2=144$
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=12$

3 $\overline{AA_2}^2=\overline{AB_1}^2=\overline{AA_1}^2+\overline{A_1B_1}^2=1^2+1^2=2$
$\overline{AA_3}^2=\overline{AB_2}^2=\overline{AA_2}^2+\overline{A_2B_2}^2=2+1^2=3$
$\overline{AA_4}^2=\overline{AB_3}^2=\overline{AA_3}^2+\overline{A_3B_3}^2=3+1^2=4$
이때 $\overline{AA_4}>0$이므로 $\overline{AA_4}=2$

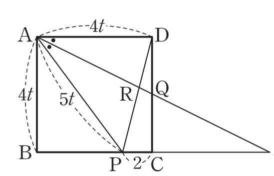
4 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=9^2+12^2=225$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=15$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 M이라 하면 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{15}{2}$
따라서 $\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AM}=\frac{2}{3}\times\frac{15}{2}=5$



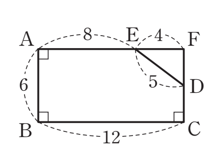
5 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하자.
△ABC의 넓이가 18, △BCD의 넓이가 15이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\times\overline{AB}=18$에서
$\overline{AB}=12$
$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times3\times\overline{CD}=15$에서
$\overline{CD}=10$
△AED에서 $\overline{AD}^2=(12+10)^2+3^2=493$



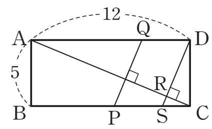
6 $\overline{AR}$는 ∠DAP의 이등분선이므로
$\overline{AP}:\overline{AD}=\overline{PR}:\overline{RD}=5:4$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$와 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 S라 하고
$\overline{AP}=5t$,
$\overline{AB}=\overline{AD}=4t\ (t>0)$라 하면
△ABP에서
$\overline{BP}^2=(5t)^2-(4t)^2=9t^2$이므로 $\overline{BP}=3t$
이때 $\overline{PC}=2$이므로 $t=2$
∠DAS=∠PSA (엇각)이므로 △APS는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{PS}=5t=10$이므로
$\overline{CS}=10-2=8$, $\overline{BS}=8+8=16$
△ABS, △QCS는 ∠S가 공통인 직각삼각형이므로
△ABS∽△QCS (AA 닮음)
즉, $\overline{AB}:\overline{QC}=\overline{BS}:\overline{CS}$이므로 $8:k=16:8$
따라서 $k=4$이므로 $3k=12$



7 오른쪽 그림에서 직사각형의 한 꼭짓점을 F라 하면 △EDF에서
$4^2+\overline{DF}^2=5^2$, $\overline{DF}^2=9$
이때 $\overline{DF}>0$에서 $\overline{DF}=3$이므로
$\overline{DC}=6-3=3$
따라서 오각형 ABCDE의 둘레의 길이는
$6+12+3+5+8=34$



8 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{PQ}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 S, R라 하면



$\triangle ACD$에서 $\overline{AC}^2=5^2+12^2=169$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=13$

$\overline{AD}\times\overline{CD}=\overline{AC}\times\overline{DR}$이므로

$12\times5=13\times\overline{DR}$, $\overline{DR}=\frac{60}{13}$

$\triangle CDS$에서 $\overline{CD}^2=\overline{DR}\times\overline{DS}$이므로

$5^2=\frac{60}{13}\times\overline{DS}$, $\overline{DS}=25\times\frac{13}{60}=\frac{65}{12}$

따라서 □QPSD는 평행사변형이므로

$\overline{PQ}=\overline{DS}=\frac{65}{12}$

9 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}^2=17^2-8^2=15^2$

이때 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=15$

따라서 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times8\times15=60$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BE}:\overline{AE}=\overline{BD}:\overline{AD}=8:15$이므로

$\triangle BED=\frac{8}{23}\triangle ABD=\frac{8}{23}\times60=\frac{480}{23}$

10 $\triangle DBC$에서 $\overline{BD}^2=8^2+6^2=10^2$

이때 $\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=10$

$\triangle ABE\equiv\triangle C'DE$ (ASA 합동)에서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이므로

$\overline{BF}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$

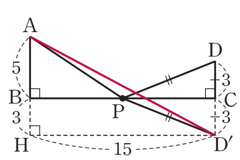
또한 $\triangle EBF\backsim\triangle DBC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{EF}:\overline{DC}$

따라서 $5:8=\overline{EF}:6$이므로

$\overline{EF}=\frac{30}{8}=\frac{15}{4}(\text{cm})$

11 오른쪽 그림과 같이 점 D와 $\overline{BC}$에 대하여 대칭인 점을 D′이라 하고 점 D′에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자.



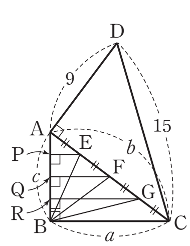
$\overline{AP}+\overline{DP}=\overline{AP}+\overline{D'P}\geq\overline{AD'}$이므로 $\triangle AHD'$에서

$\overline{AD'}^2=8^2+15^2=289$

이때 $\overline{AD'}>0$이므로 $\overline{AD'}=17$

따라서 $\overline{AP}+\overline{DP}$의 길이 중에서 가장 짧은 길이는 17이다.

12 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$라 하고 세 점 E, F, G에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R라 하면



$\triangle PBE$에서 $\overline{PE}=\frac{1}{4}a$, $\overline{BP}=\frac{3}{4}c$이므로

$\overline{BE}^2=\left(\frac{1}{4}a\right)^2+\left(\frac{3}{4}c\right)^2=\frac{1}{16}a^2+\frac{9}{16}c^2$

$\triangle QBF$에서 $\overline{QF}=\frac{1}{2}a$, $\overline{BQ}=\frac{1}{2}c$이므로

$\overline{BF}^2=\left(\frac{1}{2}a\right)^2+\left(\frac{1}{2}c\right)^2=\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{4}c^2$

$\triangle RBG$에서 $\overline{RG}=\frac{3}{4}a$, $\overline{BR}=\frac{1}{4}c$이므로

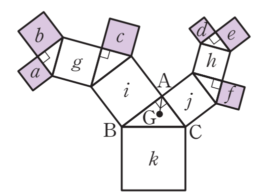
$\overline{BG}^2=\left(\frac{3}{4}a\right)^2+\left(\frac{1}{4}c\right)^2=\frac{9}{16}a^2+\frac{1}{16}c^2$

따라서 $\overline{BE}^2+\overline{BF}^2+\overline{BG}^2=\frac{7}{8}(a^2+c^2)=\frac{7}{8}b^2$

이때 $\triangle ACD$에서 $b^2=15^2-9^2=144$이므로

$\overline{BE}^2+\overline{BF}^2+\overline{BG}^2=\frac{7}{8}\times144=126$

13 오른쪽 그림과 같이 정사각형의 넓이를 각각 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k라 하면 피타고라스 정리에 의하여 색칠한 부분의 넓이는



$(a+b)+c+(d+e)+f$

$=g+c+h+f=i+j=k=64\,(\text{cm}^2)$

$k=\overline{BC}^2$에서 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=8\,(\text{cm})$

직각삼각형 ABC의 무게중심 G와 한 꼭짓점 A를 지나는 직선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하면

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=4\,(\text{cm})$이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\times4=\frac{8}{3}\,(\text{cm})$

14 $\triangle AFE$와 $\triangle DEH$에서

$\overline{EF}=\overline{HE}$, $\angle EAF=\angle HDE=90^\circ$,

$\angle AFE=90^\circ-\angle AEF=\angle DEH$

이므로 $\triangle AFE\equiv\triangle DEH$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{AF}=\overline{DE}=5$ …… ❶

$\triangle AFE$에서 $\overline{EF}^2=12^2+5^2=169$

이때 $\overline{EF}>0$이므로 $\overline{EF}=13$

따라서 $\overline{EJ}=13-9=4$ …… ❷

$\triangle FKJ$와 $\triangle EJI$에서

$\overline{KJ}=\overline{JI}$, $\angle KFJ=\angle JEI=90^\circ$,

$\angle FKJ=90^\circ-\angle FJK=\angle EJI$

이므로 $\triangle FKJ\equiv\triangle EJI$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{FK}=\overline{EJ}=4$ …… ❸

$\triangle FKJ$에서 $\overline{JK}^2=9^2+4^2=97$

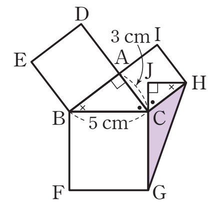
따라서 (□IJKL의 넓이)$=\overline{JK}^2=97$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\overline{AF}$의 길이 구하기	30 %
❷ $\overline{EF}$, $\overline{EJ}$의 길이 구하기	20 %
❸ $\overline{FK}$의 길이 구하기	30 %
❹ □IJKL의 넓이 구하기	20 %

15 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=5^2-3^2=16$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=4\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 H에서 $\overline{CG}$의 연장선에 내린 수선의 발을 J라 하자.



