중학 수학
내신 대비 기출문제집

3-1 중간고사

정답과 풀이

정답과 풀이

Ⅰ. 실수와 그 연산

1 제곱근과 실수

개념 체크 본문 8쪽

01 (1) ±5 (2) $\pm\frac{1}{4}$ (3) ±0.9 (4) $\pm\frac{1}{3}$
02 (1) $\pm\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{10}$ (3) $-\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{5}$
03 (1) 7 (2) -3 (3) 6 (4) 11 (5) 0.1 (6) -2
04 (1) 7 (2) 2 (3) 24 (4) 12
05 (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$
06 (1) 무 (2) 유 (3) 유 (4) 무
07 $P(1-\sqrt{2})$, $Q(1+\sqrt{2})$
08 (1) ○ (2) × (3) ○
09 (1) $<$ (2) $>$ (3) $<$

대표 유형 본문 10쪽

01 ④	02 ③	03 ②, ⑤	04 ⑤	05 ④
06 ⑤	07 ③	08 ①	09 ③	10 ③
11 ④	12 ④	13 ③, ⑤	14 ②, ④	
15 ②, ⑤	16 ④	17 ④		
18 $P(2-\sqrt{10})$, $Q(2+\sqrt{10})$			19 ②, ⑤	20 ④
21 ②	22 ④	23 ⑤	24 ②	

01 $\sqrt{16}=4$이고 4의 음의 제곱근은 -2이므로
$A=-2$
$(-9)^2=81$이고 81의 양의 제곱근은 9이므로
$B=9$
$\therefore A+B=7$

02 제곱근 0.25는 $\sqrt{0.25}=0.5$이므로
$A=0.5$
$\left(-\frac{3}{5}\right)^2$의 음의 제곱근은 제곱해서 $\left(-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$가 되는 수 중 음수인 수이므로
$B=-\frac{3}{5}=-0.6$
$\therefore A+B=-0.1$

03 ② $9^2=81$의 제곱근은 ±9이다.
⑤ 제곱하여 0.2가 되는 수는 $\pm\sqrt{0.2}$로 존재한다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

04 제곱근의 성질에 의하여 ①, ②, ③, ④는 모두 5이지만 $-\sqrt{(-5)^2}=-5$이므로 ⑤만 다른 값이다.

05 ① $(\sqrt{2})^2+(-\sqrt{8})^2=2+8=10$
② $\sqrt{(-3)^2}+\sqrt{25}=3+5=8$
③ $\left(-\sqrt{\frac{14}{5}}\right)^2\times\sqrt{\left(\frac{15}{7}\right)^2}=\frac{14}{5}\times\frac{15}{7}=6$
④ $-\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2+\sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2}=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=1$
⑤ $\sqrt{(-4)^2}\div\sqrt{0.36}\times(-\sqrt{12})^2$
$=4\div0.6\times12$
$=4\times\frac{10}{6}\times12=80$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

06 $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}$이므로
$\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{4a^2}-\sqrt{(-5a)^2}$
$=|-a|+|2a|-|-5a|$
$=|a|+|2a|-|5a|$
이때 $a<0$이므로
$|a|+|2a|-|5a|=-a-2a-(-5a)=2a$

07 ① $3<5$이므로 $\sqrt{5}>\sqrt{3}$
② $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{6}<3$
③ $9=\sqrt{81}$이므로 $\sqrt{80}<9$ $\quad\therefore -\sqrt{80}>-9$
④ $0.3=\sqrt{0.09}$이고 $0.09<0.9$이므로 $0.3<\sqrt{0.9}$
⑤ $4=\sqrt{16}$이므로 $\sqrt{15}<4$ $\quad\therefore \sqrt{15}-4<0$
따라서 옳은 것은 ③이다.

08 $-5=-\sqrt{25}$, $-\sqrt{\frac{25}{2}}=-\sqrt{12.5}$이고
$5<12.5<20<24.5<25$이므로
$\sqrt{5}<\sqrt{12.5}<\sqrt{20}<\sqrt{24.5}<\sqrt{25}$
$-\sqrt{5}>-\sqrt{12.5}>-\sqrt{20}>-\sqrt{24.5}>-\sqrt{25}$
따라서 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면
-5, $-\sqrt{24.5}$, $-\sqrt{20}$, $-\sqrt{\frac{25}{2}}$, $-\sqrt{5}$이므로

두 번째에 오는 수 $a=-\sqrt{24.5}$

네 번째에 오는 수 $b=-\sqrt{\frac{25}{2}}$

$\therefore\ a^2-b^2=24.5-\frac{25}{2}=12$

09 $3=\sqrt{9}$이고 $9<10$이므로 $3=\sqrt{9}<\sqrt{10}$

$4=\sqrt{16}$이고 $10<16$이므로 $4=\sqrt{16}>\sqrt{10}$

$\therefore\ \sqrt{(3-\sqrt{10})^2}+\sqrt{(\sqrt{10}-4)^2}$

$=|3-\sqrt{10}|+|\sqrt{10}-4|$

$=(\sqrt{10}-3)+(4-\sqrt{10})=1$

10 $7<\sqrt{3n}<8$의 각 변을 제곱하면

$49<3n<64$, $\frac{49}{3}<n<\frac{64}{3}$

$\frac{49}{3}=16.3\cdots$, $\frac{64}{3}=21.3\cdots$이므로 위 부등식을 만족시키는 자연수 n의 값은 17, 18, $\cdots$, 21로 5개이다.

11 $-\sqrt{30}<-\sqrt{4n-3}<-3$이므로

$3<\sqrt{4n-3}<\sqrt{30}$

부등식의 각 변을 제곱하면

$9<4n-3<30$

$12<4n<33$

$3<n<\frac{33}{4}=8.25$

위 부등식을 만족시키는 자연수 n의 값은

4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

12 $\sqrt{5}<x<\sqrt{27}$의 각 변을 제곱하면

$5<x^2<27$

$5<9<27$, $5<16<27$, $5<25<27$이므로 부등식 $5<x^2<27$을 만족시키는 자연수 x의 값은 3, 4, 5이다.

$\therefore\ 3+4+5=12$

13 ③ 순환소수인 무한소수는 유리수이다.

⑤ $\sqrt{4}=2$처럼 근호 안이 (유리수)^{2}으로 표현되는 수는 유리수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

14 ② $-\sqrt{169}=-\sqrt{13^2}=-13$이므로 $-\sqrt{169}$는 유리수이다.

④ $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$이므로 $\sqrt{0.\dot{4}}$는 유리수이다.

따라서 무리수가 아닌 것은 ②, ④이다.

15 ① 순환소수는 모두 유리수이다.

③ 무리수 π를 제곱하면 π^2도 무리수이다.

④ 제곱근 1.44는 $\sqrt{1.44}$이고 $\sqrt{1.44}=1.2$이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

16 ① $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=1$이므로 $\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

② $\overline{AC}$가 반지름이므로 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{5}$

③ 점 A에 대응하는 수가 1이고 $\overline{AP}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$이다.

④ 점 A에 대응하는 수가 1이고 $\overline{AQ}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{5}$이다.

⑤ $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{5}$이고 $\overline{AB}=2$이므로

$\overline{BQ}=\overline{AQ}-\overline{AB}=\sqrt{5}-2$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

17 ④ 점 D에 대응하는 수는 2에서 왼쪽 방향으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 D의 좌표는 $D(2-\sqrt{2})$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

18 모눈종이 눈금을 세어 보면 정사각형 ABCD의 넓이가 10이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.

점 A에 대응하는 수가 2이고 $\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{10}$이므로 점 P의 좌표는 $P(2-\sqrt{10})$이다.

점 A에 대응하는 수가 2이고 $\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{10}$이므로 점 Q의 좌표는 $Q(2+\sqrt{10})$이다.

19 ① 1과 $\sqrt{2}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재하므로 $\sqrt{2}$는 1에 가장 가까운 무리수가 아니다.

③ $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

④ 모든 무리수는 수직선 위의 어떤 점에 대응된다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

20 ④ 서로 다른 두 실수 사이에는 유한 개의 정수가 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

21 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $-3<\sqrt{7}-5<-2$

따라서 $\sqrt{7}-5$에 대응하는 점은 B이다.

22 ① $1<\sqrt{3}<2$이므로

$2<1+\sqrt{3}<3$

② $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{9}>\sqrt{7}$이므로

$3>\sqrt{7}$

부등식의 양변에 $\sqrt{5}$를 더하면

$\sqrt{5}+3>\sqrt{7}+\sqrt{5}$

③ $(\sqrt{11}-5)-(-1)=\sqrt{11}-5+1$

$=\sqrt{11}-4$

$=\sqrt{11}-\sqrt{16}<0$

$\therefore \sqrt{11}-5<-1$

④ $\sqrt{5}>\sqrt{3}$이므로

$-\sqrt{5}<-\sqrt{3}$

부등식의 양변에 7을 더하면

$7-\sqrt{5}<-\sqrt{3}+7$

⑤ $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}<\sqrt{5}$이므로

$-2>-\sqrt{5}$

부등식의 양변에 $\sqrt{3}$을 더하면

$\sqrt{3}-2>-\sqrt{5}+\sqrt{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

23 ① $2<\sqrt{5}<3$이므로 3은 $\sqrt{5}$와 6 사이에 있다.

② $2<\sqrt{5}<3$이므로 $-3<-\sqrt{5}<-2$

각 변에 8을 더하면 $5<8-\sqrt{5}<6$

따라서 $8-\sqrt{5}$는 $\sqrt{5}$와 6 사이에 있다.

③ $6=\sqrt{36}$이고 $5<\dfrac{71}{2}<36$이므로

$\sqrt{5}<\sqrt{\dfrac{71}{2}}<\sqrt{36}=6$

따라서 $\sqrt{\dfrac{71}{2}}$은 $\sqrt{5}$와 6 사이에 있다.

④ $2<\sqrt{5}<3$, $2<\sqrt{7}<3$이므로

$\sqrt{5}+\sqrt{7}<6$

따라서 $\sqrt{5}+\sqrt{7}$은 $\sqrt{5}$와 6 사이에 있다.

⑤ $2<\sqrt{5}<3$이므로 $4+\sqrt{5}>6$

따라서 $\sqrt{5}$와 6 사이에 있지 않은 수는 ⑤이다.

24 $2-(\sqrt{10}-2)=4-\sqrt{10}=\sqrt{16}-\sqrt{10}>0$이므로

$2>\sqrt{10}-2 \quad \therefore A>B$

$2-(5-\sqrt{3})=-3+\sqrt{3}=-\sqrt{9}+\sqrt{3}<0$이므로

$2<5-\sqrt{3} \quad \therefore A<C$

$\therefore B<A<C$

기출 예상 문제

본문 14쪽

01 ④	02 ②	03 ④	04 ④	05 ①
06 ④	07 ④	08 ⑤	09 ②	10 ③
11 ③	12 ⑤	13 ④	14 ⑤	15 ③
16 ⑤	17 ②	18 ④	19 ③	20 ④
21 ③	22 ④	23 ②	24 ②	

01 $(-7)^2=49$의 양의 제곱근은 7이므로

$A=7$

$\sqrt{256}=16$의 음의 제곱근은 -4이므로

$B=-4$

$\therefore A+B=3$

02 ① $\sqrt{81}=9$의 제곱근은 ±3이다.

② 제곱근 9는 $\sqrt{9}=3$이다.

③ 제곱하여 9가 되는 수는 ±3이다.

⑤ $x^2=9$를 만족시키는 x의 값은 ±3이다.

따라서 값이 다른 하나는 ②이다.

03 $\triangle$ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$

04 $16=\sqrt{16^2}=\sqrt{256}$이므로

$\sqrt{a^2}=\sqrt{256}$에서 $a^2=256$

따라서 a는 256의 제곱근이므로 ±16

05 제곱근의 성질에 의하여

$\sqrt{169}=\sqrt{13^2}=13$,

$\sqrt{\left(-\dfrac{32}{5}\right)^2}=\dfrac{32}{5}$,

$\left(-\sqrt{\dfrac{15}{8}}\right)^2=\dfrac{15}{8}$,

$\sqrt{5^2}=5$

이므로

$\sqrt{169}-\sqrt{\left(-\dfrac{32}{5}\right)^2}\times\left(-\sqrt{\dfrac{15}{8}}\right)^2-\sqrt{5^2}$

$=13-\dfrac{32}{5}\times\dfrac{15}{8}-5$

$=13-12-5$

$=-4$

06 $-2<x<3$이므로

$3-x>0$, $-2-x<0$

$\therefore -\sqrt{(3-x)^2}+\sqrt{(-2-x)^2}$
$=-|3-x|+|-2-x|$
$=-(3-x)-(-2-x)$
$=-3+x+2+x=2x-1$

07 $112=2^4\times7$이므로 $\sqrt{\frac{112}{3}x}=\sqrt{\frac{2^4\times7\times x}{3}}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은
$3\times7=21$

08 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 $\sqrt{\frac{360}{x}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2\times5}{x}}$가 자연수가 되도록 하는 x의 값 중
가장 작은 자연수는 $2\times5=10$
가장 큰 두 자리의 자연수는 $2\times5\times3^2=90$
따라서 $A=10$, $B=90$이므로
$A+B=100$

09 ① $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8}<3$
② $0.2=\sqrt{0.04}$이고 $\sqrt{0.04}<\sqrt{0.4}$이므로
$-0.2>-\sqrt{0.4}$
③ $2=\sqrt{4}$이고 $\frac{10}{3}<4$이므로
$\sqrt{\frac{10}{3}}<\sqrt{4}=2$
④ $\frac{1}{5}=\sqrt{\frac{1}{25}}$이고 $\frac{1}{25}<\frac{1}{10}$이므로
$\frac{1}{5}=\sqrt{\frac{1}{25}}<\sqrt{\frac{1}{10}}$
⑤ $\sqrt{5}<\sqrt{6}$이므로 $-\sqrt{6}<-\sqrt{5}$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

10 $0<a<1$이므로
$a<1$의 양변에 a를 곱하면 $a^2<a$
$a<1$의 양변에 근호를 씌우면 $\sqrt{a}<\sqrt{1}=1$
그러므로 a^2, a, $\sqrt{a}$는 1보다 작은 양수이다.
$a<1$의 양변을 a로 나누면 $1<\frac{1}{a}$
$\sqrt{a}<1$의 양변을 $\sqrt{a}$로 나누면 $1<\frac{1}{\sqrt{a}}$
이므로 $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{\sqrt{a}}$은 1보다 큰 수이다.
$a^2<a$의 양변에 근호를 씌우면 $a<\sqrt{a}$이므로
$\frac{1}{a}>\frac{1}{\sqrt{a}}$
따라서 $0<a^2<a<\sqrt{a}<1<\frac{1}{\sqrt{a}}<\frac{1}{a}$이므로 값이 가장 큰 것은 $\frac{1}{a}$이다.

11 $2=\sqrt{4}$이므로 $2<\sqrt{5}$에서 $\sqrt{5}-2>0$, $2-\sqrt{5}<0$
$\therefore \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}-\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$
$=|\sqrt{5}-2|-|2-\sqrt{5}|$
$=(\sqrt{5}-2)-(\sqrt{5}-2)=0$

12 $4<\sqrt{5n}<12$의 각 변을 제곱하면
$16<5n<144$
각 변을 5로 나누면
$\frac{16}{5}<n<\frac{144}{5}$
위 부등식을 만족시키는 자연수 n의 값은
4, 5, ⋯, 28로 25개이다.

13 $3<\sqrt{2x-1}\le7$의 각 변을 제곱하면
$9<2x-1\le49$
$10<2x\le50$
$5<x\le25$
위 부등식을 만족시키는 자연수 x의 값은
6, 7, ⋯, 25
따라서 가장 큰 수 $A=25$, 가장 작은 수 $B=6$이므로
$A-B=25-6=19$

14 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, ⋯이므로
$f(1)=f(2)=f(3)=1$
$f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$
$f(9)=f(10)=3$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(10)$
$=1\times3+2\times5+3\times2$
$=19$

15 5개의 수 중
$-\sqrt{0.25}=-\sqrt{(0.5)^2}=-0.5$,
$\sqrt{0.\dot{1}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$
은 유리수이므로 무리수는 3개이다.

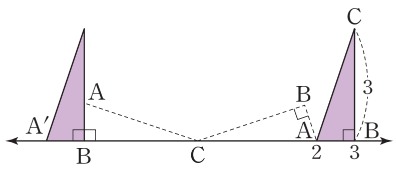
16 $\sqrt{2}$는 무리수이므로 기약분수로 나타낼 수 없다.
기약분수로 나타낼 수 있는 수는 유리수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

17 $1-\sqrt{2}$에 대응하는 점은 1을 기준으로 $\sqrt{2}$만큼 왼쪽 방향으로 떨어진 점이므로 B이다.

18 $\overline{BD}=\overline{BP}=\sqrt{2}$이고 점 P에 대응하는 수가 $-2-\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는 -2이다.
점 A와 점 B 사이의 거리가 1이므로 점 A에 대응하는 수는 -3이다.
따라서 $\overline{AC}=\overline{AQ}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{2}$이다.

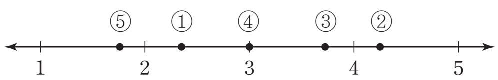
19 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=3$이므로 △ABC에서 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$



점 A에 대응하는 수가 2이므로 점 A′에 대응하는 수는
$$\begin{aligned}2-\overline{AC}-\overline{CB}-\overline{BA}&=2-\sqrt{10}-3-1\\&=-2-\sqrt{10}\end{aligned}$$

20 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무리수가 무수히 많이 존재한다.
$-\sqrt{2}$와 $\sqrt{2}$ 사이에 있는 정수는 -1, 0, 1로 3개이다.
따라서 바르게 말한 학생을 모두 고르면 ④이다.

21 ① $2<\sqrt{7}<3$이므로 $2<5-\sqrt{7}<3$
② $1<\sqrt{3}<2$이므로 $4<6-\sqrt{3}<5$
③ $1<\sqrt{3}<2$이므로 $3<2+\sqrt{3}<4$
⑤ $2<\sqrt{5}<3$이므로 $1<4-\sqrt{5}<2$
수직선에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 오른쪽에서 두 번째에 있는 수는 ③이다.

22 ① $(2-\sqrt{5})-(-1)=3-\sqrt{5}=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0$
이므로 $2-\sqrt{5}>-1$
② $(2+\sqrt{2})-3=\sqrt{2}-1=\sqrt{2}-\sqrt{1}>0$
이므로 $2+\sqrt{2}>3$
③ $-5-(-\sqrt{8}-2)=-3+\sqrt{8}=-\sqrt{9}+\sqrt{8}<0$
이므로 $-5<-\sqrt{8}-2$
④ $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{7}<\sqrt{9}$이므로
$\sqrt{7}<3$
부등식의 양변에서 $\sqrt{2}$를 빼면
$\sqrt{7}-\sqrt{2}<3-\sqrt{2}$
$\therefore -\sqrt{2}+\sqrt{7}<3-\sqrt{2}$
⑤ $\sqrt{2}<\sqrt{6}$의 양변에 $\sqrt{5}$를 더하면
$\sqrt{2}+\sqrt{5}<\sqrt{6}+\sqrt{5}$
$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{2}<\sqrt{6}+\sqrt{5}$
따라서 옳은 것은 ④이다.

23 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$-2<\sqrt{5}-4<-1$
$1<\sqrt{3}<2$이므로
$-2<-\sqrt{3}<-1$ $\quad\therefore 4<6-\sqrt{3}<5$
따라서 두 수 $\sqrt{5}-4$와 $6-\sqrt{3}$ 사이에 있는 정수는 -1, 0, 1, 2, 3, 4이므로 정수의 합은 9이다.

24 (i) $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로 $-\sqrt{7}$은 -2와 $\sqrt{5}$ 사이에 있지 않다.
(ii) $-1<2-\sqrt{5}<0$이므로 $2-\sqrt{5}$는 -2와 $\sqrt{5}$ 사이에 있다.
(iii) $4<\frac{9}{2}$이므로 $2<\sqrt{\frac{9}{2}}$, $-\sqrt{\frac{9}{2}}<-2$
그러므로 $-\sqrt{\frac{9}{2}}$는 -2와 $\sqrt{5}$ 사이에 있지 않다.
(iv) $5<\frac{25}{4}$이므로 $\sqrt{5}<\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$
그러므로 $\frac{5}{2}$는 -2와 $\sqrt{5}$ 사이에 있지 않다.
(v) $0<-1+\sqrt{2}<1<\sqrt{5}$이므로 $-1+\sqrt{2}$는 -2와 $\sqrt{5}$ 사이에 있다.
따라서 -2와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수는 $2-\sqrt{5}$, $-1+\sqrt{2}$로 2개이다.

고난도 집중 연습

본문 18쪽

1 $\sqrt{35}$ cm	**1-1** $\sqrt{26}$ cm	**2** 21	**2-1** 7
3 ②	**3-1** ④	**4** ④	**4-1** $2\pi+10$

1 풀이 전략 닮음비가 $a:b$인 도형의 넓이의 비는 $a^2:b^2$임을 이용한다.
닮음비가 $1:\sqrt{5}$인 두 정사각형의 넓이의 비는 $1:5$
작은 정사각형의 넓이를 k cm^{2}라 하면 큰 정사각형의

넓이는 $5k\text{ cm}^2$이므로

$k+5k=6k=42$

$\therefore k=7$

따라서 큰 정사각형의 넓이는 35 cm^2이므로 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{35}\text{ cm}$이다.

1-1 풀이 전략 닮음비가 $a:b$인 도형의 넓이의 비는 $a^2:b^2$임을 이용한다.

반지름의 길이의 비가 $\sqrt{2}:\sqrt{7}$인 두 원의 넓이의 비는 $2:7$

작은 원의 넓이를 $2k\text{ cm}^2$라 하면 큰 원의 넓이는 $7k\text{ cm}^2$이므로

$2k+7k=9k=117\pi$

$\therefore k=13\pi$

따라서 작은 원의 넓이는 $26\pi\text{ cm}^2$이다.

작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r^2\pi=26\pi$

$r^2=26$

이때 $r>0$이므로 $r=\sqrt{26}$

따라서 작은 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{26}\text{ cm}$이다.

2 풀이 전략 $\sqrt{A}-\sqrt{B}$의 꼴이 정수가 되려면 $A=B$인 경우와 $\sqrt{A}$, $\sqrt{B}$가 각각 정수인 경우를 생각한다.

$\sqrt{2a+40}-\sqrt{90-b}$가 정수가 되는 경우는

$\sqrt{2a+40}=\sqrt{90-b}$인 경우와 $\sqrt{2a+40}$, $\sqrt{90-b}$가 각각 정수인 경우가 있다.

(i) $\sqrt{2a+40}=\sqrt{90-b}$인 경우

$\sqrt{2a+40}-\sqrt{90-b}=0$

(ii) $\sqrt{2a+40}$, $\sqrt{90-b}$가 각각 정수인 경우

$\sqrt{2a+40}-\sqrt{90-b}$가 가장 작은 정수가 되려면 $\sqrt{2a+40}$이 가장 작은 정수가 되고 $\sqrt{90-b}$가 가장 큰 정수가 되면 된다.

$2a+40$은 40보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴의 수 중 짝수이면서 가장 작은 수이므로

$2a+40=64$

$\therefore a=12$

$90-b$는 90보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴의 수 중 가장 큰 수이므로

$90-b=81$

$\therefore b=9$

이때 $\sqrt{2a+40}-\sqrt{90-b}=8-9=-1$

$\sqrt{2a+40}-\sqrt{90-b}$는 (ii)일 때 더 작으므로

$a+b=12+9=21$

2-1 풀이 전략 $\sqrt{A}-\sqrt{B}$의 꼴이 정수가 되려면 $A=B$인 경우와 $\sqrt{A}$, $\sqrt{B}$가 각각 정수인 경우를 생각한다.

$\sqrt{64-2x}-\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}$가 정수가 되는 경우는

$\sqrt{64-2x}=\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}$인 경우와 $\sqrt{64-2x}$, $\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}$가 각각 정수인 경우가 있다.

(i) $\sqrt{64-2x}=\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}$인 경우

$\sqrt{64-2x}-\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}=0$

(ii) $\sqrt{64-2x}$, $\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}$가 각각 정수인 경우

$\sqrt{64-2x}-\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}$가 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{64-2x}$가 가장 큰 정수가 되고 $\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}$가 가장 작은 정수가 되면 된다.

$64-2x$는 64보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴의 수 중 짝수이면서 가장 큰 수이므로

$64-2x=36$

$\therefore x=14$

$y+15$는 15보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴의 수 중 가장 작은 수이고 $\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}$가 정수가 되려면 $\sqrt{y+15}$가 3의 배수가 되어야 하므로

$y+15=36$

$\therefore y=21$

이때 $\sqrt{64-2x}-\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}=6-2=4$

$\sqrt{64-2x}-\dfrac{\sqrt{y+15}}{3}$는 (ii)일 때 더 크므로

$y-x=21-14=7$

3 풀이 전략 양수 a, b, x에 대하여 $a<\sqrt{x}<b$이면 $a^2<x<b^2$임을 이용한다.

$2<\sqrt{nx}<3$의 각 변을 제곱하면

$4<nx<9$

nx는 자연수이므로 부등식을 만족시키는 nx의 값은 5, 6, 7, 8이다.

그러므로 가능한 x의 값은 $\dfrac{5}{n}$, $\dfrac{6}{n}$, $\dfrac{7}{n}$, $\dfrac{8}{n}$이고

x의 값의 합은

$\frac{5}{n}+\frac{6}{n}+\frac{7}{n}+\frac{8}{n}=13$

$\frac{26}{n}=13$

$\therefore n=2$

3-1 풀이 전략 양수 a, b, x에 대하여 $a\le\sqrt{x}<b$이면 $a^2\le x<b^2$임을 이용한다.

$3\le\sqrt{\frac{nx}{3}}<\sqrt{10}$의 각 변을 제곱하면

$9\le\frac{nx}{3}<10$

$27\le nx<30$

nx는 자연수이므로 부등식을 만족시키는 nx의 값은 27, 28, 29이다.

