중학 수학
내신 대비 기출문제집

3-1 기말고사

정답과 풀이

정답과 풀이

Ⅲ. 이차방정식

1 이차방정식의 뜻과 풀이

개념 체크

본문 8~9쪽

01 $-6x+2$, 이차방정식이 아니다

02 (1) ○ (2) ○ (3) ×

03 -1, 2

x의 값	좌변의 값	비교	우변의 값
-1	0	$=$	0
0	-2	$\neq$	0
1	-2	$\neq$	0
2	0	$=$	0

04 (1) × (2) ○ (3) ×

05 $x-5$, $x-5=0$, $x=5$

06 (1) $x=1$ 또는 $x=2$

(2) $x=-\frac{2}{5}$ 또는 $x=1$

(3) $x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

07 (1) $x=1$ (2) $x=-4$ (3) $x=\frac{1}{2}$

근의 공통점: 이차방정식을 (x에 대한 이차식)$=0$의 꼴로 나타냈을 때, 좌변이 완전제곱식이면 중근을 가진다.

08 (1) $x=\pm2$ (2) $x=\pm\frac{1}{3}$ (3) $x=2\pm\sqrt{3}$

09 (1) $(x-1)^2=7$ (2) $(x+1)^2=6$ (3) $2(x-1)^2=1$

대표 유형

본문 10~13쪽

01 ㄴ **02** ②, ④ **03** ① **04** ② **05** ③
06 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ **07** 15 **08** ②
09 $a=1$, $b=-2$ **10** $-\frac{9}{2}$ **11** ④ **12** ①
13 -6 **14** ㄷ, ㄹ **15** ⑤ **16** $a=4$, $b=11$
17 ③ **18** ④
19 ㉠ 3 ㉡ 1 ㉢ 1 ㉣ $\frac{2}{3}$ ㉤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **20** ⑤ **21** ①
22 ② **23** ④ **24** $a=3$, $x=-5$

01 ㄱ. $2x^2-5x-1=2(x^2+1)$에서 $-5x-3=0$이므로 일차방정식이다.
ㄴ. $(x+1)(x-1)=3$에서 $x^2-4=0$이므로 이차방정식이다.
ㄷ. $x^2+3=(x-3)^2$에서 $6x-6=0$이므로 일차방정식이다.
ㄹ. $4x^3-5x=x^2$에서 $4x^3-x^2-5x=0$이므로 이차방정식이 아니다.
따라서 이차방정식은 ㄴ뿐이다.

02 ① $(x+1)^2=x^2+1$에서 $2x=0$이므로 일차방정식이다.
② $x^2-2x=-4+2x$에서 $x^2-4x+4=0$이므로 이차방정식이다.
③ $5(x-2)(x+3)=5x^2-12$에서 $5x-18=0$이므로 일차방정식이다.
④ $x^2+3x=3x+9$에서 $x^2-9=0$이므로 이차방정식이다.
⑤ $x^2-3=(x+3)(x-3)-x$에서 $x+6=0$이므로 일차방정식이다.
따라서 이차방정식인 것은 ②, ④이다.

03 ① $x^2=(x-3)^2+3$에서 $6x-12=0$
② $x^2=4(x-3)$에서 $x^2-4x+12=0$
③ $x(x+5)=0$에서 $x^2+5x=0$
④ $\frac{1}{2}x^2+3x=3x+4$에서 $\frac{1}{2}x^2-4=0$
⑤ $2x^2+x-1=0$
따라서 이차방정식이 아닌 것은 ①이다.

04 ① $2\times1^2+1-1\neq0$
② $2^2+2\times2-8=0$
③ $(-3)^2+9\neq0$
④ $(-3)^2-(-3)-6\neq0$
⑤ $(-1-5)(-1-1)\neq0$
따라서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ②이다.

05 ① $1^2+1+2\neq0$
② $1^2+2\times1+1\neq0$
③ $1^2-2\times1+1=0$

④ $(1-1)^2 \neq 1$

⑤ $(1+1)^2 \neq 1$

따라서 $x=1$을 해로 갖는 이차방정식은 ③이다.

06 ㄱ. $(-1)^2-1=0$

ㄴ. $(-1)\times(-1+1)=0$

ㄷ. $(-1)^2-2\times(-1)-3=0$

ㄹ. $2\times(-1)^2+3\times(-1)+1=0$

ㅁ. $3\times(-1)^2-4\times(-1)+1 \neq 0$

따라서 $x=-1$을 해로 갖는 이차방정식은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

07 $3x^2+ax-18=0$에 $x=1$을 대입하면

$3\times1^2+a\times1-18=0$, $a=15$

08 $x^2+ax+4(a-1)=0$에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2+a\times(-2)+4(a-1)=0$

$2a=0$, $a=0$

09 $x=-3$을 $ax^2-bx-3=0$에 대입하면

$9a+3b-3=0$, $3a+b=1$ …… ㉠

$x=1$을 $ax^2-bx-3=0$에 대입하면

$a-b-3=0$, $a-b=3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=-2$

10 $2x^2+9x-5=0$에서 $(x+5)(2x-1)=0$

$x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 $p+q=-5+\frac{1}{2}=-\frac{9}{2}$

11 $(x+1)(2x-1)=0$에서

$x+1=0$ 또는 $2x-1=0$

따라서 $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

12 $10x^2-15x+5=0$에서 $2x^2-3x+1=0$

$(2x-1)(x-1)=0$

따라서 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

13 $-3-2a=\left(\frac{6}{2}\right)^2$이므로

$-2a=12$, $a=-6$

14 ㄱ. $x^2-1=0$에서 $(x+1)(x-1)=0$

$x=-1$ 또는 $x=1$

ㄴ. $x(x-2)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$

ㄷ. $x^2+8x=-16$에서 $x^2+8x+16=0$

$(x+4)^2=0$, $x=-4$(중근)

ㄹ. $2x^2-x+1=x(x-3)$에서 $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$, $x=-1$(중근)

따라서 중근을 갖는 것은 ㄷ, ㄹ이다.

15 x^2의 계수가 1이고 중근 $x=3$을 갖는 이차방정식은

$(x-3)^2=0$, $x^2-6x+9=0$

따라서 $a=-6$, $b=9$이므로

$a+b=-6+9=3$

16 $x^2-8x+5=0$에서 $x^2-8x=-5$이므로

양변에 16을 더하면

$x^2-8x+16=-5+16$

$(x-4)^2=11$

따라서 $a=4$, $b=11$

17 $3(2x-1)^2=15$의 양변을 3으로 나누면

$(2x-1)^2=5$, $2x-1=\pm\sqrt{5}$

$2x=1\pm\sqrt{5}$, $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

따라서 두 근의 합은

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}+\frac{1-\sqrt{5}}{2}=1$

18 $(x-3)^2-11=0$에서 $(x-3)^2=11$

$x-3=\pm\sqrt{11}$, $x=3\pm\sqrt{11}$

따라서 $a=3$, $b=11$이므로

$b-a=11-3=8$

19 $3x^2+6x+1=0$의 양변을 $\boxed{3}$으로 나누면

$x^2+2x+\frac{1}{3}=0$

좌변의 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+2x=-\frac{1}{3}$

$x^2+2x+\boxed{1}=-\frac{1}{3}+\boxed{1}$

$(x+\boxed{1})^2=\boxed{\frac{2}{3}}$, $x+1=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

따라서 $x=-1\pm\boxed{\frac{\sqrt{6}}{3}}$

20 $2x^2-8x+1=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-4x+\frac{1}{2}=0$, $x^2-4x=-\frac{1}{2}$

$x^2-4x+4=-\frac{1}{2}+4$, $(x-2)^2=\frac{7}{2}$

따라서 $p=2$, $q=\frac{7}{2}$이므로

$pq=2\times\frac{7}{2}=7$

참고

$x-2=\pm\sqrt{\frac{7}{2}}=\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$

$x=2\pm\frac{\sqrt{14}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{14}}{2}$

21 $3x^2+4x-1=0$의 양변을 3으로 나누면

$x^2+\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}=0$, $x^2+\frac{4}{3}x=\frac{1}{3}$

$x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}=\frac{1}{3}+\frac{4}{9}$

$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{7}{9}$, $x+\frac{2}{3}=\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$

$x=\frac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$

따라서 $a=-2$, $b=7$이므로 $ab=-14$

22 $x=-1$을 $x^2-(a+3)x+2=0$에 대입하면

$(-1)^2-(a+3)\times(-1)+2=0$

$a=-6$

즉, 주어진 방정식은 $x^2+3x+2=0$이므로

$(x+2)(x+1)=0$

$x=-2$ 또는 $x=-1$

따라서 다른 한 근은 $x=-2$이다.

23 $x=-1$을 $(x-4)^2=k$에 대입하면

$k=25$

즉, 주어진 방정식은 $(x-4)^2=25$이므로

$x-4=\pm5$

$x=-1$ 또는 $x=9$

따라서 다른 한 근은 $x=9$이다.

24 $x=2$를 $x^2+ax-(3a+1)=0$에 대입하면

$2^2+a\times2-(3a+1)=0$, $a=3$

즉, 주어진 방정식은 $x^2+3x-10=0$이므로

$(x+5)(x-2)=0$

$x=-5$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $x=-5$이다.

기출 예상 문제

본문 14~15쪽

01 ③	02 ④	03 ③	04 ⑤	05 ②
06 ④	07 ⑤	08 ①, ④	09 ⑤	10 6
11 ②	12 $x=-2$			

01 $x^2-3x+1=-2x^2-5x+3$에서

$3x^2+2x-2=0$

따라서 $a=2$, $b=-2$이므로

$a+b=0$

02 ① $9^2\neq9$

② $(-3-3)(-3+2)\neq0$

③ $(-1)^2+3\neq4\times(-1)$

④ $3^2-3-6=0$

⑤ $3\times1^2+2\times1+5\neq0$

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ④이다.

03 $x=2$를 $2x^2-(a-1)x-2=0$에 대입하면

$8-2a+2-2=0$, $a=4$

$x=2$를 $3x^2-2x+b-10=0$에 대입하면

$12-4+b-10=0$, $b=2$

따라서 $a-b=4-2=2$

04 $x=-2$를 $x^2-ax-20=0$에 대입하면

$4+2a-20=0$, $a=8$

$x=-2$를 $(2x-1)(x+b)=0$에 대입하면

$(-5)\times(-2+b)=0$, $-5b+10=0$, $b=2$

따라서 $a+b=8+2=10$

05 $x^2+3x+2=0$에서 $(x+2)(x+1)=0$

$x=-2$ 또는 $x=-1$

$2x^2+x-1=0$에서 $(x+1)(2x-1)=0$

$x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 두 방정식의 공통인 근은 $x=-1$이다.

06 ① $x=0$ 또는 $x=5$이므로 (두 근의 차)$=5$

② $x=-4$ 또는 $x=2$이므로 (두 근의 차)$=6$

③ $x=0$ 또는 $x=1$이므로 (두 근의 차)$=1$

④ $x=2$ 또는 $x=4$이므로 (두 근의 차)$=2$

⑤ $x=-7$ 또는 $x=5$이므로 (두 근의 차)$=12$

07 ⑤ $4x^2-12x+9=0$에서 $(2x-3)^2=0$

$x=\frac{3}{2}$(중근)

08 $x^2+mx-m+3=0$이 중근을 가지려면

$-m+3=\left(\frac{m}{2}\right)^2$, $\frac{1}{4}m^2+m-3=0$

$m^2+4m-12=0$, $(m+6)(m-2)=0$

따라서 $m=-6$ 또는 $m=2$

09 $x^2-8x+6=0$에서 $x^2-8x=-6$

$x^2-8x+16=-6+16$

$(x-4)^2=10$

따라서 $a=4$, $b=10$이므로 $a+b=14$

10 $3(x-1)^2=18$에서 $(x-1)^2=6$

$x-1=\pm\sqrt{6}$, $x=1\pm\sqrt{6}$

따라서 $A=1$, $B=6$이므로 $AB=6$

11 $2x^2+4x-1=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2+2x-\frac{1}{2}=0$, $x^2+2x=\frac{1}{2}$

$x^2+2x+1=\frac{1}{2}+1$, $(x+1)^2=\frac{3}{2}$

$x+1=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

$x=\frac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$

따라서 $a=-2$, $b=6$

12 $x=3$을 $x^2+ax+3=0$에 대입하면

$9+3a+3=0$, $a=-4$

즉, $x^2-4x+3=0$이므로

$(x-1)(x-3)=0$

$x=1$ 또는 $x=3$

따라서 $3x^2-bx-6=0$의 한 근이 $x=1$이므로

$3-b-6=0$, $b=-3$

$3x^2+3x-6=0$이므로 $x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x=-2$ 또는 $x=1$

따라서 나머지 다른 한 근은 $x=-2$이다.

고난도 집중 연습

본문 16~17쪽

1 -4, 2	**1-1** $a=-3$, $b=-4$
2 $x=-13$	**2-1** $x=-10$
3 $x=-4$ 또는 $x=9$	**3-1** $x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=2$
4 $a=2$, $b=7$, $x=-2\pm\sqrt{7}$	**4-1** 195

1 풀이 전략 이차방정식의 해를 그 식에 대입했을 때 등식이 성립함을 이용한다.

$x=-2$를 $4x^2+a(a+1)x-2a=0$에 대입하면

$16-2a(a+1)-2a=0$, $-2a^2-4a+16=0$

$a^2+2a-8=0$, $(a+4)(a-2)=0$

따라서 $a=-4$ 또는 $a=2$

1-1 풀이 전략 두 근이 a, b이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은 $(x-a)(x-b)=0$으로 나타낼 수 있음을 이용한다.

두 근이 -1, 4이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+1)(x-4)=0$, $x^2-3x-4=0$

따라서 $a=-3$, $b=-4$

다른 풀이 $x=-1$을 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$1-a+b=0$, $a-b=1$ …… ㉠

$x=4$를 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$16+4a+b=0$, $4a+b=-16$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-3$, $b=-4$

2 풀이 전략 $x=1$을 주어진 방정식에 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

$x=1$을 $(a-2)x^2+(a^2+3)x-6a+5=0$에 대입하면

$(a-2)+(a^2+3)-6a+5=0$

$a^2-5a+6=0$, $(a-2)(a-3)=0$

$a=2$ 또는 $a=3$

그런데 $a\neq2$이므로 $a=3$

$a=3$을 주어진 방정식에 대입하면

$x^2+12x-13=0$, $(x+13)(x-1)=0$

$x=-13$ 또는 $x=1$

따라서 다른 한 근은 $x=-13$이다.

2-1 풀이 전략 $x=1$을 주어진 방정식에 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

$x=1$을 $(2x-k)^2-(x-3)(x+k)=2x(kx+1)$에 대입하면

$(2-k)^2-(-2)\times(k+1)=2(k+1)$

$k^2-4k+4=0$

$(k-2)^2=0$, $k=2$ (중근)

$k=2$를 주어진 방정식에 대입하면

$(2x-2)^2-(x-3)(x+2)=2x(2x+1)$

$3x^2-7x+10=4x^2+2x$

$x^2+9x-10=0$, $(x+10)(x-1)=0$

$x=-10$ 또는 $x=1$

따라서 다른 한 근은 $x=-10$이다.

3 풀이 전략 $x-1=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식을 푼 후, 다시 x의 값을 구한다.

$x-1=A$로 놓으면

$A^2-3A=40$, $A^2-3A-40=0$

$(A+5)(A-8)=0$

$A=-5$ 또는 $A=8$

즉, $x-1=-5$ 또는 $x-1=8$이므로

$x=-4$ 또는 $x=9$

다른 풀이 $(x-1)^2-3(x-1)=40$에서

$x^2-2x+1-3x+3-40=0$

$x^2-5x-36=0$, $(x+4)(x-9)=0$

$x=-4$ 또는 $x=9$

3-1 풀이 전략 $x+1=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식을 푼 후, 다시 x의 값을 구한다.

$x+1=A$로 놓으면

$2A^2-A=15$, $2A^2-A-15=0$

$(2A+5)(A-3)=0$

$A=-\frac{5}{2}$ 또는 $A=3$

즉, $x+1=-\frac{5}{2}$ 또는 $x+1=3$이므로

$x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=2$

4 풀이 전략 주어진 이차방정식을 완전제곱식의 꼴로 변형하여 해를 구한다.

$x^2+4x-3=0$에서 $x^2+4x=3$

양변에 4를 더하면 $x^2+4x+4=3+4$

$(x+2)^2=7$

따라서 $a=2$, $b=7$

해를 구하면

$x+2=\pm\sqrt{7}$, $x=-2\pm\sqrt{7}$

4-1 풀이 전략 주어진 이차방정식을 완전제곱식의 꼴로 변형하여 해를 구한다.

$x^2-2x+A=0$에서 $x^2-2x=-A$

양변에 1을 더하면 $x^2-2x+1=-A+1$

$(x-1)^2=-A+1$

이것이 $(x+B)^2=\frac{15}{2}$와 같으므로

$-A+1=\frac{15}{2}$에서 $A=-\frac{13}{2}$이고, $B=-1$

$(x-1)^2=\frac{15}{2}$에서 $x-1=\pm\frac{\sqrt{30}}{2}$

$x=1\pm\frac{\sqrt{30}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{30}}{2}$

즉, $C=30$이므로

$ABC=\left(-\frac{13}{2}\right)\times(-1)\times30=195$

서술형 집중 연습

본문 18~19쪽

예제 1 -9　**유제 1** -5

예제 2 $x=1$　**유제 2** (1) 2 (2) $x=1$

예제 3 $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$　**유제 3** (1) 7 (2) $x=3$(중근)

예제 4 4

유제 4 $p=-3$, $q=21$, $x=3\pm\sqrt{21}$

예제 1 $x=\boxed{2}$를 $x^2+ax-14=0$에 대입하면

$4+2a-14=0$, $a=\boxed{5}$ ··· 1단계

$x=\boxed{2}$를 $2x^2+3x+b=0$에 대입하면

$8+6+b=0$, $b=\boxed{-14}$ ··· 2단계

따라서 $a+b=\boxed{-9}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40 %
2단계	b의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20 %

유제 1 $x=-2$를 $2x^2-ax+14=0$에 대입하면

$2\times(-2)^2-a\times(-2)+14=0$

$2a+22=0$, $a=-11$ ··· 1단계

$x=3$을 $3x^2-7x-b=0$에 대입하면

$3\times3^2-7\times3-b=0$

$6-b=0,\ b=6$ ··· 2단계

따라서 $a+b=-11+6=-5$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40 %
2단계	b의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20 %

예제 2 $x=\boxed{2}$를 $x^2+ax-a-1=0$에 대입하면

$\boxed{4+2a-a-1=0}$

$a+3=0,\ a=\boxed{-3}$ ··· 1단계

$a=\boxed{-3}$을 $x^2+ax-a-1=0$에 대입하면

$\boxed{x^2-3x+2=0},\ (x-1)(x-2)=0$

$x=\boxed{1}$ 또는 $x=\boxed{2}$ ··· 2단계

따라서 다른 한 근은 $\boxed{x=1}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40 %
2단계	이차방정식의 해를 구한 경우	40 %
3단계	다른 한 근을 구한 경우	20 %

유제 2 (1) $x=5$를 $x^2-3ax+2a+1=0$에 대입하면

$25-15a+2a+1=0$

$-13a+26=0,\ a=2$ ··· 1단계

(2) $a=2$를 $x^2-3ax+2a+1=0$에 대입하면

$x^2-6x+5=0,\ (x-1)(x-5)=0$

$x=1$ 또는 $x=5$ ··· 2단계

따라서 나머지 한 근은 $x=1$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40 %
2단계	이차방정식의 해를 구한 경우	40 %
3단계	나머지 한 근을 구한 경우	20 %

예제 3 $x^2-4x+m=0$이 중근을 가지므로

$m=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=\boxed{4}$ ··· 1단계

$m=\boxed{4}$를 $(m-7)x^2+4x-1=0$에 대입하면

$\boxed{-3x^2+4x-1=0\ (\text{또는 } 3x^2-4x+1=0)}$

··· 2단계

$(3x-1)(x-1)=0$

따라서 $x=\boxed{\frac{1}{3}}$ 또는 $x=\boxed{1}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	m의 값을 구한 경우	40 %
2단계	주어진 이차방정식을 구한 경우	30 %
3단계	해를 구한 경우	30 %

유제 3 (1) $2k-5=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$이므로

$2k=14,\ k=7$ ··· 1단계

(2) $x^2-6x+2k-5=0$에 $k=7$을 대입하면

$x^2-6x+9=0,\ (x-3)^2=0$

따라서 $x=3$(중근) ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	k의 값을 구한 경우	50 %
2단계	중근을 구한 경우	50 %

예제 4 $x^2+ax=1$이므로 양변에 $\boxed{\frac{a^2}{4}}$을 더하면

$x^2+ax+\boxed{\frac{a^2}{4}}=1+\boxed{\frac{a^2}{4}}$

$\left(\boxed{x+\frac{a}{2}}\right)^2=\frac{4+a^2}{4}$

$\boxed{x+\frac{a}{2}}=\pm\frac{\sqrt{4+a^2}}{2}$

$x=-\frac{a}{2}\pm\frac{\sqrt{4+a^2}}{2}=\frac{-a\pm\sqrt{4+a^2}}{2}$

··· 1단계

즉, $-a=1,\ 4+a^2=b$이므로

$a=\boxed{-1},\ b=\boxed{5}$ ··· 2단계

따라서 $a+b=\boxed{4}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	해를 a의 식으로 나타낸 경우	50 %
2단계	$a,\ b$의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	10 %

유제 4 $\frac{1}{2}x^2-3x-6=0$의 양변에 2를 곱하면

$x^2-6x-12=0,\ x^2-6x=12$

$x^2-6x+9=12+9$

$(x-3)^2=21$ ··· 1단계

따라서 $p=-3,\ q=21$ ··· 2단계

해를 구하면

$x-3=\pm\sqrt{21},\ x=3\pm\sqrt{21}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	완전제곱식의 꼴로 변형한 경우	40 %
2단계	p, q의 값을 구한 경우	30 %
3단계	해를 구한 경우	30 %

중단원 실전 테스트 1회

본문 20~22쪽

01 ②, ⑤ **02** $a\neq-3$ **03** ④ **04** ⑤
05 ③ **06** ④ **07** ④ **08** ③
09 (1) 43 (2) $x=6$(중근)
10 $a=-16$, $b=-25$ **11** ④ **12** ④
13 $a=1$, $b=-6$ **14** 3 **15** -3, 2 **16** 0

01 ① x^2-2x+8은 등식이 아니다.
② $7x^2=1$에서 $7x^2-1=0$이므로 이차방정식이다.
③ $x^2+3x=(x+1)^2$에서 $x-1=0$이므로 일차방정식이다.
④ $2x^2+3x=2x^2$에서 $3x=0$이므로 일차방정식이다.
⑤ $x^3-4x=x^3+x^2$에서 $x^2+4x=0$이므로 이차방정식이다.
따라서 이차방정식인 것은 ②, ⑤이다.

02 $3(x-1)^2-x=5-ax^2$에서
$(3+a)x^2-7x-2=0$
주어진 방정식이 이차방정식이 되려면
$3+a\neq0$이어야 하므로
$a\neq-3$

03 ㄱ. $\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\times\frac{1}{2}\neq0$
ㄴ. $\left(\frac{1}{2}-2\right)\left(2\times\frac{1}{2}+1\right)\neq0$
ㄷ. $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}-1=0$
ㄹ. $4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\times\frac{1}{2}+1=0$
따라서 $x=\frac{1}{2}$을 해로 갖는 이차방정식은 ㄷ, ㄹ이다.

04 $x=-3$을 $x^2+(a-1)x+3=0$에 대입하면
$9+(a-1)\times(-3)+3=0$
$-3a+15=0$, $a=5$

05 ①, ②, ④, ⑤ $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$
③ $x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

06 $x^2+x-12=0$에서 $(x+4)(x-3)=0$
$x=-4$ 또는 $x=3$
따라서 $x=3$이 $4x^2-5ax+a+6=0$의 근이므로
$36-15a+a+6=0$
$-14a+42=0$, $a=3$

07 $2x^2-8x-42=0$의 양변을 2로 나누면
$x^2-4x-21=0$
$(x+3)(x-7)=0$
$x=-3$ 또는 $x=7$
따라서 이차방정식의 두 근 사이에 있는 모든 정수는 -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6의 9개이다.

08 $x=-2$를 $x^2-x+k=0$에 대입하면
$4+2+k=0$, $k=-6$
$k=-6$을 $x^2-x+k=0$에 대입하면
$x^2-x-6=0$
$(x+2)(x-3)=0$
$x=-2$ 또는 $x=3$
따라서 다른 한 근은 $x=3$이다.