$\triangle ABC$와 $\triangle JHC$에서

$\angle ACB = \angle JCH$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle JHC$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{JH} = \overline{BC} : \overline{HC}$이므로

$4 : \overline{JH} = 5 : 3$, $\overline{JH} = \frac{12}{5}$ (cm)

따라서 $\triangle CGH = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{12}{5} = 6$ (cm^2)

16 $9^2=81$, $11^2=121$, $12^2=144$, $15^2=225$, $17^2=289$, $22^2=484$

이때 $81+144=225$이므로 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있는 수는 9, 12, 15이고 빗변의 길이는 15이다.

따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$

17 삼각형의 결정 조건에 의하여 $6-4<x<6+4$이므로

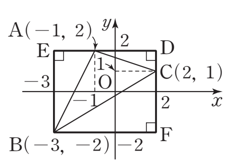
$2<x<10$ …… ㉠

또한 $\angle A$가 예각이므로 $x^2<4^2+6^2$, $x^2<52$ …… ㉡

이때 $7^2=49$, $8^2=64$이므로 ㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 자연수 x의 값의 범위는 $3 \le x \le 7$이다.

따라서 자연수 x는 3, 4, 5, 6, 7의 5개이다.

18 오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, C를 지나고 x축 또는 y축에 평행한 직선이 만나는 점을 D, E, F라 하자.



$\triangle AEB$에서 $\overline{AB}^2=2^2+4^2=20$

$\triangle BFC$에서 $\overline{BC}^2=5^2+3^2=34$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AC}^2=3^2+1^2=10$

이때 $\overline{BC}^2>\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A>90°$인 둔각삼각형이다.

19 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=10^2+24^2=676=26^2$

$\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=26$ (cm)

점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=\overline{DC}=\frac{26}{2}=13$ (cm)

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 13=\frac{26}{3}$ (cm)

$\triangle DAB$가 이등변삼각형이므로 $\angle DAB=\angle ABC$

따라서 $\angle HAG=90°-\angle DAB=90°-\angle ABC=\angle ACB$

이므로 $\triangle AGH \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$\overline{AG} : \overline{BC}=\frac{26}{3} : 26=1 : 3$이므로

$\triangle AGH : \triangle CBA=1 : 9$

따라서 $\triangle AGH$의 넓이는

$\frac{1}{9}\times\triangle ABC=\frac{1}{9}\times\frac{1}{2}\times 10\times 24=\frac{40}{3}$ (cm^2)

20 $\triangle ADC$에서 $\overline{FE}/\!/\overline{DC}$이고 $\overline{AF}=2\overline{FD}$이므로

$\overline{AE} : \overline{EC}=\overline{AF} : \overline{FD}=2 : 1$

$\triangle ABC$에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AD} : \overline{DB}=\overline{AE} : \overline{EC}=2 : 1$

$\overline{DE} : \overline{BC}=\overline{AE} : \overline{AC}=2 : (2+1)=2 : 3$

즉, $\overline{DE} : 9=2 : 3$이므로

$3\overline{DE}=18$, $\overline{DE}=6$

따라서

$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

$=6^2+9^2=117$

21 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{AC}=2\overline{DE}$

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 14=7$, $\overline{CE}=\frac{1}{2}\times 18=9$이고

□ADEC에서 $\overline{AC}^2+\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{CE}^2$이므로

$(2\overline{DE})^2+\overline{DE}^2=7^2+9^2$, $5\overline{DE}^2=130$

따라서 $\overline{DE}^2=26$

22 $\overline{BP}=x$라 하면 $\overline{AB}=2x$이고, $\triangle ABD$에서

$\overline{AB}^2=\overline{BP}\times\overline{BD}$이므로 $(2x)^2=x\times\overline{BD}$, $\overline{BD}=4x$

따라서 $\overline{DP}=\overline{BD}-\overline{BP}=4x-x=3x$

한편 $\triangle ABP$에서 $\overline{AP}^2=(2x)^2-x^2=3x^2$ …… ❶

□ABCD에서 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$3x^2+63=x^2+(3x)^2$, $7x^2=63$, $x^2=9$

이때 $x>0$이므로 $x=3$ …… ❷

따라서 $\overline{AB}=2x=2\times 3=6$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\overline{BP}$, $\overline{DP}$, $\overline{AP}^2$을 각각 x에 대한 식으로 나타내기	30 %
❷ x의 값 구하기	50 %
❸ $\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %

23 $P=Q+R$이므로

$P+Q-R=(Q+R)+Q-R=2Q$

이때 Q는 반지름의 길이가 5인 반원의 넓이와 같으므로

$P+Q-R=2Q=2\times\left(\frac{1}{2}\times\pi\times 5^2\right)=25\pi$

24 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 20=150$, $\overline{AB}=15$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=15^2+20^2=625$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=25$

한편 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$15\times 20=25\times\overline{AH}$

따라서 $\overline{AH}=\frac{300}{25}=12$

6. 경우의 수

필수 확인 문제 100~103쪽

1 ③	**2** 3	**3** 3	**4** 9	**5** 7
6 ⑤	**7** 9	**8** 20	**9** 9	**10** 8
11 30	**12** ②	**13** 696	**14** 720	**15** 540
16 ①	**17** ③	**18** 243	**19** 110	**20** 66
21 24	**22** 17	**23** 30	**24** 52	

1 ① 짝수가 나오는 경우는 2, 4, 6, 8, 10, 12의 6가지이다.
② 소수가 나오는 경우는 2, 3, 5, 7, 11의 5가지이다.
③ 3의 배수가 나오는 경우는 3, 6, 9, 12의 4가지이다.
④ 12의 약수가 나오는 경우는 1, 2, 3, 4, 6, 12의 6가지이다.
⑤ 8 이상의 수가 나오는 경우는 8, 9, 10, 11, 12의 5가지이다.
따라서 경우의 수가 가장 작은 사건은 ③이다.

2 $x+2y=11$을 만족시키는 경우를 순서쌍 (x, y)로 나타내면
$(5, 3)$, $(3, 4)$, $(1, 5)$
따라서 구하는 경우의 수는 3이다.

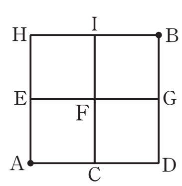
3 (3 cm, 6 cm, 7 cm), (3 cm, 7 cm, 9 cm),
(6 cm, 7 cm, 9 cm)의 3개이다.

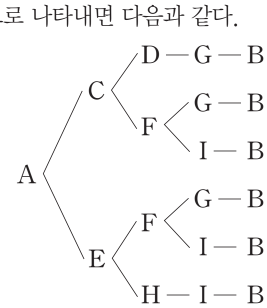
4 1000원을 지불하는 경우를 표로 나타내면 다음과 같으므로 구하는 경우의 수는 9이다.

500원(개)	2	1	1	1	1	1	0	0	0
100원(개)	0	5	4	3	2	1	8	7	6
50원(개)	0	0	2	4	6	8	4	6	8

5 한 걸음에 오르는 계단 수를 순서쌍으로 나타내면
(1, 1, 1, 1),
(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1),
(1, 3), (3, 1),
(2, 2)의 7가지이다.

6 오른쪽 그림에서 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.





따라서 구하는 경우의 수는 6이다.