그러므로 가능한 x의 값은 $\frac{27}{n}$, $\frac{28}{n}$, $\frac{29}{n}$이고

x의 값의 합은

$\frac{27}{n}+\frac{28}{n}+\frac{29}{n}=21$

$\frac{84}{n}=21$

$\therefore n=4$

4 풀이 전략 어떤 도형을 수직선을 따라 한 바퀴 굴릴 때, 도형 위의 모든 점들은 그 도형의 둘레의 길이만큼 수직선을 따라 평행이동한다.

반원 AOB의 반지름의 길이가 1이므로

반원 AOB의 지름의 길이는 2,

반원 AOB의 호의 길이는 π이다.

반원 AOB의 둘레의 길이는 $\pi+2$이므로 점 O′은 점 O에서 오른쪽 방향으로 $\pi+2$만큼 평행이동한 점이다.

점 O에 대응하는 수가 0이므로 점 O′에 대응하는 수 $a=\pi+2$이다.

① $a=\pi+2$이므로 a는 무리수이다.

② $\pi-a=-2$이므로 $\pi-a$는 유리수이다.

③ $a=\pi+2>2$이므로 a는 2보다 큰 수이다.

④ $\sqrt{5}<3$이고 $3<\pi$이므로 $\sqrt{5}<\pi$
$2+\sqrt{5}<2+\pi=a$이므로 a는 $2+\sqrt{5}$보다 큰 수이다.

⑤ $2a=2\pi+4$이고 $2\pi+4$는 무리수이므로 $2a$는 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어진다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

4-1 풀이 전략 어떤 도형을 수직선을 따라 한 바퀴 굴릴 때, 도형 위의 모든 점들은 도형의 둘레의 길이만큼 수직선을 따라 평행이동한다.

부채꼴의 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 90°이므로 부채꼴의 호의 길이는

$2\pi\times4\times\frac{90}{360}=2\pi$

따라서 부채꼴의 둘레의 길이가 $2\pi+8$이고 점 P에 대응하는 수가 2이므로 점 Q에 대응하는 수는

$(2\pi+8)+2=2\pi+10$

서술형 집중 연습

본문 20쪽

예제 1 $\sqrt{2}$	유제 1 $\sqrt{3}$
예제 2 $2a-2c$	유제 2 $a-2b+c$
예제 3 29	유제 3 71

예제 4 $-\sqrt{\frac{25}{9}}$, $-\sqrt{2.5}$, $3-\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{3}+1$

유제 4 $\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\frac{1}{3}$, $2-\sqrt{5}$, -2.5, $-\sqrt{7}$

예제 1 큰 직사각형의 세로의 길이를 x $(x>0)$라 하면 작은 직사각형의 가로의 길이는 $\boxed{1}$, 세로의 길이는 $\boxed{\frac{x}{2}}$이다. ··· 1단계

큰 직사각형과 작은 직사각형이 닮음이므로 비례식을 세우면

$1:x=\boxed{\frac{x}{2}}:1$ ··· 2단계

$x^2=\boxed{2}$

x는 $\boxed{2}$의 양의 제곱근이므로 $\boxed{\sqrt{2}}$이다.

따라서 큰 직사각형의 세로의 길이는 $\boxed{\sqrt{2}}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	변의 길이를 미지수로 설정한 경우	20%
2단계	닮음비를 이용하여 식을 세운 경우	40%
3단계	큰 직사각형의 세로의 길이를 구한 경우	40%

유제 1 작은 직사각형의 가로의 길이를 x $(x>0)$라 하면 큰 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $3x$, 3이고 작은 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 x, 3이다. ··· 1단계

큰 직사각형과 작은 직사각형이 닮음이므로 비례식을 세우면

$3x : 3=3 : x$ ··· 2단계

$x^2=3$

x는 3의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{3}$이다.

따라서 작은 직사각형의 가로의 길이는 $\sqrt{3}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	변의 길이를 미지수로 설정한 경우	20%
2단계	닮음비를 이용하여 식을 세운 경우	40%
3단계	작은 직사각형의 가로의 길이를 구한 경우	40%

예제 2 $a-b \boxed{>} 0$, $b-c \boxed{>} 0$, $c-a \boxed{<} 0$ ··· 1단계

이므로

$\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(b-c)^2}+\sqrt{(c-a)^2}$

$=|a-b|+|b-c|+|c-a|$

$=(a-b)+(b-c)+(\boxed{a-c})$

$=\boxed{2a-2c}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$\sqrt{(\quad)^2}$ 안의 식의 부호를 구한 경우	30%
2단계	식을 간단히 하여 답을 구한 경우	70%

유제 2 $\sqrt{4b^2}=\sqrt{(2b)^2}$이고

$a+b>0$, $b-c<0$, $2b>0$ ··· 1단계

이므로

$\sqrt{(a+b)^2}+\sqrt{(b-c)^2}-\sqrt{4b^2}$

$=|a+b|+|b-c|-|2b|$

$=(a+b)-(b-c)-2b$

$=a-2b+c$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$\sqrt{(\quad)^2}$ 안의 식의 부호를 구한 경우	30%
2단계	식을 간단히 하여 답을 구한 경우	70%

예제 3 $504=2^{\boxed{3}}\times 3^{\boxed{2}}\times 7$이므로

$\sqrt{504x}=\sqrt{2^{\boxed{3}}\times 3^{\boxed{2}}\times 7\times x}$가 자연수가 되도록 하는

x의 값 중 가장 작은 자연수는 $\boxed{14}$이다. ··· 1단계

$540=2^{\boxed{2}}\times 3^{\boxed{3}}\times 5$이므로

$\sqrt{\frac{540}{y}}=\sqrt{\frac{2^{\boxed{2}}\times 3^{\boxed{3}}\times 5}{y}}$가 자연수가 되도록 하는

y의 값 중 가장 작은 자연수는 $\boxed{15}$이다. ··· 2단계

따라서 구하는 두 수의 합은 $\boxed{29}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값 중 가장 작은 자연수를 구한 경우	40%
2단계	y의 값 중 가장 작은 자연수를 구한 경우	40%
3단계	두 수의 합을 구한 경우	20%

유제 3 $84=2^2\times 3\times 7$이므로 $\sqrt{84a}=\sqrt{2^2\times 3\times 7\times a}$가 자연수가 되도록 하는 a의 값 중 가장 작은 자연수는 21이다. ··· 1단계

$450=2\times 3^2\times 5^2$이므로 $\sqrt{\frac{450}{b}}=\sqrt{\frac{2\times 3^2\times 5^2}{b}}$이 자연수가 되도록 하는 b의 값 중 가장 큰 두 자리의 자연수는 50이다. ··· 2단계

따라서 구하는 두 수의 합은 71이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값 중 가장 작은 자연수를 구한 경우	40%
2단계	b의 값 중 가장 큰 두 자리의 자연수를 구한 경우	40%
3단계	두 수의 합을 구한 경우	20%

예제 4 (i) 음수 $-\sqrt{2.5}$, $-\sqrt{\frac{25}{9}}$의 대소를 비교하자.

$-\sqrt{2.5}=-\sqrt{\frac{25}{10}}$이고 $\frac{25}{10} \boxed{<} \frac{25}{9}$이므로

$\sqrt{\frac{25}{10}} \boxed{<} \sqrt{\frac{25}{9}}$

$\therefore -\sqrt{2.5}=-\sqrt{\frac{25}{10}} \boxed{>} -\sqrt{\frac{25}{9}}$ ··· 1단계

(ii) 양수 2, $\sqrt{3}+1$, $3-\sqrt{3}$의 대소를 비교하자.

$2-(\sqrt{3}+1)=1-\sqrt{3} \boxed{<} 0$이므로

$2 \boxed{<} \sqrt{3}+1$

$2-(3-\sqrt{3})=-1+\sqrt{3} \boxed{>} 0$이므로

$2 \boxed{>} 3-\sqrt{3}$ ··· 2단계

(i), (ii)에 의하여 작은 것부터 차례대로 나열하면

$\boxed{-\sqrt{\frac{25}{9}}}$, $\boxed{-\sqrt{2.5}}$, $\boxed{3-\sqrt{3}}$, $\boxed{2}$, $\boxed{\sqrt{3}+1}$이다.

··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	음수의 대소를 비교한 경우	40%
2단계	양수의 대소를 비교한 경우	40%
3단계	작은 것부터 차례대로 나열한 경우	20%

유제 4 (i) 음수 -2.5, $2-\sqrt{5}$, $-\sqrt{7}$의 대소를 비교하면

$-2.5=-\sqrt{6.25}$이므로

$-2.5>-\sqrt{7}$

$-1<2-\sqrt{5}<0$이므로

$-\sqrt{7}<-2.5<2-\sqrt{5}$ ··· 1단계

(ii) 양수 $\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\frac{1}{3}$의 대소를 비교하면

$\sqrt{5}<3$이므로 $\frac{1}{3}<\frac{1}{\sqrt{5}}$ ··· 2단계

(i), (ii)에 의하여 큰 것부터 차례대로 나열하면

$\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\frac{1}{3}$, $2-\sqrt{5}$, -2.5, $-\sqrt{7}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	음수의 대소를 비교한 경우	40%
2단계	양수의 대소를 비교한 경우	40%
3단계	큰 것부터 차례대로 나열한 경우	20%

중단원 실전 테스트 1회 　본문 22쪽

01 ①, ④	**02** ①	**03** ⑤	**04** ⑤	**05** ③
06 ④	**07** ④	**08** ③	**09** ④	**10** ⑤
11 ③	**12** ②	**13** $\frac{1}{6}$	**14** $2a-1+\frac{1}{a}$	
15 168	**16** $-\sqrt{2}$, $1.\dot{4}$, $\sqrt{2.5}$, 2, $\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{20}{3}}$			

01 ① 16의 제곱근은 ±4이므로 -4는 16의 제곱근이다.

② 1의 제곱근은 ±1이다.

③ $0^2=0$이므로 제곱하여 0이 되는 수는 0으로 존재한다.

④ $(-5)^2=25$의 제곱근은 ±5이다.

⑤ 제곱근 4는 $\sqrt{4}=2$이다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

02 $\sqrt{256}=\sqrt{16^2}=16$이므로 $\sqrt{256}$의 제곱근은 16의 제곱근인 ±4이다.

03 $\sqrt{40-n}$이 자연수가 되려면 $40-n$은 (자연수)^{2}의 꼴인 수이어야 한다.

40보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴인 수는

1, 4, 9, 16, 25, 36이므로

가장 큰 자연수 n의 값은

$40-n=1$일 때인 $n=39$이고,

가장 작은 자연수 n의 값은

$40-n=36$일 때인 $n=4$이다.

따라서 $A=39$, $B=4$이므로

$A-B=35$

04 $1<x<2$이므로

$x-1>0$, $x-3<-1<0$

$\therefore \sqrt{(x-1)^2}-\sqrt{(x-3)^2}$

$=|x-1|-|x-3|$

$=(x-1)-(3-x)$

$=2x-4$

05 ① $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{7}<\sqrt{9}=3$

② $6=\sqrt{36}$이므로 $6=\sqrt{36}<\sqrt{37}$

③ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\frac{1}{10}<\frac{1}{9}$이므로

$\sqrt{\frac{1}{10}}<\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$

④ $4=\sqrt{16}$이므로 $\sqrt{15}<\sqrt{16}=4$

$\therefore -\sqrt{15}>-4$

⑤ $\sqrt{6}<\sqrt{7}$의 양변을 5로 나누면

$\frac{\sqrt{6}}{5}<\frac{\sqrt{7}}{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

06 $0<x<1$의 각 변에 양수 x를 곱하면

$0<x^2<x$

$x^2<x$의 양변에 근호를 씌우면

$\sqrt{x^2}<\sqrt{x}$이고 $\sqrt{x^2}=x$이므로

$x<\sqrt{x}$

따라서 $0<x<1$이면

$0<x^2<x<\sqrt{x}<1$

ㄱ. $x^2<x<1$의 각 변을 x로 나누면

$x<1<\frac{1}{x}$이므로 $x<\frac{1}{x}$ (참)

ㄴ. $\sqrt{x}<1$이므로 $1<\frac{1}{\sqrt{x}}$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{x}}-1>0$ (참)

ㄷ. $\frac{1}{\sqrt{x}}$은 1보다 크지만 x^2은 1보다 작으므로

$x^2<\frac{1}{\sqrt{x}}$ (거짓)

ㄹ. $x^2<1$이므로 $x^2-1<0$

$\therefore \sqrt{(x^2-1)^2}=1-x^2$ (참)

ㅁ. $x<\sqrt{x}$ (거짓)

ㅂ. $x^2<\sqrt{x}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅂ으로 4개이다.

07 $-\sqrt{17} \le -\sqrt{3x-1} < -2$이므로

$2 < \sqrt{3x-1} \le \sqrt{17}$

위 부등식의 각 변을 제곱하면

$4 < 3x-1 \le 17$, $5 < 3x \le 18$

$\therefore \frac{5}{3} < x \le 6$

따라서 위 부등식을 만족시키는 자연수 x의 값은 2, 3, 4, 5, 6이므로 x의 값의 합은 20이다.

08 ① $3.\dot{1}\dot{4}$는 순환소수이므로 유리수이다.

② $\sqrt{0.81} = \sqrt{(0.9)^2} = 0.9$이므로 유리수이다.

③ $\pi = 3.141592\cdots$, $\pi - 3.14 = 0.001592\cdots$

$\pi - 3.14$는 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지므로 무리수이다.

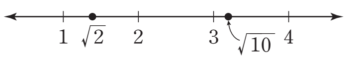
④ $\sqrt{3.24} = \sqrt{(1.8)^2} = 1.8$이므로 유리수이다.

⑤ $-\sqrt{121} = -\sqrt{11^2} = -11$이므로 유리수이다.

따라서 무리수인 것은 ③이다.

09 정사각형의 대각선의 길이는 피타고라스 정리에 의하여 $\sqrt{2}$이므로 점 A에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$이다.

10 $1 < \sqrt{2} < 2$이고 $3 < \sqrt{10} < 4$이므로 두 수를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



① $\sqrt{2} < \sqrt{5} < \sqrt{10}$이므로 $\sqrt{5}$는 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 수이다.

② $2 < \sqrt{2}+1 < 3$이므로 $\sqrt{2}+1$은 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 수이다.

③ $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$은 둘 다 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 수이며, $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{2}$은 두 수의 평균이므로 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있다.

④ $2 < \sqrt{10}-1 < 3$이므로 $\sqrt{10}-1$은 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 수이다.

⑤ $\sqrt{2}+3 > 4$이므로 $\sqrt{2}+3$은 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있지 않다.

따라서 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있지 않은 수는 ⑤이다.

11 ③ $\sqrt{2}$와 $-\sqrt{2}$는 서로 다른 두 무리수이지만 두 수의 합은 0으로 유리수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

12 ① $\sqrt{5} < 3$이고 양변을 $\sqrt{2}$로 나누면 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} < \frac{3}{\sqrt{2}}$

② $4 = \sqrt{16} < \sqrt{18}$이므로 $-\sqrt{18} < -4$

③ $5 - (\sqrt{5}+3) = 2 - \sqrt{5} = \sqrt{4} - \sqrt{5} < 0$이므로

$5 < \sqrt{5}+3$

④ $3 - (2+\sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3} < 0$이므로 $3 < 2+\sqrt{3}$

⑤ $10 < 12$이므로 $\sqrt{10} < \sqrt{12}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

13 x, y는 각각 1부터 6까지의 수이므로

(전체 경우의 수)$=6 \times 6 = 36$ ··· 1단계

(ⅰ) $x=1$일 때

$\sqrt{72xy} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times y}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 y의 값은 2이다.

(ⅱ) $x=2$일 때

$\sqrt{72xy} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times y}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 y의 값은 1, 4이다.

(ⅲ) $x=3$일 때

$\sqrt{72xy} = \sqrt{2^3 \times 3^3 \times y}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 y의 값은 6이다.

(ⅳ) $x=4$일 때

$\sqrt{72xy} = \sqrt{2^5 \times 3^2 \times y}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 y의 값은 2이다.

(ⅴ) $x=5$일 때

$\sqrt{72xy} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times 5 \times y}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 y의 값은 없다.

(ⅵ) $x=6$일 때

$\sqrt{72xy} = \sqrt{2^4 \times 3^3 \times y}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 y의 값은 3이다.

따라서 $\sqrt{72xy}$가 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (x, y)는 (1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 6), (4, 2), (6, 3)으로 6개이므로 경우의 수는 6이다. ··· 2단계

따라서 $\sqrt{72xy}$가 자연수가 될 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	20%
2단계	$\sqrt{72xy}$가 자연수가 되는 경우의 수를 구한 경우	60%
3단계	$\sqrt{72xy}$가 자연수가 될 확률을 구한 경우	20%

14 $0 < a < 1$이므로 $a < 1 < \frac{1}{a}$

$a+\frac{1}{a}>0,\ a-\frac{1}{a}<0,\ 1-\frac{1}{a}<0$ ··· 1단계

$\therefore \sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(1-\frac{1}{a}\right)^2}$

$=\left|a+\frac{1}{a}\right|-\left|a-\frac{1}{a}\right|+\left|1-\frac{1}{a}\right|$

$=\left(a+\frac{1}{a}\right)+\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(1-\frac{1}{a}\right)$

$=2a-1+\frac{1}{a}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$\sqrt{(\quad)^2}$ 안의 식의 부호를 구한 경우	30%
2단계	식을 간단히 하여 답을 구한 경우	70%

15 $\sqrt{2n}$, $\sqrt{3n}$, $\sqrt{4n}$ 중 하나 이상의 수가 유리수가 되는 경우의 수를 먼저 구한 뒤, 200에서 빼면 $\sqrt{2n}$, $\sqrt{3n}$, $\sqrt{4n}$이 모두 무리수가 되는 자연수 n의 개수를 구할 수 있다.

(i) $\sqrt{2n}$이 유리수가 되는 경우
가능한 자연수 n은
$2\times1^2,\ 2\times2^2,\ 2\times3^2,\ \cdots,\ 2\times10^2$
으로 10개이다.

(ii) $\sqrt{3n}$이 유리수가 되는 경우
가능한 자연수 n은
$3\times1^2,\ 3\times2^2,\ 3\times3^2,\ \cdots,\ 3\times8^2$
으로 8개이다.

(iii) $\sqrt{4n}$이 유리수가 되는 경우
가능한 자연수 n은
$1^2,\ 2^2,\ 3^2,\ \cdots,\ 14^2$
으로 14개이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구한 자연수 n끼리 중복되는 경우는 없으므로 $\sqrt{2n}$, $\sqrt{3n}$, $\sqrt{4n}$ 중 하나 이상의 수가 유리수가 되는 경우의 수는

$10+8+14=32$ ··· 1단계

따라서 $\sqrt{2n}$, $\sqrt{3n}$, $\sqrt{4n}$이 모두 무리수가 되는 자연수 n의 개수는

$200-32=168$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	하나 이상의 수가 유리수가 되는 경우의 수를 구한 경우	70%
2단계	모두 무리수가 되도록 하는 n의 개수를 구한 경우	30%

16 $-\sqrt{2}$를 제외하고는 모두 양수이므로

가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$

$2=\sqrt{4}$이고 $2.5<4<6<\frac{20}{3}$이므로

$\sqrt{2.5}<2<\sqrt{6}<\sqrt{\frac{20}{3}}$

$1.\dot{4}<1.5$이고 $1.5=\sqrt{2.25}<\sqrt{2.5}$이므로

$1.\dot{4}<\sqrt{2.5}$ ··· 1단계

따라서 작은 수부터 차례대로 나열하면

$-\sqrt{2},\ 1.\dot{4},\ \sqrt{2.5},\ 2,\ \sqrt{6},\ \sqrt{\frac{20}{3}}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	대소 비교를 논리적으로 한 경우	70%
2단계	작은 수부터 차례대로 나열한 경우	30%

중단원 실전 테스트 2회

본문 25쪽

01 ①, ⑤	02 ④	03 ③	04 ③	05 ⑤
06 ③	07 ①, ③	08 ⑤	09 ③	10 ③
11 ④	12 ⑤	13 $2a$	14 12	15 66
16 7				

01 ① 900의 제곱근은 ±30
② 24의 제곱근은 $\pm\sqrt{24}$
③ $\sqrt{4}=2$이므로 $\sqrt{4}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$
④ $\sqrt{0.81}=\sqrt{(0.9)^2}=0.9$이므로
$\sqrt{0.81}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.9}$
⑤ $\left(-\frac{9}{4}\right)^2=\frac{81}{16}$의 제곱근은 $\pm\frac{9}{4}$
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

02 두 정사각형 모양의 화단의 넓이의 합은
$5^2+3^2=34(\text{m}^2)$
이므로 새로운 정사각형 모양의 화단의 넓이는 $34\ \text{m}^2$이다.
따라서 새로운 정사각형 모양의 화단의 한 변의 길이는 $\sqrt{34}$ m이다.

03 ① $\sqrt{121}=\sqrt{11^2}=11$
② $(-\sqrt{15})^2=15$
③ $\sqrt{(-0.4)^2}=0.4$
④ $\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2=\frac{(\sqrt{6})^2}{2^2}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$
⑤ $-\sqrt{81}=-\sqrt{9^2}=-9$

따라서 옳은 것은 ③이다.

04 ㄱ. $a<0$이므로 $\sqrt{a^2}=|a|=-a$ (참)

ㄴ. $-3a>0$이므로

$\sqrt{(-3a)^2}=|-3a|=-3a$ (참)

ㄷ. $9a<0$이므로

$\sqrt{(9a)^2}=|9a|=-9a$ (거짓)

ㄹ. $a<0$이므로

$4\sqrt{a^2}=4|a|=-4a$ (거짓)

ㅁ. $-a>0$이므로

$-\sqrt{(-a)^2}=-|-a|=-(-a)=a$ (참)

ㅂ. $10a<0$이므로

$\sqrt{100a^2}=\sqrt{(10a)^2}=|10a|=-10a$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ의 3개이다.

05 ① $3=\sqrt{9}$이고 $9>\frac{23}{3}$이므로

$3=\sqrt{9}>\sqrt{\frac{23}{3}}$

② $-\sqrt{7}$은 음수이고 $\sqrt{3}$은 양수이므로

$-\sqrt{7}<\sqrt{3}$

③ $(\sqrt{3}+1)-4=\sqrt{3}-3=\sqrt{3}-\sqrt{9}<0$

이므로 $\sqrt{3}+1<4$

④ $\frac{1}{7}=\sqrt{\frac{1}{49}}$이고 $\frac{1}{49}>\frac{1}{50}$이므로

$\frac{1}{7}=\sqrt{\frac{1}{49}}>\sqrt{\frac{1}{50}}$

⑤ $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$이므로

$-3=-\sqrt{9}>-\sqrt{10}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

06 $6\le\sqrt{2x-3}\le7$의 각 변을 제곱하면

$36\le2x-3\le49$, $39\le2x\le52$

$\therefore \frac{39}{2}\le x\le26$

따라서 위 부등식을 만족시키는 자연수 x의 값은 20, 21, 22, $\cdots$, 26으로 7개이다.

07 ① $\sqrt{0.444\cdots}=\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$이므로

$\frac{\sqrt{0.444\cdots}}{2}=\frac{1}{3}$은 유리수이다.

③ $\sqrt{144}=\sqrt{12^2}=12$는 유리수이다.

따라서 무리수가 아닌 것은 ①, ③이다.

08 □ 안의 수에 해당하는 것은 무리수이다.

① $\sqrt{0.16}=\sqrt{(0.4)^2}=0.4$이므로 유리수이다.

② $-\frac{2}{\sqrt{9}}=-\frac{2}{3}$이므로 유리수이다.

③ $\sqrt{\frac{25}{49}}=\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2}=\frac{5}{7}$이므로 유리수이다.

④ $3-\sqrt{4}=3-2=1$이므로 유리수이다.

따라서 무리수에 해당하는 것은 ⑤이다.

09 $\overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{2}$이고

점 C에 대응하는 수가 0이므로

점 P에 대응하는 수는 $-\sqrt{2}$이다.

$\overline{FQ}=\overline{FH}=\sqrt{2}$이고

점 F에 대응하는 수가 1이므로

점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$이다.

10 ① 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

② $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

④ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

⑤ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

11 ① $\sqrt{2}<\sqrt{3}$의 양변에서 5를 빼면

$\sqrt{2}-5 \boxed{<} \sqrt{3}-5$

② $2-(\sqrt{10}-1)=3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$

이므로 $2 \boxed{<} \sqrt{10}-1$

③ $(\sqrt{7}+1)-4=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

이므로 $\sqrt{7}+1 \boxed{<} 4$

④ $\sqrt{(-4)^2}=4$이고

$(6-\sqrt{2})-4=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$이므로

$6-\sqrt{2}>4$

$6-\sqrt{2} \boxed{>} \sqrt{(-4)^2}$

⑤ $\sqrt{5}<3$의 양변에서 $\sqrt{13}$을 빼면

$\sqrt{5}-\sqrt{13}<3-\sqrt{13}$

$\therefore \sqrt{5}-\sqrt{13} \boxed{<} -\sqrt{13}+3$

따라서 부등호 방향이 다른 하나는 ④이다.

12 $a-b=(2-\sqrt{7})-(-1)$

$=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$

이므로 $a>b$

$b-c=(-1)-(-\sqrt{7}+1)$

$=\sqrt{7}-2=\sqrt{7}-\sqrt{4}>0$

이므로 $b>c$

$\therefore c<b<a$

13 $ab<0$이므로 a, b는 다른 부호이고

$2a-b>0$, $2a>b$이므로 a가 양수, b가 음수이어야 한다.