09 (1) $x^2-12x+k-7=0$이 중근을 가지므로
$k-7=\left(\frac{-12}{2}\right)^2=36$
$k=43$
(2) $k=43$을 $x^2-12x+k-7=0$에 대입하면
$x^2-12x+36=0$, $(x-6)^2=0$
$x=6$(중근)

10 $x^2+8x-a=0$이 중근을 가지므로
$-a=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$, $a=-16$
$x^2+(a+6)x-b=0$에 $a=-16$을 대입하면
$x^2-10x-b=0$
위의 이차방정식이 중근을 가지므로
$-b=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$, $b=-25$

11 $(x-2)^2=5$에서 $x-2=\pm\sqrt{5}$
$x=2\pm\sqrt{5}$
따라서 $a=2$, $b=5$이므로 $ab=10$

12 $x^2-2ax+3a=0$의 한 근이 $x=-3$이므로
$9+6a+3a=0$, $9a+9=0$, $a=-1$
$x^2+3ax-2a=0$에 $a=-1$을 대입하면
$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$
따라서 $x=1$ 또는 $x=2$

13 $2(x-3)(x+1)=0$에서
$x=3$ 또는 $x=-1$
이므로 두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -3이다. ··· 1단계
따라서 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 $x=2$, $x=-3$이므로 각각을 대입하면
$4+2a+b=0$ ······ ㉠
$9-3a+b=0$ ······ ㉡
㉠−㉡을 하면
$-5+5a=0$, $a=1$ ··· 2단계
$a=1$을 ㉠에 대입하면
$6+b=0$, $b=-6$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	두 근의 합과 곱을 구한 경우	30 %
2단계	a의 값을 구한 경우	35 %
3단계	b의 값을 구한 경우	35 %

14 $\begin{cases}(a^2-5a+5)x+2y=a+4\\x-2y+6=0\end{cases}$에서 해가 없으려면
$\frac{a^2-5a+5}{1}=\frac{2}{-2}\neq\frac{-a-4}{6}$ ··· 1단계
$a^2-5a+5=-1$에서 $a^2-5a+6=0$
$(a-2)(a-3)=0$
$a=2$ 또는 $a=3$ ··· 2단계
그런데 $\frac{-a-4}{6}\neq-1$에서 $a\neq2$이어야 하므로
$a=3$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	해가 없는 경우를 a의 식으로 나타낸 경우	40 %
2단계	가능한 a를 구한 경우	40 %
3단계	적절한 a를 선택한 경우	20 %

15 $x^2+2ax-a+6=0$이 중근을 가지므로
$-a+6=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$ ··· 1단계
$a^2+a-6=0$, $(a+3)(a-2)=0$
따라서 $a=-3$ 또는 $a=2$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	중근을 갖도록 하는 조건을 식으로 나타낸 경우	50 %
2단계	a의 값을 구한 경우	50 %

16 $x^2+6x+k=0$에서 $x^2+6x=-k$
$x^2+6x+9=-k+9$
$(x+3)^2=-k+9$
$x+3=\pm\sqrt{-k+9}$
$x=-3\pm\sqrt{-k+9}$ ··· 1단계
따라서 $m=-3$이고 $-k+9=6$에서 $k=3$이므로 ··· 2단계
$k+m=3+(-3)=0$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차방정식의 해를 구한 경우	50 %
2단계	m, k의 값을 구한 경우	30 %
3단계	$k+m$의 값을 구한 경우	20 %

중단원 실전 테스트 2회

본문 23~25쪽

01 ⑤ **02** $\frac{8}{9}$ **03** ② **04** ② **05** ①
06 ① **07** ④ **08** ① **09** $-\frac{27}{16}$ **10** ②
11 $a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{23}{12}$ **12** ③ **13** -20
14 $x=-4$ 또는 $x=1$ **15** $k=-\frac{49}{4}$, $x=-\frac{1}{2}$(중근)
16 6

01 ㄱ. x^2+x+1은 등식이 아니다.
ㄴ. $x(x+1)=x^2-3$에서 $x+3=0$이므로 일차방정식이다.
ㄷ. $x^2-2=2x^2+1$에서 $x^2+3=0$이므로 이차방정식이다.
ㄹ. $3(x-2)^2=x^2+x$에서 $2x^2-13x+12=0$이므로 이차방정식이다.
ㅁ. $5x-1=2(x-1)$에서 $3x+1=0$이므로 일차방정식이다.
ㅂ. $x^2+6=2x(x-1)$에서 $x^2-2x-6=0$이므로 이차방정식이다.
따라서 이차방정식은 ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

02 $3(x-1)^2+(8x+5)-4=0$에서

$3x^2+2x+4=0$

양변을 3으로 나누면 $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}=0$

따라서 $a=\frac{2}{3}$, $b=\frac{4}{3}$이므로

$ab=\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{8}{9}$

03 ① $(-1)^2+1\neq0$

② $(-1)\times(-1+1)=0$

③ $(-1)^2-2\times(-1)+3\neq0$

④ $2\times(-1)^2-3\times(-1)+1\neq0$

⑤ $3\times(-1)^2-4\times(-1)+1\neq0$

따라서 $x=-1$을 해로 갖는 이차방정식은 ②이다.

04 두 근이 -3, 2이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+3)(x-2)=0$

$x^2+x-6=0$

따라서 $m=1$, $n=-6$이므로

$m+n=-5$

다른 풀이 $x=-3$을 $x^2+mx+n=0$에 대입하면

$9-3m+n=0$ …… ㉠

$x=2$를 $x^2+mx+n=0$에 대입하면

$4+2m+n=0$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$m=1$, $n=-6$

05 $x=-3$을 $3x^2-ax-6=0$에 대입하면

$27+3a-6=0$, $a=-7$

$x=-3$을 $x^2-x+b=0$에 대입하면

$9+3+b=0$, $b=-12$

따라서 $b-a=-12-(-7)=-5$

06 ① $2x+1=0$ 또는 $x-3=0$

$x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

07 $x^2-1=0$에서 $(x+1)(x-1)=0$

$x=-1$ 또는 $x=1$

$x^2+2x=0$에서 $x(x+2)=0$

$x=0$ 또는 $x=-2$

$x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$

$x=1$ 또는 $x=3$

08 $(x-5)^2+3(x-5)-28=0$에서

$x^2-10x+25+3x-15-28=0$

$x^2-7x-18=0$, $(x+2)(x-9)=0$

$x=-2$ 또는 $x=9$

따라서 두 근의 곱은

$-2\times9=-18$

다른 풀이 $x-5=A$로 놓으면

$A^2+3A-28=0$, $(A+7)(A-4)=0$

$A=-7$ 또는 $A=4$

즉, $x-5=-7$ 또는 $x-5=4$이므로

$x=-2$ 또는 $x=9$

09 $x^2+(4k-3)x+9=0$이 중근을 가지려면

$\left(\frac{4k-3}{2}\right)^2=9$, $(4k-3)^2=36$

$16k^2-24k-27=0$

$(4k+3)(4k-9)=0$

$k=-\frac{3}{4}$ 또는 $k=\frac{9}{4}$

따라서 k의 값의 곱은

$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{9}{4}=-\frac{27}{16}$

10 $x^2-4x+2=0$에서 $x^2-4x=-2$

$x^2-4x+4=-2+4$, $(x-2)^2=2$

따라서 $a=-2$, $b=2$이므로 $ab=-4$

11 $3x^2-9x+1=0$의 양변을 3으로 나누면

$x^2-3x+\frac{1}{3}=0$, $x^2-3x=-\frac{1}{3}$

$x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{1}{3}+\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{23}{12}$

따라서 $a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{23}{12}$

참고

$x-\frac{3}{2}=\pm\sqrt{\frac{23}{12}}=\pm\frac{\sqrt{69}}{6}$

$x=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{69}}{6}=\frac{9\pm\sqrt{69}}{6}$

12 $3x^2+15x-1=0$의 양변을 $\boxed{3}$으로 나누면

$x^2+5x-\frac{1}{3}=0$

좌변의 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+5x=\frac{1}{3}$

$x^2+5x+\boxed{\frac{25}{4}}=\frac{1}{3}+\boxed{\frac{25}{4}}$

$\left(x+\boxed{\frac{5}{2}}\right)^2=\boxed{\frac{79}{12}}$

따라서 $x=\boxed{\frac{-15\pm\sqrt{237}}{6}}$

13 $x=-3$을 $x^2+ax+12=0$에 대입하면

$9-3a+12=0,\ a=7$ ··· 1단계

$x=-3$을 $2x^2-3x+b=0$에 대입하면

$18+9+b=0,\ b=-27$ ··· 2단계

따라서 $a+b=7+(-27)=-20$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40 %
2단계	b의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20 %

14 $x^2-(k+1)x+k=0$의 한 근이 $x=3$이므로

$9-3k-3+k=0,\ -2k=-6$

$k=3$ ··· 1단계

$x^2+kx-(k+1)=0$에 $k=3$을 대입하면

$x^2+3x-4=0$ ··· 2단계

$(x+4)(x-1)=0$

$x=-4$ 또는 $x=1$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	k의 값을 구한 경우	30 %
2단계	처음 이차방정식을 구한 경우	20 %
3단계	해를 구한 경우	50 %

15 $(x-3)(x+4)=k$, 즉 $x^2+x-12-k=0$이 중근을 가지므로

$-12-k=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4},\ k=-\frac{49}{4}$ ··· 1단계

$x^2+x-12-k=0$에 $k=-\frac{49}{4}$를 대입하면

$x^2+x+\frac{1}{4}=0$ ··· 2단계

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0,\ x=-\frac{1}{2}$(중근) ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	k의 값을 구한 경우	40 %
2단계	원래의 방정식을 구한 경우	20 %
3단계	중근을 구한 경우	40 %

16 $2(x+p)^2=q$에서 양변을 2로 나누면

$(x+p)^2=\frac{q}{2}$

$x+p=\pm\sqrt{\frac{q}{2}}$

$x=-p\pm\sqrt{\frac{q}{2}}=-p\pm\frac{\sqrt{2q}}{2}$ ··· 1단계

따라서 $-p=1,\ 2q=14$이므로

$p=-1,\ q=7$ ··· 2단계

$p+q=-1+7=6$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	해를 p, q의 식으로 나타낸 경우	50 %
2단계	p, q의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$p+q$의 값을 구한 경우	10 %

다른 풀이 $x=1\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$에서

$x-1=\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$

양변을 제곱하면 $(x-1)^2=\frac{7}{2}$

양변에 2를 곱하면 $2(x-1)^2=7$

따라서 $p=-1,\ q=7$이므로 $p+q=6$

2 이차방정식의 근의 공식과 활용

개념 체크 본문 28~29쪽

1 (1) 3, 7, 1, 7, 7, 3, 1, 6, $\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$

(2) 1, -2, -5, -2, -2, 1, -5, 2, $1\pm\sqrt{6}$

(3) 2, 4, -3, 4, 4, 2, -3, 4, $\frac{-2\pm\sqrt{10}}{2}$

2 9, 6, 1, 0, 0, 중근

3 (1) 1, 3, -5, 3, 3, 1, -5, 1, $-3\pm\sqrt{14}$

(2) 5, 3, -2, 3, 3, 5, -2, 5, $\frac{-3\pm\sqrt{19}}{5}$

4 답은 다양할 수 있다.

(1) $x-1$, x, $3x^2=2(x-1)^2+10$ $(x^2+4x-12=0)$

(2) $x-20$, x, $x(x-20)=800$ $(x^2-20x-800=0)$

대표 유형 본문 30~33쪽

01 ②	**02** ④	**03** ①	**04** ④	**05** ①
06 -1	**07** $x=\frac{9\pm\sqrt{129}}{12}$			
08 $x=-\frac{4}{5}$ 또는 $x=1$	**09** ③	**10** 0, 8	**11** ①	
12 ①, ③	**13** 2, 3, 4	**14** 풀이 참조		
15 7, 8, 9	**16** ②	**17** 7초	**18** ⑤	**19** 6
20 ⑤	**21** ②	**22** ⑤	**23** ⑤	**24** ③

01 $3x^2-5x+1=0$에서

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}$

$=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$

따라서 $A=5$, $B=13$이므로

$A-B=5-13=-8$

02 $3x^2-6x-2=2x^2-1$에서

$x^2-6x-1=0$이므로 짝수 근의 공식을 이용할 수 있다.

$a=1$, $b'=-3$, $c=-1$로 놓으면

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times(-1)}}{1}$

$=3\pm\sqrt{10}$

따라서 $A=3$, $B=10$이므로

$A+B=13$

참고 $a=1$, $b=-6$, $c=-1$로 놓고 근의 공식을 이용할 수도 있다.

03 ① $x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$

$=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

② $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}$

$=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

③ $x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\frac{-4\pm\sqrt{12}}{2}$

$=\frac{-4\pm2\sqrt{3}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$

④ $x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\frac{-6\pm\sqrt{24}}{2}$

$=\frac{-6\pm2\sqrt{6}}{2}=-3\pm\sqrt{6}$

⑤ $x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}$

$=\frac{8\pm\sqrt{72}}{2}=\frac{8\pm6\sqrt{2}}{2}$

$=4\pm3\sqrt{2}$

04 $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times a}}{2\times2}$

$=\frac{5\pm\sqrt{25-8a}}{4}$

따라서 $b=5$, $25-8a=17$에서 $a=1$이므로

$a+b=6$

05 이차방정식 $3x^2-4x+a=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로 짝수 근의 공식을 이용하면

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times a}}{3}$

$=\frac{2\pm\sqrt{4-3a}}{3}$

따라서 $b=2$, $4-3a=13$에서 $a=-3$이므로

$a-4b=-3-4\times2=-11$

06 이차방정식 $x^2-2x+k=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로 짝수 근의 공식을 이용하면

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-k}}{1}=1\pm\sqrt{1-k}$

이때 한 근이 $1+\sqrt{2}$이므로

$1-k=2$, $k=-1$

다른 풀이 $x^2-2x+k=0$의 한 근이 $1+\sqrt{2}$이고, k는 유리수이므로

$x=1+\sqrt{2}$에서 $x-1=\sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $x^2-2x+1=2$

즉, $x^2-2x-1=0$이므로

$k=-1$

07 양변에 12를 곱하면 $6x^2-9x-2=0$이므로

$$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times6\times(-2)}}{2\times6}$$

$$=\frac{9\pm\sqrt{129}}{12}$$

08 양변에 5를 곱하면 $5x^2-x=4$

$5x^2-x-4=0$

$(5x+4)(x-1)=0$

따라서 $x=-\frac{4}{5}$ 또는 $x=1$

다른 풀이 양변에 10을 곱하여 $10x^2-2x=8$로 변형할 수도 있다.

09 양변에 10을 곱하면

$3x+8(x^2+1)=10x^2+5$

$2x^2-3x-3=0$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{33}}{4}$$

따라서 $a=3$, $b=33$

10 $(m+2)^2-4\times1\times(3m+1)=0$이어야 하므로

$m^2+4m+4-12m-4=0$

$m^2-8m=0$, $m(m-8)=0$

따라서 $m=0$ 또는 $m=8$

11 $(-4)^2-4(-a+1)=0$이어야 하므로

$16+4a-4=0$, $4a=-12$

따라서 $a=-3$

12 일차항의 계수가 짝수이므로 짝수 근의 공식을 이용할 수 있다.

$a=1$, $b'=-(k-2)$, $c=k$로 놓고 $b'^2-ac=0$임을 이용한다.

$\{-(k-2)\}^2-1\times k=0$이어야 하므로

$k^2-4k+4-k=0$

$k^2-5k+4=0$

$(k-1)(k-4)=0$

따라서 $k=1$ 또는 $k=4$

13 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=29$

$3x^2=27$, $x^2=9$, $x=\pm3$

그런데 $x>1$이므로 $x=3$

따라서 구하는 세 자연수는 2, 3, 4이다.

14 연속하는 두 정수 중에서 작은 수를 x라고 하면 큰 수는 $\boxed{x+1}$이므로

$x(\boxed{x+1})=72$

이 식을 정리하면 $\boxed{x^2+x-72}=0$

이 방정식을 풀면

$(x+9)(x-8)=0$

$x=\boxed{-9}$ 또는 $x=\boxed{8}$

따라서 두 정수는 $\boxed{-9}$, $\boxed{-8}$ 또는 $\boxed{8}$, $\boxed{9}$이므로

두 정수의 합은 $\boxed{-17}$ 또는 $\boxed{17}$이다.

15 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면

$(x+1)^2=2x(x-1)-31$

$x^2-4x-32=0$, $(x+4)(x-8)=0$

$x=-4$ 또는 $x=8$

그런데 $x>1$이므로 $x=8$

따라서 구하는 세 수는 7, 8, 9이다.

16 $20x-5x^2=20$에서 $5x^2-20x+20=0$

$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$

$x=2$ (중근)

따라서 물체의 높이가 20 m가 되는 것은 2초 후이다.

17 $-5x^2+30x+35=0$에서

$x^2-6x-7=0$

$(x+1)(x-7)=0$

$x=-1$ 또는 $x=7$

그런데 $x>0$이므로 $x=7$

따라서 공이 지면에 떨어지는 데 걸린 시간은 7초이다.

18 $30t-5t^2=40$에서 $5t^2-30t+40=0$

$t^2-6t+8=0$, $(t-2)(t-4)=0$

$t=2$ 또는 $t=4$

따라서 공의 높이가 40 m가 되는 것은 2초 후 또는 4초 후이다.

19 (새로 만든 직사각형의 넓이)

$=$(처음 정사각형의 넓이)-12이므로

$(10+2x)(10-x)=10^2-12$

$100+10x-2x^2=88$, $x^2-5x-6=0$

$(x+1)(x-6)=0$

$x=-1$ 또는 $x=6$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

20 x초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다고 하면

$(12-x)(10+2x)=12\times10$

$120+14x-2x^2=120$

$x^2-7x=0$, $x(x-7)=0$

$x=0$ 또는 $x=7$

그런데 $x>0$이므로 $x=7$

따라서 7초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다.

21 원 모양의 연못의 반지름의 길이를 x m라고 하면

$\pi\times(x+2)^2-\pi\times x^2=3\times\pi\times x^2$

$3x^2-4x-4=0$, $(3x+2)(x-2)=0$

$x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=2$

그런데 $x>0$이므로 $x=2$

따라서 연못의 반지름의 길이는 2 m이다.

22 $\frac{n(n-3)}{2}=54$에서 $n(n-3)=108$

$n^2-3n-108=0$, $(n+9)(n-12)=0$

$n=-9$ 또는 $n=12$

그런데 $n>3$이므로 $n=12$

따라서 구하는 다각형은 십이각형이다.

23 직사각형 모양의 종이의 가로와 세로의 길이를 각각 $2x$ cm, $3x$ cm라고 하면

$2x\times3x=54$, $x^2=9$

$x=\pm3$

그런데 $x>0$이므로 $x=3$

따라서 가로와 세로의 길이는 각각 6 cm, 9 cm이므로 종이의 둘레의 길이는

$2\times(6+9)=30$(cm)

24 전체 학생 수를 x명이라고 하면 한 사람이 받는 연필은 $(x-3)$자루이므로

$x(x-3)=108$, $x^2-3x-108=0$

$(x+9)(x-12)=0$

$x=-9$ 또는 $x=12$

x는 자연수이므로 $x=12$

따라서 펭수네 반의 전체 학생 수는 12명이다.

기출 예상 문제

본문 34~37쪽

01 ㉠ -1 ㉡ -1 ㉢ 1 ㉣ -1 ㉤ 5 **02** ④

03 $x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$ **04** ③ **05** ④ **06** 34

07 ⑤ **08** -16

09 (1) $x=\frac{-2\pm\sqrt{19}}{3}$ (2) $x=\frac{1\pm\sqrt{37}}{3}$ (3) $x=2\pm2\sqrt{3}$ **10** ④ **11** ②

12 $\frac{3+\sqrt{6}}{3}$ **13** 5, 7 **14** ② **15** 4초 **16** ②

17 ③ **18** ① **19** ④ **20** 1 cm **21** 2 m

22 8 cm **23** ①

01 $x^2+x-1=0$에서

$$x=\frac{\boxed{-1}\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(\boxed{-1})}}{2\times\boxed{1}}$$

$$=\frac{\boxed{-1}\pm\sqrt{\boxed{5}}}{2}$$

02 $$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}$$

03 $$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$$

04 $(x-3)(x+2)+4=-7x$에서

$x^2-x-2=-7x$, $x^2+6x-2=0$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-1\times(-2)}}{1}=-3\pm\sqrt{11}$$

05 $3x^2-2x=4$에서 $3x^2-2x-4=0$

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-4)}}{3}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{3}$

따라서 $A=1$, $B=13$이므로

$A+B=14$

06 이차방정식 $x^2+12x+k-3=0$에서 짝수 근의 공식을 이용하면

$x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-(k-3)}}{1}$

$=-6\pm\sqrt{39-k}$

따라서 $39-k=5$이므로 $k=34$

07 두 근이 -3, 2이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+3)(x-2)=0$

즉, $x^2+x-6=0$이므로

$a=1$, $b=-6$

따라서 이차방정식 $x^2-bx-a=0$은 $x^2+6x-1=0$이므로

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-1\times(-1)}}{1}=-3\pm\sqrt{10}$

08 $x=-4+3\sqrt{2}$이므로 $x+4=3\sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $x^2+8x+16=18$

$x^2+8x-2=0$

따라서 $a=8$, $b=-2$이므로

$ab=-16$

09 (1) $0.3x^2+0.4x-0.5=0$의 양변에 10을 곱하면

$3x^2+4x-5=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-3\times(-5)}}{3}=\dfrac{-2\pm\sqrt{19}}{3}$

(2) $0.5x^2-\dfrac{1}{3}x-2=0$의 양변에 6을 곱하면

$3x^2-2x-12=0$

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-12)}}{3}=\dfrac{1\pm\sqrt{37}}{3}$

(3) $x^2=4(x+2)$에서 $x^2-4x-8=0$

$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-8)}}{1}=2\pm\sqrt{12}$

$=2\pm2\sqrt{3}$

10 ㄱ. $m=8$이면 $x^2+6x+8=0$에서

$(x+4)(x+2)=0$

$x=-4$ 또는 $x=-2$

ㄴ. $m=9$이면 $x^2+6x+9=0$에서

$(x+3)^2=0$, $x=-3$(중근)

ㄷ. $m=-16$이면 $x^2+6x-16=0$에서

$(x+8)(x-2)=0$

$x=-8$ 또는 $x=2$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

11 $4^2-(-3m+1)=0$이어야 하므로

$16+3m-1=0$, $m=-5$

12 $x^2+6x+m+1=0$이 중근을 가지려면

$3^2-(m+1)=0$이어야 하므로

$9-m-1=0$, $m=8$

$m=8$을 $(m-5)x^2-6x+1=0$에 대입하면

$3x^2-6x+1=0$

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times1}}{3}=\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{3}$

따라서 큰 근은 $x=\dfrac{3+\sqrt{6}}{3}$이다.

13 연속하는 두 홀수를 $2x-1$, $2x+1$이라고 하면

$(2x-1)^2+(2x+1)^2=74$

$8x^2+2=74$, $x^2=9$

$x=\pm3$

그런데 x는 자연수이므로 $x=3$

따라서 구하는 두 홀수는 5, 7이다.

14 일의 자리의 숫자를 x라고 하면 십의 자리의 숫자는 $2x$이므로

$x\times2x=(20x+x)-34$

$2x^2=21x-34$, $2x^2-21x+34=0$

$(x-2)(2x-17)=0$

$x=2$ 또는 $x=\dfrac{17}{2}$

그런데 x는 자연수이므로 $x=2$

따라서 일의 자리의 숫자는 2, 십의 자리의 숫자는 4이므로 구하는 자연수는 42이다.

15 $50t-5t^2=120$에서 $5t^2-50t+120=0$

$t^2-10t+24=0$, $(t-4)(t-6)=0$

$t=4$ 또는 $t=6$

따라서 처음으로 높이가 120 m가 되는 것은 던진 지 4초 후이다.

16 $-2t^2+3t+2=0$에서 $2t^2-3t-2=0$

$(2t+1)(t-2)=0$

$t=-\frac{1}{2}$ 또는 $t=2$

그런데 $t>0$이므로 $t=2$

따라서 2초 후에 바닥에 떨어진다.

17 삼각형의 높이를 x cm라고 하면 밑변의 길이는 $(x+3)$ cm이므로

$\frac{x(x+3)}{2}=20$, $x^2+3x-40=0$

$(x+8)(x-5)=0$

$x=-8$ 또는 $x=5$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$

따라서 삼각형의 높이는 5 cm이다.

18 사다리꼴의 높이를 x cm라고 하면 윗변의 길이도 x cm이므로

$\frac{1}{2}(x+4)x=48$, $x^2+4x-96=0$

$(x+12)(x-8)=0$

$x=-12$ 또는 $x=8$

그런데 $x>0$이므로 $x=8$

따라서 사다리꼴의 높이는 8 cm이다.

19 (늘린 직사각형의 넓이)=(처음 직사각형의 넓이)+90이므로

$(8+x)(5+x)=8\times5+90$

$x^2+13x-90=0$, $(x+18)(x-5)=0$

$x=-18$ 또는 $x=5$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$

20 잘라낸 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 상자 밑면의 가로와 세로의 길이는 각각 $(8-2x)$ cm, $(6-2x)$ cm이므로

$(8-2x)(6-2x)=24$, $48-28x+4x^2=24$

$4x^2-28x+24=0$, $x^2-7x+6=0$

$(x-1)(x-6)=0$

$x=1$ 또는 $x=6$

그런데 $0<x<3$이므로 $x=1$

따라서 잘라낸 정사각형의 한 변의 길이는 1 cm이다.

21 길의 폭을 x m라고 하면

$(10-x)(18-x)=128$

$x^2-28x+52=0$, $(x-2)(x-26)=0$

$x=2$ 또는 $x=26$

그런데 $0<x<10$이므로 $x=2$

따라서 길의 폭은 2 m이다.

22 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(12-x)$ cm이므로

$x^2+(12-x)^2=80$, $2x^2-24x+64=0$

$x^2-12x+32=0$, $(x-4)(x-8)=0$

$x=4$ 또는 $x=8$

그런데 $6<x<12$이므로 $x=8$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 8 cm이다.

23 $\frac{n(n-3)}{2}=27$에서 $n(n-3)=54$

$n^2-3n-54=0$, $(n+6)(n-9)=0$

$n=-6$ 또는 $n=9$

그런데 $n>3$이므로 $n=9$

고난도 집중 연습

본문 38~39쪽

1 12	**1-1** $a=3$, $b=6$
2 -1	**2-1** $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$
3 $(7, 7)$ 또는 $(13, 13)$	**3-1** $(4, 5)$
4 2초	**4-1** 4초

1 풀이 전략 근의 공식을 이용하여 근을 a에 대한 식으로 나타낸다.

이차방정식 $2x^2-ax+9=0$에서

$$x=\frac{-(-a)\pm\sqrt{(-a)^2-4\times2\times9}}{2\times2}$$

$$=\frac{a\pm\sqrt{a^2-72}}{4}$$

두 근의 합이 5이므로

$$\frac{a+\sqrt{a^2-72}}{4}+\frac{a-\sqrt{a^2-72}}{4}=5$$

$\frac{a}{2}=5$, $a=10$

즉, $2x^2-10x+9=0$에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-2\times9}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{7}}{2}$$

따라서 $A=5$, $B=7$이므로

$A+B=12$

1-1 풀이 전략 근의 공식을 이용하여 근을 a와 b에 대한 식으로 나타낸다.

이차방정식 $3x^2+2ax-4b=0$에서

$x=\dfrac{-a\pm\sqrt{a^2+12b}}{3}$

두 근의 합이 -2이므로

$\dfrac{-a+\sqrt{a^2+12b}}{3}+\dfrac{-a-\sqrt{a^2+12b}}{3}=-2$

$-\dfrac{2a}{3}=-2$, $a=3$

두 근의 곱이 -8이므로

$\dfrac{-a+\sqrt{a^2+12b}}{3}\times\dfrac{-a-\sqrt{a^2+12b}}{3}=-8$

$-\dfrac{4b}{3}=-8$, $b=6$

2 풀이 전략 $b^2-4ac=0$ 또는 $b'^2-ac=0$이면 이차방정식이 중근을 갖는다는 것을 이용한다.