7 (i) 점 (x, y)가 $y=5x+3$의 그래프 위에 있는 경우
(1, 8), (2, 13), (3, 18)의 3개이다.
(ii) 점 (x, y)가 $y=\frac{18}{x}$의 그래프 위에 있는 경우
(1, 18), (2, 9), (3, 6), (6, 3), (9, 2), (18, 1)의 6개이다.
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $3+6=9$

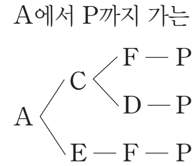
8 (i) 두 수의 곱이 양수인 경우
두 수를 순서쌍 (x, y)로 나타내면
(a) 두 수가 모두 양수인 경우는
(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)의 6
(b) 두 수가 모두 음수인 경우는
$(-4, -3)$, $(-4, -2)$, $(-4, -1)$, $(-3, -2)$,
$(-3, -1)$, $(-2, -1)$의 6
(a), (b)에서 $6+6=12$
(ii) 두 수의 곱이 0인 경우
0과 다른 수를 선택하는 경우이므로 8
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $12+8=20$

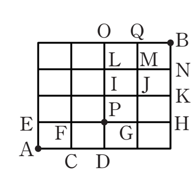
9 세 주머니 A, B, C에서 꺼낸 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 공에 적힌 수의 합이 3인 경우
(1, 1, 1)의 1가지 …… ❶
(ii) 공에 적힌 수의 합이 6인 경우
(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2),
(3, 2, 1), (2, 2, 2)의 7가지 …… ❷
(iii) 공에 적힌 수의 합이 9인 경우
(3, 3, 3)의 1가지 …… ❸
(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는
$1+7+1=9$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ 공에 적힌 수의 합이 3인 경우의 수 구하기	30 %
❷ 공에 적힌 수의 합이 6인 경우의 수 구하기	30 %
❸ 공에 적힌 수의 합이 9인 경우의 수 구하기	30 %
❹ 공에 적힌 수의 합이 3의 배수인 경우의 수 구하기	10 %

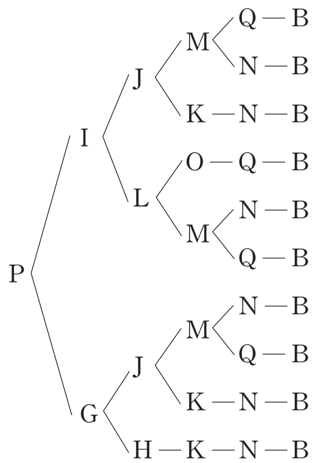
10 동전 2개에서 서로 같은 면이 나오는 경우는
(앞, 앞), (뒤, 뒤)의 2가지
주사위에서 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times4=8$

11 A에서 P까지 가는 경우의 수는 3이다.





P에서 B까지 가는 경우의 수는 10이다.



따라서 구하는 경우의 수는 $3\times10=30$

12 (ⅰ) A → B로 가는 경우의 수는 2

(ⅱ) A → C → B로 가는 경우의 수는 $3\times2=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는 $2+6=8$

13 6명의 선수를 일렬로 세우는 경우의 수는

$x=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

A가 두 번째, F가 마지막에 서는 경우는 A, F를 제외한 4명의 순서를 정하면 되므로 $y=4\times3\times2\times1=24$

따라서 $x-y=720-24=696$

14 여학생 3명을 1명으로 생각하여 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$

이때 여학생 3명의 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $120\times6=720$

15 A에 칠할 수 있는 색: 5가지

B에 칠할 수 있는 색: A에 사용한 색을 제외한 4가지

C에 칠할 수 있는 색: A, B에 사용한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색: A, C에 사용한 색을 제외한 3가지

E에 칠할 수 있는 색: A, D에 사용한 색을 제외한 3가지

따라서 구하는 방법의 수는 $5\times4\times3\times3\times3=540$

16 홀수는 일의 자리의 숫자가 1 또는 3 또는 5이어야 한다.

(ⅰ) □1인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 3, 4, 5, 6의 5가지

(ⅱ) □3인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 4, 5, 6의 5가지

(ⅲ) □5인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4, 6의 5가지

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 홀수의 개수는 $5+5+5=15$

다른 풀이

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3, 5의 3가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 일의 자리에 온 숫자를 제외한 5가지이므로 구하는 홀수의 개수는 $3\times5=15$

17 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자를 제외한 4가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3가지이다.

따라서 구하는 자연수의 개수는 $4\times4\times3=48$

18 (ⅰ) 1□□인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1과 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3가지이므로 $4\times3=12$

(ⅱ) 21□인 경우

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3, 4, 5의 3가지

(ⅲ) 23□인 경우

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 4, 5의 3가지 …… ❶

(ⅳ) 24□인 경우

241, 243, 245

(ⅰ)~(ⅳ)에서 20번째에 오는 수는 243이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 1□□, 21□, 23□인 경우의 수 구하기	70 %
❷ 20번째에 오는 수 구하기	30 %

19 남자 3명과 여자 2명을 뽑는 경우의 수는

$a=\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}\times\frac{5\times4}{2\times1}=40$

수진이를 포함하여 남녀 구분 없이 5명을 뽑는 경우는 수진이를 제외한 8명 중에 4명을 선발하는 경우이므로

$b=\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}=70$

따라서 $a+b=40+70=110$

20 대표가 모두 여학생인 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

대표가 모두 남학생인 경우의 수는 $\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$

따라서 구하는 경우의 수는 $10+56=66$

21 8명 중에서 순서를 생각하지 않고 2명을 선택하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{8\times7}{2\times1}=28$

이때 한 쌍의 부부 2명을 선택하는 경우의 수는 4

따라서 구하는 경우의 수는 $28-4=24$

22 8개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{8\times7}{2\times1}=28$

이때 직선 l 위의 5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2\times1}=10$

또 직선 m 위의 3개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{3\times2}{2\times1}=3$

따라서 구하는 직선의 개수는
$28-10+1-3+1=17$

23 반직선의 개수는 5개의 점 중에서 순서를 생각하여 2개를 선택하는 경우의 수와 같으므로
$a=5\times4=20$ …… ❶
삼각형의 개수는 5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로
$b=\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$ …… ❷
따라서 $a+b=20+10=30$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

24 8개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수는 $\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$
이때 한 직선 위에 3개의 점을 선택하는 경우의 수는 4
따라서 구하는 삼각형의 개수는 $56-4=52$

고난도 대표 유형

104~107쪽

1 10	2 108	3 34	4 43	5 242
6 37	7 144	8 180	9 12	10 108
11 36	12 80			

1 10원짜리는 0, 1, 2, 3, 4개의 5가지, 50원짜리는 0, 1, 2, 3개의 4가지, 100원짜리는 0, 1개의 2가지이다.
이때 세 동전 모두 사용하지 않는 경우는 제외해야 하므로
$a=5\times4\times2-1=39$
100원짜리 동전 1개를 50원짜리 동전 2개로 바꾸어 생각하면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 4개, 50원짜리 동전 5개로 지불하는 방법의 수와 같으므로
$b=5\times6-1=29$
따라서 $a-b=39-29=10$

2 $a+b+c$가 짝수인 경우는 a, b, c가 모두 짝수이거나 a, b, c 중 홀수가 2개인 경우이다.
즉, 순서쌍 (a, b, c)가
(짝, 짝, 짝)인 경우의 수는 $3\times3\times3=27$
(홀, 홀, 짝)인 경우의 수는 $3\times3\times3=27$
(홀, 짝, 홀)인 경우의 수는 $3\times3\times3=27$
(짝, 홀, 홀)인 경우의 수는 $3\times3\times3=27$
따라서 구하는 경우의 수는 $27+27+27+27=108$

3 첫 번째, 두 번째에 나오는 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 두 수의 차가 0인 경우
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8)의 8가지
(ii) 두 수의 차가 1인 경우
(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8), (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5), (7, 6), (8, 7)의 14가지
(iii) 두 수의 차가 2인 경우
(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7), (6, 8), (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4), (7, 5), (8, 6)의 12가지
(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는 $8+14+12=34$

4 카드를 뽑아서 나오는 수를 x라 할 때
$\dfrac{x}{30}=\dfrac{x}{2\times3\times5}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 x는 3의 배수이어야 하므로 1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수는 3, 6, 9, 12, …, 99의 33개이다.
$\dfrac{x}{70}=\dfrac{x}{2\times5\times7}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 x는 7의 배수이어야 하므로 1부터 100까지의 자연수 중 7의 배수는 7, 14, 21, …, 98의 14개이다.
이때 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수는 21, 42, 63, 84의 4개이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $33+14-4=43$

5 전등 하나가 3개의 신호를 만들 수 있고, 이런 전등이 5개 있으므로 모든 경우의 수는 $3\times3\times3\times3\times3=243$
이 중에서 모두 꺼진 경우를 제외해야 하므로
구하는 경우의 수는 $243-1=242$

6 A → C → D인 경우의 수는 $3\times3=9$
A → B → D인 경우의 수는 $2\times2=4$
A → C → B → D인 경우의 수는 $3\times2\times2=12$
A → B → C → D인 경우의 수는 $2\times2\times3=12$
따라서 구하는 경우의 수는 $9+4+12+12=37$

7 남학생과 여학생이 번갈아 서는 경우는 '남여남여남여' 또는 '여남여남여남'이다.
남학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$,
여학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이므로
'남여남여남여'인 경우의 수는 $6\times6=36$
같은 방법으로 '여남여남여남'인 경우의 수는 36이다.
따라서 $a=36+36=72$
남자 3명을 1명으로 생각하고, 여자 3명을 1명으로 생각하여 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $2\times1=2$
이때 남자끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$,
여자끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$
따라서 $b=2\times6\times6=72$
그러므로 $a+b=72+72=144$