$\therefore a-b>0$, $a>0$, $b<0$ ··· 1단계

$\therefore \sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}$

$=|a-b|+|a|-|b|$

$=(a-b)+a-(-b)$

$=2a$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$\sqrt{(\quad)^2}$ 안의 식의 부호를 구한 경우	40%
2단계	식을 간단히 하여 답을 구한 경우	60%

14 $\frac{5}{2}<\sqrt{3n}<4$의 각 변을 제곱하면

$\frac{25}{4}<3n<16$

$\therefore \frac{25}{12}<n<\frac{16}{3}$

$\frac{25}{12}=2.\times\times\times$, $\frac{16}{3}=5.\times\times\times$이므로 부등식을 만족시키는 자연수 n의 값은

3, 4, 5 ··· 1단계

따라서 n의 값의 합은

$3+4+5=12$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	자연수 n의 값을 모두 구한 경우	60%
2단계	자연수 n의 값의 합을 구한 경우	40%

15 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$

이므로

$N(1)=0$

$N(2)=N(3)=N(4)=1$

$N(5)=N(6)=\cdots=N(9)=2$

$N(10)=N(11)=\cdots=N(16)=3$

$N(17)=N(18)=\cdots=N(24)=4$ ··· 1단계

$\therefore N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(24)$

$=1\times3+2\times5+3\times7+4\times8$

$=66$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	자연수 x에 따라 $\sqrt{x}$보다 작은 자연수의 개수를 구한 경우	40%
2단계	$N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(24)$의 값을 구한 경우	60%

16 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

$\overline{CD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{5}$이고

점 A에 대응하는 수가 -1이므로

점 P에 대응하는 수는 $a=-1-\sqrt{5}$ ··· 1단계

$\overline{CQ}=\overline{CD}=\sqrt{2}$이고

점 C에 대응하는 수가 2이므로

점 Q에 대응하는 수는 $b=2+\sqrt{2}$ ··· 2단계

$\therefore (a+1)^2+(b-2)^2=(-\sqrt{5})^2+(\sqrt{2})^2$

$=5+2=7$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	30%
2단계	b의 값을 구한 경우	30%
3단계	$(a+1)^2+(b-2)^2$의 값을 구한 경우	40%

2 근호를 포함한 식의 계산

개념 체크 본문 30쪽

01 (1) $\sqrt{6}$ (2) $-\sqrt{21}$ (3) $4\sqrt{10}$ (4) $\sqrt{30}$

02 (1) $\sqrt{6}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{35}$

03 (1) $2\sqrt{6}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ (4) $\frac{\sqrt{5}}{8}$

04 (1) $\sqrt{28}$ (2) $-\sqrt{75}$ (3) $\sqrt{\frac{5}{81}}$ (4) $-\sqrt{\frac{3}{49}}$

05 (1) $\sqrt{7}$, $\sqrt{7}$, $\frac{\sqrt{21}}{7}$ (2) $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

06 (1) $7\sqrt{5}$ (2) $-5\sqrt{3}$ (3) $3\sqrt{7}$

07 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $-2\sqrt{2}$

08 (1) $\sqrt{6}+2$ (2) $\sqrt{5}-2\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{2}-\sqrt{5}$ (4) $4\sqrt{3}$
(5) $4\sqrt{2}+\sqrt{6}$

09 (1) 1.058 (2) 1.153 (3) 11.05 (4) 0.1054

10 (1) 정수 부분: 2, 소수 부분: $\sqrt{5}-2$
(2) 정수 부분: 3, 소수 부분: $2-\sqrt{3}$

대표 유형 본문 32쪽

01 ⑤	**02** 21	**03** ③	**04** ⑤	**05** ③
06 $\frac{1}{10}$	**07** ④	**08** $\frac{3}{5}$	**09** ⑤	**10** ②
11 ②	**12** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ cm	**13** ①	**14** ②	**15** $8\sqrt{6}$
16 ④	**17** ②	**18** $\frac{99\sqrt{6}}{2}$ cm^2		**19** ⑤
20 ③	**21** ⑤	**22** ②	**23** ③	
24 $3-\sqrt{5}$				

01 ⑤ $2\sqrt{96}\div\sqrt{6}=2\sqrt{\frac{96}{6}}=2\sqrt{16}=8$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

02 $2\sqrt{5}\times4\sqrt{\frac{8}{5}}\times\sqrt{2.5}\times\sqrt{a}$

$=8\sqrt{5\times\frac{8}{5}\times2.5\times a}$

$=8\sqrt{20a}$

$8\sqrt{20a}=8\sqrt{420}$이므로

$20a=420$

$\therefore a=21$

03 $-12\sqrt{5}\div\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{39}}\div\frac{3\sqrt{13}}{\sqrt{2}}$

$=-12\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{39}}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{13}}$

$=-2\sqrt{5\times\frac{39}{3}\times\frac{2}{13}}$

$=-2\sqrt{10}$

따라서 $a=-2$, $b=10$이므로

$a+b=8$

04 $75=3\times5^2$이므로

$\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$

$\therefore a=3$

$6\sqrt{2}=\sqrt{6^2\times2}=\sqrt{72}$이므로

$b=72$

$\therefore a+b=75$

05 $\sqrt{0.28}=\sqrt{\frac{28}{100}}=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{100}}$

$=\frac{\sqrt{2^2\times7}}{\sqrt{10^2}}=\frac{2\sqrt{7}}{10}=\frac{\sqrt{7}}{5}$

$\therefore k=\frac{1}{5}$

06 $\sqrt{2000}=\sqrt{20\times100}=\sqrt{10^2\times20}=10\sqrt{20}$

이므로 $\sqrt{2000}$은 $\sqrt{20}$의 10배이다.

$\sqrt{0.00013}=\sqrt{1.3\times\frac{1}{10000}}$

$=\sqrt{\left(\frac{1}{100}\right)^2\times1.3}$

$=\frac{\sqrt{1.3}}{100}$

이므로 $\sqrt{0.00013}$은 $\sqrt{1.3}$의 $\frac{1}{100}$배이다.

따라서 $A=10$, $B=\frac{1}{100}$이므로

$AB=\frac{1}{10}$

07 ① $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

③ $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$

④ $\frac{4\sqrt{5}}{7\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{7\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{15}}{21}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{40}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{10}}{2\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{30}}{20}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

08 $\frac{6}{\sqrt{24}}=\frac{6}{2\sqrt{6}}=\frac{3}{\sqrt{6}}$이므로 분모를 유리화하면

$\frac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore\ a=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{10}$이므로

$b=\frac{1}{10}$

$\therefore\ a+b=\frac{1}{2}+\frac{1}{10}=\frac{3}{5}$

09 $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$이므로

$\frac{6\sqrt{a}}{\sqrt{48}}=\frac{6\sqrt{a}\times\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3a}}{12}=\frac{\sqrt{3a}}{2}$

따라서 $\frac{\sqrt{3a}}{2}=\frac{\sqrt{15}}{2}$이므로

$a=5$

10 $\frac{1}{\sqrt{3}}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\times\sqrt{10}=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\sqrt{10}$

$=\sqrt{\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\times10}$

$=\sqrt{\frac{4}{3}}$

$=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

11 $108=6^2\times3,\ 45=3^2\times5$이므로

$\sqrt{108}=6\sqrt{3},\ \sqrt{45}=3\sqrt{5}$

$\sqrt{108}\div a\sqrt{3}\times\sqrt{45}$

$=6\sqrt{3}\div a\sqrt{3}\times3\sqrt{5}$

$=6\sqrt{3}\times\frac{1}{a\sqrt{3}}\times3\sqrt{5}$

$=\frac{18\sqrt{5}}{a}=9\sqrt{5}$

$\therefore\ a=2$

12 직육면체의 높이를 h cm라 하면

$\sqrt{10}\times3\sqrt{2}\times h=2\sqrt{30}$

$\therefore\ h=2\sqrt{30}\times\frac{1}{\sqrt{10}}\times\frac{1}{3\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

따라서 직육면체의 높이는 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ cm이다.

13 $24=2^2\times6,\ 54=3^2\times6$이므로

$\sqrt{24}=2\sqrt{6},\ \sqrt{54}=3\sqrt{6}$

$\therefore\ 3\sqrt{24}+\sqrt{6}-3\sqrt{54}$

$=6\sqrt{6}+\sqrt{6}-9\sqrt{6}$

$=-2\sqrt{6}$

14 $\frac{10}{\sqrt{3}}=\frac{10\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$,

$\sqrt{125}=\sqrt{5^2\times5}=5\sqrt{5}$,

$\frac{15}{\sqrt{5}}=\frac{15\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{15\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}$,

$\frac{6}{\sqrt{27}}=\frac{6}{3\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

이므로

$\frac{10}{\sqrt{3}}-3\sqrt{125}+\frac{15}{\sqrt{5}}+\frac{6}{\sqrt{27}}$

$=\frac{10\sqrt{3}}{3}-15\sqrt{5}+3\sqrt{5}+\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$=4\sqrt{3}-12\sqrt{5}$

따라서 $a=4,\ b=-12$이므로

$a+b=4+(-12)=-8$

15 $A+B=\frac{(6+\sqrt{6})+(6-\sqrt{6})}{\sqrt{3}}$

$=\frac{12}{\sqrt{3}}$

$=\frac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$

$A-B=\frac{(6+\sqrt{6})-(6-\sqrt{6})}{\sqrt{3}}$

$=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{\frac{6}{3}}$

$=2\sqrt{2}$

$\therefore (A+B)(A-B)=4\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=8\sqrt{6}$

16 $(\sqrt{27}-3\sqrt{2})\div\sqrt{3}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$=(\sqrt{27}-3\sqrt{2})\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$=\sqrt{27}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}-3\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}\times\sqrt{2}+\dfrac{4}{\sqrt{2}}\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{9}-\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-4+\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=3-\sqrt{6}-4+2\sqrt{6}$

$=-1+\sqrt{6}$

17 $\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$,

$\sqrt{450}=\sqrt{3^2\times5^2\times2}=15\sqrt{2}$

이므로

$2\sqrt{75}+\sqrt{450}-\dfrac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

$=10\sqrt{3}+15\sqrt{2}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

$=10\sqrt{3}+15\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$=13\sqrt{2}+11\sqrt{3}$

따라서 $a=13$, $b=11$이므로

$a-b=13-11=2$

18 $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$

$\sqrt{147}=\sqrt{7^2\times3}=7\sqrt{3}$

$\sqrt{162}=\sqrt{9^2\times2}=9\sqrt{2}$

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{48}+\sqrt{147})\times\sqrt{162}$

$=\dfrac{1}{2}\times(4\sqrt{3}+7\sqrt{3})\times9\sqrt{2}$

$=\dfrac{1}{2}\times11\sqrt{3}\times9\sqrt{2}$

$=\dfrac{99\sqrt{6}}{2}(\text{cm}^2)$

19 ① $\sqrt{0.0019}=\sqrt{19\times\dfrac{1}{10000}}$

$=\dfrac{1}{100}\sqrt{19}=0.04359$

② $\sqrt{0.019}=\sqrt{1.9\times\dfrac{1}{100}}$

$=\dfrac{1}{10}\sqrt{1.9}=0.1378$

③ $\sqrt{190}=\sqrt{1.9\times100}=10\sqrt{1.9}=13.78$

④ $\sqrt{1900}=\sqrt{19\times100}=10\sqrt{19}=43.59$

⑤ $\sqrt{19000}=\sqrt{1.9\times10000}=100\sqrt{1.9}=137.8$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

20 $\sqrt{0.0123}=\sqrt{1.23\times\dfrac{1}{100}}$

$=\sqrt{1.23}\times\dfrac{1}{10}$

$=1.109\times\dfrac{1}{10}$

$=0.1109$

21 ① $\sqrt{0.0006}=\sqrt{6\times\dfrac{1}{10000}}$

$=\dfrac{1}{100}\sqrt{6}=0.02449$

② $\sqrt{0.0601}=\sqrt{6.01\times\dfrac{1}{100}}$

$=\dfrac{1}{10}\sqrt{6.01}=0.2452$

③ $\sqrt{6.32}=2.514$

④ $\sqrt{630}=\sqrt{6.3\times100}=10\sqrt{6.3}=25.10$

따라서 주어진 표로 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은 ⑤이다.

22 $2<\sqrt{5}<3$이므로

$7<5+\sqrt{5}<8$

따라서 $5+\sqrt{5}$의 정수 부분은 7이다.

$5+\sqrt{5}$의 소수 부분은 $(5+\sqrt{5})-$(정수 부분)이므로

$(5+\sqrt{5})-7=\sqrt{5}-2$

따라서 $a=7$, $b=\sqrt{5}-2$이므로

$a+2b=7+2(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}+3$

23 $\sqrt{144}<\sqrt{150}<\sqrt{169}$이고

$12=\sqrt{144}$, $13=\sqrt{169}$이므로

$12<\sqrt{150}<13$

$\sqrt{150}$의 정수 부분은 12이고

소수 부분은 $\sqrt{150}-12$이므로

$a=12$, $b=\sqrt{150}-12=5\sqrt{6}-12$

$\therefore \sqrt{6}a-b=12\sqrt{6}-(5\sqrt{6}-12)$

$=7\sqrt{6}+12$

24 $4<2+\sqrt{5}<5$이므로

$2+\sqrt{5}$의 정수 부분은 4이고

$2+\sqrt{5}$의 소수 부분은

$(2+\sqrt{5})-4=\sqrt{5}-2$

$3<8-2\sqrt{5}<4$이므로

$8-2\sqrt{5}$의 정수 부분은 3이고

$8-2\sqrt{5}$의 소수 부분은

$(8-2\sqrt{5})-3=5-2\sqrt{5}$

따라서 $a=\sqrt{5}-2$, $b=5-2\sqrt{5}$이므로

$a+b=3-\sqrt{5}$

기출 예상 문제

본문 36쪽

01 ③	02 ③	03 ②	04 ④	05 ①
06 ③	07 ④	08 ①	09 ②	10 ④
11 ②	12 ①	13 ④	14 ⑤	15 -3
16 $-4+3\sqrt{2}$		17 ③	18 ①	19 ④
20 ④	21 ①	22 ②	23 ①	
24 $\frac{\sqrt{2}}{5}$				

01 $2\sqrt{80}\times3\sqrt{20}=2\times3\times\sqrt{80\times20}$

$=6\sqrt{1600}$

$=6\sqrt{40^2}$

$=6\times40=240$

02 $6\sqrt{3}\div\sqrt{6}\div\frac{2}{\sqrt{10}}=6\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{10}}{2}$

$=\frac{6}{2}\times\sqrt{\frac{3\times10}{6}}$

$=3\sqrt{5}$

$3\sqrt{a}=3\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{a}=\sqrt{5}$

$\therefore a=5$

03 $8\sqrt{3}=\sqrt{8^2\times3}=\sqrt{192}$

$\sqrt{252}=\sqrt{2^2\times3^2\times7}=2\times3\times\sqrt{7}=6\sqrt{7}$

따라서 $a=192$, $b=6$이므로

$\frac{a}{b}=32$

04 $\sqrt{18}\times\sqrt{6}\times\sqrt{8}=\sqrt{18\times6\times8}$

$=\sqrt{2^5\times3^3}$

$=\sqrt{(2^2\times3)^2\times2\times3}$

$=12\sqrt{6}$

$a\sqrt{b}=12\sqrt{6}$이므로

$a=12$, $b=6$

$\therefore a+b=18$

05 $6\sqrt{5}=3\sqrt{2^2\times5}=3\sqrt{20}$이므로

$3\sqrt{25+a}=3\sqrt{20}$

$25+a=20$ $\quad\therefore a=-5$

$2\sqrt{7}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{28}$이므로

$\sqrt{40-b}=\sqrt{28}$

$40-b=28$ $\quad\therefore b=12$

$\therefore a+b=7$

06 ① $6ab=6\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6^2\times2\times3}=\sqrt{216}$

② $2a^2b=2\times(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times2^2\times3}=\sqrt{48}$

③ $2ab^2=2\times\sqrt{2}\times(\sqrt{3})^2=\sqrt{2^2\times2\times3^2}=\sqrt{72}$

④ $a^2b^2=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2=\sqrt{2^2\times3^2}=\sqrt{36}$

⑤ $3a^3b=3\times(\sqrt{2})^3\times\sqrt{3}=\sqrt{3^2\times2^3\times3}=\sqrt{216}$

따라서 식의 값이 $\sqrt{72}$와 같은 것은 ③이다.

07 $\frac{3}{\sqrt{15}}=\frac{3\times\sqrt{15}}{\sqrt{15}\times\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{15}}{15}=\frac{\sqrt{15}}{5}$

$\therefore a=\frac{1}{5}$

$\frac{5}{\sqrt{12}}=\frac{5}{2\sqrt{3}}=\frac{5\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$

$\therefore b=\frac{5}{6}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\frac{1}{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

08 $\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{24}}=\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\frac{3\sqrt{6a}}{12}=\frac{\sqrt{6a}}{4}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{12}}{4}$이므로

$\frac{\sqrt{6a}}{4}=\frac{\sqrt{12}}{4}$

$\sqrt{6a}=\sqrt{12}$

$6a=12$이므로 $a=2$

09 $\sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

$=\frac{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}\sqrt{y}}$

$=\frac{x-y}{\sqrt{xy}}$

$=\frac{6}{\sqrt{12}}=\frac{6}{2\sqrt{3}}$

$=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

10 ① $\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

② $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

③ $\dfrac{4}{\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

④ $\dfrac{2\sqrt{14}}{\sqrt{35}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

⑤ $\dfrac{5}{\sqrt{20}}=\dfrac{5}{2\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{5}}{10}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

11 $3\sqrt{2}\times\sqrt{5}\div2\sqrt{10}=3\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\dfrac{1}{2\sqrt{10}}$

$=\dfrac{3}{2}\sqrt{2\times5\times\dfrac{1}{10}}=\dfrac{3}{2}$

12 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\sqrt{\dfrac{2}{3}}\div\dfrac{\sqrt{6}}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{2}{\sqrt{6}}$

$=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{36}}$

$=\dfrac{2\sqrt{2}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

13 ① $5\sqrt{7}+3\sqrt{7}-7\sqrt{7}=(5+3-7)\sqrt{7}=\sqrt{7}$

② $\sqrt{3}-5\sqrt{3}=(1-5)\sqrt{3}=-4\sqrt{3}$

③ $\sqrt{24}+3\sqrt{6}=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}$

$=(2+3)\sqrt{6}$

$=5\sqrt{6}$

④ $6\sqrt{2}-\sqrt{8}-2\sqrt{18}=6\sqrt{2}-2\sqrt{2}-6\sqrt{2}$

$=(6-2-6)\sqrt{2}$

$=-2\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{5}-\dfrac{15}{\sqrt{5}}+\sqrt{125}=5\sqrt{5}-\dfrac{15\sqrt{5}}{5}+5\sqrt{5}$

$=5\sqrt{5}-3\sqrt{5}+5\sqrt{5}$

$=(5-3+5)\sqrt{5}$

$=7\sqrt{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

14 $3\sqrt{24}-5\sqrt{3}+2\sqrt{54}+\sqrt{27}$

$=3\times2\sqrt{6}-5\sqrt{3}+2\times3\sqrt{6}+3\sqrt{3}$

$=6\sqrt{6}-5\sqrt{3}+6\sqrt{6}+3\sqrt{3}$

$=(-5+3)\sqrt{3}+(6+6)\sqrt{6}$

$=-2\sqrt{3}+12\sqrt{6}$

따라서 $a=-2$, $b=12$이므로

$a+b=10$

15 $2\sqrt{48}-2\sqrt{108}+\dfrac{\sqrt{32}}{2}-\dfrac{10}{\sqrt{50}}$

$=2\times4\sqrt{3}-2\times6\sqrt{3}+\dfrac{4\sqrt{2}}{2}-\dfrac{10}{5\sqrt{2}}$

$=8\sqrt{3}-12\sqrt{3}+2\sqrt{2}-\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

$=-4\sqrt{3}+2\sqrt{2}-\dfrac{2\sqrt{2}}{2}$

$=-4\sqrt{3}+2\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

따라서 $a=1$, $b=-4$이므로

$a+b=-3$

16 $2\sqrt{2}=\sqrt{8}<\sqrt{9}=3$이므로

$3-2\sqrt{2}>0$

$5\sqrt{2}=\sqrt{50}>\sqrt{49}=7$이므로

$7-5\sqrt{2}<0$

$\therefore \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}+\sqrt{(7-5\sqrt{2})^2}$

$=|3-2\sqrt{2}|+|7-5\sqrt{2}|$

$=(3-2\sqrt{2})+(-7+5\sqrt{2})$

$=-4+3\sqrt{2}$

17 $\dfrac{3}{\sqrt{6}}=\dfrac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$이므로

(둘레의 길이)$=2\times\left(\sqrt{6}+\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)=3\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

(넓이)$=\dfrac{3}{\sqrt{6}}\times\sqrt{6}=3(\mathrm{cm}^2)$

따라서 $a=3\sqrt{6}$, $b=3$이므로

$ab=9\sqrt{6}$

18 $\dfrac{6}{\sqrt{2}}(2-\sqrt{3})=\dfrac{6\sqrt{2}}{2}(2-\sqrt{3})$

$=3\sqrt{2}(2-\sqrt{3})$

$=6\sqrt{2}-3\sqrt{6}$

$\dfrac{2\sqrt{24}-3\sqrt{8}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}(4\sqrt{6}-6\sqrt{2})}{3}$

$=\dfrac{4\sqrt{18}-6\sqrt{6}}{3}$

$=\dfrac{12\sqrt{2}-6\sqrt{6}}{3}$

$=4\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$\therefore \dfrac{6}{\sqrt{2}}(2-\sqrt{3})-\dfrac{2\sqrt{24}-3\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$

$=(6\sqrt{2}-3\sqrt{6})-(4\sqrt{2}-2\sqrt{6})$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{6}$

19 $\square$ABCD

$=\frac{1}{2}\sqrt{63}(3\sqrt{20}+\sqrt{80}+\sqrt{28})$

$=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{7}(3\times 2\sqrt{5}+4\sqrt{5}+2\sqrt{7})$

$=\frac{3}{2}\sqrt{7}(10\sqrt{5}+2\sqrt{7})$

$=15\sqrt{35}+3\times 7$

$=15\sqrt{35}+21$

20 $\sqrt{423}=\sqrt{100\times 4.23}=10\sqrt{4.23}=20.57$

$\sqrt{431}=\sqrt{100\times 4.31}=10\sqrt{4.31}=20.76$

$\therefore\ \sqrt{423}+\sqrt{431}=20.57+20.76=41.33$

21 $\sqrt{1160}=\sqrt{100\times 11.6}=10\sqrt{11.6}=10a$

$\sqrt{0.0116}=\sqrt{\frac{1.16}{100}}=\frac{\sqrt{1.16}}{10}=\frac{b}{10}$

$\therefore\ \sqrt{1160}+\sqrt{0.0116}=10a+\frac{b}{10}$

22 $3\sqrt{5}=\sqrt{45}$이고

$6=\sqrt{36}<\sqrt{45}<\sqrt{49}=7$이므로

$3\sqrt{5}$의 정수 부분은 6, 소수 부분은 $3\sqrt{5}-6$

$\therefore\ a=3\sqrt{5}-6$

$\therefore\ \frac{a}{a+6}=\frac{3\sqrt{5}-6}{3\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{5}(3\sqrt{5}-6)}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{15-6\sqrt{5}}{15}$

$=1-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

23 $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$이고

$3=\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}=4$이므로

$3<2\sqrt{3}<4$

$\therefore\ 2<6-2\sqrt{3}<3$

$6-2\sqrt{3}$의 정수 부분은 2이고

소수 부분은 $(6-2\sqrt{3})-2=4-2\sqrt{3}$이므로

$a=2,\ b=4-2\sqrt{3}$

$\therefore\ a+\sqrt{3}b=2+\sqrt{3}(4-2\sqrt{3})$

$=2+4\sqrt{3}-2\times 3$

$=4\sqrt{3}-4$

24 $7=\sqrt{49},\ 8=\sqrt{64}$이므로

$7<\sqrt{50}<8,\ 7<\sqrt{60}<8$

$\sqrt{60}$의 정수 부분은 7이고

$\sqrt{50}$의 소수 부분은 $\sqrt{50}-7$이므로

$a=7,\ b=\sqrt{50}-7$

$\therefore\ \frac{2}{a+b}=\frac{2}{\sqrt{50}}=\frac{2}{5\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{5}$

고난도 집중 연습

본문 40쪽

1 -9 **1-1** $-\frac{1}{12}$ **2** ④ **2-1** ④

3 6 **3-1** -4 **4** $10\sqrt{3}+6$

4-1 $(18\sqrt{3}+4\sqrt{6})$ cm

1 풀이 전략 a, b가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$이 유리수가 되기 위해서는 $b=0$이어야 한다.

$\sqrt{27}=3\sqrt{3},\ \sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로

$A=\frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{27}-x\sqrt{2})+\frac{12\sqrt{2}-x\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\times 3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}\times x\sqrt{2}+\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{2x\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=3-\frac{x\sqrt{6}}{3}+4\sqrt{6}-2x$

$=(3-2x)+\left(-\frac{x}{3}+4\right)\sqrt{6}$

A가 유리수이므로

$-\frac{x}{3}+4=0 \qquad \therefore\ x=12$

$A=3-24=-21$

$\therefore\ x+A=12+(-21)=-9$

1-1 풀이 전략 a, b가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$이 유리수가 되기 위해서는 $b=0$이어야 한다.

$\sqrt{45}=3\sqrt{5}$이므로

$\frac{3}{\sqrt{5}}-a\sqrt{5}+\frac{1}{\sqrt{45}}(3a-\sqrt{5})$

$=\frac{3\sqrt{5}}{5}-a\sqrt{5}+\frac{3a}{3\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}$

$=\frac{3\sqrt{5}}{5}-a\sqrt{5}+\frac{a\sqrt{5}}{5}-\frac{1}{3}$

$=\left(\frac{3}{5}-\frac{4a}{5}\right)\sqrt{5}-\frac{1}{3}$

이 계산 결과가 유리수이므로

$\frac{3}{5}-\frac{4a}{5}=0$

$\therefore a=\dfrac{3}{4}$

또한 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $\sqrt{72}=6\sqrt{2}$, $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(b\sqrt{3}-\sqrt{8})+\frac{4}{\sqrt{72}}\left(\frac{1}{\sqrt{12}}-\frac{b}{\sqrt{2}}\right)$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\times b\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{2}}\times 2\sqrt{2}+\frac{4}{6\sqrt{2}}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}-\frac{4}{6\sqrt{2}}\times\frac{b}{\sqrt{2}}$$
$$=\frac{b\sqrt{6}}{2}-2+\frac{\sqrt{6}}{18}-\frac{b}{3}$$
$$=\left(\frac{b}{2}+\frac{1}{18}\right)\sqrt{6}-2-\frac{b}{3}$$

이 계산 결과가 유리수이므로

$$\frac{b}{2}+\frac{1}{18}=0$$
$$\therefore b=-\frac{1}{9}$$
$$\therefore ab=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{9}\right)=-\frac{1}{12}$$

2 풀이 전략 $a>0$, $b>0$일 때 $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$임을 이용하여 제곱근의 값을 구한다.