이차방정식 $2x^2-4x+k+1=0$이 중근을 가지므로

$(-2)^2-2\times(k+1)=0$

$4-2k-2=0$, $k=1$

즉, 이차방정식 $kx^2+3x-1=0$은 $x^2+3x-1=0$이므로

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$

따라서 두 근의 곱은

$\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}\times\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2}=-1$

2-1 풀이 전략 $b^2-4ac=0$ 또는 $b'^2-ac=0$이면 이차방정식이 중근을 갖는다는 것을 이용한다.

이차방정식 $x^2-2(k-1)x+k^2-1=0$이 중근을 가지므로

$(k-1)^2-(k^2-1)=0$

$k^2-2k+1-k^2+1=0$

$-2k=-2$, $k=1$

즉, 이차방정식 $(k+3)x^2+(k-3)x-1=0$은 $4x^2-2x-1=0$이므로

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times(-1)}}{4}=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{4}$

따라서 두 근 중 큰 근은 $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$이다.

3 풀이 전략 점 D의 좌표를 $(a,\ a)$로 놓고 a에 대한 방정식을 세운다.

점 D의 좌표를 $(a,\ a)$라고 하면

$\overline{AB}=20-a$, $\overline{AD}=a$

사각형 ABCD의 넓이가 91이므로

$(20-a)a=91$, $a^2-20a+91=0$

$(a-7)(a-13)=0$

$a=7$ 또는 $a=13$

따라서 점 D의 좌표는 $(7,\ 7)$ 또는 $(13,\ 13)$이다.

3-1 풀이 전략 점 B의 x좌표를 a로 놓고 y좌표를 a에 대한 식으로 나타낸다.

점 B의 x좌표를 a라고 하면 $\mathrm{B}\left(a,\ \dfrac{1}{4}a+4\right)$이다.

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{AH}=a$이고 $\overline{BC}=\dfrac{1}{4}a+4$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=10$에서

$\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{4}a+4\right)\times a=10$, $\dfrac{1}{8}a^2+2a-10=0$

$a^2+16a-80=0$, $(a+20)(a-4)=0$

$a=-20$ 또는 $a=4$

그런데 점 B는 제1사분면 위의 점이므로

$a=4$

따라서 점 B의 좌표는 $(4,\ 5)$이다.

4 풀이 전략 출발한 지 x초 후에 $\overline{PB}$, $\overline{BQ}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x초 후에

$\overline{PB}=(10-x)$ cm, $\overline{BQ}=2x$ cm이므로

$\triangle PBQ=\dfrac{1}{2}\times2x\times(10-x)=16$

$x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$

$x=2$ 또는 $x=8$

그런데 $0<x\le7$이므로 $x=2$

따라서 2초 후에 $\triangle PBQ$의 넓이가 16 cm^2가 된다.

4-1 풀이 전략 출발한 지 x초 후에 $\overline{PB}$, $\overline{BQ}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x초 후에

$\overline{PB}=(16-2x)$ cm, $\overline{BQ}=3x$ cm이므로

$\triangle PBQ=\dfrac{1}{2}\times3x\times(16-2x)=48$

$x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$

$x=4$ (중근)

따라서 4초 후에 $\triangle PBQ$의 넓이가 48 cm^2가 된다.

서술형 집중 연습

본문 40~41쪽

예제 1 $x=\frac{1\pm\sqrt{65}}{8}$	**유제 1** $x=\frac{-5\pm\sqrt{105}}{8}$
예제 2 11	**유제 2** $x=-6$ 또는 $x=4$
예제 3 1 cm 또는 4 cm	**유제 3** 144
예제 4 72	**유제 4** 67

예제 1 주어진 방정식의 양변에 $\boxed{10}$을 곱하면

$\boxed{(x-1)^2=5x^2-3(x+1)}$

$x^2-2x+1=5x^2-3x-3$

$\boxed{4x^2-x-4}=0$ ··· 1단계

따라서 $x=\boxed{\frac{1\pm\sqrt{65}}{8}}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$ax^2+bx+c=0$의 꼴로 정리한 경우	50 %
2단계	해를 구한 경우	50 %

유제 1 $0.4x^2+\frac{1}{2}x-0.5=0$의 양변에 10을 곱하면

$4x^2+5x-5=0$ ··· 1단계

근의 공식을 이용하면

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times4\times(-5)}}{2\times4}$

$=\frac{-5\pm\sqrt{105}}{8}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차방정식을 간단히 한 경우	50 %
2단계	해를 구한 경우	50 %

예제 2 A가 푼 이차방정식은

$(x+3)(x-6)=0$, 즉 $x^2-3x+(\boxed{-18})=0$

A가 옳게 본 것은 상수항이므로 원래의 이차방정식의 상수항은 $\boxed{-18}$이다. ··· 1단계

B가 푼 이차방정식은

$(x+1)(x-8)=0$, 즉 $x^2+(\boxed{-7})x-8=0$

B가 옳게 본 것은 일차항의 계수이므로 원래의 이차방정식의 일차항의 계수는 $\boxed{-7}$이다. ··· 2단계

따라서 원래의 이차방정식은

$x^2+(\boxed{-7})x+(\boxed{-18})=0$

이므로 좌변을 인수분해하면

$\boxed{(x+2)(x-9)}=0$

$x=\boxed{-2}$ 또는 $x=\boxed{9}$ ··· 3단계

따라서 두 근의 차는 $\boxed{11}$이다. ··· 4단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	원래의 이차방정식의 상수항을 구한 경우	30 %
2단계	원래의 이차방정식의 일차항의 계수를 구한 경우	30 %
3단계	원래의 이차방정식의 해를 구한 경우	30 %
4단계	두 근의 차를 구한 경우	10 %

유제 2 A가 푼 이차방정식은

$(x+3)(x-8)=0$, 즉 $x^2-5x-24=0$

A가 옳게 본 것은 상수항이므로 원래의 이차방정식의 상수항은 -24이다. ··· 1단계

B가 푼 이차방정식은

$(x+5)(x-3)=0$, 즉 $x^2+2x-15=0$

B가 옳게 본 것은 일차항의 계수이므로 원래의 이차방정식의 일차항의 계수는 2이다. ··· 2단계

따라서 원래의 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$이므로 좌변을 인수분해하면

$(x+6)(x-4)=0$

$x=-6$ 또는 $x=4$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	원래의 이차방정식의 상수항을 구한 경우	40 %
2단계	원래의 이차방정식의 일차항의 계수를 구한 경우	40 %
3단계	원래의 이차방정식의 해를 구한 경우	20 %

예제 3 $\overline{BC}=5\sqrt{2}\text{ cm}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}=\boxed{5}\text{ cm}$

$\overline{BF}=x\text{ cm}$라고 하면 $\overline{AF}=(\boxed{5-x})\text{ cm}$이므로

$\overline{BD}=(5-x)\sqrt{2}\text{ cm}$

$\square\text{BDEF}=\frac{x}{\sqrt{2}}(5-x)\sqrt{2}=\boxed{4}$에서 ··· 1단계

$x^2-5x+4=0$, $\boxed{(x-1)(x-4)}=0$

$x=\boxed{1}$ 또는 $x=\boxed{4}$ ··· 2단계

따라서 $\overline{BF}=\boxed{1}\text{ cm}$ 또는 $\overline{BF}=\boxed{4}\text{ cm}$이다.

··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	방정식을 세운 경우	40 %
2단계	방정식의 해를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{BF}$의 길이를 구한 경우	20 %

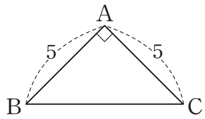
참고 중학교 2학년 피타고라스 정리를 이용하면 직각이등변삼각형에서 빗변의 길이는 다른 한 변의

길이의 $\sqrt{2}$배임을 알 수 있다.

$\overline{BC}^2=5^2+5^2=50$

$\overline{BC}>0$이므로

$\overline{BC}=5\sqrt{2}$



유제 3 정사각형 모양의 텃밭의 한 변의 길이를 x라고 하면 (길을 낸 텃밭의 넓이)=(처음 넓이)$\times\frac{5}{8}$이므로

$(x-3)(x-2)=\frac{5}{8}x^2$ ··· 1단계

$x^2-5x+6=\frac{5}{8}x^2$

양변에 8을 곱하면 $8x^2-40x+48=5x^2$

$3x^2-40x+48=0$

$(3x-4)(x-12)=0$

$x=\frac{4}{3}$ 또는 $x=12$

그런데 $x>3$이므로 $x=12$ ··· 2단계

따라서 처음 정사각형 모양의 텃밭의 넓이는

$12\times12=144$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	방정식을 세운 경우	40 %
2단계	방정식의 해를 구한 경우	40 %
3단계	처음 텃밭의 넓이를 구한 경우	20 %

예제 4 십의 자리의 숫자를 x라고 하면 일의 자리의 숫자는 $\boxed{2x}$이므로

$x\times2x=\boxed{(10x+2x)-16}$ ··· 1단계

$\boxed{x^2-6x+8}=0$ ($2x^2-12x+16=0$도 가능)

좌변을 인수분해하면 $\boxed{(x-2)(x-4)}=0$

($2(x-2)(x-4)=0$도 가능)

$x=\boxed{2}$ 또는 $x=\boxed{4}$ ··· 2단계

따라서 구하는 두 수는 $\boxed{24}$, $\boxed{48}$이므로 그 합은 $\boxed{72}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	방정식을 세운 경우	40 %
2단계	방정식의 해를 구한 경우	40 %
3단계	두 자리의 수의 합을 구한 경우	20 %

유제 4 십의 자리의 숫자를 x라고 하면 일의 자리의 숫자는 $13-x$이므로

$x(13-x)=(10x+13-x)-25$ ··· 1단계

$13x-x^2=9x-12$, $x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$

$x=-2$ 또는 $x=6$

그런데 x는 자연수이므로 $x=6$ ··· 2단계

따라서 십의 자리의 숫자는 6, 일의 자리의 숫자는 7이므로 구하는 두 자리의 자연수는 67이다.

··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	방정식을 세운 경우	40 %
2단계	방정식의 해를 구한 경우	40 %
3단계	두 자리의 수를 구한 경우	20 %

중단원 실전 테스트 1회

본문 42~44쪽

01 ④ **02** ② **03** ③ **04** ⑤ **05** ②
06 ① **07** 4, 6, 8 **08** 2초 또는 4초 **09** ②
10 ④ **11** ① **12** 10학급
13 $x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ **14** $\frac{8+\sqrt{73}}{5}$초
15 (1) $-2x^2+60x$ (cm^2) (2) 15 **16** 4 cm

01 ① $x=\frac{-1\pm\sqrt{1+32}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{4}$

② $x=\frac{9\pm\sqrt{81-12}}{2}=\frac{9\pm\sqrt{69}}{2}$

③ $x=\frac{1\pm\sqrt{1+12}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

④ $x=\frac{-5\pm\sqrt{25-8}}{4}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

⑤ $x=\frac{3\pm\sqrt{9+32}}{8}=\frac{3\pm\sqrt{41}}{8}$

02 $2x^2-5x+1=0$에서

$x=\frac{5\pm\sqrt{25-8}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

따라서 $a=5$, $b=17$이므로

$a+b=22$

03 $x^2+x-k=0$에서

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+4k}}{2}$

따라서 $1+4k=2$이므로 $k=\frac{1}{4}$

04 양변에 10을 곱하면 $5x^2-4x-10=0$

$x=\frac{2\pm\sqrt{4+50}}{5}=\frac{2\pm3\sqrt{6}}{5}$

따라서 $A=2$, $B=6$이므로 $AB=12$

05 $x-3=A$로 놓으면 $A^2+5A-24=0$

$(A+8)(A-3)=0$

$A=-8$ 또는 $A=3$

즉, $x-3=-8$ 또는 $x-3=3$이므로

$x=-5$ 또는 $x=6$

따라서 $\alpha=6$, $\beta=-5$이므로

$\alpha-\beta=6-(-5)=11$

06 $(-1)^2-4\times a\times(-1)=0$이므로

$1+4a=0$, $a=-\frac{1}{4}$

07 연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$라고 하면

$(x-2)^2+x^2+(x+2)^2=116$

$3x^2=108$, $x^2=36$

$x=\pm6$

그런데 $x>2$이므로 $x=6$

따라서 구하는 세 짝수는 4, 6, 8이다.

08 $-5t^2+30t+70=110$에서 $t^2-6t+8=0$

$(t-2)(t-4)=0$

$t=2$ 또는 $t=4$

따라서 높이가 110 m인 지점을 지나는 것은 2초 후 또는 4초 후이다.

09 직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(14-x)$ cm이므로

$x(14-x)=48$, $x^2-14x+48=0$

$(x-6)(x-8)=0$

$x=6$ 또는 $x=8$

따라서 가로의 길이가 6 cm일 때 세로의 길이는 8 cm이고, 가로의 길이가 8 cm일 때 세로의 길이는 6 cm이므로 가로의 길이와 세로의 길이의 차는

$8-6=2$(cm)

10 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 직사각형의 가로의 길이는 $(x+5)$ cm, 세로의 길이는 $(x-4)$ cm이다.

직사각형의 넓이가 52 cm^{2}이므로

$(x+5)(x-4)=52$, $x^2+x-20=52$

$x^2+x-72=0$, $(x+9)(x-8)=0$

$x=-9$ 또는 $x=8$

그런데 $x>0$이므로 $x=8$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 8 cm이다.

11 $\pi(8+x)^2-\pi\times8^2=36\pi$이므로

$x^2+16x-36=0$, $(x+18)(x-2)=0$

$x=-18$ 또는 $x=2$

$x>0$이므로 $x=2$

12 $\frac{n(n-1)}{2}=45$이므로 $n(n-1)=90$

$n^2-n-90=0$, $(n+9)(n-10)=0$

$n=-9$ 또는 $n=10$

n은 자연수이므로 $n=10$

따라서 10학급이 경기에 참가했다.

13 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 2, 4이므로

$a(x-2)(x-4)=0$

$ax^2-6ax+8a=0$

$b=-6a$, $c=8a$ ··· 1단계

따라서 $cx^2+bx+a=0$은 $8ax^2-6ax+a=0$이고, $a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$8x^2-6x+1=0$ ··· 2단계

$(4x-1)(2x-1)=0$

따라서 $x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	b와 c를 a의 식으로 나타낸 경우	40 %
2단계	주어진 이차방정식을 구한 경우	40 %
3단계	이차방정식의 해를 구한 경우	20 %

14 공이 공중에 머물러 있는 시간은 공이 지면에 닿을 때까지의 시간이고, 이때 높이는 0 m이므로

$-5t^2+16t+1.8=0$ ··· 1단계

$5t^2-16t-1.8=0$

$t=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-5\times(-1.8)}}{5}$

$=\frac{8\pm\sqrt{73}}{5}$

그런데 $t>0$이므로 $t=\frac{8+\sqrt{73}}{5}$ ··· 2단계

따라서 공이 공중에 머물러 있는 시간은 $\frac{8+\sqrt{73}}{5}$초이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	방정식을 세운 경우	30 %
2단계	방정식의 해를 구한 경우	50 %
3단계	공이 공중에 머물러 있는 시간을 구한 경우	20 %

15 (1) 색칠한 부분의 넓이는

$x(60-2x)=-2x^2+60x\ (\text{cm}^2)$ ··· 1단계

(2) $-2x^2+60x=450$이므로 ··· 2단계

$x^2-30x+225=0$, $(x-15)^2=0$

따라서 $x=15$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	색칠한 부분의 넓이를 이차식으로 나타낸 경우	30 %
2단계	방정식을 세운 경우	30 %
3단계	x의 값을 구한 경우	40 %

16 $\overline{AC}=x$ cm라고 하면 $\overline{CB}=(6-x)$ cm

색칠한 부분의 넓이가 4π cm^{2}이므로

$\pi\times\left(\frac{6}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{x}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{6-x}{2}\right)^2=4\pi$

··· 1단계

$9-\frac{x^2}{4}-\frac{36-12x+x^2}{4}=4$

$36-x^2-36+12x-x^2=16$

$x^2-6x+8=0$, $(x-2)(x-4)=0$

$x=2$ 또는 $x=4$

그런데 $3<x<6$이므로 $x=4$ ··· 2단계

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 4 cm이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	방정식을 세운 경우	40 %
2단계	방정식의 해를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{AC}$의 길이를 구한 경우	20 %

중단원 실전 테스트 2회

본문 45~47쪽

01 ② **02** ③ **03** ③ **04** ④
05 $x=\frac{5}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ **06** -3, 3 **07** ② **08** ②
09 3초 또는 5초 **10** 2 m **11** ① **12** ②
13 -17 **14** $\frac{1}{18}$ **15** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ **16** 5초

01 $x^2-8x+5=0$에서

$x=\frac{4\pm\sqrt{16-5}}{1}=4\pm\sqrt{11}$

따라서 $p=4$, $q=11$이므로 $pq=44$

02 $3x^2-2x-4=x$에서 $3x^2-3x-4=0$

$x=\frac{3\pm\sqrt{9+48}}{6}=\frac{3\pm\sqrt{57}}{6}$

따라서 $p=\frac{3+\sqrt{57}}{6}$이므로

$6p-3=6\times\frac{3+\sqrt{57}}{6}-3=\sqrt{57}$

03 $x^2-ax-2=0$에서

$x=\frac{a\pm\sqrt{a^2+8}}{2}$

따라서 $a=-3$, $a^2+8=b$에서 $b=9+8=17$이므로

$a+b=(-3)+17=14$

04 $\frac{2}{3}x^2=\frac{3}{5}x-\frac{2}{15}$의 양변에 15를 곱하면

$10x^2-9x+2=0$, $(2x-1)(5x-2)=0$

$x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{5}$

$0.6x^2+0.1x-\frac{1}{5}=0$의 양변에 10을 곱하면

$6x^2+x-2=0$, $(3x+2)(2x-1)=0$

$x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=\frac{1}{2}$이다.

05 $2x-1=A$로 놓으면 $2A^2-7A+6=0$

$(2A-3)(A-2)=0$

$A=\frac{3}{2}$ 또는 $A=2$

즉, $2x-1=\frac{3}{2}$ 또는 $2x-1=2$이므로

$2x=\frac{5}{2}$ 또는 $2x=3$

따라서 $x=\frac{5}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

06 $(-k)^2-4\times1\times4=0$이므로

$k^2=16$, $k=\pm4$

(i) $k=4$일 때

$x=4$를 $x^2+bx-4=0$에 대입하면

$16+4b-4=0$, $4b=-12$

$b=-3$

(ii) $k=-4$일 때

$x=-4$를 $x^2+bx-4=0$에 대입하면

$16-4b-4=0$, $-4b=-12$

$b=3$

따라서 모든 b의 값은 -3, 3이다.

07 $(x^2+2)+(x-1)+8=8+5+2$이므로

$x^2+x-6=0$, $(x+3)(x-2)=0$

$x=-3$ 또는 $x=2$

x는 자연수이므로 $x=2$

08 어떤 양수를 x라고 하면 $x^2=9x+36$

$x^2-9x-36=0$, $(x+3)(x-12)=0$

$x=-3$ 또는 $x=12$

x는 양수이므로 $x=12$

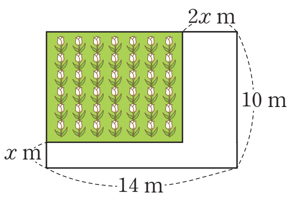
09 $-5t^2+40t=75$에서 $t^2-8t+15=0$

$(t-3)(t-5)=0$

$t=3$ 또는 $t=5$

따라서 높이가 75 m에 도달하는 것은 던져 올린 지 3초 후 또는 5초 후이다.

10 길의 폭을 x m라고 하면 남은 꽃밭의 넓이는 아래 그림과 같이 가로의 길이가 $(14-2x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같다.



$(14-2x)(10-x)=80$이므로

$2x^2-34x+140=80$

$x^2-17x+30=0$, $(x-2)(x-15)=0$

$x=2$ 또는 $x=15$

$0<x<7$이므로 $x=2$

따라서 길의 폭은 2 m이다.

11 사다리꼴의 윗변의 길이를 x cm라고 하면 아랫변의 길이는 $(x+5)$ cm, 높이는 $(x-4)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times\{x+(x+5)\}\times(x-4)=42$

$2x^2-3x-104=0$, $(2x+13)(x-8)=0$

$x=-\frac{13}{2}$ 또는 $x=8$

그런데 $x>4$이므로 $x=8$

따라서 사다리꼴의 윗변의 길이가 8 cm이므로 높이는

$8-4=4$(cm)

12 여학생의 수를 x명이라고 하면 여학생 한 명이 받은 사탕은 $(x-2)$개이므로

$x(x-2)=195$, $x^2-2x-195=0$

$(x+13)(x-15)=0$

$x=-13$ 또는 $x=15$

x는 자연수이므로 $x=15$

따라서 여학생의 수는 15명이다.

13 $x^2-3x-7=0$에서

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-7)}}{2\times1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{37}}{2}$ ··· 1단계

이므로 두 근의 합은

$\frac{3+\sqrt{37}}{2}+\frac{3-\sqrt{37}}{2}=3$

두 근의 곱은

$\frac{3+\sqrt{37}}{2}\times\frac{3-\sqrt{37}}{2}=-7$ ··· 2단계

$x^2+ax+b=0$의 두 근이 $x=3$, $x=-7$이므로 각각을 대입하면

$3^2+3a+b=0$, $(-7)^2-7a+b=0$

$3a+b=-9$, $7a-b=49$

두 식을 연립하여 풀면

$a=4$, $b=-21$ ··· 3단계

따라서 $a+b=4+(-21)=-17$ ··· 4단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	방정식의 해를 구한 경우	30 %
2단계	두 근의 합과 곱을 구한 경우	30 %
3단계	a, b의 값을 구한 경우	30 %
4단계	$a+b$의 값을 구한 경우	10 %

14 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가지려면

$a^2-4b=0$, $a^2=4b$ ··· 1단계

이때 a, b는 주사위의 눈의 수이므로 이를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(2, 1)$ 또는 $(4, 4)$이다. ··· 2단계

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a, b 사이의 관계식을 구한 경우	40 %
2단계	순서쌍 (a, b)를 구한 경우	40 %
3단계	확률을 구한 경우	20 %

15 □ABCD∽□DEFC이므로

$\overline{AB} : \overline{DE}=\overline{BC} : \overline{EF}$

$\overline{BC}=x$라고 하면 $\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=x-1$이므로

$1 : (x-1)=x : 1$

이 식을 정리하면 $x^2-x-1=0$ ··· 1단계

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$

$=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

그런데 $x>0$이므로 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ··· 2단계

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	방정식을 세운 경우	50 %
2단계	방정식의 해를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	10 %

16 출발한 지 x초 후에 $\overline{BP}=(10-x)$cm, $\overline{BQ}=2x$ cm이므로

$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\times2x\times(10-x)=25$ ··· 1단계

$x(10-x)=25$, $x^2-10x+25=0$

$(x-5)^2=0$, $x=5$ (중근) ··· 2단계

따라서 △PBQ의 넓이가 25 cm²가 되는 것은 출발한 지 5초 후이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	방정식을 세운 경우	50 %
2단계	방정식의 해를 구한 경우	40 %
3단계	출발한 지 몇 초 후인지 구한 경우	10 %

Ⅳ. 이차함수

1 이차함수와 그 그래프

개념 체크 본문 50~51쪽

01 (1) $y=(x-1)^2$, 이차함수이다.

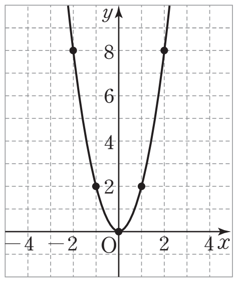
(2) $y=\frac{100}{x}$, 이차함수가 아니다.

(3) $y=6\pi x^2$, 이차함수이다.

02 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) × (5) ○

03 (1) 포물선 (2) 선, 축 (3) 꼭짓점, y, $(0, 0)$

04



(1) $(0, 0)$ (2) $x=0$ (3) $y=-2x^2$

대표 유형 본문 52~55쪽

01 ③	02 ④	03 ①	04 ①	05 ⑤
06 ②	07 ③	08 ②	09 ④	10 ⑤
11 ③	12 $-3<a<-\frac{4}{3}$		13 ⑤	14 ⑤
15 ②	16 ④	17 ③	18 ④	19 ①
20 ①	21 ④	22 ①	23 ④	24 ①

01 ① $y=\frac{4}{3}\pi x^3$

② $y=180(x-2)$

③ $y=\frac{1}{2}x^2$

④ $y=5x$

⑤ $y=12(2x-1)=24x-12$

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 y가 x에 대한 이차식으로 나타내어진 ③이다.

02 ③ $y=x(x-3)-x^2=-3x$

④ $y=(1-x)^2=x^2-2x+1$

⑤ $y=\frac{2x^2-5x}{x}=2x-5$

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 y가 x에 대한 이차식으로 나타내어진 ④이다.

03 $y=x(3-kx)+\frac{k^2}{2}x(2x+1)$

$=3x-kx^2+k^2x^2+\frac{k^2}{2}x$

$=(k^2-k)x^2+\left(\frac{k^2}{2}+3\right)x$

이차함수가 되지 않으려면

$k^2-k=0$, $k(k-1)=0$

$k=0$ 또는 $k=1$

k는 양수이므로 $k=1$

04 $2f(-1)-f(3)=2(2+1+5)-(18-3+5)$

$=16-20$

$=-4$

05 $f(2)=-8+2a-3=2a-11=5$이므로

$2a=16$, $a=8$

06 $f(t)=3t^2+4t+2=1$에서

$3t^2+4t+1=0$, $(t+1)(3t+1)=0$

$t=-1$ 또는 $t=-\frac{1}{3}$

t는 정수이므로 $t=-1$

07 $y=3x^2$에

① $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{3}{4}$을 대입하면 $\frac{3}{4}=3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$

② $x=2$, $y=12$를 대입하면 $12=3\times2^2$

③ $x=3$, $y=9$를 대입하면 $9\neq3\times3^2$

④ $x=-\frac{1}{3}$, $y=\frac{1}{3}$을 대입하면 $\frac{1}{3}=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

⑤ $x=-1$, $y=3$을 대입하면 $3=3\times(-1)^2$

따라서 이차함수 $y=3x^2$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ③이다.