8 A에 칠할 수 있는 색은 5가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지
D에 칠할 수 있는 색은 B, C에 칠한 색을 제외한 3가지
따라서 구하는 경우의 수는 $5\times4\times3\times3=180$

9 4의 배수이려면 끝의 두 자릿수가 4의 배수가 되어야 한다.
(i) 끝의 두 자릿수가 12인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 3가지
(ii) 끝의 두 자릿수가 24인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 3가지
(iii) 끝의 두 자릿수가 32인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 3가지
(iv) 끝의 두 자릿수가 52인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 3가지
(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는 $3+3+3+3=12$

10 5의 배수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.
(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우
천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5가지
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 천의 자리에 온 숫자를 제외한 4가지
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 천의 자리와 백의 자리에 온 숫자를 제외한 3가지
이므로 $5\times4\times3=60$
(ii) 일의 자리의 숫자가 5인 경우
천의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 0을 제외한 4가지
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 천의 자리에 온 숫자를 제외한 4가지
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 천의 자리와 백의 자리에 온 숫자를 제외한 3가지
이므로 $4\times4\times3=48$
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $60+48=108$

11 6명의 학생 중에서 회장 1명과 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는
$a=6\times5=30$
가영이를 포함한 여학생 대표 2명과 남학생 대표 2명을 뽑는 경우의 수는
가영이를 제외한 여학생 2명 중에서 대표 1명을 뽑는 경우의 수는 2이고 남학생 3명 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는
$\frac{3\times2}{2\times1}=3$이므로 $b=2\times3=6$
따라서 $a+b=30+6=36$

12 9개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수는
$\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$
이때 반원의 지름에 있는 4개의 점 중에서 3개의 점을 선택하는 경우의 수는
$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$
따라서 구하는 삼각형의 개수는 $84-4=80$

고난도 실전 문제 108~111쪽

1 2	**2** ②	**3** 6	**4** 6	**5** 4
6 20	**7** 7	**8** ④	**9** 22	**10** 72
11 12	**12** 60	**13** 24	**14** CBDAE	**15** ④
16 24	**17** 48	**18** ③	**19** 732	**20** 14점
21 16	**22** 26	**23** 150	**24** 20	

1 주어진 연립방정식의 해가 없으려면
$\frac{b+2}{a}=\frac{3}{1}\neq\frac{a}{1}$, 즉 $\frac{b+2}{a}=3\neq a$이어야 한다.
따라서 $b+2=3a$, $a\neq3$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 1)$, $(2, 4)$의 2가지이다.

2 이등변삼각형의 세 변의 길이를 a, a, b(a, b는 자연수)라 하면 삼각형의 둘레의 길이가 24이므로
$2a+b=24$
이때 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 이를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는
$(7, 10)$, $(8, 8)$, $(9, 6)$, $(10, 4)$, $(11, 2)$
따라서 구하는 경우의 수는 5이다.

3 100원짜리 a개, 50원짜리 b개, 10원짜리 c개로 250원을 지불한다고 할 때 순서쌍 (a, b, c)는
$(2, 1, 0)$, $(2, 0, 5)$, $(1, 3, 0)$, $(1, 2, 5)$, $(0, 5, 0)$, $(0, 4, 5)$의 6가지이다.

4 $\frac{y}{x}$가 유한소수이려면 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 $x=2$ 또는 $x=5$일 때 $\frac{y}{x}$는 유한소수로 나타내어진다.
이를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(2, 3)$, $(2, 5)$, $(2, 7)$, $(5, 2)$, $(5, 3)$, $(5, 7)$이므로 구하는 경우의 수는 6이다.

5 주사위를 두 번 던진 후 점 P가 원점에 있으려면 짝수의 눈이 한 번, 홀수의 눈이 한 번 나와야 한다.
이때 짝수의 눈의 수를 a, 홀수의 눈의 수를 b라 하면
$a-2b=0$, 즉 $a=2b$
따라서 한 개의 주사위를 두 번 던진 후 점 P가 원점에 있도록 첫 번째, 두 번째에 나오는 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(3, 6)$, $(6, 3)$이므로 구하는 경우의 수는 4이다.

6 $a<b<c$를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c)는

(i) $a=1$인 경우

$(1, 2, 3)$, $(1, 2, 4)$, $(1, 2, 5)$, $(1, 2, 6)$, $(1, 3, 4)$, $(1, 3, 5)$, $(1, 3, 6)$, $(1, 4, 5)$, $(1, 4, 6)$, $(1, 5, 6)$의 10가지

(ii) $a=2$인 경우

$(2, 3, 4)$, $(2, 3, 5)$, $(2, 3, 6)$, $(2, 4, 5)$, $(2, 4, 6)$, $(2, 5, 6)$의 6가지

(iii) $a=3$인 경우

$(3, 4, 5)$, $(3, 4, 6)$, $(3, 5, 6)$의 3가지

(iv) $a=4$인 경우

$(4, 5, 6)$의 1가지

(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는 $10+6+3+1=20$

7 (i) 점 (x, y)가 $y=2x$의 그래프 위에 있는 경우

$(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(4, 8)$, $(5, 10)$, $(6, 12)$의 6가지 …… ❶

(ii) 점 (x, y)가 $y=\frac{32}{x}$의 그래프 위에 있는 경우

$(4, 8)$, $(8, 4)$의 2가지 …… ❷

(i), (ii)에서 $(4, 8)$이 중복되므로 구하는 경우의 수는

$6+2-1=7$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 점 (x, y)가 $y=2x$의 그래프 위에 있는 경우의 수	30 %
❷ 점 (x, y)가 $y=\frac{32}{x}$의 그래프 위에 있는 경우의 수	30 %
❸ 점 (x, y)가 $y=2x$ 또는 $y=\frac{32}{x}$의 그래프 위에 있는 경우의 수	40 %

8 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a, 두 번째 나온 눈의 수를 b라 하면 두 점이 같은 위치에 오게 되는 순서쌍 (a, b)는

(i) 두 점이 꼭짓점 A에 오는 경우

$(4, 4)$의 1가지

(ii) 두 점이 꼭짓점 B에 오는 경우

$(1, 3)$, $(5, 3)$의 2가지

(iii) 두 점이 꼭짓점 C에 오는 경우

$(2, 2)$, $(2, 6)$, $(6, 2)$, $(6, 6)$의 4가지

(iv) 두 점이 꼭짓점 D에 오는 경우

$(3, 1)$, $(3, 5)$의 2가지

(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는 $1+2+4+2=9$

9 전등 하나가 2개의 신호를 만들 수 있고, 이런 전등이 4개 있으므로 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

이 중에서 모두 꺼진 경우는 제외해야 하므로

$x=16-1=15$

y개의 전등으로 127개의 신호를 만들었으므로

$2^y-1=127$, $2^y=128=2^7$, $y=7$

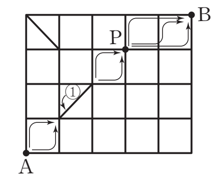
따라서 $x+y=15+7=22$

10 정팔면체 모양의 주사위와 정십이면체 모양의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $8\times12=96$

두 눈의 수의 곱이 홀수가 되는 경우는 둘 다 홀수가 나올 때이므로 두 주사위의 눈의 수가 모두 홀수인 경우의 수는 $4\times6=24$

따라서 구하는 경우의 수는 $96-24=72$

11 A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가려면 ①을 지나야 한다.



A지점에서 ①까지 가는 경우의 수는 2

①을 지난 후 P 지점까지 가는 경우의 수는 2

P 지점에서 B 지점까지 가는 경우의 수는 3

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times2\times3=12$

12 E를 맨 앞에 세우고 난 후 나머지 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$

이때 D가 F보다 앞에 서는 경우의 수는 F가 D보다 앞에 서는 경우의 수와 같다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{120}{2}=60$

13 A와 B를 1명으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

이때 A와 B가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 A와 B가 이웃하는 경우의 수는 $24\times2=48$

A와 B를 1명, C와 D를 1명으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

이때 A와 B끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이고, C와 D끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 A와 B가 이웃하고, C와 D가 이웃하는 경우의 수는 $6\times2\times2=24$

따라서 구하는 경우의 수는 $48-24=24$

14 (i) A□□□□인 경우

A를 제외한 4개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

(ii) B□□□□인 경우

B를 제외한 4개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

(iii) CA□□□인 경우

C, A를 제외한 3개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

(iv) CBA□□인 경우

CBADE, CBAED의 2가지

(i)~(iv)에서 $24+24+6+2=56$이므로

57번째에 나오는 문자는 CBDAE이다.