① $\sqrt{302}=\sqrt{3.02\times100}=10\sqrt{3.02}=17.38$

② $\sqrt{1248}=\sqrt{3.12\times400}=20\sqrt{3.12}=35.32$

③ $\sqrt{27.27}=\sqrt{3.03\times9}=3\sqrt{3.03}=5.223$

⑤ $\sqrt{4800}=\sqrt{3\times1600}=40\sqrt{3}=69.28$

2-1 풀이 전략 $a>0$, $b>0$일 때 $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$임을 이용하여 제곱근의 값을 구한다.

① $\sqrt{0.0101}=\sqrt{1.01\times\dfrac{1}{100}}$

$\qquad=\dfrac{1}{10}\sqrt{1.01}=0.1005$

② $\sqrt{10100}=\sqrt{1.01\times10000}=100\sqrt{1.01}=100.5$

③ $\sqrt{909}=\sqrt{1.01\times900}=30\sqrt{1.01}=30.15$

④ $\sqrt{4040}=\sqrt{10.1\times400}=20\sqrt{10.1}=63.56$

⑤ $\sqrt{0.1616}=\sqrt{1.01\times\dfrac{16}{100}}$

$\qquad=\dfrac{4}{10}\sqrt{1.01}=0.402$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

3 풀이 전략 유리수 a, b와 무리수 $\sqrt{m}$에 대하여 $a\sqrt{m}=b$이면 $a=0$, $b=0$이다.

$\dfrac{2a}{\sqrt{3}}+b=\dfrac{b}{\sqrt{3}}+3+\sqrt{3}$에서

$$\frac{2a\sqrt{3}}{3}+b=\frac{b\sqrt{3}}{3}+3+\sqrt{3}$$
$$\left(\frac{2a}{3}-\frac{b}{3}-1\right)\sqrt{3}=3-b \qquad \cdots\cdots ㉠$$

㉠의 우변이 유리수이므로 좌변도 유리수이다.

$\left(\dfrac{2a}{3}-\dfrac{b}{3}-1\right)\sqrt{3}$이 유리수가 되려면

$\dfrac{2a}{3}-\dfrac{b}{3}-1=0$이므로 우변의 값도 0이다.

$3-b=0$이므로 $b=3$이고

$\dfrac{2a}{3}-\dfrac{3}{3}-1=0$이므로 $a=3$

$\therefore a+b=3+3=6$

3-1 풀이 전략 유리수 a, b와 무리수 $\sqrt{m}$에 대하여 $a\sqrt{m}=b$이면 $a=0$, $b=0$이다.

$$(\text{좌변})=\frac{12\sqrt{11}}{3\sqrt{22}}-2m+\frac{6m\sqrt{2}}{2}$$
$$=2\sqrt{2}-2m+3m\sqrt{2}$$
$$(\text{우변})=n+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times n\sqrt{12}$$
$$=n+2-2n\sqrt{2}$$

이므로

$$2\sqrt{2}-2m+3m\sqrt{2}=n+2-2n\sqrt{2}$$
$$(2+3m+2n)\sqrt{2}=n+2m+2 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

㉠의 우변이 유리수이므로

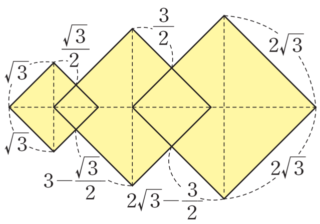
$2+3m+2n=0$, $n+2m+2=0$

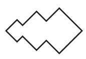
따라서 $m=-2$, $n=2$이므로

$mn=-4$

4 풀이 전략 넓이가 a $(a>0)$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{a}$임을 이용한다.

세 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{3}$, 3, $2\sqrt{3}$이고 각 정사각형이 겹쳐지면서 정사각형의 변이 이등분되므로 변의 길이를 그림에 표시하면 다음과 같다.



 모양의 도형은 가로선을 기준으로 대칭이므로 둘레의 길이를 구하면

$$2\times\left\{\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\left(3-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{3}{2}+\left(2\sqrt{3}-\frac{3}{2}\right)+2\sqrt{3}\right\}$$
$$=2(5\sqrt{3}+3)$$
$$=10\sqrt{3}+6$$

4-1 **풀이 전략** 넓이가 a $(a>0)$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{a}$임을 이용한다.

색종이 A의 넓이를 $k\text{ cm}^2$라 하면

색종이 B의 넓이는 $2k\text{ cm}^2$,

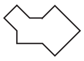
색종이 C의 넓이는 $4k\text{ cm}^2$이다.

두 색종이 A와 B가 겹쳐진 부분의 넓이는

색종이 A의 넓이의 $\frac{1}{4}$배이므로 $\frac{k}{4}\text{ cm}^2$

두 색종이 B와 C가 겹쳐진 부분의 넓이는

색종이 B의 넓이의 $\frac{1}{4}$배이므로 $\frac{k}{2}\text{ cm}^2$

 모양의 도형의 넓이는

$$k+2k+4k-\left(\frac{k}{4}+\frac{k}{2}\right)=\frac{25}{4}k=75$$

이므로

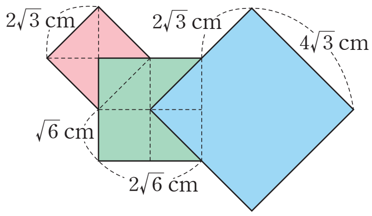
$k=12$

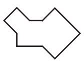
그러므로 세 색종이 A, B, C의 넓이는 각각

12 cm^2, 24 cm^2, 48 cm^2이고,

세 색종이 A, B, C의 한 변의 길이는 각각

$2\sqrt{3}\text{ cm}$, $2\sqrt{6}\text{ cm}$, $4\sqrt{3}\text{ cm}$이다.



따라서  모양의 도형의 둘레의 길이는

$2\sqrt{3}\times3+\sqrt{6}\times2+2\sqrt{6}+2\sqrt{3}\times2+4\sqrt{3}\times2$

$=6\sqrt{3}+2\sqrt{6}+2\sqrt{6}+4\sqrt{3}+8\sqrt{3}$

$=18\sqrt{3}+4\sqrt{6}(\text{cm})$

서술형 집중 연습

본문 42쪽

예제 1 12	**유제 1** 9
예제 2 $-14+8\sqrt{3}$	**유제 2** $2\sqrt{2}-\sqrt{5}$
예제 3 $A<C<B$	
유제 3 $\sqrt{3}+4\sqrt{5}$, $\sqrt{245}-\sqrt{27}$, $\sqrt{3}+\sqrt{45}$	
예제 4 $\frac{\sqrt{7}}{4}$	**유제 4** 10

예제 1 $10\sqrt{7}=5\sqrt{\boxed{28}}$이므로

$5\sqrt{28+a}=10\sqrt{7}=5\sqrt{\boxed{28}}$에서

$28+a=\boxed{28}$

$\therefore a=\boxed{0}$ ··· 1단계

$4\sqrt{3}=\sqrt{\boxed{48}}$이므로

$\sqrt{60-b}=4\sqrt{3}=\sqrt{\boxed{48}}$에서

$60-b=\boxed{48}$

$\therefore b=\boxed{12}$ ··· 2단계

$\therefore a+b=\boxed{12}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40%
2단계	b의 값을 구한 경우	40%
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20%

유제 1 $9\sqrt{20-a}=3\sqrt{3^2(20-a)}=3\sqrt{180-9a}$이므로

$180-9a=54$, $9a=126$

$\therefore a=14$ ··· 1단계

$4\sqrt{5}=\sqrt{4^2\times5}=\sqrt{80}$이므로

$70-2b=80$, $2b=-10$

$\therefore b=-5$ ··· 2단계

$\therefore a+b=14+(-5)=9$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40%
2단계	b의 값을 구한 경우	40%
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20%

예제 2 $5=\sqrt{\boxed{25}}$, $3\sqrt{3}=\sqrt{\boxed{27}}$이므로

$5-3\sqrt{3}\boxed{<}0$

$9=\sqrt{\boxed{81}}$, $5\sqrt{3}=\sqrt{\boxed{75}}$이므로

$9-5\sqrt{3}\boxed{>}0$ ··· 1단계

$\therefore \sqrt{(5-3\sqrt{3})^2}-\sqrt{(9-5\sqrt{3})^2}$

$=|5-3\sqrt{3}|-|9-5\sqrt{3}|$

$=\boxed{-14+8\sqrt{3}}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	대소 비교를 통해 $\sqrt{(\quad)^2}$ 안의 식의 부호를 구한 경우	50%
2단계	식을 간단히 하여 답을 구한 경우	50%

유제 2 $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$, $2\sqrt{5}=\sqrt{20}$이므로

$3\sqrt{2}-2\sqrt{5}=\sqrt{18}-\sqrt{20}<0$

$5\sqrt{2}=\sqrt{50}$, $3\sqrt{5}=\sqrt{45}$이므로

$5\sqrt{2}-3\sqrt{5}=\sqrt{50}-\sqrt{45}>0$ ··· 1단계

$\therefore \sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(5\sqrt{2}-3\sqrt{5})^2}$

$=|3\sqrt{2}-2\sqrt{5}|+|5\sqrt{2}-3\sqrt{5}|$

$=-(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})+(5\sqrt{2}-3\sqrt{5})$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{5}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	대소 비교를 통해 $\sqrt{(\quad)^2}$ 안의 식의 부호를 구한 경우	50%
2단계	식을 간단히 하여 답을 구한 경우	50%

예제 3 (i) $A-C=(\sqrt{7}+2\sqrt{5})-(\sqrt{7}+5)=2\sqrt{5}-5$

$2\sqrt{5}=\sqrt{\boxed{20}}$이고 $5=\sqrt{\boxed{25}}$이므로

$2\sqrt{5}-5\ \boxed{<}\ 0$

$\therefore A\ \boxed{<}\ C$

(ii) $\sqrt{63}=\boxed{3}\sqrt{7}$이므로

$B-C=\sqrt{63}-(\sqrt{7}+5)=2\sqrt{7}-5$

$2\sqrt{7}=\sqrt{\boxed{28}}$이고 $5=\sqrt{\boxed{25}}$이므로

$2\sqrt{7}-5\ \boxed{>}\ 0$

$\therefore B\ \boxed{>}\ C$ ··· 1단계

(i), (ii)에 의하여 세 수 A, B, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내면

$\boxed{A<C<B}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	대소 비교를 논리적으로 한 경우	80%
2단계	대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낸 경우	20%

유제 3 (i) $(\sqrt{3}+\sqrt{45})-(\sqrt{245}-\sqrt{27})$

$=\sqrt{3}+3\sqrt{5}-7\sqrt{5}+3\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}-4\sqrt{5}$

$=\sqrt{48}-\sqrt{80}<0$

이므로 $\sqrt{3}+\sqrt{45}<\sqrt{245}-\sqrt{27}$

(ii) $(\sqrt{3}+4\sqrt{5})-(\sqrt{245}-\sqrt{27})$

$=\sqrt{3}+4\sqrt{5}-7\sqrt{5}+3\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}-3\sqrt{5}$

$=\sqrt{48}-\sqrt{45}>0$

이므로 $\sqrt{3}+4\sqrt{5}>\sqrt{245}-\sqrt{27}$ ··· 1단계

(i), (ii)에 의하여 큰 수부터 차례대로 나열하면

$\sqrt{3}+4\sqrt{5}$, $\sqrt{245}-\sqrt{27}$, $\sqrt{3}+\sqrt{45}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	대소 비교를 논리적으로 한 경우	80%
2단계	큰 수부터 차례대로 나열한 경우	20%

예제 4 (i) $20=\sqrt{\boxed{400}}$, $21=\sqrt{\boxed{441}}$이므로

$20<\sqrt{432}<\boxed{21}$

따라서 $\sqrt{432}$의 정수 부분은 $\boxed{20}$이므로

$f(\sqrt{432})=\boxed{20}$ ··· 1단계

(ii) $10=\sqrt{\boxed{100}}$, $11=\sqrt{\boxed{121}}$이므로

$10<\sqrt{112}<\boxed{11}$

따라서 $\sqrt{112}$의 소수 부분은 $\boxed{\sqrt{112}-10}$이므로

$g(\sqrt{112})=\boxed{\sqrt{112}-10}$ ··· 2단계

(i), (ii)에 의하여

$\dfrac{14}{f(\sqrt{432})+2g(\sqrt{112})}$

$=\dfrac{7}{\sqrt{\boxed{112}}}=\boxed{\dfrac{\sqrt{7}}{4}}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$f(\sqrt{432})$의 값을 구한 경우	40%
2단계	$g(\sqrt{112})$의 값을 구한 경우	40%
3단계	주어진 식의 값을 구한 경우	20%

유제 4 (i) $22=\sqrt{484}$, $23=\sqrt{529}$이므로

$22<\sqrt{500}<23$

$22-a<\sqrt{500}-a<23-a$

따라서 $\sqrt{500}-a$의 정수 부분은 $22-a$이므로

$f(\sqrt{500}-a)=22-a$ ··· 1단계

(ii) $15=\sqrt{225}$, $16=\sqrt{256}$이므로

$15<\sqrt{252}<16$

따라서 $\sqrt{252}$의 소수 부분은 $\sqrt{252}-15$이므로

$g(\sqrt{252})=\sqrt{252}-15=6\sqrt{7}-15$ ··· 2단계

(i), (ii)에 의하여

$f(\sqrt{500}-a)+g(\sqrt{252})$

$=(22-a)+(6\sqrt{7}-15)$

$=(7-a)+6\sqrt{7}$

이므로

$7-a=3$, $6\sqrt{7}=b\sqrt{7}$

$\therefore a=4,\ b=6$

$\therefore a+b=10$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$f(\sqrt{500}-a)$의 값을 구한 경우	40%
2단계	$g(\sqrt{252})$의 값을 구한 경우	40%
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20%

중단원 실전 테스트 1회

본문 44쪽

01 ④	02 ①	03 ③	04 ②	05 ⑤
06 15	07 ②	08 $\sqrt{2}-5$	09 ①	10 ⑤
11 ②	12 ③	13 $a=5$, 15		14 $\sqrt{2}$
15 $\frac{11}{3}$	16 13			

01 ① $4\sqrt{12}\div(-2\sqrt{3})=8\sqrt{3}\div(-2\sqrt{3})=-4$

② $2\sqrt{12}\times\sqrt{6}=2\sqrt{72}=12\sqrt{2}$

③ $\dfrac{4}{\sqrt{5}}\div\dfrac{8}{5\sqrt{20}}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}\times\dfrac{5\sqrt{20}}{8}$

$=\dfrac{4}{\sqrt{5}}\times\dfrac{10\sqrt{5}}{8}=5$

④ $5\sqrt{6}\times\sqrt{27}=5\sqrt{6}\times3\sqrt{3}=15\sqrt{18}=45\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{6}\div(-\sqrt{2})=2\sqrt{6}\times\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=-2\sqrt{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 $96=4^2\times6$이므로

$\sqrt{96}=4\sqrt{6}$

$180=6^2\times5$이므로

$\sqrt{180}=6\sqrt{5}$

$1210=11^2\times10$이므로

$\sqrt{1210}=11\sqrt{10}$

따라서 $a=6$, $b=5$, $c=10$이므로

$\sqrt{\dfrac{ac}{b}}=\sqrt{\dfrac{60}{5}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

03 $9800=70^2\times2$이므로

$\sqrt{9800}=70\sqrt{2}=70a$

$0.0012=\dfrac{3}{50^2}$이므로

$\sqrt{0.0012}=\dfrac{\sqrt{3}}{50}=\dfrac{b}{50}$

$\therefore\ \sqrt{9800}+\sqrt{0.0012}=70a+\dfrac{b}{50}$

04 $\dfrac{3}{2\sqrt{18}}=\dfrac{3}{6\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$\dfrac{5\sqrt{12}}{\sqrt{10}}=\dfrac{5\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{6}\times\sqrt{5}}{5}=\sqrt{30}$

따라서 $a=\dfrac{1}{4}$, $b=30$이므로

$\sqrt{ab}=\sqrt{\dfrac{30}{4}}=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$

05 $\dfrac{1}{x}\sqrt{\dfrac{x^3}{y}}+\dfrac{1}{y}\sqrt{\dfrac{y^3}{x}}$

$=\sqrt{\left(\dfrac{1}{x}\right)^2\times\dfrac{x^3}{y}}+\sqrt{\left(\dfrac{1}{y}\right)^2\times\dfrac{y^3}{x}}$

$=\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}$

$=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

$=\dfrac{x}{\sqrt{xy}}+\dfrac{y}{\sqrt{xy}}$

$=\dfrac{x+y}{\sqrt{xy}}=\dfrac{10}{\sqrt{20}}$

$=\dfrac{10}{2\sqrt{5}}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}$

$=\dfrac{5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}$

06 $\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}\div\dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{12}}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}\times\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{12}}$

$=6\sqrt{\dfrac{6}{2}\times\dfrac{5}{3}\times\dfrac{15}{12}}$

$=15$

07 $x+y=\dfrac{2\sqrt{12}}{3}$, $x-y=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$이므로

$(x+y)(x-y)=\dfrac{2\sqrt{12}\times2\sqrt{6}}{9}=\dfrac{4\sqrt{72}}{9}$

$=\dfrac{24\sqrt{2}}{9}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$

08 피타고라스 정리에 의하여 정사각형 ABCD의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

점 P에 대응하는 수는 $a=-1-\sqrt{2}$이고

점 Q에 대응하는 수는 $b=-2+\sqrt{2}$이다.

$\therefore\ a+2b=(-1-\sqrt{2})+2(-2+\sqrt{2})$

$=\sqrt{2}-5$

09 $5\sqrt{3}(2-\sqrt{3})+\dfrac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{12}$

$=10\sqrt{3}-15+\dfrac{12\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}$

$=-15+(10+4-2)\sqrt{3}$

$=-15+12\sqrt{3}$

따라서 $a=-15$, $b=12$이므로

$a+b=-15+12=-3$

10 $1056=20^2\times 2.64$이므로

$\sqrt{1056}=20\sqrt{2.64}=20\times 1.625=32.50$

11 $573000=100^2\times 57.3$이므로

$\sqrt{573000}=100\sqrt{57.3}=100\times 7.57=757$

12 ① $2\sqrt{3}=\sqrt{12}>\sqrt{8}$

② $(\sqrt{7}+\sqrt{2})-3\sqrt{2}=\sqrt{7}-2\sqrt{2}$

$=\sqrt{7}-\sqrt{8}<0$

이므로 $\sqrt{7}+\sqrt{2}<3\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{6}=\sqrt{24}<\sqrt{27}$이므로

$9-2\sqrt{6}>9-\sqrt{27}$

④ $5\sqrt{3}=\sqrt{75}>\sqrt{45}=3\sqrt{5}$이므로

$5\sqrt{3}-\sqrt{6}>3\sqrt{3}-\sqrt{6}$

⑤ $(5\sqrt{3}-\sqrt{18})-(\sqrt{2}+\sqrt{12})$

$=(5\sqrt{3}-3\sqrt{2})-(\sqrt{2}+2\sqrt{3})$

$=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

$=\sqrt{27}-\sqrt{32}<0$

이므로 $5\sqrt{3}-\sqrt{18}<\sqrt{2}+\sqrt{12}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

13 $\sqrt{125}\left(\frac{3}{\sqrt{5}}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{10}{a}+3\right)$

$=5\sqrt{5}\times\frac{3}{\sqrt{5}}-5\sqrt{5}\times\frac{1}{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{10}{a}+\frac{3\sqrt{5}}{5}$

$=15-\sqrt{5}+\frac{2\sqrt{5}}{a}+\frac{3\sqrt{5}}{5}$

$=\left(\frac{2}{a}-\frac{2}{5}\right)\sqrt{5}+15$ ··· 1단계

이 계산 결과가 유리수이므로

$\frac{2}{a}-\frac{2}{5}=0 \qquad \therefore a=5$ ··· 2단계

$a=5$를 대입하면 계산 결과는 15이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 정리한 경우	20%
2단계	a의 값을 구한 경우	60%
3단계	계산 결과를 구한 경우	20%

14 $x=\frac{\sqrt{28}-\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

$=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{2}$

$=2-\sqrt{2}$

$y=\frac{\sqrt{22}+\sqrt{176}}{\sqrt{11}}$

$=\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}+\frac{\sqrt{176}}{\sqrt{11}}$

$=\sqrt{2}+\sqrt{16}$

$=\sqrt{2}+4$ ··· 1단계

이므로

$x+y=(2-\sqrt{2})+(\sqrt{2}+4)=6$

$y-2x=(\sqrt{2}+4)-2(2-\sqrt{2})=3\sqrt{2}$

$\therefore \frac{x+y}{y-2x}=\frac{6}{3\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	x, y의 값을 간단히 한 경우	70%
2단계	주어진 식의 값을 구한 경우	30%

15 $\frac{12-\sqrt{72}}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(5-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)+\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

$=\frac{12}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{3}}-\frac{5}{\sqrt{3}}+\frac{4}{\sqrt{6}}+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}$

$=\frac{12\sqrt{3}}{3}-\sqrt{24}-\frac{5\sqrt{3}}{3}+\frac{4\sqrt{6}}{6}+\frac{2\sqrt{6}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$=4\sqrt{3}-2\sqrt{6}-\frac{5\sqrt{3}}{3}+\frac{2\sqrt{6}}{3}+\frac{2\sqrt{6}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$=3\sqrt{3}-\frac{2}{3}\sqrt{6}$ ··· 1단계

따라서 $a=3$, $b=-\frac{2}{3}$이므로

$a-b=\frac{11}{3}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 정리한 경우	80%
2단계	$a-b$의 값을 구한 경우	20%

16 $14=\sqrt{196}$, $15=\sqrt{225}$이므로

$14<\sqrt{220}<15$

따라서 $\sqrt{220}$의 정수 부분은 14이므로

$a=14$

$11=\sqrt{121}$, $12=\sqrt{144}$이므로

$11<\sqrt{128}<12$

따라서 $\sqrt{128}$의 소수 부분은 $\sqrt{128}-11$이므로

$b=\sqrt{128}-11$ ··· 1단계

소수 부분은 1보다 작으므로

$b-1<0$, $\sqrt{(b-1)^2}=|b-1|=1-b$

$\therefore\ a-\sqrt{(b-1)^2}=a-(1-b)$

$=a+b-1$

$=14+(\sqrt{128}-11)-1$

$=2+\sqrt{128}$ ··· 2단계

따라서 $13<2+\sqrt{128}<14$이므로 $2+\sqrt{128}$의 정수 부분은 13이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a, b의 값을 구한 경우	40%
2단계	$a-\sqrt{(b-1)^2}$의 값을 구한 경우	30%
3단계	$a-\sqrt{(b-1)^2}$의 정수 부분을 구한 경우	30%

중단원 실전 테스트 2회

본문 47쪽

01 2	02 ⑤	03 ④	04 ④	05 ①
06 ④	07 ⑤	08 ②	09 ②	10 ④
11 ④	12 ③	13 24	14 $8\sqrt{2}+12$	
15 2	16 -20			

01 $\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times\sqrt{a}\times\sqrt{12}=\sqrt{180a}$이고

$6\sqrt{10}=\sqrt{360}$이므로

$\sqrt{180a}=\sqrt{360}$

$180a=360$

$\therefore\ a=2$

02 $\sqrt{\frac{3b}{2a}}\div\sqrt{\frac{9a}{5b}}\times\frac{\sqrt{20a}}{\sqrt{b}}\div\frac{\sqrt{2b}}{\sqrt{3a}}$

$=\frac{\sqrt{3b}}{\sqrt{2a}}\times\frac{\sqrt{5b}}{\sqrt{9a}}\times\frac{\sqrt{20a}}{\sqrt{b}}\times\frac{\sqrt{3a}}{\sqrt{2b}}$

$=\sqrt{\frac{3b}{2a}\times\frac{5b}{9a}\times\frac{20a}{b}\times\frac{3a}{2b}}=5$

03 ① $\frac{15}{\sqrt{15}}=\frac{15\sqrt{15}}{15}=\sqrt{15}$

② $\sqrt{5}\times\sqrt{3}=\sqrt{15}$

③ $\sqrt{60}\div2=2\sqrt{15}\div2=\sqrt{15}$

④ $\frac{\sqrt{45}}{3}=\frac{3\sqrt{5}}{3}=\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{30}\div\sqrt{2}=\sqrt{30\div2}=\sqrt{15}$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

04 $175=5^2\times7$이므로

$\sqrt{175}=5\sqrt{7}$

$\therefore\ a=5$

$\frac{6\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{10}\times\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{30}$이므로

$b=30$

$\therefore\ a+b=35$

05 $A=\sqrt{240}\div2\sqrt{3}\times\sqrt{50}$

$=4\sqrt{15}\div2\sqrt{3}\times5\sqrt{2}$

$=4\sqrt{15}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}\times5\sqrt{2}$

$=\frac{4\times5}{2}\sqrt{15\times\frac{1}{3}\times2}$

$=10\sqrt{10}$

$B=2\sqrt{90}=6\sqrt{10}$

$\therefore\ A-B=10\sqrt{10}-6\sqrt{10}$

$=4\sqrt{10}$

06 두 타일 A, B의 넓이는 각각 54 cm^2, 18 cm^2이고

세 타일 A, B, C의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{54}=3\sqrt{6}(\text{cm})$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{cm})$, $\sqrt{6}(\text{cm})$이다.