08 $y=-\frac{3}{2}x^2$에 $x=2$, $y=a$를 대입하면

$a=\left(-\frac{3}{2}\right)\times2^2=\left(-\frac{3}{2}\right)\times4=-6$

09 x좌표와 y좌표가 같은 점 A의 좌표를 $(a,\ a)$라 하고 $y=\frac{1}{2}x^2$에 대입하면

$a=\frac{1}{2}a^2$

이때 점 A는 원점이 아니므로 $a\neq0$

$1=\frac{1}{2}a$, $a=2$

따라서 점 A의 x좌표는 2이다.

10 이차함수 $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁으므로 $y=-\frac{7}{3}x^2$의 그래프의 폭이 가장 좁다.

11 주어진 이차함수 중 그 그래프가 아래로 볼록한 것은 $y=\frac{1}{3}x^2$, $y=x^2$, $y=2x^2$이고 이 중 $y=2x^2$의 그래프의 폭이 가장 좁으므로 ㉢이다.

12 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=-3x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$|a|<|-3|$

이때 a는 음수이므로 $-a<3$, 즉 $a>-3$

또, 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=\frac{4}{3}x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로

$|a|>\frac{4}{3}$, $-a>\frac{4}{3}$, $a<-\frac{4}{3}$

따라서 $-3<a<-\frac{4}{3}$

13 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=-ax^2$

이 그래프가 점 $(2,\ -8)$을 지나므로

$-8=-4a$, $a=2$

14 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프와 x축에 대하여 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=3x^2$

이 그래프가 점 $(a,\ a+4)$를 지나므로

$a+4=3a^2$, $3a^2-a-4=0$

$(a+1)(3a-4)=0$

$a=-1$ 또는 $a=\frac{4}{3}$

a는 음수이므로 $a=-1$

15 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 서로 대칭이므로

$a=-2$

② $y=-2x^2$에 $x=-\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면

$$\frac{1}{2} \neq -2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

16 ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$이다.
② y축에 대칭인 선대칭도형이다.
③ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
④ $3>|-1|$이므로 이차함수 $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.
⑤ 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프와 x축에 대하여 서로 대칭이다.

17 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a<0$일 때 위로 볼록한 포물선 모양이다.
따라서 위로 볼록한 그래프는 ㄱ, ㅁ, ㅂ이다.

18 ④ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
따라서 a가 음수일 때는 a의 값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

19 $y=ax^2$의 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$을 지나므로
$1=\frac{1}{4}a$, $a=4$

20 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -12)$를 지나므로
$-12=4a$, $a=-3$
따라서 $y=-3x^2$의 그래프가 점 $(-1, m)$을 지나므로
$m=-3$

21 그래프가 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식은 $y=ax^2$의 꼴이다.
$y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, 8)$을 지나므로
$8=4a$, $a=2$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=2x^2$이다.

22 □PROQ가 정사각형이므로 점 P의 x좌표와 y좌표는 같다. 점 P의 좌표를 (a, a)라고 하면 점 P는 $y=2x^2$의 그래프 위의 점이므로 $a=2a^2$
$a>0$이므로 $1=2a$, $a=\frac{1}{2}$
따라서 □PROQ의 넓이는
$\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

23 그래프가 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식은 $y=ax^2$의 꼴이다.
일차함수 $y=x$의 그래프와의 교점의 x좌표가 -3이므로 점 $(-3, -3)$을 지난다.
$y=ax^2$에 $x=-3$, $y=-3$을 대입하면
$-3=9a$, $a=-\frac{1}{3}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{3}x^2$이다.

24 넓이가 48인 직사각형의 가로의 길이가 2이므로 세로의 길이는 24이다.
직사각형의 꼭짓점 중 이차함수 $y=3x^2$의 그래프 위에 있는 두 점의 좌표가 $(k, 3k^2)$, $(k+2, 3(k+2)^2)$이므로 세로의 길이는
$3(k+2)^2-3k^2=24$
$(k+2)^2-k^2=8$
$4k+4=8$
$4k=4$, $k=1$

기출 예상 문제

본문 56~57쪽

01 ⑤	**02** ⑤	**03** ⑤	**04** ③	**05** ⑤
06 ⑤	**07** ②	**08** ③	**09** ⑤	**10** ⑤
11 ②	**12** ③			

01 ① $y=\frac{1}{2}(x+3)^2=\frac{1}{2}x^2+3x+\frac{9}{2}$
② $y=\frac{5x^3+3x}{x}=5x^2+3$
③ $y=6x^2-x-5$
④ $y=x^2-x(1-x)=x^2-x+x^2=2x^2-x$
⑤ $y=4(x+1)^2-(2x-7)^2$
$=4x^2+8x+4-(4x^2-28x+49)$
$=36x-45$
따라서 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은 ⑤이다.

02 $2f(2)-f(-4)$
$=2(-12+1+1)-(-48-2+1)$
$=-20+49=29$

03 $f(-2)=4-2a-3=5$이므로
$2a=-4$, $a=-2$

따라서 $f(x)=x^2-2x-3$이고
$f(b)=b^2-2b-3=12$이므로
$b^2-2b-15=0$, $(b+3)(b-5)=0$
$b=-3$ 또는 $b=5$
b는 양수이므로 $b=5$

04 ③ $y=-\frac{1}{2}x^2$에 $x=\frac{2}{3}$, $y=-\frac{2}{3}$를 대입하면

$$-\frac{2}{3}\neq-\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=-\frac{2}{9}$$

05 $y=2x^2$에 $x=-2$, $y=a$를 대입하면
$a=2\times(-2)^2=8$

06 이차함수 $y=-\frac{5}{3}x^2$의 그래프는 위로 볼록하고 이차함수 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로 ㉥이다.

07 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=5x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로
$|a|<5$
또, 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=-\frac{5}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로
$|a|>\frac{5}{2}$
a는 양수이므로 $\frac{5}{2}<a<5$이고 이를 만족하는 자연수 a는 3, 4의 2개이다.

08 x축에 대하여 서로 대칭인 $y=ax^2$의 꼴의 이차함수는 a의 절댓값이 같고 부호가 서로 다르므로
ㄱ. $y=x^2$과 ㅇ. $y=-x^2$,
ㄹ. $y=-3x^2$과 ㅂ. $y=3x^2$
의 2쌍이다.

09 ① $y=-\frac{2}{3}x^2$에 $x=3$, $y=-2$를 대입하면

$$-2\neq-\frac{2}{3}\times3^2=-6$$

이므로 점 $(3, -2)$를 지나지 않는다.
② 위로 볼록한 포물선이므로 제3, 4사분면을 지난다.
③ $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.
④ y축에 대하여 대칭인 선대칭도형이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

10 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 x의 값이 음수일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하려면 위로 볼록한 포물선이어야 하므로 $a<0$이다.
또, 이차함수 $y=x^2$의 그래프보다 $y=ax^2$의 그래프의 폭이 좁으므로 $|a|>1$이다.
따라서 $a<-1$이고 이를 만족하는 이차함수는
ㄹ. $y=-3x^2$, ㅂ. $y=-\frac{7}{4}x^2$이다.

11 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -5)$를 지나므로
$-5=4a$, $a=-\frac{5}{4}$

12 점 B의 좌표를 $(a, -4a^2)$이라고 하면 점 A의 좌표는 $(-a, -4a^2)$이다.
이때 □ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$에서
$2a=4a^2$
$a>0$이므로 $2=4a$, $a=\frac{1}{2}$
따라서 $\overline{AB}=2a=1$이므로 정사각형 ABCD의 넓이는 $1^2=1$이다.

고난도 집중 연습

본문 58~59쪽

1 6	**1-1** 2	**2** $\frac{1}{2}$	**2-1** $\frac{4}{3}$
3 16	**3-1** 1	**4** 25	**4-1** 20

1 풀이 전략 세 점 A, B, C의 좌표를 미지수로 나타낸다.
세 점 A, B, C의 x좌표를 k라고 하면 y좌표는 각각 ak^2, $2k^2$, 0이다.
$\overline{AB}:\overline{BC}=2:1$이므로
$(a-2)k^2:2k^2=2:1$
$(a-2):2=2:1$
$a-2=4$
따라서 $a=6$

1-1 풀이 전략 세 점 A, B, C의 좌표를 미지수로 나타낸다.
세 점 A, B, C의 y좌표를 $k(k>0)$라고 하면 x좌표는 각각 $\sqrt{2k}$, $\sqrt{\frac{k}{a}}$, 0이다.
$\overline{AB}=\left(\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{a}}\right)\sqrt{k}$, $\overline{BC}=\sqrt{\frac{1}{a}}\sqrt{k}$이므로
$\overline{AB}=\overline{BC}$에서

$\left(\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{a}}\right)\sqrt{k}=\sqrt{\frac{1}{a}}\sqrt{k}$

$\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{a}}=\sqrt{\frac{1}{a}}$, $\sqrt{2}=2\sqrt{\frac{1}{a}}$

$2=\frac{4}{a}$

따라서 $a=2$

2 풀이 전략 점 A의 x좌표를 미지수로 놓고 점 C의 좌표를 구한다.

점 A의 x좌표를 a라고 하면 y좌표는 $\frac{1}{2}a^2$이고

□ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이므로 점 C의 좌표는 $\left(a+1, \frac{1}{2}a^2+1\right)$이다.

점 C가 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프 위의 점이므로

$\frac{1}{2}a^2+1=\frac{1}{2}(a+1)^2$

$\frac{1}{2}a^2+1=\frac{1}{2}a^2+a+\frac{1}{2}$

$a=\frac{1}{2}$

따라서 점 A의 x좌표는 $\frac{1}{2}$이다.

2-1 풀이 전략 점 A의 x좌표를 미지수로 놓고 세 점 A, B, D의 좌표를 구한다.

두 점 A, B의 x좌표를 $a(a>0)$라고 하면

$A(a, a^2)$, $B\left(a, \frac{1}{4}a^2\right)$

이때 점 D의 y좌표는 점 A의 y좌표와 같으므로 a^2이고 점 D는 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프 위의 점이므로

$a^2=\frac{1}{4}x^2$에서 $x^2=4a^2$, $x=2a$

즉, $D(2a, a^2)$이다.

□ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}$에서

$a^2-\frac{1}{4}a^2=2a-a$, $\frac{3}{4}a^2=a$

$a>0$이므로 $\frac{3}{4}a=1$, $a=\frac{4}{3}$

따라서 점 A의 x좌표는 $\frac{4}{3}$이다.

3 풀이 전략 점 D의 좌표를 미지수로 놓고 □ABCD가 정사각형임을 이용한다.

양수 a에 대하여 점 D의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$이라고 하면 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로

$\overline{AD}=2a$

두 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 x축에 대하여 서로 대칭이므로

$\overline{CD}=\frac{1}{2}a^2\times 2=a^2$

□ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AD}=\overline{CD}$에서

$2a=a^2$

a는 양수이므로 $a=2$

따라서 $\overline{AD}=2a=4$이므로 □ABCD의 넓이는

$4^2=16$

3-1 풀이 전략 두 이차함수 $y=ax^2$, $y=-ax^2$의 그래프가 x축에 대하여 서로 대칭임을 이용한다.

직사각형의 가로의 길이는 두 점 $(2, 4a)$, $(-2, 4a)$ 사이의 거리인 4이고,

세로의 길이는 두 이차함수 $y=ax^2$, $y=-ax^2$의 그래프가 x축에 대하여 서로 대칭이므로 $4a\times 2=8a$이다.

직사각형의 넓이가 32이므로

$4\times 8a=32$, $32a=32$

따라서 $a=1$

4 풀이 전략 이차함수 $y=-x^2$의 그래프가 y축에 대칭임을 이용하여 두 점 C, D의 좌표를 구한다.

이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로 점 D의 x좌표는 $\frac{1}{2}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 4=2$이고, y좌표는 -4이다. 즉, $D(2, -4)$

마찬가지로 점 C의 x좌표는 $\frac{1}{2}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 6=3$이고, y좌표는 -9이다. 즉, $C(3, -9)$

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\times(4+6)\times\{-4-(-9)\}&=\frac{1}{2}\times 10\times 5\\&=25\end{aligned}$$

4-1 풀이 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 y축에 대칭임을 이용하여 네 점 A, B, C, D의 좌표를 구한다.

두 점 A, D는 이차함수 $y=2x^2$의 그래프 위의 점이고 y좌표가 2이므로

$2=2x^2$, $x^2=1$, $x=\pm 1$

즉, $A(-1, 2)$, $D(1, 2)$이므로

$\overline{AD}=2$

두 점 B, C는 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프 위의 점이고 y좌표가 -3이므로

$-3=-\frac{1}{3}x^2$, $x^2=9$

$x=\pm3$

즉, $B(-3,\ -3)$, $C(3,\ -3)$이므로

$\overline{BC}=6$

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(2+6)\times\{2-(-3)\}=\frac{1}{2}\times8\times5$

$=20$

서술형 집중 연습

본문 60~61쪽

예제 1 $y=x^2+4x+3$, 이차함수이다.

유제 1 $S=6t^2+19t+15$, 3초

예제 2 4 **유제 2** $-3<a<0$ 또는 $0<a<\frac{1}{2}$

예제 3 $-\frac{2}{3}$ **유제 3** -4

예제 4 16 **유제 4** 12

예제 1 x초 후 점 P의 좌표는 $(\boxed{2x+2},\ \boxed{0})$,

점 Q의 좌표는 $(\boxed{0},\ \boxed{x+3})$이므로 ··· 1단계

$(\triangle OPQ의\ 넓이)=\frac{1}{2}\times\overline{OP}\times\overline{OQ}$

$=\frac{1}{2}\times(\boxed{2x+2})\times(\boxed{x+3})$

따라서 $y=\boxed{1}x^2+\boxed{4}x+\boxed{3}$이고 ··· 2단계

y는 x에 대한 $\boxed{이차함수이다}$. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	x초 후 두 점 P, Q의 좌표를 나타낸 경우	40 %
2단계	y를 x에 대한 식으로 나타낸 경우	40 %
3단계	이차함수인지 옳게 판별한 경우	20 %

유제 1 t초 후 직사각형의 가로의 길이는 $(2t+3)$ cm, 세로의 길이는 $(3t+5)$ cm이므로 ··· 1단계

$S=(2t+3)(3t+5)$

$=6t^2+19t+15$ ··· 2단계

$6t^2+19t+15=126$에서

$6t^2+19t-111=0$

$(6t+37)(t-3)=0$

$t=-\frac{37}{6}$ 또는 $t=3$

따라서 3초 후 직사각형의 넓이가 126 cm^2가 된다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	t초 후 직사각형의 가로와 세로의 길이를 나타낸 경우	30 %
2단계	S를 t에 대한 식으로 나타낸 경우	30 %
3단계	몇 초 후에 직사각형의 넓이가 126 cm^2가 되는지 구한 경우	40 %

예제 2 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 폭이 $\boxed{좁다}$. ··· 1단계

$a>0$이고 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 이차함수 $y=\frac{9}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $a\boxed{<}\frac{9}{2}$이고,

이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로

$a\boxed{>}\frac{1}{3}$이다.

따라서 $\frac{1}{3}\boxed{<}a\boxed{<}\frac{9}{2}$이고 ··· 2단계

이를 만족하는 정수 a는 $\boxed{4}$개이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 절댓값의 크기와 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 폭의 관계를 서술한 경우	40 %
2단계	a의 값의 범위를 구한 경우	30 %
3단계	정수 a의 개수를 구한 경우	30 %

유제 2 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 폭이 좁다. ··· 1단계

a가 양수일 때, 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$0<a<\frac{1}{2}$ ··· 2단계

a가 음수일 때, 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$|a|<|-3|$

즉, $-a<3$에서 $a>-3$이고 a는 음수이므로

$-3<a<0$ ··· 3단계

따라서 a의 값의 범위는

$-3<a<0$ 또는 $0<a<\frac{1}{2}$ ··· 4단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 절댓값의 크기와 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 폭의 관계를 서술한 경우	20 %
2단계	a가 양수일 때 범위를 구한 경우	30 %
3단계	a가 음수일 때 범위를 구한 경우	30 %
4단계	a의 값의 범위를 구한 경우	20 %

예제 3 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=\boxed{-a}x^2$이고, ··· 1단계

이 그래프가 점 $(-3,\ 6)$을 지나므로

$6=\boxed{-9a}$이다. ··· 2단계

따라서 $a=\boxed{-\frac{2}{3}}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 구한 경우	40 %
2단계	점 $(-3,\ 6)$의 좌표를 대입한 식을 구한 경우	30 %
3단계	a의 값을 구한 경우	30 %

유제 3 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{2}x^2$이고, ··· 1단계

이 그래프가 점 $(a,\ 2a)$를 지나므로

$2a=-\frac{1}{2}a^2$ ··· 2단계

$a\neq0$이므로 $2=-\frac{1}{2}a$

따라서 $a=-4$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 구한 경우	40 %
2단계	점 $(a,\ 2a)$의 좌표를 대입한 식을 구한 경우	30 %
3단계	a의 값을 구한 경우	30 %

예제 4 두 점 A, B는 y좌표가 같고 이차함수 $y=x^2$의 그래프 위에 있으므로 점 B의 x좌표를 $k(k>0)$라고 하면 B$(k,\ \boxed{k^2})$, A$(\boxed{-k},\ \boxed{k^2})$이다. ··· 1단계

$(\triangle\text{AOB의 넓이})=\frac{1}{2}\times\overline{\text{AB}}\times\boxed{k^2}$

$=\frac{1}{2}\times\boxed{2k}\times\boxed{k^2}=\boxed{k^3}=64$

이므로 $k=\boxed{4}$ ··· 2단계

따라서 점 A의 y좌표는 $\boxed{16}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	두 점 A, B의 좌표를 미지수로 나타낸 경우	30 %
2단계	△AOB의 넓이에 대한 식을 세우고 바르게 푼 경우	40 %
3단계	점 A의 y좌표를 구한 경우	30 %

유제 4 두 점 A, B는 y좌표가 같고 이차함수 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프 위에 있으므로 점 B의 x좌표를 $k(k>0)$라고 하면

B$\left(k,\ -\frac{3}{2}k^2\right)$, A$\left(-k,\ -\frac{3}{2}k^2\right)$ ··· 1단계

삼각형의 무게중심은 중선을 $2:1$로 나누므로

$\overline{\text{OG}}:\frac{3}{2}k^2=2:3$

$4:\frac{3}{2}k^2=2:3$

$3k^2=12,\ k^2=4$

$k>0$이므로 $k=2$

따라서 B$(2,\ -6)$, A$(-2,\ -6)$이고 ··· 2단계

$(\triangle\text{OAB의 넓이})=\frac{1}{2}\times4\times6=12$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	두 점 A, B의 좌표를 미지수로 나타낸 경우	30 %
2단계	무게중심을 이용하여 점 A, B의 좌표를 구한 경우	40 %
3단계	△OAB의 넓이를 구한 경우	30 %

중단원 실전 테스트 1회

본문 62~64쪽

01 ⑤	02 ②	03 ④	04 ①	05 ②
06 ⑤	07 ①	08 ③	09 ⑤	10 ④
11 ①	12 ③	13 $s=5t^2$, 45 m		
14 ±6	15 $-\frac{3}{4},\ \frac{4}{3}$		16 $\frac{1}{3}$	

01 ① $y=3x^2-5$에서 y가 x에 대한 이차식으로 나타내어지므로 이차함수이다.

② $y=(2x-1)^2-(-4x^2+3x-5)$

$=4x^2-4x+1+4x^2-3x+5$

$=8x^2-7x+6$

③ $y=\frac{1}{2}\times2x\times(x-1)=x^2-x$

④ $y=\frac{x(x-3)}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$

⑤ $y=\frac{1}{x}$

따라서 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은 ⑤이다.

02 $y=4x(x-3)^2-kx(2x^2-5x+1)$

$=4x(x^2-6x+9)-2kx^3+5kx^2-kx$

$=(4-2k)x^3+(5k-24)x^2+(36-k)x$

이므로 이차함수가 되려면

$4-2k=0$, $5k-24\neq 0$

따라서 $k=2$

03 $f(-2)=4a-6-4=2$이므로

$4a=12$

따라서 $a=3$

04 $x=2$일 때, $y=ax^2=12$이므로

$4a=12$, $a=3$

즉, $y=3x^2$이므로

$m=3\times 1^2=3$, $n=3\times 3^2=27$

따라서 $a+m-n=3+3-27=-21$

05 $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프가 점 $(k, 3k)$를 지나므로

$3k=\frac{3}{2}k^2$

$k\neq 0$이므로 $3=\frac{3}{2}k$

따라서 $k=2$

06 두 점 C, D의 x좌표가 같으므로 x좌표를 $a(a>0)$라고 하면

$C\left(a, \frac{1}{3}a^2\right)$, $D(a, a^2)$

이차함수 $y=x^2$과 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프는 각각 y축에 대하여 대칭이므로

$\overline{AD}=\overline{BC}=2a$

$\overline{CD}=a^2-\frac{1}{3}a^2=\frac{2}{3}a^2$이고 □ABCD는 정사각형이므로 $2a=\frac{2}{3}a^2$

$a>0$이므로 $2=\frac{2}{3}a$, $a=3$

따라서 $\overline{AD}=2a=6$이므로 □ABCD의 넓이는

$6^2=36$

07 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $|a|<2$이고, 위로 볼록하므로 $a<0$이다.

즉, $-a<2$이므로 $-2<a<0$

a는 정수이므로 $a=-1$

따라서 이차함수 $y=-x^2$의 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로

$k=-4$

08 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-ax^2$

이 그래프가 점 $(-2, 4)$를 지나므로

$4=-4a$, $a=-1$

$y=x^2$의 그래프가 점 $(3, k)$를 지나므로

$k=9$

따라서 $a+k=-1+9=8$

09 ① 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 폭은 a의 절댓값이 작을수록 넓으므로 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ㄷ이다.

② 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a<0$일 때 위로 볼록하므로 위로 볼록한 그래프는 ㄷ, ㅂ의 2개이다.

③ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 모두 y축을 축으로 갖는 포물선이다.

④ ㄴ과 ㅁ은 x^2의 계수의 절댓값이 다르므로 x축에 대하여 서로 대칭이 아니다.

⑤ $x<0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하는 그래프는 위로 볼록한 포물선이므로 ㄷ, ㅂ의 2개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

10 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-2, -6)$을 지나므로

$-6=4a$, $a=-\frac{3}{2}$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{3}{2}x^2$이다.

11 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수는 $y=ax^2$의 꼴이고 일차함수 $y=x$의 그래프 위에 x좌표가 -2인 점의 좌표는 $(-2, -2)$이므로 $y=ax^2$에 $x=-2$, $y=-2$를 대입하면

$-2=4a$, $a=-\frac{1}{2}$

따라서 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2$이므로

$f(-4)=-8$

12 두 점 C, D의 x좌표를 각각 a, $b(a>0, b>0)$라고 하면

$C\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$, $D\left(b, \frac{1}{2}b^2\right)$

이때 사다리꼴의 높이는 $\frac{1}{2}b^2-\frac{1}{2}a^2=\frac{3}{2}$이므로

$b^2-a^2=3$

또, $\overline{BC}=2a$, $\overline{AD}=2b$이므로

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(2a+2b)\times\frac{3}{2}$

$=\frac{3}{2}(a+b)=\frac{9}{2}$

$a+b=3$ ······ ㉠

$b^2-a^2=(b+a)(b-a)=3(b-a)=3$에서

$b-a=1$ ······ ㉡

㉠+㉡을 하면 $2b=4$

따라서 $\overline{AD}=2b=4$

13 자유낙하한 거리 s(m)는 자유낙하한 시간 t(초)의 제곱에 비례하므로 상수 a에 대하여 $s=at^2$과 같이 나타낼 수 있다. ··· 1단계

2초 동안 물체가 자유낙하한 거리가 20 m이므로

$t=2$, $s=20$을 대입하면

$20=4a$, $a=5$

따라서 $s=5t^2$이고 ··· 2단계

$t=3$일 때, $s=45$이므로 3초 동안 물체가 자유낙하한 거리는 45 m이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	s가 t^2에 비례함을 식으로 나타낸 경우	30 %
2단계	2초 동안 자유낙하한 거리를 대입하여 s를 t에 대한 식으로 나타낸 경우	40 %
3단계	3초 동안 물체가 자유낙하한 거리를 구한 경우	30 %

14 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로

$-3=4a$, $a=-\frac{3}{4}$ ··· 1단계

따라서 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프가 점 $(m, -27)$을 지나므로

$-27=-\frac{3}{4}m^2$, $m^2=36$

$m=\pm6$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	상수 a의 값을 구한 경우	50 %
2단계	m의 값을 모두 구한 경우	50 %

15 이차함수 $y=\frac{3}{5}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은

$y=-\frac{3}{5}x^2$ ··· 1단계

이 그래프가 점 $(2a-1, a-3)$을 지나므로

$a-3=-\frac{3}{5}(2a-1)^2$

$5a-15=-3(4a^2-4a+1)$

$12a^2-7a-12=0$

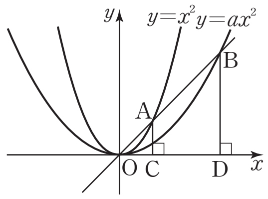
$(4a+3)(3a-4)=0$

$a=-\frac{3}{4}$ 또는 $a=\frac{4}{3}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	x축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 구한 경우	40 %
2단계	a의 값을 모두 구한 경우	60 %

16



두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 하면 점 A의 좌표가 (k, k^2)일 때, 점 C의 좌표는 $(k, 0)$이다. (단, $k>0$) ··· 1단계

이때 $\triangle OAC \backsim \triangle OBD$이므로

$\overline{OA}:\overline{OB}=\overline{OC}:\overline{OD}=\overline{AC}:\overline{BD}=1:3$이고

점 D의 좌표는 $(3k, 0)$, 점 B의 좌표는 $(3k, 3k^2)$이다. ··· 2단계

$y=ax^2$의 그래프가 점 B를 지나므로

$3k^2=9ak^2$

따라서 $a=\frac{1}{3}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	두 점 A, C의 좌표를 미지수로 나타낸 경우	30 %
2단계	두 점 B, D의 좌표를 미지수로 나타낸 경우	40 %
3단계	상수 a의 값을 구한 경우	30 %

중단원 실전 테스트 2회

본문 65~67쪽

01 ③	02 ③	03 ④	04 ②	05 ③
06 ②	07 ②	08 ③	09 ③	10 ③
11 ④	12 ①			

13 $y=2x^2+3x$, 이차함수이다.　14 $y=-\frac{3}{2}x^2$

15 3　16 $y=\frac{1}{125}x^2$, 80 m

01 $y=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-kx(3+x)$

$=\frac{1}{4}x^2-x+1-3kx-kx^2$

$=\left(\frac{1}{4}-k\right)x^2-(1+3k)x+1$

이차함수가 되려면 최고차항인 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$\frac{1}{4}-k\neq0$

따라서 $k\neq\frac{1}{4}$

02 ① $y=5(x-1)^2+2=5x^2-10x+7$

② $y=2x^2-3$

③ $y=\frac{x^2-x}{x}=x-1$

④ $y=5(2-x)^2-x^2=4x^2-20x+20$

⑤ $y=(x^3+4x^2)\div x=x^2+4x$

따라서 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은 ③이다.