15 A에 칠할 수 있는 색은 5가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지
(i) B, D에 같은 색을 칠하는 경우
D에 칠할 수 있는 색은 1가지
E에 칠할 수 있는 색은 A, B(D)에 칠한 색을 제외한 3가지
따라서 D, E에 색을 칠하는 경우의 수는 $1\times3=3$
(ii) B, D에 다른 색을 칠하는 경우
D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 2가지
E에 칠할 수 있는 색은 A, B, D에 칠한 색을 제외한 2가지
따라서 D, E에 색을 칠하는 경우의 수는 $2\times2=4$
(i), (ii)에서 D, E에 색을 칠하는 경우의 수는 $3+4=7$
따라서 구하는 경우의 수는 $5\times4\times3\times7=420$

16 3의 배수가 되기 위해서는 각 자리 숫자의 합이 3의 배수가 되어야 한다.
(i) 각 자리 숫자의 합이 15가 되는 경우
4, 5, 6을 일렬로 나열한 경우이므로
$3\times2\times1=6$
(ii) 각 자리 숫자의 합이 18이 되는 경우
4, 6, 8 또는 5, 6, 7을 일렬로 나열한 경우이므로
$(3\times2\times1)+(3\times2\times1)=12$
(iii) 각 자리 숫자의 합이 21이 되는 경우
6, 7, 8을 일렬로 나열한 경우이므로
$3\times2\times1=6$
(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는 $6+12+6=24$

17 4의 배수가 되는 경우는 끝의 두 자릿수가 4의 배수가 되어야 하므로 끝의 두 자릿수가 04, 12, 20, 24, 32, 40, 52인 경우이다.
이 중 5의 배수가 되는 경우는 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 하므로 끝의 두 자릿수가 20, 40인 경우이다.
(i) 끝의 두 자릿수가 20인 경우
앞 세 자리에 1, 3, 4, 5를 나열하는 경우의 수이므로
$4\times3\times2=24$
(ii) 끝의 두 자릿수가 40인 경우
앞 세 자리에 1, 2, 3, 5를 나열하는 경우의 수이므로
$4\times3\times2=24$
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $24+24=48$

18 10쌍의 부부, 즉 20명의 사람이 서로 한 번씩 악수를 하는 횟수는
$\frac{20\times19}{2}=190$
이때 10쌍의 부부가 부부끼리 악수를 하는 횟수는 10
따라서 구하는 횟수는 $190-10=180$

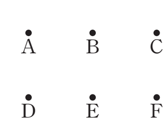
다른 풀이
(i) 남자끼리 악수를 하는 횟수는 $\frac{10\times9}{2}=45$
(ii) 여자끼리 악수를 하는 횟수는 $\frac{10\times9}{2}=45$
(iii) 남자와 여자가 자신의 배우자를 제외하고 악수를 하는 횟수는 $10\times9=90$
(i), (ii), (iii)에서 구하는 횟수는
$45+45+90=180$

19 여학생 6명 중에 대표 1명을 뽑는 경우의 수는 6이고
남학생 7명 중에 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{7\times6}{2}=21$이므로
$a=6\times21=126$
학생 13명 중에 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 13이고
남은 12명 중에 부회장 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{12\times11}{2}=66$이므로
$b=13\times66=858$
따라서 $b-a=858-126=732$

20 5개의 팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때, 총 경기 수는
$\frac{5\times4}{2}=10$
한 경기마다 경기한 두 팀이 얻는 점수의 합이 4점이므로
모든 경기가 끝난 후 5개의 팀이 얻은 점수의 합은
$10\times4=40$(점)
따라서 E팀이 얻은 점수는
$40-(8+4+10+4)=14$(점)

21 (가)에서 4개의 팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때, 경기 수는
$\frac{4\times3}{2}=6$이므로 2개의 조에서 열리는 경기 수는 $6+6=12$
(나)에서 한 조에서 1위인 팀과 다른 한 조에서 2위인 팀이 하는 경기 수는 2
(다)에서 1위, 2위를 정하는 경기 수는 1, 3위, 4위를 정하는 경기 수는 1
따라서 모든 경기 수는 $12+2+1+1=16$

22 6개의 점 중에서 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수는 6개 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수와 같으므로
$a=\frac{6\times5}{2}=15$ …… ❶
한편 오른쪽 그림과 같이 6개의 점을 각각 A, B, C, D, E, F라 하면 세 점 A, B, C로 만들 수 있는 선분의 개수는 $\frac{3\times2}{2}=3$이지만 직선의 개수는 1이다.



마찬가지로 세 점 D, E, F로 만들 수 있는 선분의 개수는 3이지만 직선의 개수는 1이다.

따라서 직선의 개수는 선분의 개수에서 중복되는 직선의 개수를 뺀 것이므로

$b=15-2\times2=11$ …… ❷

따라서 $a+b=15+11=26$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

23 가로 방향의 6개의 선분 중에 2개를 선택하는 경우의 수는

$\frac{6\times5}{2\times1}=15$

세로 방향의 5개의 선분 중에 2개를 선택하는 경우의 수는

$\frac{5\times4}{2\times1}=10$

따라서 이 선분으로 만들 수 있는 직사각형의 개수는

$15\times10=150$

24 위 평행선에서 1개의 점, 아래 평행선에서 2개의 점을 선택할 때, 넓이가 3 cm^2가 되려면 $\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times2=3$이므로 밑변의 길이가 3 cm가 되어야 한다.

아래 평행선에서 간격이 3 cm가 되는 점을 선택하는 경우의 수는 2이다.

이때 위 평행선에서 꼭짓점이 되는 경우의 수는 5이므로

$2\times5=10$

같은 방법으로 위 평행선에서 2개의 점, 아래 평행선에서 1개의 점을 선택하는 경우의 수도 10이다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는 $10+10=20$

7. 확률

필수 확인 문제

116~119쪽

1 파란 구슬: 10, 빨간 구슬: 15 **2** $\frac{7}{18}$ **3** $\frac{3}{8}$

4 $\frac{1}{7}$ **5** $\frac{1}{3}$ **6** ① **7** $\frac{2}{3}$ **8** $\frac{9}{10}$

09 $\frac{5}{6}$ **10** $\frac{6}{7}$ **11** $\frac{31}{32}$ **12** $\frac{1}{25}$ **13** $\frac{9}{20}$

14 ⑤ **15** $\frac{5}{36}$ **16** $\frac{26}{81}$ **17** $\frac{7}{18}$ **18** $\frac{7}{10}$

19 $\frac{29}{50}$ **20** $\frac{3}{5}$ **21** $\frac{3}{10}$ **22** $\frac{1}{15}$ **23** $\frac{5}{9}$

24 $\frac{11}{12}$

1 처음 주머니에 들어 있는 파란 구슬과 빨간 구슬의 개수를 각각 x, y라 하자.

이 주머니에서 빨간 구슬을 꺼낼 확률이 $\frac{3}{5}$이므로

$\frac{y}{x+y}=\frac{3}{5}$, $5y=3x+3y$, $3x=2y$ …… ㉠

주머니에 파란 구슬 10개를 더 넣으면 빨간 구슬을 꺼낼 확률이 $\frac{3}{7}$이므로

$\frac{y}{x+y+10}=\frac{3}{7}$, $7y=3x+3y+30$, $3x-4y=-30$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $2y-4y=-30$, $-2y=-30$, $y=15$

따라서 $x=10$, $y=15$

2 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$\frac{b}{a}$가 자연수이려면 b가 a의 배수이어야 한다.

(i) $a=1$일 때, $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$의 6가지

(ii) $a=2$일 때, $b=2, 4, 6$의 3가지

(iii) $a=3$일 때, $b=3, 6$의 2가지

(iv) $a=4$일 때, $b=4$의 1가지

(v) $a=5$일 때, $b=5$의 1가지

(vi) $a=6$일 때, $b=6$의 1가지

(i)~(vi)에서 $\frac{b}{a}$가 자연수인 경우의 수는

$6+3+2+1+1+1=14$

따라서 구하는 확률은 $\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

3 모든 경우의 수는 $4\times4=16$

두 자리 자연수가 홀수이려면 일의 자리의 숫자가 1 또는 3이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 1인 경우
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 3, 4의 3가지

(ii) 일의 자리의 숫자가 3인 경우
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 4의 3가지

(ⅰ), (ⅱ)에서 두 자리 자연수가 홀수인 경우의 수는 $3+3=6$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

4 모든 경우의 수는 $7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$

남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는

$(5\times4\times3\times2\times1)\times(3\times2\times1)$

따라서 구하는 확률은

$\frac{5\times4\times3\times2\times1\times3\times2\times1}{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{7}$

5 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$3x<2y+1$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는

$(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$, $(1, 6)$, $(2, 3)$, $(2, 4)$, $(2, 5)$, $(2, 6)$, $(3, 5)$, $(3, 6)$, $(4, 6)$의 12가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

6 ㄴ. $p+q=1$

ㄷ. $p=0$이면 사건 A는 절대로 일어나지 않는다.