타일 세 개를 이어붙인 모양의 둘레에서

가로 부분은 $3\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{6}$의 두 배,

세로 부분은 $3\sqrt{6}$의 두 배이므로

타일의 둘레의 길이는

$2(3\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{6})+2\times3\sqrt{6}$

$=6\sqrt{6}+6\sqrt{2}+2\sqrt{6}+6\sqrt{6}$

$=6\sqrt{2}+14\sqrt{6}(\text{cm})$

07 ① $3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4\sqrt{2}=(3-2+4)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

② $3\sqrt{5}-\frac{10}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}-\frac{10\sqrt{5}}{5}$

$=3\sqrt{5}-2\sqrt{5}$

$=\sqrt{5}$

③ $(\sqrt{21}+\sqrt{24})\div\sqrt{3}=(\sqrt{21}+\sqrt{24})\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{7}+\sqrt{8}$

$=\sqrt{7}+2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{5}(\sqrt{15}-2\sqrt{5})=\sqrt{75}-10=5\sqrt{3}-10$

⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}\times4\sqrt{12}=\frac{\sqrt{3}}{3}\times8\sqrt{3}=8$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

08 $(21-2\sqrt{72})\div\sqrt{3}+\sqrt{3}\times(\sqrt{18}-5)$

$=(21-12\sqrt{2})\times\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}\times(3\sqrt{2}-5)$

$=\dfrac{21}{\sqrt{3}}-\dfrac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+3\sqrt{6}-5\sqrt{3}$

$=7\sqrt{3}-4\sqrt{6}+3\sqrt{6}-5\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

09 $2\sqrt{128}+\dfrac{15}{\sqrt{27}}-\dfrac{\sqrt{108}}{9}-\dfrac{8}{\sqrt{2}}$

$=16\sqrt{2}+\dfrac{15}{3\sqrt{3}}-\dfrac{6\sqrt{3}}{9}-\dfrac{8}{\sqrt{2}}$

$=16\sqrt{2}+\dfrac{15\sqrt{3}}{9}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-\dfrac{8\sqrt{2}}{2}$

$=16\sqrt{2}+\dfrac{5}{3}\sqrt{3}-\dfrac{2}{3}\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

$=12\sqrt{2}+\sqrt{3}$

따라서 $a=12$, $b=1$이므로

$a-b=11$

10 (과수원의 한 변의 길이)$=\sqrt{960}=8\sqrt{15}(\mathrm{m})$,

(무밭의 한 변의 길이)$=\sqrt{135}=3\sqrt{15}(\mathrm{m})$

당근밭의 가로의 길이는 무밭의 한 변의 길이와 같으므로 $3\sqrt{15}(\mathrm{m})$이다.

당근밭의 세로의 길이는 과수원의 한 변의 길이에서 무밭의 한 변의 길이를 뺀 값과 같으므로

$8\sqrt{15}-3\sqrt{15}=5\sqrt{15}(\mathrm{m})$

따라서 당근밭의 넓이는

$3\sqrt{15}\times5\sqrt{15}=15\times15=225(\mathrm{m}^2)$

11 $290000=100^2\times29$이므로

$\sqrt{290000}=100\sqrt{29}=538.5$

12 ① $\dfrac{9}{\sqrt{3}}=\dfrac{9\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$이고

$\dfrac{9}{\sqrt{3}}-(\sqrt{3}+4)=3\sqrt{3}-\sqrt{3}-4$

$=2\sqrt{3}-4$

$=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$

이므로 $\dfrac{9}{\sqrt{3}}<\sqrt{3}+4$

② $0<\sqrt{3}<\sqrt{9}=3$이므로

$\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

③ $50<7.1^2=50.41$이므로

$\sqrt{50}<7.1=\sqrt{7.1^2}$

④ $(3\sqrt{3}-1)-(\sqrt{3}+1)=2\sqrt{3}-2$

$=\sqrt{12}-\sqrt{4}>0$

이므로 $3\sqrt{3}-1>\sqrt{3}+1$

⑤ $(4\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{2}+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

$=\sqrt{18}-\sqrt{27}<0$

이므로 $4\sqrt{2}-\sqrt{3}<\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

따라서 두 실수의 대소 관계가 옳은 것은 ③이다.

13 $\dfrac{2}{a}\sqrt{\dfrac{75a}{b}}+\dfrac{3}{b}\sqrt{\dfrac{12b}{a}}$

$=2\sqrt{\left(\dfrac{1}{a}\right)^2\times\dfrac{75a}{b}}+3\sqrt{\left(\dfrac{1}{b}\right)^2\times\dfrac{12b}{a}}$

$=2\sqrt{\dfrac{75}{ab}}+3\sqrt{\dfrac{12}{ab}}$

$=\dfrac{2\sqrt{75}}{\sqrt{ab}}+\dfrac{3\sqrt{12}}{\sqrt{ab}}$

$=\dfrac{10\sqrt{3}}{\sqrt{ab}}+\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{ab}}$

$=\dfrac{16\sqrt{3}}{\sqrt{ab}}$ ··· 1단계

정리한 식에 $ab=\dfrac{4}{3}$를 대입하면

$\dfrac{16\sqrt{3}}{\sqrt{ab}}=16\sqrt{3\times\dfrac{1}{ab}}$

$=16\sqrt{\dfrac{9}{4}}=24$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 간단히 한 경우	70%
2단계	식의 값을 구한 경우	30%

14 $\triangle$CDE가 직각이등변삼각형이므로

$\overline{DE}=\overline{CD}=2\sqrt{2}$

$\triangle$CDE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{CE}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{16}=4$

$\triangle$ACE가 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AE}=\overline{CE}=4$

$\triangle$ACE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

$\triangle$ABC가 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}=4\sqrt{2}$

$\triangle$ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{64}=8$ ··· 1단계

따라서 오각형 ABCDE의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE}+\overline{AE}$

$=4\sqrt{2}+8+2\sqrt{2}+2\sqrt{2}+4$

$=8\sqrt{2}+12$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	오각형의 각 변의 길이를 구한 경우	50%
2단계	오각형 ABCDE의 둘레의 길이를 구한 경우	50%

15 $A=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\left(-\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{35}}\right)\times\sqrt{10}$

$=-\sqrt{\frac{1}{2}\times\frac{12}{35}\times10}$

$=-\sqrt{\frac{12}{7}}$

$=-\frac{2\sqrt{21}}{7}$ ··· 1단계

$A\times B=\left(-\frac{2\sqrt{21}}{7}\right)\times\left(\frac{1}{\sqrt{7}}-\sqrt{27}\right)$

$=\left(-\frac{2\sqrt{21}}{7}\right)\times\frac{1}{\sqrt{7}}+\frac{2\sqrt{21}}{7}\times3\sqrt{3}$

$=-\frac{2}{7}\sqrt{3}+\frac{18}{7}\sqrt{7}$ ··· 2단계

따라서 $p=-\frac{2}{7}$, $q=\frac{18}{7}$이므로

$2p+q=2\times\left(-\frac{2}{7}\right)+\frac{18}{7}=\frac{14}{7}=2$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	A의 결과를 구한 경우	40%
2단계	$A\times B$의 계산 결과를 구한 경우	40%
3단계	$2p+q$의 값을 구한 경우	20%

16 $8=\sqrt{64}$, $9=\sqrt{81}$이므로

$8<\sqrt{75}<9$

따라서 $\sqrt{75}$의 소수 부분은 $\sqrt{75}-8$이므로

$a=\sqrt{75}-8=5\sqrt{3}-8$ ··· 1단계

$10=\sqrt{100}$, $11=\sqrt{121}$이므로

$10<\sqrt{108}<11$

따라서 $\sqrt{108}$의 소수 부분은 $\sqrt{108}-10$이므로

$b=\sqrt{108}-10=6\sqrt{3}-10$ ··· 2단계

$\frac{b}{b-a+2}=\frac{6\sqrt{3}-10}{(6\sqrt{3}-10)-(5\sqrt{3}-8)+2}$

$=\frac{6\sqrt{3}-10}{\sqrt{3}}$

$=6-\frac{10\sqrt{3}}{3}$

따라서 $p=6$, $q=-\frac{10}{3}$이므로

$pq=-20$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	20%
2단계	b의 값을 구한 경우	20%
3단계	pq의 값을 구한 경우	60%

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

1 다항식의 곱셈과 곱셈 공식

개념 체크 본문 52쪽

01 (1) $2ac-ad+4bc-2bd$ (2) $2xy-6x+y-3$
(3) $3a^2+7ab+4b^2$ (4) $8x^2-6xy-9y^2$
02 1
03 (1) $4a^2+12a+9$ (2) $y^2-8y+16$
(3) $36a^2-84ab+49b^2$ (4) $25x^2+20xy+4y^2$
04 (1) 8281 (2) 98.01 05 $16a^2-8ab+b^2$
06 (1) a^2-49 (2) $36x^2-25y^2$ (3) a^2-4b^2 (4) $4x^2-\frac{1}{9}$
07 (1) 3 (2) -3 08 (1) 63.84 (2) 10504
09 (1) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (2) $3+\sqrt{7}$ 10 $x^2+2x-15$
11 (1) $x^2-3x-10$ (2) $4b^2-8b-5$
(3) $6x^2-5x-6$ (4) $-8a^2+2ab+b^2$

대표 유형 본문 54쪽

01 ④	02 ⑤	03 ⑤	04 ④	05 ③
06 ①	07 ⑤	08 ②	09 ③	10 ⑤
11 ①	12 ④	13 ③	14 ⑤	15 ②
16 ④	17 ⑤	18 ④	19 ④	20 ②
21 ⑤	22 ②	23 ①	24 ④	

01 ① $(2x-7)^2=(2x)^2-2\times2x\times7+7^2$
$=4x^2-28x+49$
② $(a+4b)^2=a^2+2\times a\times4b+(4b)^2$
$=a^2+8ab+16b^2$
③ $(x+1)(y-1)=x\times(y-1)+1\times(y-1)$
$=xy-x+y-1$
⑤ $(2x-5y)(2x-y)=4x^2+(-2-10)xy+5y^2$
$=4x^2-12xy+5y^2$

02 $(-a+b)(a-b)=-(a-b)(a-b)$
$=-(a^2-2ab+b^2)$
$=-a^2+2ab-b^2$

03 $(4x+y)(4x-y)-(x+5y)(x-5y)$
$=(4x)^2-y^2-\{x^2-(5y)^2\}$
$=(4x)^2-y^2-x^2+(5y)^2$
$=16x^2-y^2-x^2+25y^2$
$=15x^2+24y^2$

04 $(2x-1)(3x+4)=6x^2+(8-3)x-4$
$=6x^2+5x-4$
따라서 x의 계수는 5이다.

05 $(3x-y)^2=(3x)^2-2\times3x\times y+y^2$
$=9x^2-6xy+y^2$
따라서 $a=9$, $b=-6$이므로
$a+b=9+(-6)=3$

06 ① $(a+3)(a-4)=a^2+(3-4)a-12$
$=a^2-a-12$
$\therefore \square=1$
② $(x+4)^2=x^2+2\times4\times x+16$
$=x^2+8x+16$
$\therefore \square=8$
③ $(4a-5b)^2=16a^2-2\times4a\times5b+25b^2$
$=16a^2-40ab+25b^2$
$\therefore \square=40$
④ $(x-2)(x+2)=x^2-2^2=x^2-4$
$\therefore \square=4$
⑤ $(a-2b)(a+4b)=a^2+(-2+4)ab-8b^2$
$=a^2+2ab-8b^2$
$\therefore \square=2$
따라서 □ 안에 들어갈 수가 가장 작은 것은 ①이다.

07 $(3x+a)(x+4)=3x^2+(12+a)x+4a$
이 전개식의 상수항은 $4a$, x의 계수는 $12+a$이고, 상수항은 x의 계수의 2배와 같으므로
$4a=2(12+a)$, $4a=24+2a$
$2a=24$ $\therefore a=12$

08 $(6x+5)(2x-1)-(3x-2)^2$
$=\{12x^2+(-6+10)x-5\}$
$-\{(3x)^2-2\times3x\times2+2^2\}$
$=12x^2+4x-5-(9x^2-12x+4)$
$=12x^2+4x-5-9x^2+12x-4$
$=3x^2+16x-9$
따라서 x의 계수는 16, 상수항은 -9이므로 구하는 합

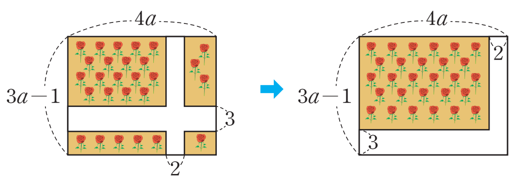
은 $16+(-9)=7$

09 새로 만들어지는 직사각형에서 가로의 길이는 $a-2$, 세로의 길이는 $a+1$이다.
따라서 구하는 직사각형의 넓이는
$$(a-2)(a+1)=a^2+(-2+1)a-2$$
$$=a^2-a-2$$

10 새로 만들어지는 직사각형에서 가로의 길이는 $x+a$, 세로의 길이는 $x-3a$이다.
(직사각형의 넓이)$=(x+a)(x-3a)$
$$=x^2+(-3a+a)x-3a^2$$
$$=x^2-2ax-3a^2$$
$$=x^2-4x+b$$
$-2a=-4$이므로 $a=2$
$-3a^2=b$이므로
$b=-3\times2^2=-12$
$\therefore ab=2\times(-12)=-24$

11 넓이를 구하려고 하는 도형은 가로와 세로의 길이가 각각 $5x+6$, $2x+5$인 직사각형에서 가로와 세로의 길이가 각각 5, x인 직사각형을 잘라낸 것이다.
$\therefore$ (넓이)$=(5x+6)(2x+5)-5x$
$$=10x^2+(25+12)x+30-5x$$
$$=10x^2+37x+30-5x$$
$$=10x^2+32x+30$$

12 다음 그림의 두 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이는 같다.



$\therefore$ (길을 제외한 꽃밭의 넓이)
$=(4a-2)\{(3a-1)-3\}$
$=(4a-2)(3a-4)$
$=12a^2+(-16-6)a+8$
$=12a^2-22a+8$

13 (사각기둥의 겉넓이)
$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)
$=2(2x-3)^2+\{(2x-3)\times4\times(2x+3)\}$
$=2(2x-3)^2+4(2x-3)(2x+3)$
$=2(4x^2-12x+9)+4(4x^2-9)$
$=(8x^2-24x+18)+(16x^2-36)$
$=24x^2-24x-18$

14 $92^2=(90+2)^2$
$$=90^2+2\times90\times2+2^2$$
$$=90^2+A+4$$
$\therefore A=2\times90\times2=360$
$902\times905=(900+2)(900+5)$
$$=900^2+(2+5)\times900+2\times5$$
$$=900^2+B\times900+10$$
$\therefore B=2+5=7$
$\therefore A+B=360+7=367$

15 $1001\times999=(1000+1)(1000-1)$
$$=1000^2-1^2$$
$$=(10^3)^2-1^2$$
$$=10^6-1$$
$10^6-1=10^a+b$이므로
$a=6$, $b=-1$
$\therefore a-b=6-(-1)=7$

16 $(3+2\sqrt{5})(2-a\sqrt{5})$
$=6+(4-3a)\sqrt{5}-10a$
$=(6-10a)+(4-3a)\sqrt{5}$
이 식의 계산 결과가 유리수가 되려면 $4-3a=0$이어야 하므로 $a=\frac{4}{3}$

17 $\dfrac{1004\times996+16}{1000}$
$=\dfrac{(1000+4)(1000-4)+16}{1000}$
$=\dfrac{(1000^2-4^2)+16}{1000}$
$=\dfrac{1000^2-16+16}{1000}$
$=1000$

18 $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$
$=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}+\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$

$=\frac{2-\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}+\frac{2+\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}$

$=4$

19 $\frac{2\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-2}=\frac{(2\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$

$=\frac{10+4\sqrt{5}-\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-2^2}$

$=\frac{8+3\sqrt{5}}{5-4}$

$=8+3\sqrt{5}$

따라서 $a=8$, $b=3$이므로

$a+b=8+3=11$

20 $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}-\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

$=\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}-\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$=\frac{3-2\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3})^2-1^2}-\frac{3+2\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3})^2-1^2}$

$=\frac{-2\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{3-1}$

$=\frac{-4\sqrt{3}}{2}$

$=-2\sqrt{3}$

21 $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$이므로

$x^2+2xy+y^2=(x-y)^2+4xy$

$=4^2+4\times2$

$=24$

22 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=(a^2+b^2)+2ab$이므로

$8^2=40+2ab$, $64=40+2ab$

$\therefore ab=12$

23 $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2-2\times x\times\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$

$=x^2-2+\frac{1}{x^2}$

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+2\times x\times\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$

$=x^2+2+\frac{1}{x^2}$

따라서 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4$이고 $x-\frac{1}{x}=4$이므로

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=4^2+4=20$

24 $(x-3)(x-1)=\{(\sqrt{3}+2)-3\}\{(\sqrt{3}+2)-1\}$

$=(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$

$=3-1=2$

기출 예상 문제 　본문 58쪽

01 ②	02 ②	03 ④	04 ③	05 ③
06 ⑤	07 ②	08 ①	09 ④	10 ③
11 ④	12 ④	13 ①	14 ⑤	15 ②
16 ④	17 ④	18 ⑤	19 ⑤	20 ①
21 ④	22 ④	23 ③	24 ⑤	

01 ① $(x+3y)^2=x^2+2\times x\times3y+(3y)^2$

$=x^2+6xy+9y^2$

② $(x-2y)(x-3y)=x^2+(-2-3)xy+6y^2$

$=x^2-5xy+6y^2$

③ $(-2x+5y)^2$

$=(-2x)^2+2\times(-2x)\times5y+(5y)^2$

$=4x^2-20xy+25y^2$

④ $(2x-y)(2x+y)=(2x)^2-y^2$

$=4x^2-y^2$

⑤ $(x+3y)(x-5y)$

$=x^2+(3-5)xy-15y^2$

$=x^2-2xy-15y^2$

따라서 식을 바르게 전개한 것은 ②이다.

02 $2(x+5)(x-5)-(x+3)^2$

$=2(x^2-5^2)-(x^2+2\times3\times x+3^2)$

$=2x^2-50-(x^2+6x+9)$

$=x^2-6x-59$

03 $(x-1)(x+1)(x^2+1)$

$=(x^2-1)(x^2+1)$

$=x^4-1$

$\therefore \square=4$

04 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

① $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $(-a+b)^2=(-a)^2+2\times(-a)\times b+b^2$
$=a^2-2ab+b^2$
③ $(-a-b)^2$
$=(-a)^2+2\times(-a)\times(-b)+(-b)^2$
$=a^2+2ab+b^2$
④ $-(a-b)^2=-(a^2-2ab+b^2)$
$=-a^2+2ab-b^2$
⑤ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
따라서 전개식이 같은 것은 ③이다.

05 $(x+2y)^2-(x-2y)^2$
$=(x^2+4xy+4y^2)-(x^2-4xy+4y^2)$
$=x^2+4xy+4y^2-x^2+4xy-4y^2$
$=8xy$

06 $(x-4)(x+a)=x^2+(-4+a)x-4a$
$-4a=-48$이므로
$a=12$
$-4+a=b$이므로
$b=-4+12=8$
$\therefore\ a+b=12+8=20$

07 $(x+2y)^2-(3x-y)(2x+y)$
$=(x^2+4xy+4y^2)-(6x^2+xy-y^2)$
$=-5x^2+3xy+5y^2$
x^2의 계수는 -5이므로
$m=-5$
xy의 계수는 3이므로
$n=3$
$\therefore\ mn=(-5)\times 3=-15$

08 $(4x-3)(3x+4)=12x^2+(16-9)x-12$
$=12x^2+7x-12$
따라서 $a=12$, $b=7$, $c=-12$이므로
$a-b+c=12-7+(-12)=-7$

09 ① $(3x-y)^2=9x^2-2\times 3x\times y+y^2$
$=9x^2-6xy+y^2$
$\therefore\ \square=6$
② $(a+2)^2=a^2+2\times 2\times a+4$
$=a^2+4a+4$
$\therefore\ \square=4$
③ $(-2x+3)(2x+3)=(3-2x)(3+2x)$
$=3^2-(2x)^2$
$=-4x^2+9$
$\therefore\ \square=9$
④ $(a-7b)(a-8b)=a^2+(-8-7)ab+56b^2$
$=a^2-15ab+56b^2$
$\therefore\ \square=15$
⑤ $(4x+y)(5x+2y)=20x^2+(8+5)xy+2y^2$
$=20x^2+13xy+2y^2$
$\therefore\ \square=13$
따라서 □ 안에 들어갈 수가 가장 큰 것은 ④이다.

10 ① $(x+3)^2=x^2+2\times 3\times x+3^2$
$=x^2+6x+9$
② $(-x-3)^2=\{-(x+3)\}^2$
$=x^2+6x+9$
③ $(x+1)(x+6)=x^2+(6+1)x+6$
$=x^2+7x+6$
④ $(x-2)(x+8)=x^2+(8-2)x-16$
$=x^2+6x-16$
⑤ $(3x+4)(3x-2)=9x^2+(-6+12)x-8$
$=9x^2+6x-8$
따라서 x의 계수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

11 $(7x+2y)(ax-3y)$
$=7ax^2+(-21+2a)xy-6y^2$
전개식의 xy의 계수가 -11이므로
$-21+2a=-11$
$\therefore\ a=5$
따라서 이 전개식의 x^2의 계수는
$7a=7\times 5=35$

12 새로 만들어지는 직사각형에서 가로의 길이는 $5a-2b$, 세로의 길이는 $3a-b$이다.
따라서 구하는 직사각형의 넓이는
$(5a-2b)(3a-b)$
$=15a^2+(-5-6)ab+2b^2$
$=15a^2-11ab+2b^2$

13 이 상자의 밑면은 한 변의 길이가 $x-4$인 정사각형이고, 옆면은 가로와 세로의 길이가 각각 $x-4$와 2인 직

사각형 4개로 이루어져 있다.

$\therefore$ (밑면의 넓이)+(옆면의 넓이)

$=(x-4)^2+4\times(x-4)\times2$

$=(x^2-8x+16)+8x-32$

$=x^2-16$

14 새로 만들어지는 직사각형에서 가로의 길이는 $a-3$, 세로의 길이는 $a+3$이다.

(새로운 직사각형의 넓이)

$=(a-3)(a+3)$

$=a^2-9$

(처음 정사각형의 넓이)$=a^2$

따라서 새로운 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이에서 9만큼 줄어든다.

15 총 20개의 타일을 붙여야 하는데, 붙인 타일의 개수가 10개이므로 타일을 붙이지 않은 부분의 넓이는 바닥의 전체 넓이의 $\frac{1}{2}$이다.

$\therefore$ (타일을 붙이지 않은 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}(6x+4y)(3x-y)$

$=\frac{1}{2}\{18x^2+(-6+12)xy-4y^2\}$

$=\frac{1}{2}(18x^2+6xy-4y^2)$

$=9x^2+3xy-2y^2$

16 $198\times199=(200-2)(200-1)$

$=200^2-3\times200+2$

$=40000-600+2$

$=39402$

따라서 가장 편리한 공식은 ④이다.

17 $2022^2-2021\times2023$

$=2022^2-(2022-1)(2022+1)$

$=2022^2-(2022^2-1)$

$=1$

18 $(4-\sqrt{3})(a+2\sqrt{3})$

$=4a+(8-a)\sqrt{3}-6$

$=(4a-6)+(8-a)\sqrt{3}$

유리수가 되려면 $8-a=0$이어야 하므로

$a=8$

19 $(\sqrt{5}-3\sqrt{2})(4\sqrt{5}+\sqrt{2})$

$=20+(1-12)\sqrt{10}-6$

$=(20-6)+(1-12)\sqrt{10}$

$=14-11\sqrt{10}$

따라서 $a=14$, $b=-11$이므로

$a-b=14-(-11)$

$=25$

20 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}$

$=\frac{6+\sqrt{18}}{6-3}$

$=\frac{6+3\sqrt{2}}{3}$

$=2+\sqrt{2}$

21 $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}+\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$

$=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}+\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$

$=\frac{3-2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}+\frac{3+2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}$

$=3-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}$

$=6$

22 $(x+y)^2+(x-y)^2$

$=(x^2+2xy+y^2)+(x^2-2xy+y^2)$

$=2(x^2+y^2)$

$(x+y)^2=49$, $(x-y)^2=1$이므로

$50=2(x^2+y^2)$

$\therefore x^2+y^2=25$

23 $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$이므로

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy$

$=10^2-3\times(-4)$

$=112$

24 $\left(\frac{2}{5}a+\frac{1}{3}b\right)\left(\frac{2}{5}a-\frac{1}{3}b\right)$

$=\frac{4}{25}a^2-\frac{1}{9}b^2$

$=\frac{4}{25}\times75-\frac{1}{9}\times27$

$=12-3$

$=9$

고난도 집중 연습

본문 62쪽

1 5, -5 **1-1** 22 **2** x^8-256 **2-1** 17
3 $-a^2+3ab-2b^2$ **3-1** a^2+5a+6
4 $\sqrt{11}-1$ **4-1** 9

1 풀이 전략 두 다항식의 곱을 전개한 후 주어진 전개식과 비교하여 가능한 순서쌍 (a, b)를 모두 찾는다.

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore c=a+b,\ ab=-6$

(a, b)가 될 수 있는 정수의 순서쌍은

$(-1, 6), (-2, 3), (-3, 2), (-6, 1),$

$(1, -6), (2, -3), (3, -2), (6, -1)$

이 중에서 합이 가장 큰 것은

$-1+6=6+(-1)=5$

이 중에서 합이 가장 작은 것은

$-6+1=1+(-6)=-5$

따라서 구하는 c가 될 수 있는 값 중에 가장 큰 값과 가장 작은 값은 각각 5, -5이다.

1-1 풀이 전략 두 다항식의 곱을 전개한 후 주어진 전개식과 비교하여 가능한 순서쌍 (a, b)를 모두 찾는다.

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore c=a+b,\ ab=10$

(a, b)가 될 수 있는 정수의 순서쌍은

$(-1, -10), (-2, -5), (-5, -2), (-10, -1),$

$(1, 10), (2, 5), (5, 2), (10, 1)$

이 중에서 합이 가장 큰 것은

$1+10=10+1=11$

구하는 c가 될 수 있는 값 중에 가장 큰 값은 11이고, 이때의 a, b의 값은

$a=1,\ b=10$ 또는 $a=10,\ b=1$

이다.

$\therefore a+b+c=1+10+11=22$

2 풀이 전략 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 식을 전개한다.

$(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$

$=(x^2-2^2)(x^2+4)(x^4+16)$

$=(x^2-4)(x^2+4)(x^4+16)$

$=\{(x^2)^2-4^2\}(x^4+16)$

$=(x^4-16)(x^4+16)$

$=(x^4)^2-16^2$

$=x^8-256$

2-1 풀이 전략 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 식을 전개한다.