03 $h=-5t^2+7t+10$에 $t=2$를 대입하면

$h=-20+14+10=4$

따라서 쏘아 올린 지 2초 후의 공의 높이는 4 m이다.

04 $f(a)=2a^2-3a+2=4$에서

$2a^2-3a-2=0$, $(2a+1)(a-2)=0$

$a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=2$

a는 양수이므로 $a=2$

05 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프가 점 $(a, 2a)$를 지나므로

$2a=\frac{2}{3}a^2$

$a\neq0$이므로 $2=\frac{2}{3}a$

따라서 $a=3$

06 이차함수 $y=2x^2$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이고 y좌표가 같은 그래프 위의 두 점 A, D에 대하여 $\overline{AD}=4$이므로 점 D의 x좌표는 2이다.

$y=2\times2^2=8$이므로 점 D의 y좌표는 8이고 사다리꼴 ABCD의 높이가 4이므로 점 C의 y좌표는 4이다.

점 C가 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프 위의 점이므로 점 C의 x좌표는 4이고 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프도 y축에 대하여 대칭이므로 $\overline{BC}=8$이다.

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(4+8)\times4=24$

07 $f(x)=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(2, 3)$을 지나므로

$3=4a$, $a=\frac{3}{4}$

따라서 $f(x)=\frac{3}{4}x^2$이므로

$f(-6)=\frac{3}{4}\times36=27$

08 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$이다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로

$a>\frac{1}{3}$

이차함수 $y=-ax^2$의 그래프는 $y=-\frac{7}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$|-a|<\left|-\frac{7}{2}\right|$

$a<\frac{7}{2}$

따라서 $\frac{1}{3}<a<\frac{7}{2}$이므로 이를 만족하는 정수 a는 1, 2, 3의 3개이다.

09 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프와 x축에 대하여 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=3x^2$

이 그래프가 점 $(a, 2a)$를 지나므로

$2a=3a^2$

$a\neq0$이므로 $2=3a$

따라서 $a=\frac{2}{3}$

10 ① 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 y축에 대칭이다.

② 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 꼭짓점은 원점이다.

③ 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

④, ⑤ 이차함수 $y=2x^2$과 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 모두 아래로 볼록한 포물선이므로 원점을 제외한 모든 부분은 x축보다 위쪽에 있고, $x<0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 공통점이 아닌 것은 ③이다.

11 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 직선 $x=-2$와 만나는 점의 y좌표가 2이면 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, 2)$를 지나므로

$2=4a$, $a=\frac{1}{2}$

12 점 A는 이차함수 $y=2x^2$의 그래프 위에 있고 x좌표가 1이므로 A$(1, 2)$이다.

이차함수 $y=2x^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로

$\overline{AD}=2$

□ABCD는 정사각형이므로

$\overline{AB}=2$

따라서 B$(1, 4)$

점 E의 y좌표는 점 B의 y좌표와 같으므로 $y=2x^2$에 $y=4$를 대입하면

$4=2x^2$, $x=\sqrt{2}$

즉, E$(\sqrt{2}, 4)$이므로

$\overline{HE}=2\sqrt{2}$

따라서 정사각형 EFGH의 넓이는

$(2\sqrt{2})^2=8$

13 $y=\frac{1}{2}\times(3x+2+1-x)\times 2x$

$=(2x+3)x$

$=2x^2+3x$ ··· 1단계

이때 y가 x에 대한 이차식으로 나타내어지므로 y는 x에 대한 이차함수이다. ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	y를 x에 대한 식으로 나타낸 경우	50 %
2단계	y가 x에 대한 이차함수인지 판별한 경우	50 %

14 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수는 $y=ax^2$의 꼴이다. ··· 1단계

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, 6)$을 지나므로

$6=4a$, $a=\frac{3}{2}$

즉, 이차함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x^2$이다. ··· 2단계

따라서 이 이차함수의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-\frac{3}{2}x^2$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식을 나타낸 경우	30 %
2단계	점 $(2, 6)$의 좌표를 대입하여 이차함수의 식을 구한 경우	40 %
3단계	x축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 구한 경우	30 %

15 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(4, 12)$를 지나므로

$12=16a$, $a=\frac{3}{4}$ ··· 1단계

따라서 $y=\frac{3}{4}x^2$의 그래프가 점 $(-2, k)$를 지나므로

$k=\frac{3}{4}\times 4=3$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	50 %
2단계	k의 값을 구한 경우	50 %

16 y는 x의 제곱에 비례하므로 상수 a에 대하여 $y=ax^2$이 성립한다. ··· 1단계

시속 50 km로 달리는 자동차의 제동 거리가 20 m이므로 $y=ax^2$에 $x=50$, $y=20$을 대입하면

$20=2500a$, $a=\frac{1}{125}$

따라서 $y=\frac{1}{125}x^2$이고 ··· 2단계

$x=100$일 때, $y=\frac{10000}{125}=80$

이므로 시속 100 km로 달리는 자동차의 제동 거리는 80 m이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	y가 x의 제곱에 비례함을 식으로 나타낸 경우	20 %
2단계	점 $(50, 20)$의 좌표를 대입하여 y를 x에 대한 식으로 나타낸 경우	40 %
3단계	시속 100 km로 달리는 자동차의 제동 거리를 구한 경우	40 %

② 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

개념 체크 본문 70~71쪽

01 (1) 6 (2) -2 **02** (1) 5 (2) -4
03 (1) 축의 방정식: $x=1$, 꼭짓점의 좌표: $(1, -4)$
(2) 축의 방정식: $x=-3$, 꼭짓점의 좌표: $(-3, 5)$
04 $y=4(x+2)^2-6$ **05** $a>0$, $p<0$, $q<0$
06 (1) $y=(x-2)^2+5$,
축의 방정식: $x=2$, 꼭짓점의 좌표: $(2, 5)$
(2) $y=-3(x-1)^2-1$,
축의 방정식: $x=1$, 꼭짓점의 좌표: $(1, -1)$
07 $a<0$, $b<0$, $c>0$
08 (1) $y=x^2-4x$ (2) $y=-2x^2+24x-61$
(3) $y=-x^2+x+14$ (4) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{2}$

대표 유형 본문 72~75쪽

01 ④	**02** ①	**03** ⑤	**04** ②	**05** ⑤
06 ④	**07** ③	**08** ②	**09** ②	**10** ⑤
11 ③	**12** ②	**13** ②	**14** ③	**15** ②
16 ②	**17** ⑤	**18** ④	**19** ③	
20 $y=-x^2-6x-2$		**21** ③	**22** ⑤	**23** ⑤
24 ⑤				

01 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 6만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x-6)^2-3$이므로
$a=1$, $p=6$, $q=-3$
따라서 $a+p+q=4$

02 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2x^2+a$
이 그래프가 점 $(1, -2)$를 지나므로
$-2=2+a$, $a=-4$

03 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=ax^2-2$
이 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로
$3=a-2$, $a=5$

04 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2(x-3)^2$
이 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로
$k=-8$

05 이차함수 $y=-4(x-6)^2+2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=6$이다.

06 ① $y=-(x+7)^2+5$에 $x=-6$, $y=6$을 대입하면 $6\neq-1+5=4$이므로 성립하지 않는다.
② 축의 방정식은 $x=-7$이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(-7, 5)$이다.
④ 위로 볼록한 포물선이므로 $x<-7$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -7만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프와 일치한다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

07 이차함수 $y=4(x-5)^2-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(5, -1)$이고 이 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 점 $(5, -1)$을 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 $(5, 2)$이다.

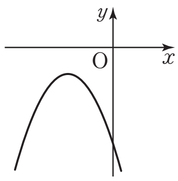
08 이차함수 $y=-3(x+1)^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-3(x+1-3)^2-2+4$
$=-3(x-2)^2+2$

09 이차함수 $y=-(x+2)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-(x+3)^2+3$
이 그래프가 점 $(-1, k)$를 지나므로
$k=-4+3=-1$

10 이차함수의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로
$p<0$, $q>0$

11 이차함수 $y=a(x+p)^2+q$의 그래프는 $a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이고, $-p<0$, $q<0$이므로 꼭짓점 $(-p,\ q)$는 제3사분면에 있다.
따라서 $y=a(x+p)^2+q$의 그래프로 적당한 것은 ③이다.

12 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 아래를 향하고 y절편이 양수이므로
$a<0$, $b>0$
이때 $y=-b(x-ab)^2+a$에서
$-b<0$이므로 위로 볼록하고,
$ab<0$, $a<0$이므로 꼭짓점 $(ab,\ a)$가 제3사분면 위에 있다.
따라서 이차함수 $y=-b(x-ab)^2+a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 지나는 사분면은 제3, 4사분면이다.



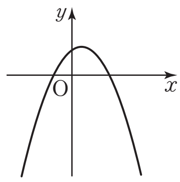
13 $y=x^2+4x+2$
$=x^2+4x+4-4+2$
$=(x+2)^2-2$
따라서 $a=1$, $p=-2$, $q=-2$이므로
$a+p+q=-3$

14 ① $y=4x^2+2x+3=4\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{11}{4}$
축의 방정식: $x=-\frac{1}{4}$
② $y=x^2-x+8=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{31}{4}$
축의 방정식: $x=\frac{1}{2}$
③ $y=-x^2+4x+1=-(x-2)^2+5$
축의 방정식: $x=2$
④ $y=-2x^2-3x+2=-2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{25}{8}$
축의 방정식: $x=-\frac{3}{4}$
⑤ $y=-3x^2+9x-6=-3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$
축의 방정식: $x=\frac{3}{2}$
따라서 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 ③이다.

15 $y=2x^2+4x+1$
$=2(x+1)^2-1$
따라서 이차함수의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -1)$이므로 ②와 같다.

16 $y=ax^2+bx+c$
$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c$
그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $-\frac{b}{2a}<0$에서
$b>0$
y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로
$c<0$

17 $a<0$이므로 위로 볼록한 포물선이고,
$c>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있다.
$y=ax^2+bx+c$의 그래프의 축의 방정식이
$x=-\frac{b}{2a}$이고 $-\frac{b}{2a}>0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.
따라서 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 지나지 않는 사분면은 없다.



18 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 위로 향하고 y절편이 음수이므로
$a>0$, $b<0$
$y=bx^2+abx+a^3$에서
$b<0$이므로 그래프는 위로 볼록하고,
$a^3>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있다.
축의 방정식은 $x=-\frac{ab}{2b}=-\frac{a}{2}$이고 $-\frac{a}{2}<0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 있다.
따라서 $y=bx^2+abx+a^3$의 그래프로 적당한 것은 ④이다.

19 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-4$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1,\ -8)$을 지나므로
$-8=4a-4$, $a=-1$
따라서 이차함수의 식은
$y=-(x-1)^2-4=-x^2+2x-5$이므로
$a=-1$, $b=2$, $c=-5$
$a-b-c=-1-2+5=2$

20 축의 방정식이 $x=-3$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+p$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(-2, 6)$, $(-1, 3)$을 지나므로
$6=a+p$, $3=4a+p$
$a=-1$, $p=7$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-(x+3)^2+7=-x^2-6x-2$

21 $y=ax^2+bx+c$에
$x=0$, $y=5$를 대입하면 $c=5$
$x=-1$, $y=-2$를 대입하면
$-2=a-b+5$, $a-b=-7$ …… ㉠
$x=2$, $y=-5$를 대입하면
$-5=4a+2b+5$, $2a+b=-5$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-4$, $b=3$
따라서 $a+b+c=-4+3+5=4$

22 x축과의 교점의 좌표가 $(-1, 0)$, $(3, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-3)$으로 놓을 수 있다.
y축과 만나는 점의 y좌표가 6이므로 점 $(0, 6)$을 지난다.
$6=-3a$, $a=-2$
따라서 $y=-2(x+1)(x-3)$의 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로
$k=8$

23 주어진 세 점을 지나는 그래프의 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고
$x=0$, $y=3$을 대입하면 $c=3$
$x=-1$, $y=8$을 대입하면
$8=a-b+3$, $a-b=5$ …… ㉠
$x=3$, $y=0$을 대입하면
$0=9a+3b+3$, $3a+b=-1$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=1$, $b=-4$
따라서 이차함수의 식은 $y=x^2-4x+3$이고 이를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내면
$y=(x-2)^2-1$이므로
$a=1$, $p=2$, $q=-1$
따라서 $a+p+q=1+2-1=2$

24 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+3$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$2=a+3$, $a=-1$
따라서 이차함수의 식은
$y=-(x+1)^2+3=-x^2-2x+2$이므로
$a=-1$, $b=-2$, $c=2$
$ab+c=(-1)\times(-2)+2=4$

기출 예상 문제

본문 76~79쪽

01 ①	02 ③	03 ②	04 ①	05 ③
06 ③	07 ②	08 ①	09 ③	10 ③
11 ⑤	12 ⑤	13 ④	14 ④	15 ③
16 ⑤	17 ⑤	18 ②	19 ⑤	20 ③
21 ④	22 ③	23 ③	24 ②	

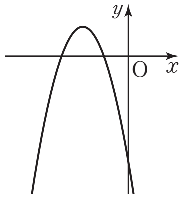
01 이차함수 $y=4(x-7)^2+3$의 그래프는 아래로 볼록하므로 축의 오른쪽 범위에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.
이차함수 $y=4(x-7)^2+3$의 그래프의 축의 방정식이 $x=7$이므로 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>7$이다.

02 이차함수 $y=-4x^2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식은 $y=-4(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내어지므로 x^2의 계수는 -4이다.
① $y=-(2x+1)^2=-4x^2-4x-1$
② $y=-(2x+4)^2-1=-4x^2-16x-17$
③ $y=4(-x+2)^2+1=4x^2-16x+17$
④ $y=-4(x+1)^2+3=-4x^2-8x-1$
⑤ $y=-4(-x+3)^2+2=-4x^2+24x-34$
따라서 $y=-4x^2$의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 없는 것은 ③이다.

03 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3(x-p)^2+q$의 꼴이고 꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$이므로
$p=2$, $q=5$
$y=-3(x-2)^2+5$의 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=-3+5=2$

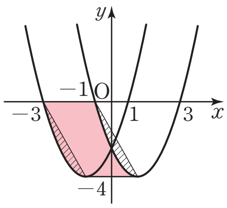
04 이차함수 $y=-(x+3)^2+2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 2)$이고 위로 볼록한 포물선이다.
또, 점 $(0,\ -7)$을 지나므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

05 이차함수 $y=(x+1)^2+6$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x+1-m)^2+6+n$
이것이 $y=(x-2)^2+4$와 일치하므로
$m-1=2,\ 6+n=4$
$m=3,\ n=-2$
따라서 $m+n=1$

06 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$,
$y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$
이므로 두 이차함수의 그래프는 x축의 방향으로 평행이동하면 겹쳐진다.
따라서 그림에서 빗금친 두 부분의 넓이는 같고 색칠한 부분의 넓이는 그림의 평행사변형의 넓이와 같다.



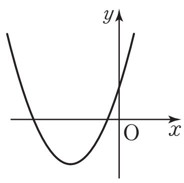
$y=x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$
$y=x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$
이때 꼭짓점의 y좌표는 모두 -4이므로 평행사변형의 밑변의 길이는 2, 높이는 4이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$2\times4=8$

07 이차함수의 그래프를 평행이동해도 그래프의 모양과 폭은 변하지 않는다.
보기의 이차함수 중 x^2의 계수가 $y=(x+2)^2+1$과 같이 1인 것은
ㄱ. $y=(x-1)^2+2=x^2-2x+3$
ㄴ. $y=-x^2+2x-3$
ㄷ. $y=x^2+2x+3$
ㄹ. $y=-(x+1)^2+2=-x^2-2x+1$
ㅁ. $y=2x^2-2x-1$
ㅂ. $y=\frac{1}{2}(2x+1)^2-2=2x^2+2x-\frac{3}{2}$
에서 ㄱ, ㄷ의 2개이다.

08 이차함수 $y=-(x-1)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 꼭짓점 $(1,\ 2)$도 x축의 방향으로 3만큼 평행이동되어 점 $(4,\ 2)$에 위치한다.
따라서 평행이동한 그래프의 식은
$y=-(x-4)^2+2$

09 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 위를 향하고 y절편이 음수이므로
$a>0,\ b<0$
이때 $y=ab(x+b)^2-ab^3-b$에서
$ab<0$이므로 위로 볼록하고,
$-b>0,\ -ab^3-b>0$이므로 꼭짓점 $(-b,\ -ab^3-b)$는 제1사분면 위에 있다.
$x=0$일 때 $y=-b$이고 $-b>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있다.
따라서 $y=ab(x+b)^2-ab^3-b$의 그래프로 적당한 것은 ③이다.

10 제1, 2, 3사분면만을 지나는 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



즉, 그래프가 아래로 볼록하고 꼭짓점 $(p,\ q)$가 제3사분면에 있어야 하므로
$a>0,\ p<0,\ q<0$

11 그래프가 아래로 볼록하고 꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면에 있으므로
$a>0,\ p>0,\ q<0$
⑤ $a(q-p)<0$

12 $y=-2x^2+4x+3$
$=-2(x^2-\boxed{2}x)+3$
$=-2(x^2-\boxed{2}x+\boxed{1}-\boxed{1})+3$
$=-2(x-\boxed{1})^2+\boxed{5}$
따라서 □ 안에 들어갈 수로 옳은 것은 ⑤이다.

13 $y=2x^2+8x+2=2(x+2)^2-6$

① 축의 방정식은 $x=-2$이다.

② 제4사분면을 지나지 않는다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -6)$이다.

④ 아래로 볼록한 포물선이므로 $x>-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

⑤ 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

14 ㄱ. $y=x^2-x+3=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$

꼭짓점의 좌표: $\left(\frac{1}{2},\ \frac{11}{4}\right)$

ㄴ. $y=2x^2+8x+7=2(x+2)^2-1$

꼭짓점의 좌표: $(-2,\ -1)$

ㄷ. $y=4x^2+2x-1=4\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{5}{4}$

꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{1}{4},\ -\frac{5}{4}\right)$

ㄹ. $y=-x^2-4x+4=-(x+2)^2+8$

꼭짓점의 좌표: $(-2,\ 8)$

ㅁ. $y=-2x^2+2x-5=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$

꼭짓점의 좌표: $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{9}{2}\right)$

ㅂ. $y=-3x^2-6x-4=-3(x+1)^2-1$

꼭짓점의 좌표: $(-1,\ -1)$

따라서 꼭짓점이 제3사분면 위에 있는 것은 ㄴ, ㄷ, ㅂ의 3개이다.

15 $y=-x^2+3x+4$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+3x+4$

$x^2-3x-4=0,\ (x+1)(x-4)=0$

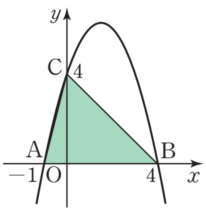
$x=-1$ 또는 $x=4$

x축과 만나는 두 점 A, B의 좌표를 각각 $(-1,\ 0)$, $(4,\ 0)$이라고 하면

$\overline{AB}=4-(-1)=5$

또, C$(0,\ 4)$이므로 오른쪽 그림에서 $\triangle$ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times4=10$



16 $y=2x^2+8x+5=2(x+2)^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x+2-m)^2-3+n$

이므로 꼭짓점의 좌표 $(m-2,\ n-3)$이다.

따라서 $m-2=1,\ n-3=-1$이므로

$m=3,\ n=2$

$m+n=5$

17 이차함수의 그래프가 위로 볼록한 포물선이므로 $a<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c$에서 축의 방정식은 $x=-\frac{b}{2a}$이고 축이 y축보다 오른쪽에 있으므로 $-\frac{b}{2a}>0$에서 $b>0$

① $ab<0$ ② $bc>0$ ③ $c>a$

④ $a-b<0$ ⑤ $b+c>0$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

18 $a-b>0$이므로 $a>b$이고 $b>0$이므로 $a>0$

또, $c^3<0$이므로 $c<0$

$y=ax^2-bx+c=a\left(x-\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c$에서

$a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이고,

축의 방정식은 $x=\frac{b}{2a}$이고 $\frac{b}{2a}>0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.

$c<0$이므로 y축과의 교점은 원점의 아래쪽에 있다.

따라서 $y=ax^2-bx+c$의 그래프로 적당한 것은 ②이다.

19 이차함수 $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c$의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축의 방정식은 $x=-\frac{b}{2a}$이고 축이 y축보다 오른쪽에 있으므로 $-\frac{b}{2a}>0$에서

$b<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

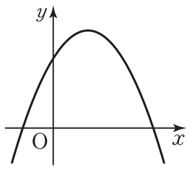
이때 $y=bx^2+acx-b+c$의 그래프에서

$b<0$이므로 위로 볼록하고,

축의 방정식은 $x=-\frac{ac}{2b}$이고 $-\frac{ac}{2b}>0$이므로 축은 y축보다 오른쪽에 있다.

$-b+c>0$이므로 y축과의 교점은 원점의 위쪽에 있다.

따라서 $y=bx^2+acx-b+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프가 지나지 않는 사분면은 없다.



20 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+4$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1,\ 3)$을 지나므로
$3=a+4,\ a=-1$
따라서 $y=-(x+2)^2+4=-x^2-4x$이므로 이 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 0이다.

21 이차함수 $y=x^2-2ax+b=(x-a)^2-a^2+b$의 그래프의 축의 방정식은 $x=a$이므로
$a=-3$
$y=x^2+6x+b$의 그래프가 점 $(-2,\ -4)$를 지나므로
$-4=4-12+b,\ b=4$
따라서 $a+b=-3+4=1$

22 이차함수의 그래프가 x축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을
$y=a(x+2)(x-4)$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(2,\ 8)$을 지나므로
$8=-8a,\ a=-1$
따라서 이차함수의 식은
$y=-(x+2)(x-4)=-x^2+2x+8$
이므로 $a=-1,\ b=2,\ c=8$
$ab+c=(-1)\times2+8=6$

23 이차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표가 1이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+1$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(1,\ 6)$, $(-3,\ -2)$를 지나므로
$6=a+b+1,\ -2=9a-3b+1$
$a+b=5,\ 3a-b=-1$
두 식을 연립하여 풀면
$a=1,\ b=4$
따라서 $f(x)=x^2+4x+1$이므로
$f(2)=4+8+1=13$

24 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이고, x축과 만나는 두 점은 축 $x=-2$에 대하여 대칭이므로 두 점의 좌표는 $(1,\ 0)$, $(-5,\ 0)$이다.
따라서 이차함수의 식은
$$y=-\frac{1}{2}(x-1)(x+5)$$
$$=-\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{5}{2}$$
이므로 $a=-2,\ b=\dfrac{5}{2}$
$ab=-5$

고난도 집중 연습

본문 80~81쪽

1 -2	**1-1** $a=2,\ b=-1$		
2 6	**2-1** 8	**3** 15	**3-1** 3
4 $(1,\ 13)$	**4-1** $(5,\ 16)$		

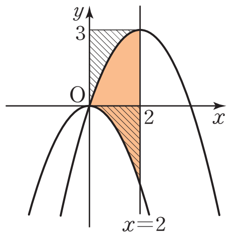
1 풀이 전략 이차함수의 꼭짓점의 좌표를 직선의 방정식에 대입한다.
이차함수 $y=x^2+4x+a=(x+2)^2+a-4$의 꼭짓점 $(-2,\ a-4)$가 직선 $y=3x$ 위에 있으므로
$a-4=-6,\ a=-2$

1-1 풀이 전략 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어 꼭짓점의 좌표를 구한다.
이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(-4,\ 7)$을 지나므로
$7=16-4a+b,\ b=4a-9$ …… ㉠
$$y=x^2+ax+b=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+b$$의 꼭짓점
$$\left(-\frac{a}{2},\ -\frac{a^2}{4}+b\right)$$가 직선 $y=2x$ 위에 있으므로
$$-\frac{a^2}{4}+b=-a$$
이 식에 ㉠을 대입하면
$$-\frac{a^2}{4}+4a-9=-a$$
$a^2-20a+36=0$
$(a-2)(a-18)=0$
$a=2$이면 $b=-1$이고 $a=18$이면 $b=63$
그런데 b는 음수이므로
$a=2,\ b=-1$

2 풀이 전략 색칠한 부분과 넓이가 같은 직사각형을 찾는다.

이차함수 $y=-\frac{3}{4}x^2+3x=-\frac{3}{4}(x-2)^2+3$의 그래프는 이차함수 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것과 같다.

이때 $y=-\frac{3}{4}(x-2)^2+3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 다음 그림에서 빗금친 두 부분의 넓이가 같다.



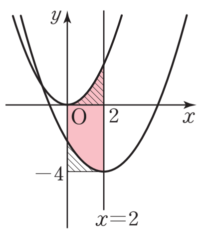
따라서 색칠한 부분의 넓이는 가로의 길이가 2, 세로의 길이가 3인 직사각형의 넓이와 같으므로

$2\times3=6$

2-1 풀이 전략 색칠한 부분과 넓이가 같은 직사각형을 찾는다.

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-2x-2=\frac{1}{2}(x-2)^2-4$의 그래프는 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것과 같다.

이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -4)$이므로 다음 그림에서 빗금친 두 부분의 넓이가 같다.