ㄹ. $q=0$이면 $p=1$이므로 사건 A는 반드시 일어난다.

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

7 6명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

A와 B가 서로 이웃하여 서는 경우의 수는

$(5\times4\times3\times2\times1)\times(2\times1)=240$

이므로 그 확률은 $\frac{240}{720}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

8 모든 경우의 수는 $\frac{20\times19}{2}=190$

아린이가 뽑히는 경우의 수는 19이므로 그 확률은

$\frac{19}{190}=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

9 모든 경우의 수는 $6\times6=36$ …… ❶

승부가 결정되지 않는 경우는 같은 수가 나올 때의 6가지이므로

그 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ …… ❷

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 모든 경우의 수 구하기	20 %
❷ 승부가 결정되지 않을 확률 구하기	50 %
❸ 승부가 결정될 확률 구하기	30 %

10 7개의 건전지 중에서 2개를 뽑는 경우의 수는 $\frac{7\times6}{2\times1}=21$

2개 모두 사용한 건전지가 나오는 경우의 수는 $\frac{3\times2}{2\times1}=3$

이므로 그 확률은 $\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$

11 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2\times2=32$

5문제를 모두 틀리는 경우는 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{32}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$

12 (ⅰ) 1등 제비를 뽑을 확률은 $\frac{2}{200}=\frac{1}{100}$

(ⅱ) 2등 제비를 뽑을 확률은 $\frac{6}{200}=\frac{3}{100}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{100}+\frac{3}{100}=\frac{1}{25}$

13 모든 경우의 수는 20이다.

(ⅰ) 6의 배수인 경우는 6, 12, 18의 3가지이므로 그 확률은

$\frac{3}{20}$

(ⅱ) 20의 약수인 경우는 1, 2, 4, 5, 10, 20의 6가지이므로 그 확률은 $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{3}{20}+\frac{3}{10}=\frac{9}{20}$

14 (ⅰ) 화요일에 비가 오고 수요일에 비가 오지 않을 확률은

$\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$

(ⅱ) 화요일에 비가 오지 않고 수요일에 비가 오지 않을 확률은

$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{3}{16}+\frac{1}{5}=\frac{31}{80}$

15 $\begin{cases} ax+3y=b \\ 2x+y=1 \end{cases}$의 해가 존재하지 않으려면

$\frac{a}{2}=\frac{3}{1}\neq\frac{b}{1}$, 즉 $a=6$, $b\neq3$

$a=6$이 될 확률은 $\frac{1}{6}$이고, $b\neq3$이 될 확률은 $\frac{5}{6}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{36}$

16 한 개의 주사위를 던져서 5 이상의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

5 미만의 눈이 나올 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

(ⅰ) 2회에서 B가 이길 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

(ⅱ) 4회에서 B가 이길 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{81}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{2}{9}+\frac{8}{81}=\frac{26}{81}$

17 (ⅰ) 두 스위치 A, B가 닫힐 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

(ⅱ) 두 스위치 A, C가 닫힐 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

(ⅲ) 세 스위치 A, B, C가 모두 닫힐 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{9}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}-\frac{1}{9}=\frac{7}{18}$

다른 풀이

(ⅰ) 두 스위치 A, B만 닫힐 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$

(ⅱ) 두 스위치 A, C만 닫힐 확률은

$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

(ⅲ) 세 스위치 A, B, C가 모두 닫힐 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{9}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{18}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\frac{7}{18}$

18 (적어도 한 명은 합격할 확률)

=1−(두 사람 모두 합격하지 못할 확률)

$=1-\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)$

$=1-\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

19 (ⅰ) 두 번 모두 흰 바둑돌이 나올 확률은

$\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{9}{100}$

(ⅱ) 두 번 모두 검은 바둑돌이 나올 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{49}{100}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{9}{100}+\frac{49}{100}=\frac{58}{100}=\frac{29}{50}$

20 (ⅰ) 첫 번째에 빨간 공, 두 번째에 파란 공을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$

(ⅱ) 첫 번째에 파란 공, 두 번째에 빨간 공을 꺼낼 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}+\frac{3}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

21 (ⅰ) 한나도 당첨권을 뽑은 확률은 $\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$

(ⅱ) 한나는 당첨권을 뽑지 않은 확률은 $\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{7}{30}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{15}+\frac{7}{30}=\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$

22 (ⅰ) 두 번 만에 불량품을 모두 꺼낼 확률은 $\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{45}$

(ⅱ) 세 번 만에 불량품을 모두 꺼낼 확률은

$\left(\frac{2}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{8}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}\right)=\frac{2}{45}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{45}+\frac{2}{45}=\frac{3}{45}=\frac{1}{15}$

23 세 원의 반지름의 길이의 비가 1 : 2 : 3이므로 각 반지름의 길이를 r, $2r$, $3r$라 하면 세 원의 넓이는 각각 πr^2, $4\pi r^2$, $9\pi r^2$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{(\text{C 부분의 넓이})}{(\text{전체 과녁의 넓이})}=\frac{9\pi r^2-4\pi r^2}{9\pi r^2}=\frac{5\pi r^2}{9\pi r^2}=\frac{5}{9}$

24 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

직선 PQ의 기울기는 $\frac{5-1}{3-1}=2$이므로 직선 $y=\frac{b}{a}x$가 직선 PQ와 만나지 않으려면 두 직선은 평행해야 한다.

즉, $\frac{b}{a}=2$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$의 3가지이므로 그 확률은

$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

고난도 대표 유형 120~123쪽

1 $\frac{1}{5}$	2 $\frac{13}{18}$	3 $\frac{2}{3}$	4 $\frac{5}{8}$	5 $\frac{1}{3}$
6 $\frac{51}{500}$	7 $\frac{13}{28}$	8 $\frac{67}{120}$	9 $\frac{13}{21}$	10 $\frac{7}{15}$
11 $\frac{2}{3}$	12 $\frac{1040}{6561}$			

1 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는 $5\times5\times4\times3=300$

4000보다 큰 자연수가 되려면 천의 자리 숫자는 4 또는 5이어야 한다.

이때 짝수가 되려면 일의 자리의 수는 짝수이어야 한다.

(ⅰ) 4□□0인 경우 : $4\times3=12$

(ⅱ) 4□□2인 경우 : $4\times3=12$

(ⅲ) 5□□0인 경우 : $4\times3=12$

(ⅳ) 5□□2인 경우 : $4\times3=12$

(ⅴ) 5□□4인 경우 : $4\times3=12$

(ⅰ)~(ⅴ)에서 경우의 수는 $12\times5=60$

따라서 구하는 확률은 $\frac{60}{300}=\frac{1}{5}$

2 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$\overline{OB}$의 기울기는 $\frac{4}{3}$, $\overline{OA}$의 기울기는 3, $\overline{OC}$의 기울기는 $\frac{6}{2}=3$

이므로 직선 $y=\frac{b}{a}x$가 $\triangle$ABC와 만나지 않으려면

$\frac{b}{a}<\frac{4}{3}$ 또는 $\frac{b}{a}>3$

(i) $\frac{b}{a}<\frac{4}{3}$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)

$(1, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 1)$, $(4, 2)$, $(4, 3)$, $(4, 4)$, $(4, 5)$, $(5, 1)$, $(5, 2)$, $(5, 3)$, $(5, 4)$, $(5, 5)$, $(5, 6)$, $(6, 1)$, $(6, 2)$, $(6, 3)$, $(6, 4)$, $(6, 5)$, $(6, 6)$의 23가지

(ii) $\frac{b}{a}>3$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)

$(1, 4)$, $(1, 5)$, $(1, 6)$의 3가지

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{23+3}{36}=\frac{13}{18}$

3 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$

세 사람이 비길 확률을 구해 보면

(i) 세 사람이 모두 같은 것을 낼 확률: $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

(ii) 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률: $\frac{3\times2\times1}{27}=\frac{2}{9}$

(i), (ii)에서 세 사람이 비길 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$이므로 승패가 결정될 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

4 모든 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

A, B, C, D 네 사람이 준비한 선물을 각각 a, b, c, d라 할 때, 4명 모두 자신이 준비한 선물을 갖지 않는 경우는 오른쪽과 같으므로 경우의 수는 9이고 그 확률은 $\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$

A	B	C	D
b	a	d	c
	c	d	a
	d	a	c
c	a	d	b
	d	a	b
		b	a
d	a	b	c
	c	a	b
		b	a

5 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

점 P가 꼭짓점 B에 오려면 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수의 차가 1 또는 5이어야 한다.