$2-1=1$이므로 주어진 식의 양변에 $(2-1)$을 곱해도 등식은 성립한다.

$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^8-1)(2^8+1)$

$=2^{16}-1$

$2^{16}-1=2^a-b$이고 $1\le b<10$이므로

$a=16,\ b=1$

$\therefore a+b=16+1=17$

3 풀이 전략 넓이를 구하려고 하는 직사각형의 가로와 세로의 길이를 a, b를 사용하여 나타낸다.

$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=a-b$

$\overline{BG}=\overline{BA}-\overline{AG}$

$=\overline{BA}-\overline{GF}$

$=\overline{BA}-\overline{BE}$

$=b-(a-b)$

$=-a+2b$

따라서 사각형 GBEF의 넓이는

$\overline{BE}\times\overline{BG}=(a-b)(-a+2b)$

$=-a^2+2ab+ab-2b^2$

$=-a^2+3ab-2b^2$

3-1 풀이 전략 넓이를 구하려고 하는 직사각형의 가로와 세로의 길이를 a, b를 사용하여 나타낸다.

$\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}$

$=(3a+7)-(2a+5)$

$=a+2$

$\overline{HC}=\overline{DC}-\overline{DH}$

$=\overline{DC}-\overline{GH}$

$=\overline{DC}-\overline{FC}$

$=(2a+5)-(a+2)$

$=a+3$

따라서 사각형 GFCH의 넓이는

$\overline{FC}\times\overline{HC}=(a+2)(a+3)$
$=a^2+(2+3)a+6$
$=a^2+5a+6$

4 풀이 전략 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$
$=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}$
$=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{x+1-x}$
$=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(9)+f(10)$
$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})$
$+\cdots+(\sqrt{10}-\sqrt{9})+(\sqrt{11}-\sqrt{10})$
$=\sqrt{11}-1$

4-1 풀이 전략 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

$\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$
$=\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$
$=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{(\sqrt{2}+\sqrt{1})(\sqrt{2}-\sqrt{1})}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$+\cdots+\dfrac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{(\sqrt{100}+\sqrt{99})(\sqrt{100}-\sqrt{99})}$
$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots+(\sqrt{100}-\sqrt{99})$
$=\sqrt{100}-\sqrt{1}$
$=10-1=9$

서술형 집중 연습

본문 64쪽

예제 1 7	유제 1 -1
예제 2 -81	유제 2 5
예제 3 0	유제 3 $\sqrt{5}+\frac{1}{2}$
예제 4 10	유제 4 4

예제 1 $(2x-1)^2-(x-3)(x+2)$
$=(4x^2-\boxed{4}x+1)-(x^2-x-\boxed{6})$
$=3x^2-\boxed{3}x+7$ ··· 1단계
따라서 $a=3$, $b=\boxed{-3}$, $c=7$이므로 ··· 2단계
$a+b+c=3+(\boxed{-3})+7=\boxed{7}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	전개하여 간단히 한 경우	50%
2단계	a, b, c의 값을 각각 구한 경우	30%
3단계	$a+b+c$의 값을 구한 경우	20%

유제 1 $(4x+1)(3x-a)$
$=12x^2+(-4a+3)x-a$ ··· 1단계
x의 계수와 상수항이 같으므로
$-4a+3=-a$
$\therefore a=1$ ··· 2단계
$(4x+1)(3x-a)$를 전개한 식에서 상수항은
$-a=-1$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 전개한 경우	40%
2단계	a의 값을 구한 경우	40%
3단계	상수항을 구한 경우	20%

예제 2 새로 만들어지는 직사각형에서 가로의 길이는 $\boxed{x+a}$, 세로의 길이는 $x-3a$이므로
(직사각형의 넓이)
$=(\boxed{x+a})(x-3a)$
$=x^2+(a-3a)x-\boxed{3a^2}$
$=x^2-2ax-\boxed{3a^2}$ ··· 1단계
$-2a=-6$이므로 $a=\boxed{3}$
$-3a^2=b$이므로 $b=\boxed{-27}$ ··· 2단계
$\therefore ab=\boxed{-81}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	새로 만든 직사각형의 넓이를 구한 경우	40%
2단계	a, b의 값을 각각 구한 경우	40%
3단계	ab의 값을 구한 경우	20%

유제 2 새로 만들어지는 직사각형에서 가로의 길이는 $(a+4)$ cm, 세로의 길이는 $(a-2)$ cm이다.
(직사각형의 넓이)
$=(a+4)(a-2)$
$=a^2+2a-8(\text{cm}^2)$ ··· 1단계
(처음 정사각형의 넓이)$=a^2(\text{cm}^2)$
새로운 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이보다 2 cm^2만큼 커졌으므로
$a^2+2a-8=a^2+2$ ··· 2단계

$2a=10$

$\therefore a=5$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	새로 만든 직사각형의 넓이를 구한 경우	40%
2단계	넓이를 비교하여 a의 값을 구하기 위한 식을 세운 경우	30%
3단계	a의 값을 구한 경우	30%

예제 3 $\dfrac{1+\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{(1+\sqrt{2})(3-\boxed{2\sqrt{2}})}{(3+2\sqrt{2})(3-\boxed{2\sqrt{2}})}$

$=\dfrac{3+(-2+3)\sqrt{2}-2\times(\sqrt{2})^2}{3^2-(2\sqrt{2})^2}$

$=3+\sqrt{2}-\boxed{4}$

$=\boxed{-1}+\sqrt{2}$ · · · 1단계

따라서 $a=\boxed{-1}$, $b=1$이므로 · · · 2단계

$a+b=\boxed{0}$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	분모를 유리화한 경우	40%
2단계	a, b의 값을 각각 구한 경우	40%
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20%

유제 3 $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$

$y=\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$ · · · 1단계

$x+y=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

$xy=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{4}$

$=\dfrac{5-3}{4}=\dfrac{1}{2}$ · · · 2단계

$\therefore x+y+xy=\sqrt{5}+\dfrac{1}{2}$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	x, y의 분모를 각각 유리화한 경우	40%
2단계	$x+y$, xy의 값을 각각 구한 경우	40%
3단계	$x+y+xy$의 값을 구한 경우	20%

예제 4 $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$이므로

$x^2+3xy+y^2$

$=(x-y)^2+\boxed{5xy}$ · · · 1단계

$=5^2+\boxed{5}\times(-3)$

$=25-\boxed{15}$ · · · 2단계

$=\boxed{10}$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$x^2+3xy+y^2$을 $(x-y)^2$과 xy를 이용하여 나타낸 경우	40%
2단계	$(x-y)^2$, $5xy$의 값을 각각 구한 경우	40%
3단계	$x^2+3xy+y^2$의 값을 구한 경우	20%

유제 4 $(x+2)(y+2)=3$에서

$xy+2x+2y+4=3$

$xy+2(x+y)+4=3$

$xy+2+4=3$

$\therefore xy=-3$ · · · 1단계

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$이므로

x^2+xy+y^2

$=(x+y)^2-xy$ · · · 2단계

$=1^2-(-3)$

$=4$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	xy의 값을 구한 경우	40%
2단계	x^2+xy+y^2을 $(x+y)^2$과 xy를 이용하여 나타낸 경우	30%
3단계	x^2+xy+y^2의 값을 구한 경우	30%

중단원 실전 테스트 1회

본문 66쪽

01 ⑤ **02** ③ **03** ⑤ **04** ③ **05** ③
06 ⑤ **07** ④ **08** ① **09** ① **10** ③
11 ④ **12** ① **13** 9
14 $(2a-b)(2a+b)$, $4a^2-b^2$ **15** 2023 **16** -10

01 ① $(x+2)^2=x^2+4x+4$

② $(2a-9)^2=4a^2-36a+81$

③ $(x-2y)(-x-2y)=-x^2+4y^2$

④ $(a+2b)(a-4b)=a^2-2ab-8b^2$

⑤ $(2x+3y)(3x-5y)=6x^2-xy-15y^2$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

02 ① $(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$

$\therefore \square=4$

② $(2x-1)^2=(2x)^2-2\times 2x\times 1+1^2$

$=4x^2-4x+1$

$\therefore \square=4$

③ $(-x+4)^2=(-x)^2-2\times x\times 4+4^2$

$=x^2-8x+16$

$\therefore \square=8$

④ $(x-5)(x+1)=x^2+(-5+1)x-5$

$=x^2-4x-5$

$\therefore \square=4$

⑤ $(5x-2)(3x+2)=15x^2+(10-6)x-4$

$=15x^2+4x-4$

$\therefore \square=4$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

03 $(-9-3x)^2=\{-(9+3x)\}^2$

$=81+54x+9x^2$

① $-9(3-x)^2=-9(9-6x+x^2)$

$=-81+54x-9x^2$

② $-3(3-x)^2=-3(9-6x+x^2)$

$=-27+18x-3x^2$

③ $-3(3+x)^2=-3(9+6x+x^2)$

$=-27-18x-3x^2$

④ $(9-3x)^2=81-54x+9x^2$

⑤ $9(3+x)^2=9(9+6x+x^2)$

$=81+54x+9x^2$

따라서 $(-9-3x)^2$과 전개한 식이 같은 것은 ⑤이다.

04 $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$

$=(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)$

$=(x^4-1)(x^4+1)$

$=x^8-1$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수는 8이다.

05 마주 보는 면에 적혀 있는 두 일차식을 짝 지어 나타내면 $2x-3$과 $2x+1$, $x-4$와 $3x+4$, $x+1$과 $2x-5$이다.

짝 지은 두 일차식의 곱 중에서 x^2의 계수가 가장 큰 경우는 $2x-3$과 $2x+1$의 곱이다.

$(2x-3)(2x+1)=4x^2+(2-6)x-3$

$=4x^2-4x-3$

따라서 x^2의 계수가 가장 큰 곱의 상수항은 -3이다.

06 $(2x-1)(ax+5)=2ax^2+(10-a)x-5$

전개식의 x의 계수가 3이므로

$10-a=3$

$\therefore a=7$

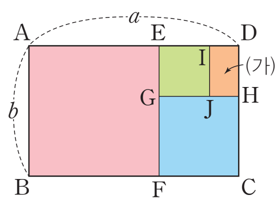
07 $(2x-3y)^2=(2x)^2-2\times 2x\times 3y+(3y)^2$

$=4x^2-12xy+9y^2$

따라서 $a=4$, $b=-12$, $c=9$이므로

$a-b+c=4-(-12)+9=25$

08 오른쪽 그림에서 정사각형 ABFE, GFCH, EGJI의 변의 길이를 각각 구하면 다음과 같다.



$\square$ABFE에서

$\overline{BF}=\overline{AB}=b$

$\square$GFCH에서

$\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=a-b$

$\overline{GF}=\overline{FC}=a-b$

$\square$EGJI에서

$\overline{EG}=\overline{EF}-\overline{GF}=b-(a-b)=-a+2b$

$\overline{EI}=\overline{EG}=-a+2b$

$\square$IJHD에서

$\overline{IJ}=\overline{EG}=-a+2b$

$\overline{ID}=\overline{ED}-\overline{EI}$

$=\overline{FC}-\overline{EI}$

$=(a-b)-(-a+2b)$

$=2a-3b$

따라서 직사각형 (가)의 넓이는

$\overline{ID}\times\overline{IJ}=(2a-3b)(-a+2b)$

$=-2a^2+4ab+3ab-6b^2$

$=-2a^2+7ab-6b^2$

09 새로 만들어지는 직사각형에서 가로의 길이는 $x+2a$, 세로의 길이는 $x-3a$이다.

(직사각형의 넓이) $=(x+2a)(x-3a)$

$=x^2+(-3a+2a)x-6a^2$

$=x^2-ax-6a^2$

$=x^2-x+b$

$-a=-1$이므로

$a=1$

$-6a^2=b$이므로

$b=-6\times1^2=-6$

$\therefore ab=1\times(-6)=-6$

10 $13.1\times12.9=(13+0.1)(13-0.1)$

$=13^2-0.1^2$

$=169-0.01$

$=168.99$

따라서 가장 편리한 공식은 ③이다.

11 $(3+4\sqrt{5})(a-2\sqrt{5})$

$=3a+(-6+4a)\sqrt{5}-40$

$=(3a-40)+(-6+4a)\sqrt{5}$

이 식이 유리수가 되려면 $-6+4a=0$이어야 하므로

$a=\frac{3}{2}$

12 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$이고

$ab=-3$이므로

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$=a^2-2\times(-3)+b^2$

$=a^2+b^2+6$

$(a-b)^2=10$이므로

$a^2+b^2+6=10$

$\therefore a^2+b^2=4$

13 $(-2x+a)(bx-5)$

$=-2bx^2+(10+ab)x-5a$ ··· 1단계

이 전개식에서 x의 계수가 30이므로

$10+ab=30$

$\therefore ab=20$ ··· 2단계

a, b가 한 자리의 자연수이므로

$a=4$, $b=5$ 또는 $a=5$, $b=4$

$\therefore a+b=4+5=5+4=9$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 전개한 경우	40%
2단계	ab의 값을 구한 경우	30%
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	30%

14 새로 만들어지는 직사각형에서 가로의 길이는 $2a-b$, 세로의 길이는 $2a+b$이다.

(직사각형의 넓이)

$=(2a-b)(2a+b)$ ··· 1단계

이 식을 전개하면

$(2a-b)(2a+b)$

$=(2a)^2-b^2$

$=4a^2-b^2$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	새로 만든 직사각형의 넓이를 두 다항식의 곱으로 나타낸 경우	50%
2단계	두 다항식의 곱을 전개한 경우	50%

15 $\frac{2020\times2025+6}{2022}$

$=\frac{(2022-2)\times(2022+3)+6}{2022}$ ··· 1단계

$=\frac{2022^2+(3-2)\times2022-6+6}{2022}$

$=\frac{2022^2+2022}{2022}$

$=2022+1$

$=2023$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 변형한 경우	50%
2단계	주어진 식을 계산한 경우	50%

16 $\left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{2}b\right)\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{2}b\right)$

$=\frac{4}{9}a^2-\frac{9}{4}b^2$ ··· 1단계

$=\frac{4}{9}\times18-\frac{9}{4}\times8$ ··· 2단계

$=8-18$

$=-10$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 전개한 경우	40%
2단계	a^2, b^2의 값을 대입한 경우	30%
3단계	주어진 식의 값을 구한 경우	30%

중단원 실전 테스트 2회

본문 69쪽

01 ②	**02** ④	**03** ③	**04** ③	**05** ①
06 ⑤	**07** ①	**08** ②	**09** ②	**10** ②
11 ⑤	**12** ③	**13** -7, -5, 5, 7		
14 $9x^2+36x+36$	**15** 40	**16** $\sqrt{7}-\sqrt{3}$		

01 $(x-y)(2x+2y-3)$

$=2x^2+2xy-3x-2xy-2y^2+3y$

$=2x^2-3x-2y^2+3y$

02 ㄱ. $(x+1)^2=x^2+2x+1$

ㄴ. $(x-6)^2=x^2-12x+36$

ㄷ. $(x-2y)(x+2y)=x^2-4y^2$

ㄹ. $(x-y)(x+3y)=x^2+2xy-3y^2$

ㅁ. $(3x+1)(2x-7)=6x^2-19x-7$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

03 직육면체는 마주 보는 두 면끼리 서로 합동이므로 서로 다른 세 면의 넓이를 구한 후 2배를 하여 구할 수 있다.

∴ (직육면체의 겉넓이)

$=2\{(2x+3)(2x-3)+(2x+3)(x-4)$

$+(2x-3)(x-4)\}$

$=2\{(4x^2-9)+(2x^2-5x-12)$

$+(2x^2-11x+12)\}$

$=2(8x^2-16x-9)$

$=16x^2-32x-18$

04 $(5x+a)(bx-2)$

$=5bx^2+(-10+ab)x-2a$

$=15x^2-7x+c$

$5b=15$이므로 $b=3$

$-10+ab=-7$이고 $b=3$이므로

$-10+3a=-7$ $\quad\therefore a=1$

$-2a=c$이므로 $c=-2$

$\therefore a+b+c=1+3+(-2)=2$

05 ① $(x+3y)^2=x^2+2\times x\times 3y+(3y)^2$

$=x^2+6xy+9y^2$

이므로 xy의 계수는 6이다.

② $(-x+5y)^2=x^2-2\times x\times 5y+(5y)^2$

$=x^2-10xy+25y^2$

이므로 xy의 계수는 -10이다.

③ $(x-2y)(x+3y)=x^2+(-2+3)xy-6y^2$

$=x^2+xy-6y^2$

이므로 xy의 계수는 1이다.

④ $(2x-y)(2x+y)=(2x)^2-y^2$

$=4x^2-y^2$

이므로 xy의 계수는 0이다.

⑤ $(3x+10y)(x-4y)$

$=3x^2+(-12+10)xy-40y^2$

$=3x^2-2xy-40y^2$

이므로 xy의 계수는 -2이다.

따라서 xy의 계수가 가장 큰 식은 ①이다.

06 $(2x-3)(x+a)=2x^2+(2a-3)x-3a$

이 전개식에서 상수항이 -6이므로

$-3a=-6$ $\quad\therefore a=2$

$(ax+1)(x-b)=(2x+1)(x-b)$

$=2x^2+(-2b+1)x-b$

이 전개식에서 x의 계수가 -3이므로

$-2b+1=-3$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore a+b=2+2=4$

07 $(3x+a)(2x-5)=6x^2+(-15+2a)x-5a$

이 전개식에서 x의 계수가 상수항보다 6만큼 크므로

$-15+2a=-5a+6$

$7a=21$ $\quad\therefore a=3$

따라서 상수항은

$-5a=-5\times 3=-15$

08 색칠한 부분은 2개의 직사각형으로 이루어져 있다.

오른쪽 위의 색칠된 직사각형에서 가로와 세로의 길이는 각각 2, 5이므로

(직사각형의 넓이)$=2\times 5=10$

왼쪽 아래의 색칠된 직사각형에서 가로의 길이는 $x-2$, 세로의 길이는 $y-5$이므로

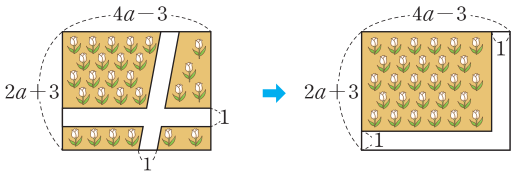
(직사각형의 넓이)$=(x-2)(y-5)$

$=xy-5x-2y+10$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=(xy-5x-2y+10)+10$

$=xy-5x-2y+20$

09 

위의 그림의 두 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이는 같다.

$\therefore$ (길을 제외한 화단의 넓이)

$=\{(4a-3)-1\}\{(2a+3)-1\}$

$=(4a-4)(2a+2)$

$=8a^2+(8-8)a-8$

$=8a^2-8$

10 $(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)+2^8$

$=(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)+2^8$

$=(4^4-2^4)(4^4+2^4)+2^8$

$=(4^8-2^8)+2^8$

$=4^8$

$=(2^2)^8$

$=2^{16}$

$\therefore a=16$

11 ① $2x=2(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$=2\sqrt{5}-2\sqrt{3}$

② $x^2=(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$

$=5-2\sqrt{15}+3$

$=8-2\sqrt{15}$

③ $\sqrt{5}x=\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$=5-\sqrt{15}$

④ $\sqrt{5}x-\sqrt{3}x=\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{3})-\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$=5-\sqrt{15}-\sqrt{15}+3$

$=8-2\sqrt{15}$

⑤ $\sqrt{5}x+\sqrt{3}x=\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{3})+\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$=5-\sqrt{15}+\sqrt{15}-3$

$=2$

따라서 주어진 식 중 그 값이 유리수인 것은 ⑤이다.

12 $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$,

$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$이므로

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$

$=10^2-4\times10=60$

13 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$ab=6$이므로 ··· 1단계

(a, b)가 될 수 있는 정수의 순서쌍은

$(-1, -6)$, $(-2, -3)$, $(-3, -2)$, $(-6, -1)$,

$(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$ ··· 2단계

$m=a+b$이므로

$m=-1+(-6)=-6+(-1)=-7$

$m=-2+(-3)=-3+(-2)=-5$

$m=1+6=6+1=7$

$m=2+3=3+2=5$

따라서 가능한 정수 m의 값은 -7, -5, 5, 7이다.

··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$ab=6$임을 구한 경우	20%
2단계	가능한 순서쌍 (a, b)를 모두 구한 경우	40%
3단계	m의 값을 모두 구한 경우	40%

14 액자의 테두리의 두께가 일정하므로 액자의 테두리를 제외한 부분은 정사각형 모양이고 그 정사각형의 한 변의 길이는

$5x+4-2(x-1)=5x+4-2x+2$

$=3x+6$ ··· 1단계

따라서 테두리를 제외한 액자의 넓이는

$(3x+6)^2=(3x)^2+2\times3x\times6+6^2$

$=9x^2+36x+36$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	액자의 테두리를 제외한 정사각형의 한 변의 길이를 구한 경우	40%
2단계	테두리를 제외한 액자의 넓이를 구한 경우	60%

15 $(x-1)(y-1)=3$에서

$xy-x-y+1=3$

$xy-(x+y)+1=3$

$xy-7+1=3$ $\quad\therefore xy=9$ ··· 1단계

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$이므로

x^2+xy+y^2

$=(x+y)^2-xy$ ··· 2단계

$=7^2-9$

$=40$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	xy의 값을 구한 경우	20%
2단계	x^2+xy+y^2을 $(x+y)^2$과 xy를 이용하여 나타낸 경우	40%
3단계	x^2+xy+y^2의 값을 구한 경우	40%

16 $\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}+\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5}+\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3}$

$=\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{5}-\sqrt{3}$ ··· 1단계

$=\sqrt{7}-\sqrt{3}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	더하는 두 수의 분모를 각각 유리화한 경우	80%
2단계	두 수의 합을 구한 경우	20%

2 인수분해

개념 체크 본문 74쪽

01 (1) $2a^2+8ab$ (2) $4x^2-25$

02 ㄱ, ㄹ, ㅂ

03 (1) $xy(x-3y)$ (2) $2ab(a-2b+4)$

(3) $(a+5)^2$ (4) $(4x-3y)^2$

04 (1) 36 (2) ±14 (3) 25 (4) $\dfrac{1}{16}$

05 10000

06 (1) $(a+5)(a-5)$ (2) $(x+9)(x-9)$

(3) $(3a+4b)(3a-4b)$ (4) $(4x+y)(4x-y)$

07 0.1, 56, 560

08 (1) $(x-4)(x-1)$ (2) $(x+2)(x+14)$

(3) $(a-5)(a+3)$ (4) $(a-6)(a+7)$

09 (1) $(2a+1)(2a+5)$ (2) $(x-3)(2x+1)$

(3) $(a+1)(6a-1)$ (4) $(x-3y)(3x-2y)$

10 4

대표 유형 본문 76쪽

01 ③	02 ③	03 ④	04 ②	05 ④
06 ①	07 ④	08 ④	09 ⑤	10 ④
11 ②	12 ①	13 ⑤	14 ①	15 ③
16 ③	17 ④	18 ⑤	19 ①	20 ⑤
21 ⑤	22 ⑤	23 ②	24 ④	

01 $x^2+x-20=(x+5)(x-4)$

$$\begin{array}{lcrcr} x & \diagup\!\!\!\!\diagdown & 5 & \rightarrow & 5x \\ x & & -4 & \rightarrow & +)\ -4x \\ \hline & & & & x \end{array}$$

따라서 $a=5$, $b=-4$이므로

$a-b=5-(-4)=9$

02 ③ $x^2-10x-24=(x-12)(x+2)$

$$\begin{array}{lcrcr} x & \diagup\!\!\!\!\diagdown & -12 & \rightarrow & -12x \\ x & & 2 & \rightarrow & +)\quad 2x \\ \hline & & & & -10x \end{array}$$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ③이다.

03 $\dfrac{1}{4}ax^2+\dfrac{1}{3}axy+\dfrac{1}{9}ay^2$

$=a\left(\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{1}{3}xy+\dfrac{1}{9}y^2\right)$

$=a\left\{\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2\times\frac{1}{2}x\times\frac{1}{3}y+\left(\frac{1}{3}y\right)^2\right\}$

$=a\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y\right)^2$

04 $x^2+2x+6y-9y^2=(x+ay)(x+by+c)$에서

$(x+ay)(x+by+c)$

$=x(x+by+c)+ay(x+by+c)$

$=(x^2+bxy+cx)+(axy+aby^2+acy)$

$=x^2+(a+b)xy+cx+acy+aby^2$

$a+b=0$, $c=2$, $ac=6$, $ab=-9$이므로

$a+b+c=(a+b)+c=0+2=2$

05 $(x-3)^2-3(x-3)-18$

$=x^2-6x+9-3x+9-18$

$=x^2-9x=x(x-9)$

따라서 두 일차식의 합은

$x+(x-9)=2x-9$

06 $2x^2+(2a+3)x-14=(2x-7)(x+b)$

$=2x^2+(2b-7)x-7b$

$2a+3=2b-7$, $-7b=-14$

$-7b=-14$에서 $b=2$

$2a+3=2b-7$에서 $2a+3=2\times2-7=-3$이므로

$a=-3$

07 $2ax-a^2xy=ax(2-ay)$

따라서 인수가 아닌 것은 $2-ax$이다.

08 $2xy+6xy^2=2xy(1+3y)$

$z+3yz=z(1+3y)$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $1+3y$이다.

09 $5x^2-7xy-6y^2=(x-2y)(5x+3y)$

$$\begin{array}{lllr} x & -2y & \rightarrow & -10xy \\ 5x & 3y & \rightarrow & +)\quad 3xy \\ \hline & & & -7xy \end{array}$$

따라서 인수인 것은 $5x+3y$이다.