따라서 색칠한 부분의 넓이는 가로의 길이가 2, 세로의 길이가 4인 직사각형의 넓이와 같으므로

$2\times4=8$

3 풀이 전략 □OABC를 삼각형 2개로 나누어 넓이를 구한다.

$y=-2x^2+4x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6$이므로

$C(0,\ 6)$

$y=-2x^2+4x+6=-2(x-1)^2+8$이므로

$B(1,\ 8)$

$y=-2x^2+4x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2+4x+6$

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

$x=-1$ 또는 $x=3$이므로 $A(3,\ 0)$

따라서

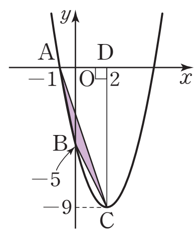
$\square OABC=\triangle OAB+\triangle OBC$

$=\frac{1}{2}\times3\times8+\frac{1}{2}\times6\times1$

$=15$

3-1 풀이 전략 보조선을 그어 사각형의 넓이에서 삼각형의 넓이를 빼서 △ABC의 넓이를 구한다.

그림과 같이 점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 D라고 하면 △ABC의 넓이는 □ABCD의 넓이에서 △ACD의 넓이를 뺀 것과 같다.



$y=x^2-4x-5$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-4x-5=0,\ (x+1)(x-5)=0$

$x=-1$ 또는 $x=5$이므로 $A(-1,\ 0)$

$y=x^2-4x-5$에 $x=0$을 대입하면 $y=-5$이므로

$B(0,\ -5)$

$y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$이므로

$C(2,\ -9)$, $D(2,\ 0)$

이때

$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times3\times5+\frac{1}{2}\times9\times2$

$=\frac{33}{2}$

이므로

$\triangle ABC=\square ABCD-\triangle ACD$

$=\frac{33}{2}-\frac{1}{2}\times3\times9$

$=3$

4 풀이 전략 점 A의 좌표를 미지수로 정한 후 □ABCD의 둘레의 길이를 미지수로 나타낸다.

$y=-x^2+8x+6=-(x-4)^2+22$이므로 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=4$이다.

□ABCD는 직사각형이고 $\overline{BC}$는 x축 위에 있으므로 점 A와 점 D의 y좌표는 같다.
즉, 두 점 A, D는 직선 $x=4$에 대하여 대칭이므로 점 A의 좌표를 $(a,\ -a^2+8a+6)$이라고 하면 점 D의 좌표는 $(8-a,\ -a^2+8a+6)$이다.
$\overline{AB}=-a^2+8a+6$, $\overline{AD}=8-2a$이므로 □ABCD의 둘레의 길이는
$2(-a^2+8a+6+8-2a)=38$
$a^2-6a+5=0$
$(a-1)(a-5)=0$
$a=1$ 또는 $a=5$
이때 점 A는 이차함수의 그래프의 축의 왼쪽에 있으므로 $a=1$이다.
따라서 점 A의 좌표는 $(1,\ 13)$이다.

4-1 풀이 전략 점 A, B, D의 좌표를 미지수로 놓고 직사각형 ABCD의 둘레의 길이를 미지수로 나타낸다.
$y=-2x^2+24x-54=-2(x-6)^2+18$
$y=x^2-12x+27=(x-6)^2-9$
이므로 두 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 모두 $x=6$이다.
이때 두 점 A, D는 y좌표가 같으므로 두 점은 직선 $x=6$에 대하여 서로 대칭이다.
따라서 점 A의 좌표를 $(a,\ -2a^2+24a-54)$라고 하면 점 D의 좌표는 $(12-a,\ -2a^2+24a-54)$이고, 점 B의 좌표는 $(a,\ a^2-12a+27)$이다.
$\overline{AB}=(-2a^2+24a-54)-(a^2-12a+27)$
$=-3a^2+36a-81$
$\overline{AD}=(12-a)-a=12-2a$
이므로 □ABCD의 둘레의 길이는
$2(-3a^2+36a-81+12-2a)=52$
$3a^2-34a+95=0$
$(a-5)(3a-19)=0$
$a=5$ 또는 $a=\frac{19}{3}$
이때 점 A는 이차함수의 그래프의 축의 왼쪽에 있으므로 $a=5$이다.
따라서 점 A의 좌표는 $(5,\ 16)$이다.

서술형 집중 연습

본문 82~83쪽

예제 1 -2
예제 2 $a<0,\ b<0,\ c<0$
예제 3 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{7}{2}\right)$
예제 4 $y=-2x^2+12x-20$
유제 1 $-1,\ -9$
유제 2 없다.
유제 3 -4
유제 4 $y=2x^2-4x-7$

예제 1 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 6만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=a(x-\boxed{2})^2+\boxed{6}$ ··· 1단계
이 그래프가 점 $(4,\ -2)$를 지나므로
$-2=\boxed{4}a+\boxed{6}$ ··· 2단계
따라서 $a=\boxed{-2}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	평행이동한 이차함수의 식을 구한 경우	50 %
2단계	이차함수의 식에 점의 좌표를 대입한 경우	30 %
3단계	a의 값을 구한 경우	20 %

유제 1 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$y=\frac{1}{4}x^2$ ··· 1단계
이를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{1}{4}(x-m)^2-3$ ··· 2단계
이 그래프가 점 $(-5,\ 1)$을 지나므로
$1=\frac{1}{4}(-5-m)^2-3$ ··· 3단계
$(m+5)^2=16$
$m+5=\pm4$
따라서 가능한 m의 값은 -1, -9이다. ··· 4단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	대칭이동한 이차함수의 식을 구한 경우	30 %
2단계	평행이동한 이차함수의 식을 구한 경우	30 %
3단계	이차함수의 식에 점의 좌표를 대입한 경우	20 %
4단계	m의 값을 모두 구한 경우	20 %

예제 2 그래프가 $\boxed{\text{위}}$로 볼록한 포물선이므로
$a\boxed{<}0$이고 ··· 1단계

y축과의 교점이 원점의 $\boxed{\text{아래}}$쪽에 있으므로 $c\boxed{<}0$이다. ··· 2단계

그래프의 축의 방정식은 $x=-\dfrac{\boxed{b}}{\boxed{2a}}$이고 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $-\dfrac{\boxed{b}}{\boxed{2a}}\boxed{<}0$에서 $b\boxed{<}0$이다.

··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 부호를 구한 경우	30 %
2단계	c의 부호를 구한 경우	30 %
3단계	b의 부호를 구한 경우	40 %

유제 2 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 아래로 볼록하므로

$a>0$

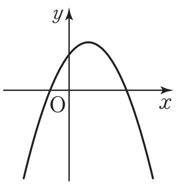
꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면에 있으므로

$p>0,\ q<0$ ··· 1단계

이차함수 $y=qx^2+(a-q)x+ap$의 그래프는 $q<0$이므로 위로 볼록한 포물선이다.

축의 방정식은 $x=\dfrac{q-a}{2q}$이고 $\dfrac{q-a}{2q}>0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.

또, y축과 만나는 점의 y좌표 ap는 양수이므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다. ··· 2단계



따라서

$y=qx^2+(a-q)x+ap$의 그래프는 모든 사분면을 지난다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$a,\ p,\ q$의 부호를 구한 경우	40 %
2단계	$y=qx^2+(a-q)x+ap$의 그래프를 그린 경우	40 %
3단계	지나지 않는 사분면을 모두 구한 경우	20 %

예제 3 $y=-2x^2+6x-1$

$=-2(x^2-\boxed{3}x)-1$

$=-2\left(x-\boxed{\dfrac{3}{2}}\right)^2+\boxed{\dfrac{9}{2}}-1$

$=-2\left(x-\boxed{\dfrac{3}{2}}\right)^2+\boxed{\dfrac{7}{2}}$ ··· 1단계

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\boxed{\dfrac{3}{2}},\ \boxed{\dfrac{7}{2}}\right)$이다.

··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친 경우	70 %
2단계	꼭짓점의 좌표를 구한 경우	30 %

유제 3 $y=-x^2+4x+a$

$=-(x^2-4x)+a$

$=-(x-2)^2+4+a$ ··· 1단계

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ a+4)$이다.

··· 2단계

이때 꼭짓점이 x축 위에 있으므로

$a+4=0,\ a=-4$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친 경우	50 %
2단계	꼭짓점의 좌표를 구한 경우	30 %
3단계	a의 값을 구한 경우	20 %

예제 4 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -2)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-\boxed{3})^2-\boxed{2}$로 놓을 수 있다. ··· 1단계

이 그래프가 점 $(4,\ -4)$를 지나므로

$-4=a-\boxed{2},\ a=\boxed{-2}$ ··· 2단계

따라서 이차함수의 식은

$y=\boxed{-2}(x-\boxed{3})^2-\boxed{2}$이고

이를 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타내면

$y=\boxed{-2}x^2+\boxed{12}x-\boxed{20}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식을 세운 경우	40 %
2단계	a의 값을 구한 경우	30 %
3단계	이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타낸 경우	30 %

유제 4 축의 방정식이 $x=1$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2+p$로 놓을 수 있다. ··· 1단계

이 그래프가 점 $(-1,\ -1)$을 지나므로

$-1=4a+p$ ······ ㉠

또, 점 $(4,\ 9)$를 지나므로

$9=9a+p$ ······ ㉡

㉡$-$㉠을 하면 $5a=10,\ a=2$

$a=2$를 ㉠에 대입하면 $p=-9$ ··· 2단계

따라서 이차함수의 식은

$y=2(x-1)^2-9=2x^2-4x-7$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	축의 방정식을 이용하여 이차함수의 식을 세운 경우	30 %
2단계	두 점의 좌표를 대입하여 식을 연립하여 푼 경우	40 %
3단계	이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타낸 경우	30 %

중단원 실전 테스트 1회

본문 84~86쪽

01 ⑤	**02** ⑤	**03** ③	**04** ⑤	**05** ③
06 ②	**07** ⑤	**08** ④	**09** ⑤	**10** ①
11 ④	**12** ①	**13** 1	**14** $a>0$, $b\geq0$	
15 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$	**16** -4			

01 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

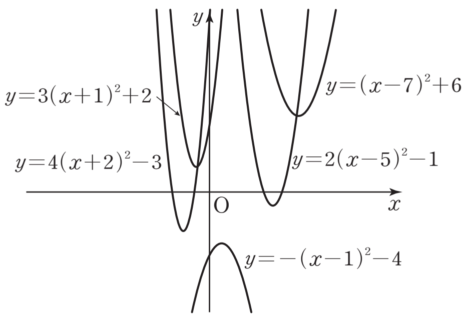
$y=2(x-4)^2-3$

이 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로

$k=8-3=5$

02 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 (p, q)이고 $a>0$이면 아래로 볼록, $a<0$이면 위로 볼록한 포물선이다.

$x=0$을 대입했을 때의 y의 값을 고려하여 그래프를 그려보면 다음과 같고 제2사분면을 지나지 않는 것은 ⑤이다.



03 이차함수 $y=(x+a-3)^2+2b-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-a+3, 2b-4)$이고 제1사분면 위에 있으려면

$-a+3>0$, $2b-4>0$

따라서 $a<3$, $b>2$

04 이차함수 $y=2(x+1)^2-3$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x+1)^2-3+k$

이 그래프가 점 $(-2, 5)$를 지나므로

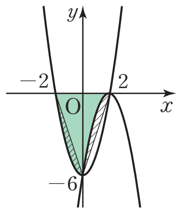
$5=k-1$, $k=6$

05 이차함수 $y=\frac{3}{2}x^2-6$의 그래프의 꼭짓점은 $(0, -6)$이고 $y=\frac{3}{2}x^2-6=\frac{3}{2}(x+2)(x-2)$이므로 두 점 $(-2, 0)$, $(2, 0)$을 지난다.

$y=-\frac{3}{2}x^2+6x-6=-\frac{3}{2}(x-2)^2$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$이고 y축과 점 $(0, -6)$에서 만난다.

이때 두 이차함수 $y=\frac{3}{2}x^2-6$, $y=-\frac{3}{2}x^2+6x-6$의 x^2의 계수의 절댓값이 같으므로 그래프의 폭이 같다.

따라서 그림의 빗금친 두 부분의 넓이가 같고 색칠한 부분의 넓이는 밑변의 길이가 4이고 높이가 6인 삼각형의 넓이와 같다.



따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times6=12$

06 이차함수 $y=ax^2+b$의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$이고, y축과 만나는 점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $b<0$이다.

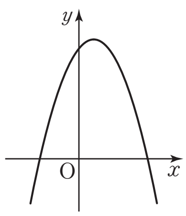
07 $y=-2x^2+3x+5$

$=-2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{49}{8}$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{4}, \frac{49}{8}\right)$이고 위로 볼록한 포물선이다.

$y=-2x^2+3x+5$에 $x=0$을 대입하면 $y=5$이므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 모든 사분면을 지난다.



08 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{2}x^2+4x+6$, $x^2+8x+12=0$

$(x+6)(x+2)=0$

$x=-6$ 또는 $x=-2$

따라서 x축과 만나는 두 점의 좌표는 $(-6,\ 0)$, $(-2,\ 0)$이므로 두 점 사이의 거리는

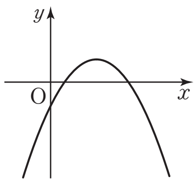
$-2-(-6)=4$

09 ① $x=0$일 때, $y=-1$이므로 y축과 만나는 점의 y좌표는 -1이다.

② x^2의 계수가 음수이므로 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$이다.

④ 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.



⑤ 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프와 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

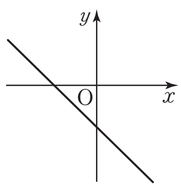
10 이차함수 $y=ax^2+b(c-a)x+c$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$이고, y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$이다.

축의 방정식이 $x=-\frac{b(c-a)}{2a}$이고 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $-\frac{b(c-a)}{2a}<0$에서 $b<0$이다.

이때 $y=acx+\frac{c-b}{a}$에서

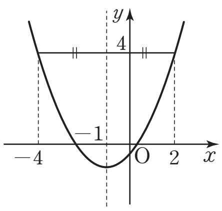
$ac<0$, $\frac{c-b}{a}<0$

이므로 오른쪽 아래로 향하고 y절편이 음수인 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

11 축의 방정식이 $x=-1$이고 점 $(-4,\ 4)$를 지나므로 이차함수의 그래프는 축에 대한 점 $(-4,\ 4)$의 대칭점인 점 $(2,\ 4)$를 지난다.



$y=ax^2+bx+c$에 $x=2$, $y=4$를 대입하면

$4=4a+2b+c$

12 $\overline{AB}=4$이고 $\triangle ABC$의 넓이가 8이므로 삼각형의 높이는 4이다.

따라서 y축과 만나는 점의 y좌표는 4 또는 -4이다.

a가 양수이므로 이차함수의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이므로 점 C의 좌표는 $(0,\ -4)$이다.

이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표가 $(3,\ 0)$, $(-1,\ 0)$이므로

$y=a(x+1)(x-3)$이고 점 $(0,\ -4)$를 지나므로

$-4=-3a$, $a=\frac{4}{3}$

따라서 이차함수의 식은

$y=\frac{4}{3}(x+1)(x-3)$

$=\frac{4}{3}(x^2-2x-3)$

$=\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x-4$

이므로 $a=\frac{4}{3}$, $b=-\frac{8}{3}$, $c=-4$

$b+c-a=-\frac{8}{3}-4-\frac{4}{3}=-8$

13 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-4)^2-2$ ··· 1단계

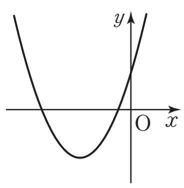
이 그래프가 점 $(1,\ 7)$을 지나므로

$7=9a-2$, $a=1$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	평행이동한 그래프의 식을 세운 경우	50 %
2단계	상수 a의 값을 구한 경우	50 %

14 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이므로 제4사분면을 지나지 않고 제1, 2, 3 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같아야 한다. ··· 1단계



즉, y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있거나 원점이어야 하므로

$b\geq 0$

축의 방정식은 $x=-\frac{a}{2}$이고 축이 y축보다 왼쪽에 있

으므로 $-\frac{a}{2}<0$에서 $a>0$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	그래프를 그린 경우	50 %
2단계	상수 a, b의 값의 범위를 구한 경우	50 %

15 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+1$로 놓을 수 있다. ··· 1단계

이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=4a+1$, $a=\frac{1}{2}$ ··· 2단계

따라서 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1=\frac{1}{2}x^2-2x+3$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식을 세운 경우	40 %
2단계	점 $(0,\ 3)$의 좌표를 대입하여 상수 a의 값을 구한 경우	40 %
3단계	이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타낸 경우	20 %

16 $f(-1)=f(2)=0$이므로 이차함수의 식을

$f(x)=a(x+1)(x-2)$로 놓을 수 있다. ··· 1단계

$f(1)=-4$이므로

$-2a=-4$, $a=2$

따라서 $f(x)=2(x+1)(x-2)$이므로 ··· 2단계

$f(0)=-4$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$f(x)=0$의 해를 이용하여 이차함수의 식을 세운 경우	40 %
2단계	$f(x)$의 식을 구한 경우	40 %
3단계	$f(0)$의 값을 구한 경우	20 %

중단원 실전 테스트 2회

본문 87~89쪽

01 ① **02** ① **03** ⑤ **04** ① **05** ④
06 ① **07** ⑤ **08** ⑤ **09** ③ **10** ⑤
11 ② **12** ③ **13** 제1, 2사분면
14 $a=5$, $b=8$ **15** $y=x^2+4x+1$
16 $a=-\frac{1}{2}$, $b=0$

01 이차함수 $y=-3(x+1)^2-4$의 그래프는 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이므로

$m=-1$, $n=-4$

따라서 $m+n=-5$

02 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x+3)^2+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 2)$이고 아래로 볼록한 포물선이다.

또, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 5)$이므로 주어진 이차함수의 그래프는 ①과 같다.

03 ① $y=(1-2x)^2=4x^2-4x+1$

② $y=-(x-2)(3-4x)=4x^2-11x+6$

③ $y=4(x-2)^2+1=4x^2-16x+17$

④ $y=3(x+1)^2+x^2=4x^2+6x+3$

⑤ $y=\frac{1}{2}(4x+3)^2-5=8x^2+12x-\frac{1}{2}$

따라서 이차함수 $y=4x^2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식이 아닌 것은 ⑤이다.

04 이차함수 $y=a(x+5)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x+2)^2+4$

이 그래프가 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로

$0=a+4$, $a=-4$

05 $y=2x^2-10x+8$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x^2-10x+8$

$x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$

이므로 $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(4,\ 0)$이다.

$y=2x^2-10x+8$에서 $x=0$일 때 $y=8$이므로

$\mathrm{D}(0,\ 8)$이고 점 C의 y좌표도 8이다.

$y=2x^2-10x+8$에 $y=8$을 대입하면

$8=2x^2-10x+8$, $x^2-5x=0$

$x(x-5)=0$, $x=0$ 또는 $x=5$

따라서 $\mathrm{C}(5,\ 8)$이므로 □ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(3+5)\times8=32$

06 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(-1,\ -3)$을 지나므로 $x=-1$, $y=-3$을 대입하면

$a-b+c=-3$

07 $y=2x^2+ax+1=2\left(x^2+\frac{a}{2}x\right)+1$

$=2\left(x+\frac{a}{4}\right)^2-\frac{a^2}{8}+1$

따라서 축의 방정식은 $x=-\frac{a}{4}$이므로

$-\frac{a}{4}=-2$, $a=8$

08 이차함수 $y=abx^2+(b-c)x+\frac{bc}{a}$의 그래프가 아래로 볼록하므로 $ab>0$이고, y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $\frac{bc}{a}<0$이다.

$\frac{bc}{a}<0$의 양변에 양수인 ab를 곱하면

$b^2c<0$에서 $c<0$

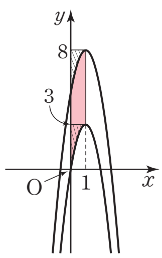
이차함수 $y=abx^2+(b-c)x+\frac{bc}{a}$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-\frac{b-c}{2ab}$이고 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $-\frac{b-c}{2ab}>0$에서

$b-c<0$, $b<c$

이때 $c<0$이므로 $b<0$이고 $ab>0$이므로 $a<0$이다.

09 $y=-3x^2+6x=-3(x-1)^2+3$이므로 두 이차함수의 그래프는 y축의 방향으로 평행이동하면 겹쳐진다.

따라서 오른쪽 그림에서 빗금친 두 부분의 넓이는 같고 색칠한 부분의 넓이는 가로의 길이가 1이고 세로의 길이가 $8-3=5$인 직사각형의 넓이와 같으므로 5이다.



10 이차함수의 그래프가 x축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을

$y=a(x+3)(x-1)$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, -6)$을 지나므로

$-6=-3a$, $a=2$

이차함수의 식은

$y=2(x+3)(x-1)=2x^2+4x-6$

이므로 $a=2$, $b=4$, $c=-6$

따라서 $2a-b-c=4-4+6=6$

11 $y=x^2+2ax+3a+7=(x+a)^2-a^2+3a+7$

이므로 축의 방정식은 $x=-a$이다.

$x<-5$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고, $x>-5$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하므로 축의 방정식은 $x=-5$가 되어 $a=5$이다.

따라서 꼭짓점의 y좌표는

$-a^2+3a+7=-25+15+7=-3$

12 $y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$이므로

$A(-1, 4)$

$y=-x^2-2x+3$에 $x=0$을 대입하면 $y=3$이므로

$C(0, 3)$

$y=-x^2-2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-2x+3$

$x^2+2x-3=0$, $(x+3)(x-1)=0$

$x=-3$ 또는 $x=1$이므로 $B(-3, 0)$

따라서

$\triangle ABC=\square ABOC-\triangle BOC$

$=\triangle ABO+\triangle AOC-\triangle BOC$

$=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times3\times1-\frac{1}{2}\times3\times3$

$=3$

13 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로

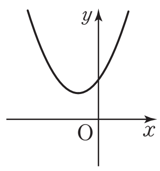
$a<0$, $p<0$, $q>0$ ··· 1단계

이차함수 $y=q(x+ap)^2-a+q^2$의 그래프의 꼭짓점은 $(-ap, -a+q^2)$이고

$-ap<0$, $-a+q^2>0$

이므로 꼭짓점은 제2사분면에 있다.

이때 x^2의 계수인 q가 양수이므로 아래로 볼록한 포물선이고 그래프는 오른쪽 그림과 같다. ··· 2단계



따라서 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2사분면이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a, p, q의 부호를 구한 경우	40 %
2단계	이차함수 $y=q(x+ap)^2-a+q^2$의 그래프를 그린 경우	40 %
3단계	이차함수 $y=q(x+ap)^2-a+q^2$의 그래프가 지나는 사분면을 모두 찾은 경우	20 %

14 $y=x^2-4x+a=(x-2)^2-4+a$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -4+a)$이다. ··· 1단계

$$y=-2x^2+bx-7$$
$$=-2\left(x^2-\frac{b}{2}x\right)-7$$
$$=-2\left(x-\frac{b}{4}\right)^2+\frac{b^2}{8}-7$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{b}{4}, \frac{b^2}{8}-7\right)$이다. ··· 2단계

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$\frac{b}{4}=2$, $-4+a=\frac{b^2}{8}-7$

따라서 $a=5$, $b=8$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차함수 $y=x^2-4x+a$의 꼭짓점의 좌표를 구한 경우	40 %
2단계	이차함수 $y=-2x^2+bx-7$의 꼭짓점의 좌표를 구한 경우	40 %
3단계	상수 a, b의 값을 구한 경우	20 %

15 직선 $x=-2$에 대칭이므로 이차함수의 축의 방정식은 $x=-2$이다.

따라서 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+p$로 놓을 수 있다. ··· 1단계

점 $(-3, -2)$를 지나므로

$-2=a+p$ ······ ㉠

조건 (가)에서 점 $(0, 1)$을 지남을 알 수 있으므로

$1=4a+p$ ······ ㉡

㉡−㉠을 하면

$3a=3$, $a=1$

$a=1$을 ㉠에 대입하면

$-2=1+p$, $p=-3$ ··· 2단계

따라서 이차함수의 식은

$y=(x+2)^2-3=x^2+4x+1$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	축의 방정식을 이용하여 이차함수의 식을 세운 경우	40 %
2단계	이차함수가 지나는 두 점의 좌표를 대입하여 연립방정식을 세우고 푼 경우	40 %
3단계	이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타낸 경우	20 %

16 이차함수 $y=ax^2+4ax+b$의 그래프가 점 $(2, -6)$을 지나므로

$-6=4a+8a+b$

$12a+b=-6$ ······ ㉠ ··· 1단계

$$y=ax^2+4ax+b$$
$$=a(x^2+4x)+b$$
$$=a(x+2)^2-4a+b$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -4a+b)$이고, 꼭짓점이 $y=-3x-4$의 그래프 위에 있으므로

$-4a+b=2$ ······ ㉡ ··· 2단계

㉠−㉡을 하면

$16a=-8$, $a=-\frac{1}{2}$

$a=-\frac{1}{2}$을 ㉡에 대입하면

$2+b=2$, $b=0$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차함수의 식에 점 $(2, -6)$의 좌표를 대입하여 식을 구한 경우	30 %
2단계	꼭짓점의 좌표를 이용하여 식을 세운 경우	40 %
3단계	상수 a, b의 값을 구한 경우	30 %

부록

실전 모의고사 1회

본문 92~95쪽

01 ⑤	02 ⑤	03 ⑤	04 ③	05 ⑤
06 ③	07 ②	08 ①	09 ④	10 ③
11 ⑤	12 ④	13 ③	14 ④	15 ④
16 ④	17 ⑤	18 ④	19 ③	20 ④
21 $-\frac{16}{3}$	22 8살	23 10	24 $\frac{2}{9}$	

25 $y=x^2+5x+3$

01 ① $-3x^2+x+2$는 등식이 아니다.

② $y=(x-1)^2-x$는 이차함수이다.

③ $x^3-x(x^2+2)=0$에서 $-2x=0$이므로 일차방정식이다.

④ $2x^2-5x+4=(2x-1)(x+1)$에서
$-6x+5=0$이므로 일차방정식이다.

⑤ $-x^2+2x-5+3(x-2)(x+1)=0$에서
$2x^2-x-11=0$이므로 이차방정식이다.

따라서 이차방정식인 것은 ⑤이다.