(i) 눈의 수의 차가 1인 경우

$(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(5, 6)$, $(6, 5)$의 10가지이므로 그 확률은 $\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

(ii) 눈의 수의 차가 5인 경우

$(1, 6)$, $(6, 1)$의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{5}{18}+\frac{1}{18}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$

6 이틀만 연속으로 비가 오는 경우를 순서쌍 (금, 토, 일)에서 ○, ×로 나타내면 (○, ○, ×), (×, ○, ○)이다.

이번 주 금요일에 비가 올 확률이 20 %이므로 비가 오지 않을 확률은 80 %이다.

또 비가 온 다음 날 비가 올 확률이 30 %이므로 비가 오지 않을 확률은 70 %이다.

마찬가지로 비가 오지 않은 다음 날 비가 올 확률이 25 %이므로 비가 오지 않을 확률은 75 %이다.

(i) (○, ○, ×)인 경우: $\frac{20}{100}\times\frac{30}{100}\times\frac{70}{100}=\frac{21}{500}$

(ii) (×, ○, ○)인 경우: $\frac{80}{100}\times\frac{25}{100}\times\frac{30}{100}=\frac{3}{50}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{21}{500}+\frac{3}{50}=\frac{51}{500}$

7 두 사람이 모두 약속을 지킬 확률은

$\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{6}{7}=\frac{15}{28}$

따라서 두 사람이 만나지 못할 확률은

$1-\frac{15}{28}=\frac{13}{28}$

8 (i) 1회에 A가 이길 확률은 $\frac{3}{10}$

(ii) 3회에 A가 이길 확률은 $\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{7}{40}$

(iii) 5회에 A가 이길 확률은 $\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{12}$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$\frac{3}{10}+\frac{7}{40}+\frac{1}{12}=\frac{67}{120}$

9 (i) 두 구슬이 모두 흰 구슬일 확률은 $\frac{4}{12}\times\frac{6}{14}=\frac{1}{7}$

(ii) 두 구슬이 모두 검정 구슬일 확률은 $\frac{8}{12}\times\frac{10}{14}=\frac{10}{21}$

(i), (i)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{7}+\frac{10}{21}=\frac{13}{21}$

10 (i) 두 공이 모두 흰 공일 확률은 $\frac{8}{15}\times\frac{7}{14}=\frac{4}{15}$

(ii) 두 공이 모두 검은 공일 확률은 $\frac{7}{15}\times\frac{6}{14}=\frac{3}{15}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{4}{15}+\frac{3}{15}=\frac{7}{15}$

11 (i) A가 부전승으로 결승전에 올라갈 때

B가 C를 이겨 결승전에 올라오고, 결승전에서 A가 B를 이겨 우승할 확률은

$\frac{1}{3}\times p\times\frac{2}{5}=\frac{2}{15}p$

(ii) A가 부전승으로 결승전에 올라갈 때

C가 B를 이겨 결승전에 올라오고, 결승전에서 A가 C를 이겨 우승할 확률은

$\frac{1}{3}\times(1-p)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{12}(1-p)$

(iii) B가 부전승으로 결승전에 올라갈 때

A가 C를 이겨 결승전에 올라오고, 결승전에서 A가 B를 이겨 우승할 확률은

$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{2}{5}=\frac{1}{30}$

(iv) C가 부전승으로 결승전에 올라갈 때

A가 B를 이겨 결승전에 올라오고, 결승전에서 A가 C를 이겨 우승할 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{30}$

(i)~(iv)에서 구하는 확률은

$\frac{2}{15}p+\frac{1}{12}(1-p)+\frac{1}{30}+\frac{1}{30}=\frac{11}{60}$

$8p+5-5p+2+2=11$, $3p=2$, $p=\frac{2}{3}$

12 세 원의 반지름의 길이를 각각 r, $2r$, $3r$라 하면

화살이 A 부분에 꽂힐 확률은 $\frac{r^2\pi}{9r^2\pi}=\frac{1}{9}$

B 부분에 꽂힐 확률은 $\frac{(4r^2-r^2)\pi}{9r^2\pi}=\frac{3}{9}$

C 부분에 꽂힐 확률은 $\frac{(9r^2-4r^2)\pi}{9r^2\pi}=\frac{5}{9}$

(i) (4점, 1점, 1점, 1점)을 얻을 확률은 $\frac{1}{9}\times\frac{5}{9}\times\frac{5}{9}\times\frac{5}{9}$이고

순서를 바꿀 수 있는 경우의 수는 4이므로 그 확률은

$\frac{1}{9}\times\frac{5}{9}\times\frac{5}{9}\times\frac{5}{9}\times4=\frac{500}{6561}$

(ii) (2점, 2점, 2점, 1점)을 얻을 확률은 $\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}\times\frac{5}{9}$이고

순서를 바꿀 수 있는 경우의 수는 4이므로 그 확률은

$\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}\times\frac{5}{9}\times4=\frac{540}{6561}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{500}{6561}+\frac{540}{6561}=\frac{1040}{6561}$

고난도 실전 문제

124~127쪽

1 3	**2** $\frac{4}{7}$	**3** ②	**4** $\frac{1}{12}$	**5** $\frac{1}{9}$
6 ①, ②	**7** 1	**8** ④	**9** $\frac{9}{10}$	**10** $\frac{9}{10}$
11 $\frac{7}{27}$	**12** $\frac{3439}{9999}$	**13** $\frac{1}{3}$	**14** $\frac{3}{16}$	**15** $\frac{49}{125}$
16 $\frac{1}{4}$	**17** $\frac{973}{1000}$	**18** $\frac{2}{5}$	**19** $\frac{40}{81}$	**20** $\frac{31}{126}$
21 $\frac{11}{56}$	**22** $\frac{5}{16}$	**23** $1-\frac{\pi}{4}$	**24** $1-\frac{\pi}{8}$	

1 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 x, y라 하면

$\frac{y}{x+y}=\frac{1}{4}$, $\frac{y}{x+y+3}=\frac{1}{5}$

$4y=x+y$, $5y=x+y+3$

$x-3y=0$, $x-4y=-3$

두 식을 연립하여 풀면 $x=9$, $y=3$

따라서 검은 공의 개수는 3이다.

2 정육면체의 꼭짓점은 8개이므로 세 꼭짓점을 택하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는 $\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$

(i) 두 변의 길이가 1인 직각이등변삼각형의 개수는

$8\times3=24$

(ii) 두 변의 길이가 정사각형의 대각선이 되는 이등변삼각형의 개수는 8이다.

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{24+8}{56}=\frac{32}{56}=\frac{4}{7}$

3 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$a+b<n$일 확률이 $\frac{1}{6}$, 즉 $\frac{6}{36}$이므로 $a+b<n$을 만족시키는 경우의 수는 6이어야 한다.

이를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

(i) $a+b=2$인 경우

$(1, 1)$의 1가지

(ii) $a+b=3$인 경우

$(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지

(iii) $a+b=4$인 경우

$(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지

(i), (ii), (iii)에서 $1+2+3=6$이므로 자연수 n의 값은 5이다.

4 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$y=ax-1$과 $y=3x-b$의 교점의 x좌표가 1이므로

$a-1=3-b$, 즉 $a+b=4$

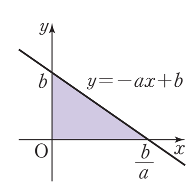
이를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

5 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\frac{b}{a}\times b=\frac{b^2}{2a}$이므로

$\frac{b^2}{2a}\geq8$, $b^2\geq16a$

이를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 4)$, $(1, 5)$, $(1, 6)$, $(2, 6)$

의 4가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

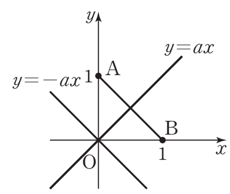
6 ③ $q-p=0$, 즉 항상 $p=q$일 수 없다.

④ $p=0$이면 사건 A는 절대로 일어나지 않는다.

⑤ 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$이다.

따라서 옳은 것은 ①, ②이다.

7 오른쪽 그림과 같이 기울기가 양수인 직선 $y=ax$는 선분 AB와 항상 한 점에서 만나므로 그 확률은 1이다.



즉, $p=1$

기울기가 음수인 직선 $y=-ax$는 선분 AB와 항상 만나지 않으므로 그 확률은 0이다.