10 $2x^2-px-2=(x-2)(2x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$(x-2)(2x+m)=2x^2+(m-4)x-2m$

$-2m=-2$이므로 $m=1$

$-p=m-4$이므로 $-p=1-4=-3$ $\therefore p=3$

11 x^2-ax-3이 $x+3$을 인수로 가지므로

$x^2-ax-3=(x+3)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$x^2-ax-3=x^2+(m+3)x+3m$이므로

$-a=m+3$, $3m=-3$

$3m=-3$에서 $m=-1$

$-a=m+3$에서 $-a=-1+3=2$이므로 $a=-2$

$4x^2+7x+b$가 $x+3$을 인수로 가지므로

$4x^2+7x+b=(x+3)(4x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$4x^2+7x+b=4x^2+(n+12)x+3n$이므로

$7=n+12$, $b=3n$

$7=n+12$에서 $n=-5$

$b=3n=3\times(-5)=-15$

12 $9x^2-12x+a=(3x)^2+2\times3x\times(-2)+(-2)^2$

$\therefore a=(-2)^2=4$

13 $16x^2+Axy+25y^2=(4x)^2+Axy+(\pm5y)^2$ 이므로

$A=2\times4\times(\pm5)=\pm40$

따라서 양수 A의 값은 40이다.

14 ① $\frac{1}{9}x^2+\frac{4}{3}x+16\neq\left(\frac{1}{3}x\right)^2+2\times\frac{1}{3}x\times4+4^2$

② $x^2-x+\frac{1}{4}=x^2-2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

③ $x^2+6x+9=x^2+2\times x\times3+3^2$

$=(x+3)^2$

④ $3x^2-12x+12=3(x^2-4x+4)$

$=3(x^2-2\times x\times2+2^2)$

$=3(x-2)^2$

⑤ $25x^2-20x+4=(5x)^2-2\times5x\times2+2^2$

$=(5x-2)^2$

따라서 완전제곱식으로 인수분해되지 않는 것은 ①이다.

15 $(3x-2)(3x-4)+k$

$=9x^2+(-12-6)x+8+k$

$=9x^2-18x+8+k$

$=(3x)^2-2\times3x\times3+3^2$

따라서 $8+k=9$이므로

$k=1$

16 $1<a<2$에서 $a-1>0$, $a-2<0$

$\therefore \sqrt{a^2-2a+1}-\sqrt{a^2-4a+4}$
$=\sqrt{(a-1)^2}-\sqrt{(a-2)^2}$
$=(a-1)-\{-(a-2)\}$
$=a-1+a-2$
$=2a-3$

17 직사각형의 넓이는 (가로의 길이)×(세로의 길이)이므로

$(2x-1)\times$(세로의 길이)$=4x^2-12x+5$
$=(2x-5)(2x-1)$

$$\begin{array}{llcr} 2x & -5 & \rightarrow & -10x \\ 2x & -1 & \rightarrow & +)\ \ -2x \\ \hline & & & -12x \end{array}$$

따라서 직사각형의 세로의 길이는 $2x-5$이다.

18 색칠한 부분의 둘레의 길이가 40이므로

$4a+4b=40$　　$\therefore a+b=10$

색칠한 부분의 넓이가 70이므로

$a^2-b^2=70$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$이므로

$10\times(a-b)=70$

$\therefore a-b=7$

19 (모든 직사각형의 넓이의 합)

$=x^2+6x+9$

$=(x+3)^2$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $x+3$이다.

20 (사다리꼴의 넓이)

$=\{$(밑변의 길이)+(윗변의 길이)$\}\times$(높이)$\div2$

$=\{(x+5)+(2x-1)\}\times$(높이)$\div2$

$=(3x+4)\times$(높이)$\div2$

$3x^2-2x-8=(x-2)(3x+4)$

$$\begin{array}{llcr} x & -2 & \rightarrow & -6x \\ 3x & 4 & \rightarrow & +)\ \ 4x \\ \hline & & & -2x \end{array}$$

$(3x+4)\times$(높이)$\div2=(x-2)(3x+4)$에서

(높이)$\div2=x-2$

따라서 사다리꼴의 높이는 $2x-4$이다.

21 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=(4-\sqrt{11})(4+\sqrt{11})$
$=4^2-(\sqrt{11})^2$
$=5$

22 $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$
$=(6.38+3.62)^2$
$=10^2=100$

23 $55^2\times3.14-45^2\times3.14$

$=(55^2-45^2)\times3.14$　　…… ㈎

$=\{(55+45)(55-45)\}\times3.14$　　…… ㈏

$=(100\times10)\times3.14$

$=1000\times3.14$

$=3140$

㈎에서 이용된 인수분해 공식은

$ma+mb=m(a+b)$

㈏에서 이용된 인수분해 공식은

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

따라서 계산에 이용된 인수분해 공식은 ㄱ, ㄷ이다.

24 $x^2-4x+4=(x-2)^2$
$=\{(\sqrt{5}+2)-2\}^2$
$=(\sqrt{5})^2$
$=5$

기출 예상 문제

본문 80쪽

01 ③	02 ①	03 ②	04 ③	05 ④
06 ⑤	07 ⑤	08 ④	09 ②	10 ①
11 ③	12 ⑤	13 ②	14 ②	15 ①
16 ①	17 ④	18 ③	19 ⑤	20 ④
21 ③	22 ①	23 ③	24 ②	

01 ① $4a^2-9b^2=(2a)^2-(3b)^2$
$=(2a+3b)(2a-3b)$

② $x^2+6x+9=x^2+2\times x\times3+3^2$
$=(x+3)^2$

③ $9a^2b-3a=3a\times3ab-3a\times1$
$=3a(3ab-1)$

④ $16x^2-8xy+y^2=(4x)^2-2\times4x\times y+y^2$
$=(4x-y)^2$

⑤ $x^2+3xy-10y^2=(x-2y)(x+5y)$

$$\begin{array}{lcrcr} x & \times & -2y & \rightarrow & -2xy \\ x & & 5y & \rightarrow & +)\ \ 5xy \\ \hline & & & & 3xy \end{array}$$

따라서 인수분해가 바르게 된 것은 ③이다.

02 $x^2+ax-35=(x+7)(x+b)$

$=x^2+(b+7)x+7b$

$7b=-35$이므로

$b=-5$

$a=b+7$이므로

$a=(-5)+7=2$

$\therefore\ ab=2\times(-5)=-10$

03 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$에서

$a+b=-8$, $ab=7$이므로 합이 -8, 곱이 7이 되는 두 정수를 찾으면 된다.

곱이 7인 두 정수	두 정수의 합
$-1,\ -7$	-8
$1,\ 7$	8

위의 표에서 구하는 두 정수는 -1, -7이므로

$x^2-8x+7=(x-7)(x-1)$

따라서 ㉠~㉤에 들어갈 내용은

㉠ -8 ㉡ 7 ㉢ $-1,\ -7$

㉣ $1,\ 7$ ㉤ $x-1$

04 $(x+4)(x+7)+5x$

$=x^2+(7+4)x+28+5x$

$=x^2+11x+28+5x$

$=x^2+16x+28$

$=(x+14)(x+2)$

$$\begin{array}{lcrcr} x & \times & 14 & \rightarrow & 14x \\ x & & 2 & \rightarrow & +)\ \ 2x \\ \hline & & & & 16x \end{array}$$

따라서 $(x+4)(x+7)+5x$는 두 일차식 $x+14$와 $x+2$의 곱으로 인수분해되므로 이 두 일차식의 합은

$(x+14)+(x+2)=2x+16$

05 $20x^2+7x-6=(4x+a)(5x+b)$

$$\begin{array}{lcrcr} 4x & \times & 3 & \rightarrow & 15x \\ 5x & & -2 & \rightarrow & +)\ -8x \\ \hline & & & & 7x \end{array}$$

$20x^2+7x-6=(4x+3)(5x-2)$이므로

$a=3$, $b=-2$

$\therefore\ a-b=3-(-2)=5$

06 $a(a-2b)(a+3b)=a\times(a-2b)(a+3b)$이므로

인수는 a, $(a-2b)(a+3b)$이다.

$a(a-2b)(a+3b)=(a-2b)\times a(a+3b)$

$=(a-2b)\times(a^2+3ab)$

이므로 인수는 $a-2b$, a^2+3ab이다.

$a(a-2b)(a+3b)=(a+3b)\times a(a-2b)$

$=(a+3b)\times(a^2-2ab)$

이므로 인수는 $a+3b$, a^2-2ab이다.

따라서 보기 중 인수인 것은 ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

07 $a^4-a^2=a^2(a^2-1)$

$=a^2(a+1)(a-1)$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

08 $x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$

$$\begin{array}{lcrcr} x & \times & 2 & \rightarrow & 2x \\ x & & -4 & \rightarrow & +)\ -4x \\ \hline & & & & -2x \end{array}$$

$2x^2+5x+2=(x+2)(2x+1)$

$$\begin{array}{lcrcr} x & \times & 2 & \rightarrow & 4x \\ 2x & & 1 & \rightarrow & +)\ \ x \\ \hline & & & & 5x \end{array}$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x+2$이다.

09 ① $x^2-1=(x+1)(x-1)$

② $x^2-3x-4=(x-4)(x+1)$

$$\begin{array}{lcrcr} x & \times & -4 & \rightarrow & -4x \\ x & & 1 & \rightarrow & +)\ \ x \\ \hline & & & & -3x \end{array}$$

③ $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$

$$\begin{array}{lcrcr} x & \times & -1 & \rightarrow & -x \\ x & & 3 & \rightarrow & +)\ \ 3x \\ \hline & & & & 2x \end{array}$$

④ $2x^2-5x+3=(x-1)(2x-3)$

$$\begin{array}{lcrcr} x & \times & -1 & \rightarrow & -2x \\ 2x & & -3 & \rightarrow & +)\ -3x \\ \hline & & & & -5x \end{array}$$

⑤ $3x^2-6x+3=3(x^2-2x+1)$

$=3(x-1)^2$

따라서 $x-1$을 인수로 갖지 않는 것은 ②이다.

10 $8x^2-ax+9=(4x-3)(mx+n)$ (m, n은 상수)이라 하면

$8x^2-ax+9=4mx^2+(4n-3m)x-3n$

$4m=8$, $-3n=9$이므로

$m=2$, $n=-3$

$-a=4n-3m$이므로

$-a=4\times(-3)-3\times2=-18$

$\therefore a=18$

11 $(2x-b)^2=(2x)^2-2\times2x\times b+b^2$

$=4x^2-4bx+b^2$

$b^2=25$이고 $b>0$이므로

$b=5$

$-a=-4b$이므로

$-a=-4\times5=-20$ $\quad\therefore a=20$

$\therefore a+b=20+5=25$

12 $(x+5)(x-3)+k$

$=x^2+(-3+5)x-15+k$

$=x^2+2x-15+k$

$=x^2+2\times x\times1+1^2$

따라서 $-15+k=1$이므로

$k=16$

13 $ax^2+28x+49=ax^2+2\times2x\times7+7^2$이므로

$ax^2=(2x)^2$

$\therefore a=4$

14 ① $x^2+\boxed{A}x+9=x^2+\boxed{A}x+(\pm3)^2$

$A>0$이므로

$A=2\times3=6$

② $x^2-\boxed{A}x+25=x^2-\boxed{A}x+(\pm5)^2$

$A>0$이므로

$A=2\times5=10$

③ $\boxed{A}x^2+12x+4=\boxed{A}x^2+2\times3x\times2+2^2$

$\therefore A=3^2=9$

④ $4x^2-8x+\boxed{A}=(2x)^2-2\times2x\times2+\boxed{A}$

$\therefore A=2^2=4$

⑤ $16x^2+24x+\boxed{A}=(4x)^2+2\times4x\times3+\boxed{A}$

$\therefore A=3^2=9$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 양수 중 가장 큰 것은 ②이다.

15 ① $\frac{1}{4}b^2+2b+4=\left(\frac{1}{2}b\right)^2+2\times\frac{1}{2}b\times2+2^2$

$=\left(\frac{1}{2}b+2\right)^2$

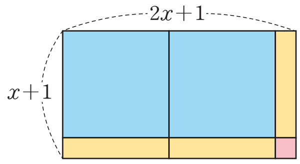
② $\frac{1}{4}a=2\times a\times\frac{1}{8}$이므로 이 다항식이 완전제곱식으로 인수분해되기 위해서는 상수항이 $\left(\frac{1}{8}\right)^2=\frac{1}{64}$이어야 한다.

③ $-14x=-2\times x\times7$이므로 이 다항식이 완전제곱식으로 인수분해되기 위해서는 상수항이 $7^2=49$이어야 한다.

④ $4x=2\times x\times2$이므로 이 다항식이 완전제곱식으로 인수분해되기 위해서는 상수항이 $2^2=4$이어야 한다.

⑤ $-18y=-2\times3y\times3$이므로 이 다항식이 완전제곱식으로 인수분해되기 위해서는 상수항이 $3^2=9$이어야 한다.

16 세 종류의 직사각형 6개를 겹치지 않게 이어붙여 직사각형을 만들면 다음 그림과 같다.



이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 $2x+1$, $x+1$이므로 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱은

$(2x+1)(x+1)$

17 $4a^2+20a+25=(2a)^2+2\times2a\times5+5^2$

$=(2a+5)^2$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $2a+5$이다.

18 (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)이므로

$\frac{1}{2}\times(2x-6)\times(\text{높이})=x^2+2x-15$

$(x-3)\times(\text{높이})=(x-3)(x+5)$

따라서 삼각형의 높이는 $x+5$이다.

19 꽃밭의 모양은 직사각형이고, 직사각형의 넓이는 (가로의 길이)$\times$(세로의 길이)이므로

$(x+6)\times(\text{세로의 길이})=3x^2+14x-24$

$=(x+6)(3x-4)$

$$\begin{array}{cccccc} x & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 6 & \rightarrow & & 18x \\ 3x & & -4 & \rightarrow & +) & -4x \\ \hline & & & & & 14x \end{array}$$

꽃밭의 세로의 길이가 $3x-4$이므로

(꽃밭의 둘레의 길이)

$=2\{$(가로의 길이)$+$(세로의 길이)$\}$

$=2\{(x+6)+(3x-4)\}$

$=2(4x+2)$

$=8x+4$

20 (직육면체의 부피)

$=$(가로의 길이)$\times$(세로의 길이)$\times$(높이)이므로

$3a\times(b+2)\times$(높이)$=3ab^2+12ab+12a$

$=3a(b^2+4b+4)$

$=3a(b+2)^2$

따라서 직육면체의 높이는 $b+2$이다.

21 $3x^2-6xy+3y^2=3(x^2-2xy+y^2)$

$=3(x-y)^2$

$=3(4.25-2.25)^2$

$=3\times2^2$

$=12$

22 $x=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$=2-\sqrt{3}$

$y=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$=2+\sqrt{3}$

$xy=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})$

$=2^2-(\sqrt{3})^2=1$

$x+y=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$

$x-y=(2-\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})=-2\sqrt{3}$

$\therefore x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)$

$=xy(x+y)(x-y)$

$=1\times4\times(-2\sqrt{3})$

$=-8\sqrt{3}$

23 $x^2-y^2-3x+3y$

$=(x-y)(x+y)-3(x-y)$

$=(-2)\times3-3\times(-2)$

$=-6+6=0$

24 $A^2-B^2=7$이므로

$(A+B)(A-B)=7$

이때 A, B는 자연수이므로 $A>B$이고, $A+B$와 $A-B$도 자연수이다.

즉, $A+B=7$, $A-B=1$이어야 하므로

$A=4$, $B=3$

$\therefore A^2+B^2=4^2+3^2=25$

고난도 집중 연습

본문 84쪽

1 -13 **1-1** 2개

2 $x^2+4x-12$, $(x-2)(x+6)$ **2-1** -6

3 $x=8$, 소수 13 **3-1** 3개

4 -55 **4-1** $\dfrac{11}{20}$

1 풀이 전략 인수분해된 식을 전개한 후 주어진 다항식과 비교하여 가능한 순서쌍 (a, b)를 모두 찾는다.

$x^2+mx+12=(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

$ab=12$인 두 정수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(1, 12)$, $(2, 6)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(6, 2)$, $(12, 1)$, $(-1, -12)$, $(-2, -6)$, $(-3, -4)$, $(-4, -3)$, $(-6, -2)$, $(-12, -1)$이다.

$m=a+b$이므로 m은 위의 순서쌍 (a, b) 중에서 a와 b의 합이 가장 작은 $(-1, -12)$ 또는 $(-12, -1)$일 때 가장 작은 값을 갖는다.

따라서 m의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 작은 값은 $-12+(-1)=-1+(-12)=-13$

1-1 풀이 전략 인수분해된 식을 전개한 후 주어진 다항식과 비교하여 가능한 순서쌍 (a, b)를 모두 찾는다.

$x^2+5x+k=(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

$a+b=5$, $ab=k$

k는 자연수, 즉 ab는 자연수이고 $a+b>0$이므로

$a>0$, $b>0$이어야 한다.

$a+b=5$인 두 자연수 a, b를 순서쌍 $(a,\ b)$로 나타내면 $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$이다.
$k=ab$이므로
$k=1\times4=4\times1=4$ 또는 $k=2\times3=3\times2=6$
따라서 자연수 k의 개수는 2이다.

2 **풀이 전략** 잘못 보고 인수분해한 식을 각각 전개하여 옳은 x의 계수와 상수항을 찾는다.
$(x-3)(x+4)=x^2+x-12$이고, 지수는 x의 계수를 잘못 보고 인수분해했으므로
(처음 이차식의 상수항)$=-12$
$(x-3)(x+7)=x^2+4x-21$이고, 서준이는 상수항을 잘못 보고 인수분해했으므로
(처음 이차식의 x의 계수)$=4$
따라서 구하는 이차식은 $x^2+4x-12$이다.
이 이차식을 인수분해하면

$$\begin{array}{llrr} x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -2 \to & -2x \\ x & & 6 \to & +)\ \ 6x \\ \hline & & & 4x \end{array}$$

$x^2+4x-12=(x-2)(x+6)$

2-1 **풀이 전략** 잘못 보고 인수분해한 식과 바르게 인수분해한 식을 각각 전개하여 옳은 x의 계수와 상수항을 찾는다.
$(3x-2)(x+5)=3x^2+13x-10$이고, 수호는 x의 계수를 잘못 보고 인수분해했으므로
(처음 이차식의 상수항)$=-10$, 즉 $B=-10$
$(3x+C)(x-2)=3x^2+(-6+C)x-2C$이고, 소미는 바르게 인수분해했으므로
$-6+C=A$, $-2C=B$
$-2C=-10$이므로 $C=5$
$A=-6+C$이므로 $A=-6+5=-1$
$\therefore\ A+B+C=(-1)+(-10)+5=-6$

3 **풀이 전략** 주어진 식을 인수분해한 후 그 식의 값이 소수가 되기 위한 조건을 이용하여 각각의 인수의 값을 구한다.
$x^2-2x-35=(x-7)(x+5)$
소수는 1보다 큰 자연수 중에서 약수가 1과 자기 자신뿐인 수이므로 자연수 x에 대하여 주어진 식의 값이 소수가 되려면 $x-7=1$이고 $x+5$는 소수이어야 한다.
$x=8$일 때, $x+5=8+5=13$이므로 주어진 식의 값이 소수가 되도록 하는 $x=8$이고 이때의 소수는 13이다.

3-1 **풀이 전략** 주어진 식을 인수분해한 후 그 식의 값이 소수가 되기 위한 조건을 이용하여 각각의 인수의 값을 구한다.
$$\begin{aligned}(x+y)^2-9&=(x+y)^2-3^2\\&=(x+y-3)(x+y+3)\end{aligned}$$
소수는 1보다 큰 자연수 중에서 약수가 1과 자기 자신뿐인 수이므로 자연수 x, y에 대하여 주어진 식의 값이 소수가 되려면 $x+y-3=1$이고 $x+y+3$은 소수이어야 한다.
$x+y=4$이면 $x+y+3=7$이 되어 소수이므로
$x+y=4$를 만족시키는 자연수 x, y를 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타내면
$(1,\ 3)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 1)$
의 3개이다.

4 **풀이 전략** 앞에서부터 2개씩 항을 묶은 후 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하여 계산한다.
$$\begin{aligned}&1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+7^2-8^2+9^2-10^2\\&=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+(7^2-8^2)\\&\quad+(9^2-10^2)\\&=(1-2)(1+2)+(3-4)(3+4)+(5-6)(5+6)\\&\quad+(7-8)(7+8)+(9-10)(9+10)\\&=(-1)\times3+(-1)\times7+(-1)\times11\\&\quad+(-1)\times15+(-1)\times19\\&=(-3)+(-7)+(-11)+(-15)+(-19)\\&=-55\end{aligned}$$

4-1 **풀이 전략** 곱하는 각각의 수의 분자를 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하여 두 수의 곱으로 나타낸다.
$$\begin{aligned}&\frac{2^2-1}{2^2}\times\frac{3^2-1}{3^2}\times\frac{4^2-1}{4^2}\times\cdots\times\frac{10^2-1}{10^2}\\&=\frac{(2-1)(2+1)}{2\times2}\times\frac{(3-1)(3+1)}{3\times3}\\&\quad\times\frac{(4-1)(4+1)}{4\times4}\times\cdots\times\frac{(10-1)(10+1)}{10\times10}\\&=\frac{1\times3}{2\times2}\times\frac{2\times4}{3\times3}\times\frac{3\times5}{4\times4}\times\cdots\times\frac{9\times11}{10\times10}\\&=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}\\&=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}\\&=\frac{11}{20}\end{aligned}$$

서술형 집중 연습 본문 86쪽

예제 1 $4x-6$	**유제 1** $3x-4$
예제 2 8	**유제 2** 9
예제 3 6	**유제 3** $11,\ -\dfrac{57}{5}$
예제 4 3	**유제 4** 144

예제 1

$$\begin{array}{lclcrr} x & \times & -4 & \rightarrow & & -12x \\ 3x & & -2 & \rightarrow & +) & -2x \\ \hline & & & & & \boxed{-14}\,x \end{array}$$

$3x^2-14x+8=(x-\boxed{4})(3x-\boxed{2})$이므로 ··· 1단계

두 일차식은 $x-\boxed{4}$, $3x-\boxed{2}$이다. ··· 2단계

따라서 두 일차식의 합은

$(x-4)+(3x-2)=4x-\boxed{6}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 인수분해한 경우	60%
2단계	두 일차식을 구한 경우	20%
3단계	두 일차식의 합을 구한 경우	20%

유제 1 $(2x+1)(x-3)+6$

$=(2x^2-5x-3)+6$

$=2x^2-5x+3$

$$\begin{array}{lclcrr} x & \times & -1 & \rightarrow & & -2x \\ 2x & & -3 & \rightarrow & +) & -3x \\ \hline & & & & & -5x \end{array}$$

$(2x+1)(x-3)+6=(x-1)(2x-3)$이므로 ··· 1단계

두 일차식은 $x-1$, $2x-3$이다. ··· 2단계

따라서 두 일차식의 합은

$(x-1)+(2x-3)=3x-4$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 인수분해한 경우	60%
2단계	두 일차식을 구한 경우	20%
3단계	두 일차식의 합을 구한 경우	20%

예제 2 $ax^2-2x-15=(2x-3)(mx+\boxed{5})$ (m은 상수)라 하면 ··· 1단계

$(2x-3)(mx+\boxed{5})$

$=2mx^2+(2\times\boxed{5}-3m)x-15$

이므로 $a=2m$, $10-3m=\boxed{-2}$

$10-3m=\boxed{-2}$에서 $m=4$ ··· 2단계

$\therefore\ a=2m=\boxed{8}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 두 다항식의 곱으로 나타낸 경우	20%
2단계	m의 값을 구한 경우	60%
3단계	a의 값을 구한 경우	20%

유제 2 $x^2+ax-18=(x+6)(x-3)$이므로

$a=6-3=3$ ··· 1단계

$2x^2+11x-b=(x+6)(2x+m)$ (m은 상수)이라 하면

$12+m=11,\ -b=6m$

$12+m=11$에서 $m=-1$

$-b=6m=6\times(-1)=-6$이므로

$b=6$ ··· 2단계

$\therefore\ a+b=3+6=9$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	30%
2단계	b의 값을 구한 경우	50%
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20%

예제 3 $x^2-12x+a=x^2-2\times x\times 6+a$이므로 이 식이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$a=6^2=\boxed{36}$ ··· 1단계

$25x^2+bx+9=(5x)^2+bx+(\pm\boxed{3})^2$이므로 이 식이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$b=2\times5\times(\pm\boxed{3})=\pm\boxed{30}$이어야 한다.

그런데 b는 양수이므로 $b=30$ ··· 2단계

$\therefore\ a-b=36-30=\boxed{6}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	30%
2단계	b의 값을 구한 경우	50%
3단계	$a-b$의 값을 구한 경우	20%

유제 3 $16x^2+(5k+1)x+49$

$=(4x)^2+(5k+1)x+(\pm7)^2$

$=(4x\pm7)^2$

$5k+1=2\times4\times(\pm7)=\pm56$ ··· 1단계

$5k+1=56$에서 $k=11$

$5k+1=-56$에서 $k=-\frac{57}{5}$

따라서 주어진 다항식이 완전제곱식으로 인수분해되기 위한 k의 값은 $11, -\frac{57}{5}$이다. ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식이 완전제곱식으로 인수분해되기 위한 k의 조건을 구한 경우	60%
2단계	k의 값을 구한 경우	40%

예제 4 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 56이므로

$4a+4b=\boxed{56}$ $\quad\therefore a+b=\boxed{14}$ ··· 1단계

두 정사각형의 넓이의 차가 42이므로

$a^2-b^2=\boxed{42}$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$이므로

$\boxed{14}\times(a-b)=42$

$\therefore a-b=\boxed{3}$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$a+b$의 값을 구한 경우	40%
2단계	$a-b$의 값을 구한 경우	60%

유제 4 두 정사각형의 넓이의 차가 360이므로

$x^2-y^2=360$

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$이므로

$10\times(x+y)=360$ $\quad\therefore x+y=36$ ··· 1단계

두 정사각형의 둘레의 길이는 각각 $4x$, $4y$이므로

(두 정사각형의 둘레의 길이의 합)

$=4x+4y$

$=4(x+y)$

$=144$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$x+y$의 값을 구한 경우	40%
2단계	$4x+4y$의 값을 구한 경우	60%

중단원 실전 테스트 1회

본문 88쪽

01 ⑤	02 ②	03 ②	04 ④	05 ⑤
06 ②	07 ⑤	08 ①	09 ③	10 ③
11 ④	12 ①	13 20	14 $(x-6)(x+4)$	
15 -2	16 40			

01 $3x^2y+9xy^2=3xy(x+3y)$

$3xy(x+3y)=3y\times x(x+3y)$

➡ 인수: $3y$, $x(x+3y)$

$3xy(x+3y)=xy\times3(x+3y)$

➡ 인수: xy, $3(x+3y)$

$3xy(x+3y)=3xy\times(x+3y)$

➡ 인수: $3xy$, $x+3y$

따라서 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

02 ① $x^2-\boxed{A}x+1=x^2-\boxed{A}x+(\pm1)^2$

$A>0$이므로

$A=2\times1=2$

② $x^2+x+\boxed{A}=x^2+2\times x\times\frac{1}{2}+\boxed{A}$

$\therefore A=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

③ $\boxed{A}x^2+4x+1=\boxed{A}x^2+2\times2x\times1+1^2$

$\therefore A=2^2=4$

④ $9x^2-6x+\boxed{A}=(3x)^2-2\times3x\times1+\boxed{A}$

$\therefore A=1^2=1$

⑤ $4x^2+\boxed{A}x+\frac{1}{4}=(2x)^2+\boxed{A}x+\left(\pm\frac{1}{2}\right)^2$

$A>0$이므로

$A=2\times2\times\frac{1}{2}=2$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 양수 중 가장 작은 것은 ②이다.