02 $2x^2+x-3=0$에서

$(2x+3)(x-1)=0$

$x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=1$

따라서 두 근의 차는

$1-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{2}$

03 $-x^2+4x-2=0$에 $x=a$를 대입하면

$-a^2+4a-2=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$-a+4-\frac{2}{a}=0$

따라서 $a+\frac{2}{a}=4$

04 ㄱ. $x^2=4(x-1)$에서 $x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$, $x=2$(중근)

ㄴ. $(2x-3)^2=4$에서 $2x-3=\pm2$

$x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

ㄷ. $x^2-1=0$에서 $(x+1)(x-1)=0$

$x=-1$ 또는 $x=1$

ㄹ. $-2x(2x-6)=9$에서 $4x^2-12x+9=0$

$(2x-3)^2=0$, $x=\frac{3}{2}$(중근)

따라서 중근을 갖는 것은 ㄱ, ㄹ의 2개이다.

05 이차방정식 $(x-a)^2=b$의 해가 $x=3\pm2\sqrt{2}$이므로

$x-3=\pm2\sqrt{2}$, $(x-3)^2=8$

따라서 $a=3$, $b=8$이므로

$a+b=11$

06 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 양변을 x^2의 계수로 나누면 $\boxed{x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0}$

상수항을 우변으로 이항하면 $\boxed{x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}}$

양변에 $\left\{(x\text{의 계수})\times\frac{1}{2}\right\}^2$을 더하면

$\boxed{x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}}$이고

좌변을 완전제곱식으로 만들면

$\boxed{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$

따라서 $x=\boxed{\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$이다.

그러므로 $\square$ 안에 들어갈 식으로 옳지 않은 것은 ③이다.

07 ① $-\frac{9}{4}x^2+3x-1=0$에서 $9x^2-12x+4=0$

$(3x-2)^2=0$, $x=\frac{2}{3}$ (중근)

② $-2x^2+2x+8=0$에서 $x^2-x-4=0$

$x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

③ $x^2-2x+1=0$에서 $(x-1)^2=0$

$x=1$ (중근)

④ $2x^2+4x+2=0$에서 $2(x+1)^2=0$

$x=-1$ (중근)

⑤ $4x^2+4x+1=0$에서 $(2x+1)^2=0$

$x=-\frac{1}{2}$ (중근)

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ②이다.

08 이차방정식 $2x^2+(a-3)x+8=0$이 중근을 가지려면

$x^2+\frac{a-3}{2}x+4=0$에서

$\left(\frac{a-3}{4}\right)^2=4$, $\frac{a-3}{4}=\pm2$

$a-3=\pm 8$

$a=-5$ 또는 $a=11$

a는 음수이므로 $a=-5$

09 이차방정식 $-2x^2+ax+b=0$의 두 근이 $-\frac{1}{4}$, 3이므로 이차방정식은

$-2\left(x+\frac{1}{4}\right)(x-3)=0$

$-2\left(x^2-\frac{11}{4}x-\frac{3}{4}\right)=0$

$-2x^2+\frac{11}{2}x+\frac{3}{2}=0$

따라서 $a=\frac{11}{2}$, $b=\frac{3}{2}$이므로 $a-b=4$

10 $\overline{AB}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{BC}=(10-x)\text{cm}$이므로 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 5^2\pi-\frac{1}{2}\times\left(\frac{x}{2}\right)^2\pi-\frac{1}{2}\times\left(\frac{10-x}{2}\right)^2\pi=6\pi$

$25-\frac{x^2}{4}-\frac{x^2-20x+100}{4}=12$

$100-x^2-x^2+20x-100=48$

$2x^2-20x+48=0$

$x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$

$x=4$ 또는 $x=6$

$\overline{AB}\geq\overline{BC}$이므로 $x=6$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 6 cm이다.

11 ① $y=\frac{x^2-5x}{x}=x-5$

② $y=4x^2-9-(2x+1)^2=-4x-10$

③ $y=\frac{4}{3}\pi x^3$

④ $y=\left(\frac{x}{2}\right)^3=\frac{x^3}{8}$

⑤ $y=3x(x-1)=3x^2-3x$

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ⑤이다.

12 $f(-1)=-2-a+b=3$이므로

$a-b=-5$ …… ㉠

$f(2)=-8+2a+b=-9$이므로

$2a+b=-1$ …… ㉡

㉠+㉡을 하면 $3a=-6$, $a=-2$

$a=-2$를 ㉠에 대입하면

$-2-b=-5$, $b=3$

따라서 $a+b=1$

13 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-ax^2$

이 그래프가 점 $(4, 6)$을 지나므로

$6=-16a$, $a=-\frac{3}{8}$

14 ① 위로 볼록한 그래프는 ㄱ, ㄴ, ㅁ, ㅂ으로 4개이다.

② ㄱ과 ㄹ은 x^2의 계수의 절댓값이 다르므로 x축에 대하여 서로 대칭이 아니다.

③ ㄷ은 ㄹ보다 그래프의 폭이 좁다.

④ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로 폭이 가장 넓은 것은 ㄱ이다.

⑤ ㅁ은 $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

15 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x+2)^2+1$

16 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -7만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

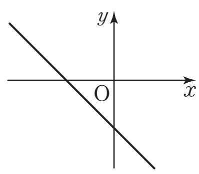
$y=a(x+7)^2-5$

이 그래프가 점 $(-5, -1)$을 지나므로

$-1=4a-5$, $4a=4$

따라서 $a=1$

17 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 제2, 3, 4사분면을 지나므로 오른쪽 그림과 같다. 즉, 그래프가 오른쪽 아래로 향하고 y절편이 음수이므로



$a<0$, $b<0$

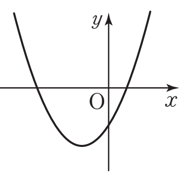
이차함수 $y=-a(x-b)^2+a+ab^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(b, a+ab^2)$이고

$b<0$, $a+ab^2<0$

이므로 꼭짓점은 제3사분면에 있다.

또, $-a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이고, $x=0$일 때 $y=a$이므로 y축과의 교점은 원점의 아래쪽에 있다.

따라서 $y=-a(x-b)^2+a+ab^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 지나지 않는 사분면은 없다.



18 $y=-4x^2+ax-1$

$=-4\left(x^2-\frac{a}{4}x+\frac{a^2}{64}\right)+\frac{a^2}{16}-1$

$=-4\left(x-\frac{a}{8}\right)^2+\frac{a^2-16}{16}$

이므로 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\left(\frac{a}{8}, \frac{a^2-16}{16}\right)$

꼭짓점이 x축 위에 있으므로

$\frac{a^2-16}{16}=0$, $a^2=16$, $a=\pm4$

a는 양수이므로 $a=4$

19 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축보다 왼쪽에 있으므로 $-\frac{b}{2a}<0$에서 $b<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

① $bc<0$

② $a+b<0$

③ $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 $x=-1$일 때 y의 값은 양수이므로

$a-b+c>0$, $a+c>b$

④ $c-a>0$이고 $b<0$이므로 $c-a>b$

⑤ $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 $x=2$일 때 y의 값은 음수이므로

$4a+2b+c<0$, $4a+c<-2b$

따라서 옳은 것은 ③이다.

20 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 8)$이므로

$f(x)=a(x+2)^2+8$로 놓을 수 있다.

$f(-4)=4a+8=7$이므로

$4a=-1$, $a=-\frac{1}{4}$

따라서 $f(x)=-\frac{1}{4}(x+2)^2+8$이므로

$f(2)=-4+8=4$

21 이차방정식 $3x^2-4x-k-4=0$이 중근을 가지려면

$x^2-\frac{4}{3}x-\frac{k+4}{3}=0$에서

$-\frac{k+4}{3}=\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ ··· 1단계

$-\frac{k+4}{3}=\frac{4}{9}$

$9k+36=-12$

$9k=-48$

$k=-\frac{16}{3}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차방정식이 중근을 가질 조건을 구한 경우	2점
2단계	상수 k의 값을 구한 경우	3점

22 올해 현진이의 나이를 x살이라고 하면 어머니의 나이는 $(x+25)$살이다. ··· 1단계

3년 후 현진이의 나이의 제곱은 어머니의 나이의 3배보다 13만큼 크므로

$(x+3)^2=3(x+25+3)+13$ ··· 2단계

$x^2+6x+9=3x+97$

$x^2+3x-88=0$

$(x+11)(x-8)=0$

$x=-11$ 또는 $x=8$ ··· 3단계

따라서 올해 현진이의 나이는 8살이다. ··· 4단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	현진이와 어머니의 나이를 미지수로 표현한 경우	1점
2단계	문제에 맞게 식을 세운 경우	1점
3단계	이차방정식의 해를 구한 경우	2점
4단계	올해 현진이의 나이를 구한 경우	1점

23 길의 폭이 일정하므로 길을 제외한 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(30-x)$ m, 세로의 길이가 $\{20-(x-5)\}$ m인 땅의 넓이와 같다.

$(30-x)(25-x)=300$에서 ··· 1단계

$x^2-55x+750=300$

$x^2-55x+450=0$

$(x-10)(x-45)=0$

$x=10$ 또는 $x=45$ ··· 2단계

$x<25$이어야 하므로 $x=10$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	문제에 맞게 식을 세운 경우	2점
2단계	이차방정식의 해를 구한 경우	2점
3단계	x의 값을 구한 경우	1점

24 $y=2x^2$에 $y=8$을 대입하면

$8=2x^2$, $x^2=4$, $x=\pm2$

이므로 두 점 B, C의 x좌표는 각각 -2, 2이다.

··· 1단계

따라서 $\overline{BC}=4$이고 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 점 D의 x좌표는 $2+4=6$이다. ··· 2단계

따라서 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(6, 8)$을 지나므로

$8=36a$, $a=\frac{2}{9}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	두 점 B, C의 x좌표를 구한 경우	2점
2단계	점 D의 x좌표를 구한 경우	1점
3단계	상수 a의 값을 구한 경우	2점

25 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 y축과의 교점이 $(0, 3)$이므로

$c=3$ ··· 1단계

일차함수 $y=x$의 그래프와의 두 교점의 x좌표가 -1, -3이므로 이차함수 $y=ax^2+bx+3$의 그래프는 두 점 $(-1, -1)$, $(-3, -3)$을 지난다.

두 점의 좌표를 각각 대입하면

$a-b+3=-1$, $9a-3b+3=-3$ ··· 2단계

$a-b=-4$, $3a-b=-2$

두 식을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=5$ ··· 3단계

따라서 이차함수의 식은

$y=x^2+5x+3$ ··· 4단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	상수 c의 값을 구한 경우	1점
2단계	일차함수 $y=x$의 그래프와의 두 교점의 좌표를 대입한 경우	2점
3단계	상수 a, b의 값을 구한 경우	1점
4단계	이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타낸 경우	1점

실전 모의고사 2회

본문 96~99쪽

01 ②	**02** ③	**03** ④	**04** ⑤	**05** ②
06 ⑤	**07** ①	**08** ⑤	**09** ④	**10** ①
11 ②	**12** ①	**13** ⑤	**14** ④	**15** ③
16 ⑤	**17** ③	**18** ①	**19** ④	**20** ①
21 $x=1\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$		**22** 25	**23** $\frac{1}{6}$	**24** 12
25 $y=-\frac{2}{3}x^2+x+2$				

01 이차방정식에 $x=-1$을 대입하면

① $(-1)^2+3\times(-1)-4=-6\neq 0$

② $-(-1)^2+2\times(-1)+3=0$

③ $(-1-1)(-1-2)=6\neq 0$

④ $3(-1+1)(-1-1)=0\neq 2$

⑤ $(-2+2)(1+3)-1=-1\neq 0$

따라서 $x=-1$을 해로 갖는 이차방정식은 ②이다.

02 $k^2x^2+(3k+5)x+k+2=0$에 $x=-1$을 대입하면

$k^2-3k-5+k+2=0$

$k^2-2k-3=0$

$(k+1)(k-3)=0$

$k=-1$ 또는 $k=3$

k는 양수이므로 $k=3$

03 $6x^2-19x-36=0$에서

$(3x+4)(2x-9)=0$

$x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=\frac{9}{2}$

따라서 이차방정식의 두 근 사이에 있는 정수는 -1, 0, 1, 2, 3, 4의 6개이다.

04 ① $9x^2-6x=0$에서 $3x(3x-2)=0$

$x=0$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

② $3x^2=9x-6$에서 $3x^2-9x+6=0$

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

$x=1$ 또는 $x=2$

③ $2x^2=4(x-1)$에서 $x^2-2x+2=0$

$x^2-2x+1=-1$

$(x-1)^2=-1$

이므로 근이 없다.

④ $-4x^2-8x+1=0$에서

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16-(-4)}}{-4}=\frac{4\pm\sqrt{20}}{-4}$$

$$=\frac{4\pm 2\sqrt{5}}{-4}=-\frac{2\pm\sqrt{5}}{2}$$

이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

⑤ $x-6=x^2+5x-2$에서 $x^2+4x+4=0$

$(x+2)^2=0$, $x=-2$(중근)

따라서 중근을 갖는 것은 ⑤이다.

05 이차방정식 $2x^2-2x+k=0$에서 근의 공식에 의하여

$x=\frac{1\pm\sqrt{1-2k}}{2}$이므로

$1-2k=3$, $k=-1$

06 $\frac{1}{2}(2x-1)^2+1.5x=x(x-3)$의 양변에 2를 곱하면

$(2x-1)^2+3x=2x(x-3)$

$4x^2-4x+1+3x=2x^2-6x$

$2x^2+5x+1=0$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{25-8}}{4}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

따라서 $A=-5$, $B=17$이므로

$A+B=12$

07 이차방정식 $-\frac{1}{2}x^2+ax+b=0$이 중근 $x=-2$를 가지므로 $-\frac{1}{2}(x+2)^2=0$과 같다.

즉, $-\frac{1}{2}x^2+ax+b=-\frac{1}{2}(x+2)^2$에서

$-\frac{1}{2}x^2+ax+b=-\frac{1}{2}x^2-2x-2$

따라서 $a=-2$, $b=-2$이므로

$a+b=-4$

08 $x^2+(3k+1)x+2-2k=0$의 한 근이 $x=2$이므로

$4+6k+2+2-2k=0$

$4k=-8$, $k=-2$

이때 처음 이차방정식은 $x^2+6x-5=0$이므로

$x=-3\pm\sqrt{14}$

따라서 두 근의 차는

$-3+\sqrt{14}-(-3-\sqrt{14})=2\sqrt{14}$

09 n각형의 대각선의 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$이므로

$\frac{n(n-3)}{2}=35$

$n^2-3n-70=0$

$(n+7)(n-10)=0$

$n=-7$ 또는 $n=10$

그런데 $n>3$이므로 $n=10$

10 $\overline{BF}=x\,\text{cm}$라고 하면

$\overline{BE}=\overline{DF}=\overline{FC}=(18-x)\text{cm}$

이므로 □EBFD의 넓이는

$x(18-x)=72$

$x^2-18x+72=0$

$(x-6)(x-12)=0$

$x=6$ 또는 $x=12$

$\overline{BF}>\overline{BE}$이므로 $x=12$

따라서 $\overline{BF}$의 길이는 12 cm이다.

11 $y=6x(kx-2)+(2x-1)^2+5$

$=6kx^2-12x+4x^2-4x+6$

$=(6k+4)x^2-16x+6$

이차함수가 되려면 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로

$6k+4\neq0$

$k\neq-\frac{2}{3}$

12 $y=ax^2$의 그래프가 점 $\left(\frac{3}{2},\ -6\right)$을 지나므로

$-6=\frac{9}{4}a$, $a=-\frac{8}{3}$

13 이차함수 $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다. 그래프가 위로 볼록한 포물선이므로 $a<0$이고, a의 값이 커질수록 절댓값은 작아지므로 a가 가장 클 때는 점 B를 지나는 경우이다.

$y=ax^2$에 $x=4$, $y=-3$을 대입하면

$-3=16a$, $a=-\frac{3}{16}$

14 ① $x=2$일 때, $y=-2$이다.

② 이차함수 $y=-\frac{x^2}{2}$의 그래프의 축은 y축이다.

③ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 폭이 좁으므로 $y=-\frac{x^2}{2}$의 그래프는 $y=\frac{x^2}{3}$의 그래프보다 폭이 좁다.

④ $y=\frac{x^2}{2}$의 그래프와 x축에 대하여 서로 대칭이다.

⑤ 그래프가 위로 볼록하므로 꼭짓점을 제외한 그래프 위의 모든 점이 x축보다 아래쪽에 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

15 y의 값이 x^2의 값에 정비례하므로 이차함수의 식은 $y=ax^2$의 꼴로 나타낼 수 있다.

이 그래프가 점 $(2,\ -3)$을 지나므로

$-3=4a$, $a=-\frac{3}{4}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-\frac{3}{4}x^2$

16 이차함수 $y=x^2-4x+2=(x-2)^2-2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로

$m=2$, $n=-2$

따라서 $m-n=4$

17 ① $y=x(3-2x)=-2x^2+3x$

② $y=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2+5x=\frac{x^2}{4}+4x+1$

③ $y=-\frac{1}{2}\left(1-\frac{2}{3}x\right)^2=-\frac{2}{9}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}$

④ $y=-x^2+\frac{x}{4}(2x-1)=-\frac{1}{2}x^2-\frac{x}{4}$

⑤ $y=(x-4)(3x+1)-2x^2+5=x^2-11x+1$

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ③이다.

18 이차함수 $y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$의 그래프의 꼭짓점은 $(2,\ 1)$이고 이 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(m+2,\ n+1)$이므로 꼭짓점이 제3사분면에 있으려면

$m+2<0$, $n+1<0$

$m<-2$, $n<-1$

따라서 $m+n$이 최대가 되도록 하는 정수 m, n은

$m=-3$, $n=-2$이므로

$m+n=-5$

19 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

축이 y축보다 왼쪽에 있으므로 $-\frac{b}{2a}<0$에서 $b<0$

① $a<c$

② $bc<0$

③ $a+b<0$

④ $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 $x=-1$일 때 y의 값은 양수이므로 $a-b+c>0$

⑤ $a+b-c<0$

따라서 옳은 것은 ④이다.

20 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 8)$이므로 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이다.

x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 4이고 두 점은 $x=3$에 대하여 대칭이므로 두 점의 좌표는 $(3-2,\ 0)$, $(3+2,\ 0)$, 즉 $(1,\ 0)$, $(5,\ 0)$이다.

이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-5)$로 놓고 꼭짓점의 좌표 $(3,\ 8)$을 대입하면

$8=-4a$, $a=-2$

따라서 이차함수의 식은

$y=-2(x-1)(x-5)$

$=-2(x^2-6x+5)$

$=-2x^2+12x-10$

이므로 $b=12$, $c=-10$

$a-b-c=-2-12+10=-4$

21 $-2x^2+4x+1=0$의 양변을 x^2의 계수인 -2로 나누면

$x^2-2x-\frac{1}{2}=0$

완전제곱식을 이용하여 풀면

$x^2-2x=\frac{1}{2}$

$x^2-2x+1=\frac{3}{2}$ ··· 1단계

$(x-1)^2=\frac{3}{2}$, $x-1=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

$x=1\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	완전제곱식을 만들도록 양변에 $\left\{\frac{(x\text{의 계수})}{2}\right\}^2$을 더한 경우	2점
2단계	해를 모두 구한 경우	3점

22 연속하는 두 홀수 중 작은 수를 x라고 하면 큰 홀수는 $x+2$이다. ··· 1단계

두 홀수의 곱이 675이므로

$x(x+2)=675$ ··· 2단계

$x^2+2x-675=0$, $(x+27)(x-25)=0$

$x=-27$ 또는 $x=25$

x는 양수이므로 $x=25$ ··· 3단계

따라서 두 홀수 중 작은 수는 25이다. ··· 4단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	연속하는 두 홀수를 미지수로 나타낸 경우	1점
2단계	문제에 맞게 식을 세운 경우	1점
3단계	이차방정식의 해를 구한 경우	2점
4단계	두 홀수 중 작은 수를 구한 경우	1점

23 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(3,\ 6)$을 지나므로

$6=9a,\ a=\frac{2}{3}$ ··· 1단계

따라서 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ k\right)$를 지나므로

$k=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	상수 a의 값을 구한 경우	2점
2단계	k의 값을 구한 경우	3점

24 $y=-x^2-2x+8$에 $x=0$을 대입하면 $y=8$이므로

$A(0,\ 8)$ ··· 1단계

$y=-x^2-2x+8$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-2x+8$

$x^2+2x-8=0,\ (x+4)(x-2)=0$

$x=-4$ 또는 $x=2$이므로 $B(-4,\ 0)$ ··· 2단계

$y=-x^2-2x+8=-(x+1)^2+9$이므로

$C(-1,\ 0)$ ··· 3단계

따라서 $\triangle ABC$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times8=12$ ··· 4단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	점 A의 좌표를 구한 경우	1점
2단계	점 B의 좌표를 구한 경우	1점
3단계	점 C의 좌표를 구한 경우	1점
4단계	$\triangle ABC$의 넓이를 구한 경우	2점

25 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$라고 하면 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 폭이 같고 위로 볼록한 포물선이므로

$a=-\frac{2}{3}$ ··· 1단계

y축과의 교점의 y좌표가 2이므로 $c=2$ ··· 2단계

$y=-\frac{2}{3}x^2+bx+2$의 그래프가 점 $(3,\ -1)$을 지나므로

$-1=-6+3b+2$

$3b=3,\ b=1$ ··· 3단계

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-\frac{2}{3}x^2+x+2$ ··· 4단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차함수의 식의 x^2의 계수를 구한 경우	1점
2단계	이차함수의 식의 상수항을 구한 경우	1점
3단계	이차함수의 식의 x의 계수를 구한 경우	2점
4단계	이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타낸 경우	1점

실전 모의고사 3회

본문 100~103쪽

01 ③	**02** ②	**03** ②	**04** ②	**05** ④
06 ②	**07** ⑤	**08** ⑤	**09** ④	**10** ②
11 ①	**12** ③	**13** ④	**14** ④	**15** ③
16 ⑤	**17** ⑤	**18** ④	**19** ③	**20** ②
21 $-\frac{5}{3},\ \frac{3}{5}$		**22** $-4x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}=0$		
23 2초 또는 6초		**24** 3	**25** $y=x^2-4x$	

01 ㄱ. $2x^2-5x+2$는 등식이 아니다.

ㄴ. $(x+1)^2-x(x-3)=0$에서 $5x+1=0$이므로 일차방정식이다.

ㄷ. $x^2-4x+2=(x-1)(2x+1)$에서 $x^2+3x-3=0$이므로 이차방정식이다.

ㄹ. $2x-1=0$은 일차방정식이다.

ㅁ. $(3x-2)^2=0$에서 $9x^2-12x+4=0$이므로 이차방정식이다.

ㅂ. $y=-x^2+4x-3$은 이차함수이다.

따라서 이차방정식은 ㄷ, ㅁ이다.

02 $-x^2+3x+5=0$에 $x=a$를 대입하면

$-a^2+3a+5=0$

$a^2-3a=5$

따라서 $a^2-3a-3=5-3=2$

03 이차방정식 $x^2+4ax-a+3=0$이 중근을 가지려면

$-a+3=\left(\frac{4a}{2}\right)^2$

$4a^2+a-3=0$

$(a+1)(4a-3)=0$

$a=-1$ 또는 $a=\frac{3}{4}$

a는 양수이므로 $a=\frac{3}{4}$

04 이차방정식 $2x^2-5x+1=0$에서 근의 공식에 의하여

$x=\frac{5\pm\sqrt{25-8}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

따라서 두 근의 차는

$\frac{5+\sqrt{17}}{4}-\frac{5-\sqrt{17}}{4}=\frac{\sqrt{17}}{2}$

05 $x-2=A$로 놓으면

$-A^2+4A=4$

$A^2-4A+4=0$

$(A-2)^2=0$, $A=2$ (중근)

즉, $x-2=2$이므로 $x=4$

06 이차방정식 $3x^2+4x+k=0$에서 근의 공식에 의하여

$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-3k}}{3}$이므로

$4-3k=7$, $k=-1$

07 서연이가 푼 이차방정식은

$(x+1)(x-4)=0$, 즉 $x^2-3x-4=0$

이고 x의 계수를 잘못 보고 풀었으므로 처음에 주어진 이차방정식의 상수항 $b=-4$이다.

준용이가 푼 이차방정식은

$(x+6)(x-3)=0$, 즉 $x^2+3x-18=0$

이고 상수항을 잘못 보고 풀었으므로 처음에 주어진 이차방정식의 x의 계수 $a=3$이다.

따라서 처음에 주어진 이차방정식은 $x^2+3x-4=0$이므로

$(x+4)(x-1)=0$

$x=-4$ 또는 $x=1$

따라서 두 근의 차는

$1-(-4)=5$

08 이차방정식의 두 근을 a, $2a$라고 하면 이차방정식은

$2(x-a)(x-2a)=0$

$2(x^2-3ax+2a^2)=0$

$2x^2-6ax+4a^2=0$

이것이 $2x^2-kx+k=0$과 같으므로

$k=6a$, $k=4a^2$

즉, $6a=4a^2$이고 $a\neq0$이므로

$6=4a$, $a=\frac{3}{2}$

따라서 $k=6\times\frac{3}{2}=9$

09 효주네 반 학생 수를 x명이라고 하면 한 명이 가져간 책은 $(x-24)$권이므로

$x(x-24)=180$

$x^2-24x-180=0$

$(x+6)(x-30)=0$

$x=-6$ 또는 $x=30$

x는 자연수이므로 $x=30$

따라서 효주네 반 학생 수는 30명이고 한 명이 가져간 책은 6권이다.

10 $\overline{AC}=x$ cm라고 하면 $\overline{CB}=(30-x)$ cm

두 정사각형의 넓이의 합이 482 cm^2이므로

$x^2+(30-x)^2=482$

$2x^2-60x+418=0$

$x^2-30x+209=0$

$(x-11)(x-19)=0$

$x=11$ 또는 $x=19$

따라서 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 11 cm, 19 cm이므로 그 차는 8 cm이다.

11 $f(2)=3\times2^2-5\times2+3=5$

$f(-1)=3\times(-1)^2-5\times(-1)+3=11$

따라서 $3f(2)-f(-1)=3\times5-11=4$

12 ① $-9=-4\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2$

② $-4=-4\times(-1)^2$

③ $-\frac{3}{4}\neq-4\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

④ $-\frac{1}{4}=-4\times\left(\frac{1}{4}\right)^2$

⑤ $-1=-4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$

따라서 이차함수 $y=-4x^2$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ③이다.