즉, $q=0$

따라서 $p+q=1+0=1$

8 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$(a+1)(b+2)$가 짝수일 확률은

$1-((a+1)(b+2)$가 홀수일 확률$)$, 즉

$1-(a+1,\ b+2$가 모두 홀수일 확률$)$과 같다.

이때 $a+1$, $b+2$가 모두 홀수이려면

a는 2, 4, 6 중 하나, b는 1, 3, 5 중 하나이어야 한다.

즉, $a+1$, $b+2$가 모두 홀수인 경우의 수는 $3\times3=9$이므로

그 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

9 $\frac{x}{180}=\frac{x}{2^2\times3^2\times5}$이므로 $\frac{x}{180}$를 유한소수로 나타내려면

x는 9의 배수이어야 한다.

1부터 40까지의 자연수 중에서 9의 배수는 9, 18, 27, 36의 4개

이므로 그 확률은 $\frac{4}{40}=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

10 지성이가 블록을 넣는 경우의 수는 4, 시우가 블록을 넣는 경우의 수는 5이므로 모든 경우의 수는 $4\times5=20$

이때 두 블록이 1칸도 겹치지 않는 경우는

 또는 

의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

11 모든 경우의 수는 216

(i) 어느 면에도 색칠되지 않은 작은 정육면체의 개수는

$4\times4\times4=64$이므로 그 확률은 $\frac{64}{216}=\frac{8}{27}$

(ii) 한 면에 색칠된 작은 정육면체의 개수는 $4\times4\times6=96$이므로

그 확률은 $\frac{96}{216}=\frac{4}{9}$

따라서 구하는 확률은 $1-\left(\frac{8}{27}+\frac{4}{9}\right)=\frac{7}{27}$

12 1부터 9999 중 하나를 선택하는 경우의 수는 9999

각 자리에 1이 들어 있지 않은 수는

0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9의 9개의 숫자를 네 자리에 나열하여 그 중 0000이 되는 경우를 제외한 것과 같으므로 그 경우의 수는

$9\times9\times9\times9-1=6560$

따라서 숫자 1을 한 개도 포함하지 않는 수를 선택할 확률은

$\frac{6560}{9999}$이므로

구하는 확률은 $1-\frac{6560}{9999}=\frac{3439}{9999}$

13 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$ ······ ❶

A, B, C가 내는 것을 순서쌍 (A, B, C)로 나타내면

(i) A만 이기는 경우는

(가위, 보, 보), (바위, 가위, 가위), (보, 바위, 바위)의

3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

(ii) A와 B가 이기는 경우는

(가위, 가위, 보), (바위, 바위, 가위), (보, 보, 바위)의

3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

(iii) A와 C가 이기는 경우는

(가위, 보, 가위), (바위, 가위, 바위), (보, 바위, 보)의

3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$ ······ ❷

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 모든 경우의 수 구하기	20 %
❷ A만 이기는 경우, A와 B가 이기는 경우, A와 C가 이기는 경우의 확률 각각 구하기	60 %
❸ A가 이길 확률 구하기	20 %

14 모든 경우의 수는 $4\times4=16$

주사위를 두 번 던져서 점 P가 꼭짓점 C에 있는 경우는 나온 수의 합이 -4 또는 8인 경우이다.

주사위를 두 번 던져서 나온 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 두 수의 합이 -4인 경우는

$(-3,\ -1)$, $(-1,\ -3)$

의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

(ii) 두 수의 합이 8인 경우는

$(4,\ 4)$

의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{16}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{8}+\frac{1}{16}=\frac{3}{16}$

15 두 사람이 함께 미술관에서 만나려면 토요일에 비가 오지 않고 두 사람 모두 약속을 지켜야 한다.

토요일에 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{30}{100}=\frac{7}{10}$

두 사람이 모두 약속을 지킬 확률은 $\frac{80}{100}\times\frac{70}{100}=\frac{56}{100}=\frac{14}{25}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}\times\frac{14}{25}=\frac{49}{125}$

16 2^m은 일의 자리의 숫자가 2, 4, 8, 6이 반복되고, 9^n은 일의 자리의 숫자가 9, 1이 반복된다.
따라서 2^m+9^n의 일의 자리의 숫자가 7인 경우는
$8+9=17$, $6+1=7$일 때이다.
(i) 2^m의 일의 자리의 숫자가 8, 9^n의 일의 자리의 숫자가 9일 확률은
$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$
(ii) 2^m의 일의 자리의 숫자가 6, 9^n의 일의 자리의 숫자가 1일 확률은
$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$
(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$

17 환자 1명이 치료되지 않을 확률은
$1-\frac{70}{100}=\frac{3}{10}$
환자 3명 모두 치료되지 않을 확률은
$\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{27}{1000}$
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{27}{1000}=\frac{973}{1000}$

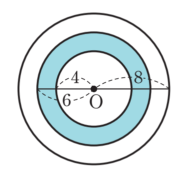
18 A에서 B까지 전류가 흐르지 않으려면 스위치 R는 열려 있고, 스위치 P와 Q 중 적어도 하나 이상 열려 있어야 한다.
순서쌍 (P, Q, R)를 열림 ○, 닫힘 ×로 나타내면 A에서 B까지 전류가 흐르지 않을 경우는 다음과 같다.
(i) (○, ○, ○)인 경우
$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{30}$
(ii) (×, ○, ○)인 경우
$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{30}$
(iii) (○, ×, ○)인 경우
$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{30}$
(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은
$\frac{3}{30}+\frac{3}{30}+\frac{6}{30}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$

19 두 수의 합이 홀수가 되는 경우는 홀수와 짝수인 경우이다.
(i) 첫 번째 꺼낸 카드가 홀수, 두 번째 꺼낸 카드가 짝수인 경우
$\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{20}{81}$
(ii) 첫 번째 꺼낸 카드가 짝수, 두 번째 꺼낸 카드가 홀수인 경우
$\frac{4}{9}\times\frac{5}{9}=\frac{20}{81}$
(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{20}{81}+\frac{20}{81}=\frac{40}{81}$

20 (i) 두 면이 색칠된 정육면체의 개수는 $2\times12=24$
(ii) 세 면이 색칠된 정육면체의 개수는 8
(i), (ii)에서 두 면 이상이 색칠된 정육면체의 개수는 $24+8=32$
따라서 구하는 확률은 $\frac{32}{64}\times\frac{31}{63}=\frac{31}{126}$

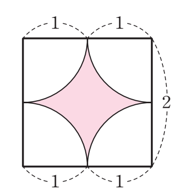
21 C는 3회, 6회, 9회, …에 제비를 꺼내게 된다.
그런데 당첨 제비가 아닌 제비는 5장이므로 게임은 최대 6회까지만 진행된다.
따라서 C는 3회 또는 6회에서 당첨 제비를 뽑아야 이길 수 있다.
(i) C가 3회에서 이길 확률은
$\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{5}{28}$
(ii) C가 6회에서 이길 확률은
$\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{3}=\frac{1}{56}$
(i), (ii)에서 구하는 확률은
$\frac{5}{28}+\frac{1}{56}=\frac{11}{56}$

22 주어진 원에서 $4\le\overline{OP}\le6$이면 점 P가 오른쪽 그림의 색칠판 부분(경계선 포함)에 있어야 한다.



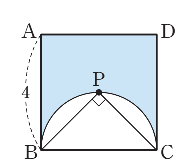
원 O의 넓이는 64π
색칠한 부분의 넓이는 $36\pi-16\pi=20\pi$
따라서 구하는 확률은 $\frac{20\pi}{64\pi}=\frac{5}{16}$

23 주어진 정사각형의 내부의 한 점 A에서 네 꼭짓점까지의 거리가 모두 1 이상이려면 점 A가 오른쪽 그림의 색칠한 부분(경계선 포함)에 있어야 한다.



정사각형의 넓이는 $2\times2=4$
색칠한 부분의 넓이는 $2\times2-4\times\left(\frac{1}{4}\times\pi\times1^2\right)=4-\pi$
따라서 구하는 확률은 $\frac{4-\pi}{4}=1-\frac{\pi}{4}$

24 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원을 그리면 점 P가 반원의 호 위에 있을 때, △PBC는 직각삼각형이므로 △PBC가 예각삼각형이 되려면 점 P가 오른쪽 그림의 색칠한 부분(경계선 제외)에 있어야 한다.



정사각형의 넓이는 $4\times4=16$
반원의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(\pi\times2^2)=2\pi$
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $16-2\pi$이므로 구하는 확률은
$\frac{16-2\pi}{16}=1-\frac{\pi}{8}$