13 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, 6)$을 지나므로

$6=4a$, $a=\frac{3}{2}$

따라서 $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=\frac{3}{2}$

14 ① 축의 방정식은 $x=4$이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(4, 1)$이다.

③ $y=-3(x-4)^2+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=-47$이므로 y축과 만나는 점의 y좌표는 -47이다.

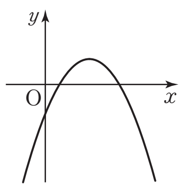
④ 이차함수 $y=-3(x-4)^2+1$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이므로 $x>4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프와 같다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

15 이차함수 $y=(x-2)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$이고 그래프를 평행이동하면 꼭짓점도 동일하게 평행이동되므로 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 6)$이다.

16 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 제1, 3, 4사분면만을 지나므로 오른쪽 그림과 같아야 한다.



그래프가 위로 볼록하므로

$a<0$

꼭짓점 (p, q)가 제1사분면에 있으므로

$p>0$, $q>0$

① $ap<0$

② $pq>0$

③ $q-a>0$

④ $p+q>0$

⑤ $x=0$일 때 y의 값은 0 이하이므로

$ap^2+q\le 0$, $ap^2\le -q$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

17 $y=-x^2+6x-3$

$=-(x^2-6x)-3$

$=-(x^2-6x+9-9)-3$

$=-(x^2-6x+9)+6$

$=-(x-3)^2+6$

따라서 $a=-1$, $p=3$, $q=6$이므로

$a+p+q=8$

18 $y=-2x^2+8$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 8)$이므로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 점 $(0, 8)$을 지난다.

$y=-2x^2+8$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2+8$, $x^2-4=0$

$(x+2)(x-2)=0$

$x=-2$ 또는 $x=2$

이므로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$이다.

따라서 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2$으로 나타낼 수 있고 점 $(0, 8)$을 지나므로

$8=4a$, $a=2$

즉, $y=2(x-2)^2=2x^2-8x+8$이므로

$b=-8$, $c=8$

$a+b+c=2+(-8)+8=2$

19 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로

$c>0$

축이 y축보다 오른쪽에 있으므로 $-\frac{b}{2a}>0$에서

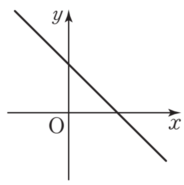
$b>0$

이때 일차함수

$y=abx+c-a$에서

$ab<0$, $c-a>0$

이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 제3사분면을 지나지 않는다.

20 x축과의 교점의 좌표가 $(2, 0)$, $(-6, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)(x+6)$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(4, 10)$을 지나므로

$10=20a$, $a=\frac{1}{2}$

따라서 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x-2)(x+6)$이고 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=-\frac{7}{2}$

21 $(5x+4):7=(2x-1):(-3x+2)$에서

$(5x+4)(-3x+2)=7(2x-1)$

$-15x^2-2x+8=14x-7$

$15x^2+16x-15=0$ ··· 1단계

$(3x+5)(5x-3)=0$

$x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{5}$ ··· 2단계

채점 기준표		
단계	채점 기준	비율
1단계	이차방정식을 세운 경우	2점
2단계	해를 모두 구한 경우	3점

22 두 근이 $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{8}$이고 x^2의 계수가 -4인 이차방정식은

$-4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{8}\right)=0$ ··· 1단계

이를 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타내면

$-4\left(x^2-\frac{3}{8}x-\frac{1}{16}\right)=0$

$-4x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}=0$ ··· 2단계

채점 기준표		
단계	채점 기준	비율
1단계	이차방정식을 세운 경우	3점
2단계	이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타낸 경우	2점

23 출발한 지 t초 후 $\overline{BP}=2t$ cm, $\overline{BQ}=(40-5t)$ cm이므로 ··· 1단계

$\triangle PBQ$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 2t\times(40-5t)=60$ ··· 2단계

$40t-5t^2=60$

$t^2-8t+12=0$, $(t-2)(t-6)=0$

$t=2$ 또는 $t=6$ ··· 3단계

따라서 $\triangle PBQ$의 넓이가 60 cm^2가 되는 것은 2초 후 또는 6초 후이다. ··· 4단계

채점 기준표		
단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BP}$, $\overline{BQ}$의 길이를 미지수로 나타낸 경우	1점
2단계	이차방정식을 세운 경우	1점
3단계	이차방정식의 해를 구한 경우	2점
4단계	답을 옳게 구한 경우	1점

24 점 A의 좌표를 $\left(a, \frac{2}{3}a^2\right)(a>0)$이라고 하면 ··· 1단계

점 B의 좌표는 $\left(-a, \frac{2}{3}a^2\right)$이고 점 C의 좌표는 $(a, -2a^2)$이다. ··· 2단계

$\triangle ABC$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 2a\times\left(\frac{2}{3}a^2+2a^2\right)$

$=\frac{8}{3}a^3=72$ ··· 3단계

$a^3=27$, $a=3$

따라서 점 A의 x좌표는 3이다. ··· 4단계

채점 기준표		
단계	채점 기준	비율
1단계	점 A의 좌표를 미지수로 나타낸 경우	1점
2단계	두 점 B, C의 좌표를 미지수로 나타낸 경우	1점
3단계	$\triangle ABC$의 넓이를 미지수로 나타낸 경우	1점
4단계	점 A의 x좌표를 구한 경우	2점

25 꼭짓점의 좌표가 $(2, -4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-4$로 놓을 수 있다. ··· 1단계

이 그래프가 점 $(-1, 5)$를 지나므로

$5=9a-4$, $9a=9$, $a=1$

따라서 이차함수의 식은

$y=(x-2)^2-4$ ··· 2단계

이를 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타내면

$y=x^2-4x$ ··· 3단계

채점 기준표		
단계	채점 기준	비율
1단계	꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식을 나타낸 경우	2점
2단계	점 $(-1, 5)$의 좌표를 대입하여 이차함수의 식을 구한 경우	2점
3단계	이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타낸 경우	1점

최종 마무리 50제

본문 104~111쪽

01 $k\neq-1$ **02** ⑤ **03** ① **04** ③
05 $x=-4$ 또는 $x=6$ **06** ① **07** ⑤ **08** ①
09 ② **10** ① **11** ⑤ **12** ⑤ **13** ①
14 $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$ **15** ④ **16** ③ **17** ④
18 ④ **19** -1, $\frac{7}{9}$ **20** 12, 13, 14 **21** 19
22 ④ **23** ② **24** ④ **25** ① **26** ④
27 ③ **28** ④ **29** $-\frac{3}{2}$ **30** ② **31** $\frac{9}{2}$
32 ③ **33** $y=\frac{3}{8}x^2$ **34** ③
35 $x>-1$ **36** ④ **37** ⑤ **38** ① **39** ②
40 제1, 2사분면 **41** ③ **42** ⑤ **43** ⑤
44 $\frac{21}{2}$ **45** ⑤ **46** ③ **47** ④
48 -4 **49** ② **50** -7

01 $(kx-3)(2x+1)=(2x+1)(3-x)$에서
$2kx^2+(k-6)x-3=-2x^2+5x+3$
$(2k+2)x^2+(k-11)x-6=0$
x에 대한 이차방정식이 되려면 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로
$2k+2\neq0$, $k\neq-1$

02 ① $3^2+3-6=6\neq0$
② $2\times(-2)^2-5\times(-2)+2=20\neq0$
③ $3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2-4\times\left(-\frac{1}{3}\right)+1=\frac{8}{3}\neq0$
④ $4\times\left(\frac{1}{4}\right)^2-3\times\frac{1}{4}-1=-\frac{3}{2}\neq0$
⑤ $5\times(-2)^2+5\times(-2)-10=0$
따라서 [ ] 안의 수가 이차방정식의 해인 것은 ⑤이다.

03 $2x^2+4x+1=0$에 $x=a$를 대입하면
$2a^2+4a+1=0$
$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면
$2a+4+\frac{1}{a}=0$
$a+\frac{1}{2a}=-2$
$\left(a+\frac{1}{2a}\right)^2=4$
$a^2+1+\left(\frac{1}{2a}\right)^2=4$
따라서 $a^2+\left(\frac{1}{2a}\right)^2=3$

04 $ax^2-(a+1)x-4=0$에 $x=2$를 대입하면
$4a-2a-2-4=0$
$2a=6$, $a=3$

05 $x^2-2x-24=0$에서
$(x+4)(x-6)=0$
$x=-4$ 또는 $x=6$

06 $-2x^2-x+6=0$에서 $2x^2+x-6=0$
$(x+2)(2x-3)=0$
$x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
이므로 공통인 근은 $x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{2}$이다.
$x=-2$를 이차방정식 $4x^2+kx+3=0$에 대입하면
$16-2k+3=0$
$2k=19$, $k=\frac{19}{2}$
$x=\frac{3}{2}$을 이차방정식 $4x^2+kx+3=0$에 대입하면
$9+\frac{3}{2}k+3=0$
$\frac{3}{2}k=-12$, $k=-8$
k는 음수이므로
$k=-8$

07 이차방정식 $-2x^2+kx-8=0$의 두 근을 a, $a+3$이라고 하면 이차방정식은
$-2(x-a)(x-a-3)=0$과 같다.
이를 전개하면
$-2\{x^2-(2a+3)x+a^2+3a\}=0$
$-2x^2+2(2a+3)x-2(a^2+3a)=0$
이므로 $2(a^2+3a)=8$에서
$a^2+3a=4$
$a^2+3a-4=0$
$(a+4)(a-1)=0$
$a=-4$ 또는 $a=1$
이때 $k=2(2a+3)$이므로
$k=-10$ 또는 $k=10$
k는 양수이므로 $k=10$

08 민주가 푼 이차방정식은
$-(x-4)^2=0$, 즉 $-x^2+8x-16=0$
민주는 일차항을 잘못 보았으므로 상수항 $b=-16$이다.
도현이가 푼 이차방정식은
$-(x-3)(x-7)=0$, 즉 $-x^2+10x-21=0$
도현이는 상수항을 잘못 보았으므로 일차항의 계수 $a=10$이다.
따라서 처음에 주어진 이차방정식은
$-x^2+10x-16=0$이므로
$x^2-10x+16=0$
$(x-2)(x-8)=0$
$x=2$ 또는 $x=8$

09 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근 $x=-2$를 가지므로 $(x+2)^2=0$과 같다.
즉, $x^2+4x+4=0$이므로
$a=4$, $b=4$
따라서 $a-2b=4-2\times4=-4$

10 $-2x^2+6x+3=0$에서

$x^2-3x-\frac{3}{2}=0$

$x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{15}{4}$

따라서 $a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{15}{4}$이므로

$a+b=\frac{9}{4}$

11 양변을 $\boxed{2}$로 나누면 $x^2-2x+\frac{1}{2}=0$

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2-2x=\boxed{-\frac{1}{2}}$

$x^2-2x+1=\boxed{-\frac{1}{2}}+1$

$(x-\boxed{1})^2=\boxed{\frac{1}{2}}$

$x-\boxed{1}=\pm\sqrt{\boxed{\frac{1}{2}}}$

$x=\boxed{\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

12 $x^2-ax+5a-1=0$에 $x=-3$을 대입하면

$9+3a+5a-1=0$

$8a=-8$, $a=-1$

즉, 이차방정식은 $x^2+x-6=0$이므로

$(x+3)(x-2)=0$에서 $b=2$

따라서 $a+b=-1+2=1$

13 $\frac{1}{2}x^2+(k+5)x+k=0$에 $x=8$을 대입하면

$32+8(k+5)+k=0$

$9k+72=0$, $k=-8$

즉, 이차방정식은 $\frac{1}{2}x^2-3x-8=0$이므로

$x^2-6x-16=0$

$(x+2)(x-8)=0$

$x=-2$ 또는 $x=8$

따라서 다른 한 근은 $x=-2$이다.

14 이차방정식 $2x^2-3x-1=0$에서 근의 공식에 의하여

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$

$=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

15 이차방정식 $x^2-6x+3=0$에서 근의 공식에 의하여

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times3}}{1}=3\pm\sqrt{6}$

따라서 $A=3$, $B=6$이므로

$A+B=9$

16 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $3x^2-4x+p=0$의 해를 구하면

$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times p}}{2\times3}=\frac{4\pm\sqrt{16-12p}}{6}$

이것이 $x=\frac{q\pm\sqrt{10}}{3}=\frac{2q\pm\sqrt{40}}{6}$과 같으므로

$16-12p=40$, $2q=4$

$p=-2$, $q=2$

따라서 $p+q=0$

17 $0.4x^2+2x-\frac{3}{2}=0$의 양변에 10을 곱하면

$4x^2+20x-15=0$

$x=\frac{-10\pm\sqrt{100+60}}{4}=\frac{-10\pm4\sqrt{10}}{4}$

$=\frac{-5\pm2\sqrt{10}}{2}$

이므로 $a=\frac{-5+2\sqrt{10}}{2}$

이때 $6<2\sqrt{10}<7$에서

$1<-5+2\sqrt{10}<2$

$\frac{1}{2}<\frac{-5+2\sqrt{10}}{2}<1$

따라서 $n<a<n+1$을 만족시키는 정수 n의 값은 0이다.

18 $x-3=A$로 놓으면 $-3A^2+12=0$

$A^2=4$, $A=\pm2$

즉, $x-3=\pm2$이므로

$x=1$ 또는 $x=5$

따라서 두 근의 차는 $5-1=4$

19 이차방정식 $2x^2+(3k-1)x-k+1=0$이 중근을 가지므로

$(3k-1)^2-4\times2\times(-k+1)=0$

$9k^2-6k+1+8k-8=0$

$9k^2+2k-7=0$

$(k+1)(9k-7)=0$

$k=-1$ 또는 $k=\frac{7}{9}$

20 연속하는 세 자연수 중 가운데 수를 x라고 하면 세 수는 $x-1$, x, $x+1$이다.
가운데 있는 수의 제곱이 나머지 두 수의 합의 6배보다 13만큼 크므로
$x^2=6(x-1+x+1)+13$
$x^2=12x+13$, $x^2-12x-13=0$
$(x+1)(x-13)=0$
$x=-1$ 또는 $x=13$
x는 자연수이므로 $x=13$
따라서 연속하는 세 수는 12, 13, 14이다.

21 두 자리 자연수의 십의 자리 숫자를 x라고 하면 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자의 합이 10이므로 일의 자리 숫자는 $10-x$이다.
십의 자리와 일의 자리를 바꾼 수의 4배는 원래 수의 제곱보다 3만큼 크므로
$4\times\{10(10-x)+x\}=(10x+10-x)^2+3$
$4(100-9x)=81x^2+180x+103$
$81x^2+216x-297=0$
$3x^2+8x-11=0$
$(3x+11)(x-1)=0$
$x=-\frac{11}{3}$ 또는 $x=1$
x는 자연수이므로 $x=1$
따라서 원래 수는 19이다.

22 $-5t^2+40t=80$에서 $t^2-8t+16=0$
$(t-4)^2=0$, $t=4$
따라서 물체를 던진 지 4초 후에 물체의 높이가 80 m가 된다.

23 두 원의 반지름의 길이를 x cm, $(x+4)$ cm라고 하면 두 원의 넓이의 합은
$x^2\pi+(x+4)^2\pi=136\pi$
$2x^2+8x+16=136$
$2x^2+8x-120=0$
$x^2+4x-60=0$
$(x+10)(x-6)=0$
$x=-10$ 또는 $x=6$
그런데 $x>0$이므로 $x=6$
따라서 두 원의 반지름의 길이는 6 cm, 10 cm이므로 그 합은 16 cm이다.

24 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 상자의 부피는
$3(x-6)^2=243$
$(x-6)^2=81$, $x-6=\pm9$
$x=15$ 또는 $x=-3$
그런데 $x>0$이므로 $x=15$
따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 15 cm이다.

25 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고 $\angle A=36^\circ$이므로
$\angle B=\angle C=\frac{180^\circ-36^\circ}{2}=72^\circ$이고
$\angle ACD=\angle BCD=36^\circ$
$\overline{AB}=x$라고 하면 $\triangle BCD$, $\triangle ADC$는 모두 이등변삼각형이므로 $\overline{BC}=\overline{DC}=\overline{AD}=8$이고
$\overline{BD}=x-8$
$\angle A=\angle BCD$, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$(AA닮음)
$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{BD}$에서
$x:8=8:(x-8)$
$x(x-8)=64$
$x^2-8x-64=0$
$x=\frac{4\pm\sqrt{16+64}}{1}=4\pm4\sqrt{5}$
그런데 $x>0$이므로 $x=4+4\sqrt{5}$
따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $4+4\sqrt{5}$이다.

26 ① $y=\frac{x^2(x-5)}{3x}=\frac{x^2}{3}-\frac{5}{3}x$
② $y=2-x(x+3)=-x^2-3x+2$
③ $y=-4x^2+7x-1$
④ $y=(2x-1)^2+7-4x^2$
$=4x^2-4x+1+7-4x^2$
$=-4x+8$
⑤ $y=\left(-\frac{1}{2}x+1\right)x+\left(\frac{1}{2}x\right)^2$
$=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{x^2}{4}=-\frac{x^2}{4}+x$
따라서 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은 ④이다.

27 $h=8t-2t^2$에 $t=3$을 대입하면
$h=24-18=6$
따라서 지면에서 날아오른 지 3초 후 로켓의 높이는 6 m이다.

28 $f(1)=3-k-7=-k-4=-2$이므로

$k=-2$

따라서 $f(x)=3x^2+2x-7$이므로

$f(2)=12+4-7=9$

29 이차함수 $y=-\frac{4}{3}x^2$의 그래프가 일차함수 $y=2x$의 그래프와 만나는 원점이 아닌 점의 좌표를

$(a,\ 2a)(a\neq0)$라 하고 $y=-\frac{4}{3}x^2$에 대입하면

$2a=-\frac{4}{3}a^2$

$a\neq0$이므로 $2=-\frac{4}{3}a$

$a=-\frac{3}{2}$

따라서 구하는 점의 x좌표는 $-\frac{3}{2}$이다.

30 D는 위로 볼록한 그래프 중 폭이 가장 넓은 그래프이다.

따라서 $y=ax^2$에서 a가 음수이고 a의 절댓값이 가장 작아야 하므로 ㄴ이다.

31 $y=-2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=2x^2$

이 그래프가 점 $\left(\frac{3}{2},\ k\right)$를 지나므로

$k=2\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$

32 ① $a>0$일 때, 아래로 볼록하다.

② 점 $(0,\ 0)$을 꼭짓점으로 한다.

④ $a<0$일 때, $x<0$인 범위에서는 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

⑤ 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 서로 대칭이다.

33 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 그래프의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

점 $(-4,\ 6)$을 지나므로

$6=16a,\ a=\frac{3}{8}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=\frac{3}{8}x^2$

34 이차함수 $y=2x^2$의 그래프 위의 점 A의 x좌표를 $a\ (a>0)$라고 하면

$A(a,\ 2a^2),\ B\left(a,\ -\frac{1}{2}a^2\right)$

이므로 △AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left(2a^2+\frac{1}{2}a^2\right)\times a=10$

$\frac{5}{4}a^3=10,\ a^3=8$

$a=2$

따라서 점 A의 x좌표는 2이다.

35 이차함수 $y=-3(x+1)^2+2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$이고 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 축보다 오른쪽에 있는 범위이므로

$x>-1$

36 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x+4)^2+1$

37 이차함수 $y=-4x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-4x^2+k$

$y=-4x^2+k$에 $y=0$을 대입하면

$0=-4x^2+k,\ x^2=\frac{k}{4}$

$x=\pm\frac{\sqrt{k}}{2}$이므로

$A\left(\frac{\sqrt{k}}{2},\ 0\right),\ B\left(-\frac{\sqrt{k}}{2},\ 0\right)$

$y=-4x^2+k$에서 $x=0$일 때 $y=k$이므로

$C(0,\ k)$

따라서 △ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\sqrt{k}\times k=32$

양변을 제곱하면

$\frac{k^3}{4}=2^{10},\ k^3=2^{12}$

$k=2^4=16$

38 $y=-2x^2+2x+3$

$=-2(x^2-x)+3$

$=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{2}$

이므로 이차함수 $y=-2x^2+2x+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프의 식은

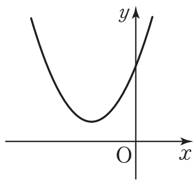
$y=-2\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{5}{2}$

이 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로

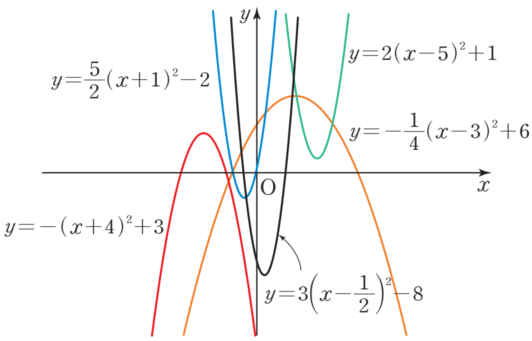
$k=-2\times\frac{9}{4}-\frac{5}{2}=-7$

39 이차함수 $y=4(x-3)^2+a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ a)$이고 그래프를 평행이동하면 꼭짓점도 동일하게 평행이동되므로 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ a+1)$이다.
따라서 평행이동한 그래프의 식은
$y=4(x-3)^2+a+1$
이 그래프가 점 $(2,\ 3)$을 지나므로
$3=4+a+1$, $a=-2$

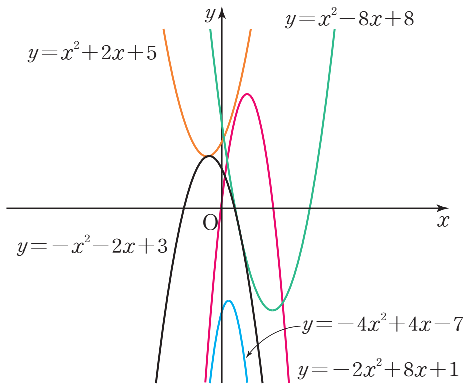
40 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 $a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이고, $p<0$, $q>0$이므로 꼭짓점 $(p,\ q)$는 제2사분면 위에 있다.
따라서 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2사분면을 지난다.



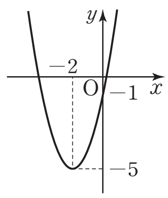
41 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$이고 a가 양수이면 아래로 볼록, 음수이면 위로 볼록한 포물선이다.
보기의 이차함수의 그래프를 그려보면 다음 그림과 같고, 제3사분면을 지나지 않는 것은
③ $y=2(x-5)^2+1$이다.



42 ① $y=x^2+2x+5=(x+1)^2+4$
② $y=x^2-8x+8=(x-4)^2-8$
③ $y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$
④ $y=-2x^2+8x+1=-2(x-2)^2+9$
⑤ $y=-4x^2+4x-7=-4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-6$
따라서 그래프는 다음 그림과 같고, 제1사분면을 지나지 않는 것은 ⑤이다.



43 $y=x^2+4x-1=(x+2)^2-5$
① 축의 방정식은 $x=-2$이다.
② 아래로 볼록하며 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -5)$이고 y축과 점 $(0,\ -1)$에서 만나므로 그래프는 오른쪽 그림과 같고 모든 사분면을 지난다.



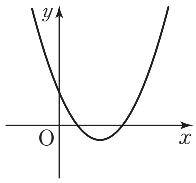
③ $x=0$일 때 $y=-1$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -1)$이다.
④ 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.
⑤ 이차함수 $y=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것과 같다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

44 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x-3$에 $y=0$을 대입하면
$0=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x-3$
$x^2-5x-6=0$
$(x+1)(x-6)=0$
$x=-1$ 또는 $x=6$이므로
$A(6,\ 0)$, $B(-1,\ 0)$
$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x-3$에 $x=0$을 대입하면 $y=-3$이므로
$C(0,\ -3)$

따라서 $\triangle ABC$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 7\times 3=\frac{21}{2}$

45 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 제3사분면만을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.



그래프가 아래로 볼록하므로

$a>0$

y축과의 교점이 원점이거나 원점의 위쪽에 있으므로

$c\geq 0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $-\frac{b}{2a}>0$에서

① $b<0$

② $b<c$

③ $ac\geq 0$

④ $a-b>0$

⑤ $b-c<0$이고 $a>0$이므로 $b-c<a$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

46 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 아래로 향하고 y절편이 양수이므로

$a<0$, $b>0$

따라서 이차함수 $y=-bx^2+(a-b)x-ab$의 그래프는 $-b<0$이므로 위로 볼록하고,

$-ab>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있다.

또, 축의 방정식은 $x=\frac{a-b}{2b}$이고 $\frac{a-b}{2b}<0$이므로

축이 y축보다 왼쪽에 있다.

따라서 $y=-bx^2+(a-b)x-ab$의 그래프는 ③과 같다.

47 직선 $x=2$에 대칭이므로 이차함수의 그래프의 축의 방정식이 $x=2$이고 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2+p$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(1,\ 2)$, $(5,\ -14)$를 지나므로

$2=a+p$, $-14=9a+p$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=-2$, $p=4$

따라서 $y=-2(x-2)^2+4$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로

$k=-2\times 4+4=-4$

48 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 해가 $x=-1$ 또는 $x=-6$이므로 이차방정식은 $(x+1)(x+6)=0$과 같다.

즉, $x^2+ax+b=x^2+7x+6$이므로

$a=7$, $b=6$

따라서 $f(x)=x^2-7x+6$이므로

$f(2)=4-14+6=-4$

49 이차함수의 그래프가 점 $(0,\ -6)$을 지나므로

$c=-6$

$y=ax^2+bx-6$의 그래프가 두 점 $(-2,\ 2)$, $(3,\ -3)$을 지나므로

$2=4a-2b-6$, $-3=9a+3b-6$

$2a-b=4$, $3a+b=1$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=-2$

따라서 $a-b+c=1-(-2)+(-6)=-3$

50 $y=x^2-6x+a=(x-3)^2+a-9$

이므로 이차함수 $y=x^2-6x+a$의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이다.

x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8이므로 그래프의 축으로부터 각각 4만큼 떨어져 있는 두 점 $(7,\ 0)$, $(-1,\ 0)$에서 만난다.

따라서 이차함수의 식은

$y=(x-7)(x+1)=x^2-6x-7$

이므로 $a=-7$

memo