03 $Ax^2-32xy+By^2=(4x-Cy)^2$

$=16x^2-8Cxy+C^2y^2$

$A=16$, $-32=-8C$, $B=C^2$

$-32=-8C$에서 $C=4$

$B=C^2$에서 $B=4^2=16$

$\therefore A-B+C=16-16+4=4$

04 ① $x^2-1=(x+1)(x-1)$

② $49b^2-9=(7b+3)(7b-3)$

③ $y^2+4y+3=(y+1)(y+3)$

⑤ $-4x^2y-8y^2=-4y(x^2+2y)$

따라서 인수분해가 바르게 된 것은 ④이다.

05 $x^2+3x-28=(x-4)(x+7)$

$$\begin{array}{llcr} x & -4 & \rightarrow & -4x \\ x & 7 & \rightarrow & +)\ \ 7x \\ \hline & & & 3x \end{array}$$

따라서 두 일차식의 합은

$(x-4)+(x+7)=2x+3$

06 $x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$이므로 x^2+ax-5는 $x+1$ 또는 $x+3$을 인수로 갖는다.

(ⅰ) x^2+ax-5가 $x+1$을 인수로 가질 때,

$x^2+ax-5=(x+1)(x+m)$ (m은 상수)이라 하면

$x^2+ax-5=x^2+(m+1)x+m$

$a=m+1$, $m=-5$

$a=(-5)+1=-4$

(ⅱ) x^2+ax-5가 $x+3$을 인수로 가질 때,

$x^2+ax-5=(x+3)(x+n)$ (n은 상수)이라 하면

$x^2+ax-5=x^2+(n+3)x+3n$

$a=n+3$, $3n=-5$

$\therefore n=-\frac{5}{3}$, $a=\left(-\frac{5}{3}\right)+3=\frac{4}{3}$

그런데 이것은 a가 정수라는 조건에 맞지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $a=-4$

07 $8x^2-ax+5=(4x-5)(2x+m)$ (m은 상수)이라 하면

$-a=4m-10$, $5=-5m$

$5=-5m$에서 $m=-1$

$-a=4m-10$에서 $-a=4\times(-1)-10=-14$

$\therefore a=14$

08 $81a^2-36a+4=(9a)^2-2\times 9a\times 2+2^2$

$=(9a-2)^2$

정사각형 모양의 텃밭의 한 변의 길이는 $9a-2$이므로 울타리의 둘레의 길이는

$2(9a-2)=18a-4$

09 세 종류의 직사각형 12개의 넓이의 합은 x^2+5x+6이다.

x^2+5x+6을 인수분해하면

$$\begin{array}{llrl} x & 2 & \rightarrow & 2x \\ x & 3 & \rightarrow & +)\ 3x \\ \hline & & & 5x \end{array}$$

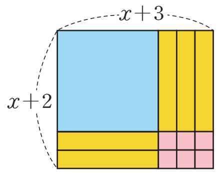
$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

즉, 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $x+2$, 세로의 길이는 $x+3$ 또는 가로의 길이는 $x+3$, 세로의 길이는 $x+2$이다.

따라서 가로의 길이와 세로의 길이의 합은

$(x+3)+(x+2)=2x+5$

다른 풀이 세 종류의 직사각형 12개를 겹치지 않게 이어붙여 직사각형을 만들면 다음 그림과 같다.



이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 $x+3$, $x+2$이므로 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은

$(x+3)+(x+2)=2x+5$

10 (분수대를 제외한 잔디밭의 넓이)

$=17.5^2\pi-3.5^2\pi$

$=(17.5^2-3.5^2)\pi$

$=(17.5+3.5)(17.5-3.5)\pi$

$=(21\times 14)\pi$

$=294\pi(\mathrm{m}^2)$

따라서 넓이를 구할 때 가장 편리한 인수분해 공식은 ③이다.

11 $a^2-b^2=169=13^2$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$이고 $a>b$이므로

$a+b\neq a-b$, $a+b>a-b$

$(a+b)(a-b)=169\times 1$이므로

$a+b=169$, $a-b=1$

두 식을 연립하여 풀면

$a=85$, $b=84$

12 $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$

$=\{(5+\sqrt{3})-(5-\sqrt{3})\}^2$

$=(2\sqrt{3})^2$

$=12$

13 $x^2+9x+k=(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

$a+b=9$, $ab=k$ ··· 1단계

a, b는 자연수이므로 두 수의 합이 9인 두 자연수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$,

$(7,\ 2),\ (8,\ 1)$이다. · · · 2단계

$k=ab$이므로 k의 값 중 가장 큰 값은

$k=4\times5=5\times4=20$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$a+b$의 값을 구한 경우	30%
2단계	$a+b=9$인 두 자연수를 모두 구한 경우	40%
3단계	k의 값 중 가장 큰 값을 구한 경우	30%

14 $(x+2)(x-12)=x^2-10x-24$이므로

이차식 A의 상수항은 -24이다. · · · 1단계

$(x+6)(x-8)=x^2-2x-48$이므로

이차식 A의 x의 계수는 -2이다. · · · 2단계

이차식 A의 x^2의 계수는 1이므로

$A=x^2-2x-24$

이 식을 인수분해하면

$$\begin{array}{cccr} x & -6 & \rightarrow & -6x \\ x & 4 & \rightarrow & +)\ \ 4x \\ \hline & & & -2x \end{array}$$

$A=(x-6)(x+4)$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	이차식 A의 상수항을 구한 경우	30%
2단계	이차식 A의 x의 계수를 구한 경우	30%
3단계	이차식 A를 인수분해한 경우	40%

15 $x^2+(n+1)x+64=x^2+(n+1)x+(\pm8)^2$

$=(x\pm8)^2$

$n+1=2\times(\pm8)=\pm16$ · · · 1단계

$n+1=16$에서 $n=15$

$n+1=-16$에서 $n=-17$ · · · 2단계

따라서 모든 n의 값의 합은

$15+(-17)=-2$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식이 완전제곱식으로 인수분해되기 위한 n의 조건을 구한 경우	40%
2단계	모든 n의 값을 구한 경우	40%
3단계	모든 n의 값의 합을 구한 경우	20%

16 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 60이므로

$4x+4y=60$ $\quad\therefore x+y=15$ · · · 1단계

두 정사각형의 넓이의 차가 150이므로

$x^2-y^2=150$

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$이므로

$15\times(x-y)=150$ $\quad\therefore x-y=10$ · · · 2단계

두 정사각형의 둘레의 길이는 각각 $4x,\ 4y$이므로

(두 정사각형의 둘레의 길이의 차)

$=4x-4y$

$=4(x-y)$

$=40$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$x+y$의 값을 구한 경우	20%
2단계	$x-y$의 값을 구한 경우	50%
3단계	$4x-4y$의 값을 구한 경우	30%

중단원 실전 테스트 2회

본문 91쪽

01 ③	02 ④	03 ④	04 ①	05 ②
06 ②	07 ③	08 ⑤	09 ①	10 ⑤
11 ③	12 ⑤	13 $4x$	14 $10x-2$	
15 $a=8$, 소수 11	16 6			

01 ② $x^2+2x=x(x+2)$

③ $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$

④ $x^2-2x+1=(x-1)^2$

⑤ $2x^2+x-1=(x+1)(2x-1)$

따라서 $x-2$를 인수로 갖는 다항식은 ③이다.

02 $2(a-3)(a+4)=(a-3)\times2(a+4)$

➡ 인수: $a-3,\ 2(a+4)$

$2(a-3)(a+4)=(a+4)\times2(a-3)$

➡ 인수: $a+4,\ 2(a-3)$

$2(a-3)(a+4)=2\times(a-3)(a+4)$

$=2\times(a^2+a-12)$

➡ 인수: $2,\ (a-3)(a+4)$(또는 a^2+a-12)

따라서 인수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㅂ이다.

03 ④ $ab-3b-2a+6=b(a-3)-2(a-3)$

$=(a-3)(b-2)$

04 ① $-4x=-2\times x\times2$이므로 이 다항식이 완전제곱식으로 인수분해되기 위해서는 상수항이 $2^2=4$이어야 한다.

② $x^2+14x+49=(x+7)^2$

③ $3a^2-18a+27=3(a^2-6a+9)$

$\qquad\qquad\qquad\;\;=3(a-3)^2$

④ $y^2+y+\frac{1}{4}=\left(y+\frac{1}{2}\right)^2$

⑤ $\frac{1}{16}b^2-\frac{1}{2}b+1=\left(\frac{1}{4}b-1\right)^2$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ①이다.

05 $0<a<3$에서 $a>0$, $a-3<0$

$\therefore \sqrt{a^2+6a+9}-\sqrt{a^2-6a+9}$

$=\sqrt{(a+3)^2}-\sqrt{(a-3)^2}$

$=(a+3)-\{-(a-3)\}$

$=a+3+a-3$

$=2a$

06 $x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$

$x^2-2x-8=(x-4)(x+2)$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x+2$이다.

07 $21x^2-x-2$를 인수분해하면

$$\begin{array}{llcr} 3x & -1 & \rightarrow & -7x \\ 7x & 2 & \rightarrow & +\underline{)\quad 6x} \\ & & & -x \end{array}$$

$21x^2-x-2=(3x-1)(7x+2)$

$\qquad\qquad\;\;\;=(3x+a)(7x+b)$

따라서 $a=-1$, $b=2$이므로

$a+b=1$

08 $(x-2)(x+9)=x^2+7x-18$이고, 지영이는 x의 계수를 잘못 보고 인수분해했으므로

(처음 이차식의 상수항)$=-18$

$(x+2)(x+1)=x^2+3x+2$이고, 준현이는 상수항을 잘못 보고 인수분해했으므로

(처음 이차식의 x의 계수)$=3$

따라서 처음 이차식은 $x^2+3x-18$이다.

이 이차식을 인수분해하면

$$\begin{array}{llcr} x & -3 & \rightarrow & -3x \\ x & 6 & \rightarrow & +\underline{)\quad 6x} \\ & & & 3x \end{array}$$

$x^2+3x-18=(x-3)(x+6)$

09 도형 (가)의 넓이는

$(3x+1)^2-3^2=(9x^2+6x+1)-9$

$\qquad\qquad\qquad\;=9x^2+6x-8$

$$\begin{array}{llcr} 3x & -2 & \rightarrow & -6x \\ 3x & 4 & \rightarrow & +\underline{)\quad 12x} \\ & & & 6x \end{array}$$

$9x^2+6x-8=(3x-2)(3x+4)$이고, 도형 (나)의 가로의 길이가 $3x+4$이므로 도형 (나)의 세로의 길이는 $3x-2$이다.

10 $x^2-6xy+9y^2=(x-3y)^2$

$=\{(3\sqrt{2}-5)-3(\sqrt{2}-5)\}^2$

$=(3\sqrt{2}-5-3\sqrt{2}+15)^2$

$=10^2$

$=100$

11 $1002^2-998^2=(1002+998)(1002-998)$

$=2000\times4$

즉, □ 안에 들어갈 수는 4이다.

12 $x=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$

$=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$

$=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5})^2-2^2}$

$=\sqrt{5}+2$

$y=\frac{1}{\sqrt{5}+2}$

$=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$

$=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-2^2}$

$=\sqrt{5}-2$

$\therefore x^2-y^2$

$=(x+y)(x-y)$

$=\{(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)\}\{(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}-2)\}$

$=2\sqrt{5}\times4$

$=8\sqrt{5}$

13 $(3x+1)(x-3)-13$

$=(3x^2-8x-3)-13$

$=3x^2-8x-16$

$$\begin{array}{llcr} x & -4 & \rightarrow & -12x \\ 3x & 4 & \rightarrow & +\underline{)\quad 4x} \\ & & & -8x \end{array}$$

$(3x+1)(x-3)-13=(x-4)(3x+4)$이므로

··· 1단계

두 일차식은 $x-4$, $3x+4$이다. ··· 2단계

따라서 두 일차식의 합은

$(x-4)+(3x+4)=4x$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 인수분해한 경우	60%
2단계	두 일차식을 구한 경우	20%
3단계	두 일차식의 합을 구한 경우	20%

14 직사각형의 넓이는 (가로의 길이)×(세로의 길이)이므로

(가로의 길이)$\times(2x-3)=6x^2-5x-6$

$=(2x-3)(3x+2)$

··· 1단계

$$\begin{array}{lcrcr} 2x & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -3 & \rightarrow & -9x \\ 3x & & 2 & \rightarrow & +)\ \ 4x \\ \hline & & & & -5x \end{array}$$

직사각형의 가로의 길이가 $3x+2$이므로 ··· 2단계

(직사각형의 둘레의 길이)

$=2\{$(가로의 길이)+(세로의 길이)$\}$

$=2\{(3x+2)+(2x-3)\}$

$=2(5x-1)$

$=10x-2$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$6x^2-5x-6$을 인수분해한 경우	60%
2단계	가로의 길이를 구한 경우	20%
3단계	직사각형의 둘레의 길이를 구한 경우	20%

15 $a^2-4a-21=(a-7)(a+3)$ ··· 1단계

소수는 1보다 큰 자연수 중에서 약수가 1과 자기 자신밖에 없는 수이므로 자연수 a에 대하여 주어진 식의 값이 소수가 되려면 $a-7=1$이고 $a+3$은 소수이어야 한다.

$a=8$일 때, $a+3=8+3=11$이므로 주어진 식의 값이 소수가 되도록 하는 $a=8$이고 이때의 소수는 11이다. ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$a^2-4a-21$을 인수분해한 경우	40%
2단계	a의 값과 소수를 각각 구한 경우	60%

16 $\dfrac{12.5^2-12.5+0.5^2}{5^2-1}$

$=\dfrac{12.5^2-2\times12.5\times0.5+0.5^2}{5^2-1}$

$=\dfrac{(12.5-0.5)^2}{(5+1)(5-1)}$ ··· 1단계

$=\dfrac{12^2}{6\times4}=6$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	분모와 분자를 각각 인수분해를 이용하여 두 식의 곱으로 나타낸 경우	70%
2단계	식의 값을 구한 경우	30%

Ⅲ. 이차방정식

1 이차방정식의 뜻과 풀이

개념 체크 본문 96쪽

01 $2x^2$, 이차방정식이다

02 (1) ○ (2) ○ (3) ×

03 -2, 1

x의 값	좌변의 값	비교	우변의 값
-2	0	$=$	0
-1	-2	$\neq$	0
0	-2	$\neq$	0
1	0	$=$	0

04 (1) × (2) ○ (3) ×

05 $x+6$, $x+6=0$, $x=-6$

06 (1) $x=-1$ 또는 $x=-2$ (2) $x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

(3) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

07 (1) $x=-1$ (2) $x=4$ (3) $x=\frac{1}{2}$

근의 공통점: 이차방정식을 (x에 대한 이차식)$=0$의 꼴로 나타냈을 때, 좌변이 완전제곱식이면 중근을 갖는다.

08 (1) $x=\pm3$ (2) $x=\pm\frac{4}{3}$ (3) $x=-2\pm\sqrt{3}$

09 (1) $(x-4)^2=10$ (2) $(x-3)^2=2$ (3) $2(x-1)^2=1$

대표 유형 본문 98쪽

01 ①	02 ①	03 ②	04 ③	05 ⑤
06 ①	07 ①	08 ③	09 ①	10 ④
11 ②	12 ⑤	13 ②	14 ⑤	15 -9
16 4, -1	17 ④	18 ③	19 ③	20 ③
21 ④	22 ③	23 ③	24 ④	

01 ① $x^2+4x-4=0$이므로 이차방정식이다.
② $-2x+1=0$이므로 일차방정식이다.
③ $2x^3-6x=0$이므로 이차방정식이 아니다.
④ $2x+11=0$이므로 일차방정식이다.
⑤ $x+20=0$이므로 일차방정식이다.
따라서 이차방정식인 것은 ①이다.

02 ① $(x-3)^2=x^2$, $-6x+9=0$이므로 일차방정식이다.
② $x^2=3(x-4)$, $x^2-3x+12=0$이므로 이차방정식이다.
③ $x(x-5)=0$, $x^2-5x=0$이므로 이차방정식이다.
④ $x^2+x=x+4$, $x^2-4=0$이므로 이차방정식이다.
⑤ $2x^2-x-1=0$은 이차방정식이다.
따라서 이차방정식이 아닌 것은 ①이다.

03 ㄱ. $(x+2)(x-2)=-3$, $x^2-1=0$
ㄴ. $3x^2-5x-1=3(x^2-1)$, $-5x+2=0$
ㄷ. $4x^2-5x=x^3$, $x^3-4x^2+5x=0$
ㄹ. $x^2=(x-1)^2$, $-2x+1=0$
따라서 이차방정식인 것은 ㄱ이다.

04 ③ $x=1$을 대입하면 $1-2+1=0$
따라서 등식이 성립하므로 $x=1$을 해로 갖는다.

05 $x=-1$을 대입하여 등식이 참이 되지 않는 것을 찾는다.
⑤ $3\times(-1)^2-4\times(-1)+1=3+4+1=8\neq0$

06 [ ] 안의 값을 주어진 방정식에 각각 대입하면 다음과 같다.
① $(-1)^2+(-1)=1-1=0$
② $(-1)^2-2\times(-1)-8=1+2-8$
$=-5\neq0$
③ $(-2)^2+4=8\neq0$
④ $3^2+3-6=6\neq0$
⑤ $(5+5)(5-1)=10\times4=40\neq0$

07 $2x^2-ax-12=0$에 $x=1$을 대입하면
$2\times1-a\times1-12=0$
$\therefore a=-10$

08 $x^2+ax+4(a-1)=0$에 $x=-1$을 대입하면
$(-1)^2-a+4(a-1)=0$
$3a-3=0$ $\quad\therefore a=1$

09 $x=3$을 각각의 방정식에 대입하면
$9+3a-27=0$ $\quad\therefore a=6$

$9+12+b=0 \quad \therefore b=-21$

$\therefore a+b=-15$

10 각 이차방정식의 해를 구하면 다음과 같다.

① $x=1$ 또는 $x=-2$

② $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

③ $x=-1$ 또는 $x=-2$

⑤ $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-2$

11 $x-1=0$에서 $x=1$

$2x+1=0$에서 $x=-\frac{1}{2}$

12 $8x^2+10x+3=0$에서

$(2x+1)(4x+3)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-\frac{3}{4}$

13 중근을 가지려면 이차방정식이 (완전제곱식)$=0$의 꼴이 되어야 한다.

$5-a=\left(\frac{8}{2}\right)^2$에서 $5-a=16$

$\therefore a=-11$

14 중근을 가지려면 이차방정식이 (완전제곱식)$=0$의 꼴이 되어야 한다.

⑤ $x^2+8x+16=(x+4)^2=0$

$\therefore x=-4$ (중근)

15 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$x^2+6x-k=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$-k=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9 \quad \therefore k=-9$

16 $(x-2)^2=5$에서 $x-2=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{5}$

두 근의 합은 $(2+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})=4$

두 근의 곱은 $(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=4-5=-1$

17 $x^2+6x-1=0$에서

$x^2+6x=1$

양변에 9를 더하면

$x^2+6x+9=10$, $(x+3)^2=10$

$\therefore a=3$, $b=10$

18 $(x-5)^2=a$에서

$x-5=\pm\sqrt{a} \quad \therefore x=5\pm\sqrt{a}$

이 이차방정식의 해가 $x=b\pm\sqrt{17}$이므로

$a=17$, $b=5 \quad \therefore a+b=22$

19 ② $x^2+6x=\frac{1}{4}$에서 좌변을 완전제곱식의 꼴로 변형하기 위해 양변에 $\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$를 더해야 한다.

③ $x^2+6x+9=(x+3)^2$이므로 $\boxed{③}$에 들어갈 수는 3이다.

20 $3x^2+6x-7=0$의 양변을 3으로 나누면

$x^2+2x-\frac{7}{3}=0$

$x^2+2x=\frac{7}{3}$

$x^2+2x+1=\frac{7}{3}+1$

$\therefore (x+1)^2=\frac{10}{3}$

따라서 $p=-1$, $q=\frac{10}{3}$이므로

$p+q=(-1)+\frac{10}{3}=\frac{7}{3}$

21 $2x^2-8x+3=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-4x+\frac{3}{2}=0$

$x^2-4x=-\frac{3}{2}$

$x^2-4x+4=-\frac{3}{2}+4$

$(x-2)^2=\frac{5}{2}$

$x-2=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

$\therefore x=2\pm\frac{\sqrt{10}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{10}}{2}$

따라서 $a=4$, $b=10$이므로

$ab=40$

22 $x=2$를 $x^2-ax-2x=0$에 대입하면

$4-2a-4=0 \quad \therefore a=0$

즉, $x^2-2x=0$에서

$x(x-2)=0$

$\therefore$ $x=0$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 0이다.

23 $x=0$을 $(x-3)^2=m$에 대입하면

$m=9$

즉, $(x-3)^2=9$에서

$x-3=\pm3$

$\therefore$ $x=6$ 또는 $x=0$

따라서 다른 한 근은 6이다.

24 한 근이 -2이므로 주어진 방정식에 $x=-2$를 대입하면

$4-2a-2+a=0$ $\quad\therefore$ $a=2$

즉, $x^2+3x+2=0$에서

$(x+1)(x+2)=0$

$\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=-2$

따라서 다른 한 근은 -1이다.

기출 예상 문제

본문 102쪽

01 ②	02 ②	03 ④	04 ②	05 ②
06 ②	07 ①	08 ②	09 -1	10 ③
11 1	12 ③			

01 $(ax-3)\times(-4x)=2x^2+3$에서

$-4ax^2+12x=2x^2+3$

$(-4a-2)x^2+12x-3=0$

이차방정식이 되기 위해서는

$-4a-2\neq0$, 즉 $a\neq-\frac{1}{2}$이어야 한다.

02 [ ] 안의 값을 주어진 방정식에 각각 대입하면

① $1+1=2\neq0$

② $9-12+3=0$

③ $9-6\neq0$

④ $(5-1)\times(5+5)\neq0$

⑤ $1\times2\neq0$

03 $2x^2-ax+4=0$, $2x^2-5x+b=0$에 $x=2$를 각각 대입하면

$8-2a+4=0$, $8-10+b=0$

$\therefore$ $a=6$, $b=2$

$\therefore$ $a-b=4$

04 $(x-4)(x+3)=18$에서

$x^2-x-12=18$, $x^2-x-30=0$

$(x+5)(x-6)=0$ $\quad\therefore$ $x=-5$ 또는 $x=6$

따라서 근 중에서 작은 것은 -5이다.

05 $x=2$를 $x^2+mx-2m^2+8=0$에 대입하면

$4+2m-2m^2+8=0$, $-2m^2+2m+12=0$

$m^2-m-6=0$, $(m-3)(m+2)=0$

$\therefore$ $m=3$ 또는 $m=-2$

이때 m은 양수이므로 $m=3$

06 ① $x(x-3)=0$에서

$x=0$ 또는 $x=3$

$\therefore$ (두 근의 합)$=3$

② $(x+2)(x-4)=0$에서

$x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore$ (두 근의 합)$=2$

③ $2x(x+1)=0$에서

$x=0$ 또는 $x=-1$

$\therefore$ (두 근의 합)$=-1$

④ $(x+4)(x-2)=0$에서

$x=-4$ 또는 $x=2$

$\therefore$ (두 근의 합)$=-2$

⑤ $(x+5)(x-2)=0$에서

$x=-5$ 또는 $x=2$

$\therefore$ (두 근의 합)$=-3$

07 $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)=0$에서

$x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}=0$

양변에 6을 곱하면

$6x^2-x-1=0$

$\therefore$ $a=-1$, $b=-1$

08 ② $6x+12=3-x^2$에서

$x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0$ $\quad\therefore$ $x=-3$(중근)

09 $3x-5=x^2+7x+m$이 중근을 가지려면

$x^2+4x+m+5=0$

$m+5=\left(4\times\frac{1}{2}\right)^2$, $m+5=4$

$\therefore m=-1$

10 $3x^2-6x-1=0$에서

$3(x^2-2x)=1$

$3(x^2-2x+1)=4$

$3(x-1)^2=4$

$(x-1)^2=\frac{4}{3}$

따라서 $a=1$, $b=\frac{4}{3}$이므로

$a+b=1+\frac{4}{3}=\frac{7}{3}$

11 $a(x-1)^2=b$에서

$(x-1)^2=\frac{b}{a}$

$x-1=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$

$x=\frac{4\pm\sqrt{15}}{4}=1\pm\sqrt{\frac{15}{16}}$이므로

$\frac{b}{a}=\frac{15}{16}$

a, b는 서로소이므로 $a=16$, $b=15$

$\therefore a-b=1$

다른 풀이 $x=\frac{4\pm\sqrt{15}}{4}$의 양변에 4를 곱하면

$4x=4\pm\sqrt{15}$

$4(x-1)=\pm\sqrt{15}$

양변을 제곱하면

$16(x-1)^2=15$

따라서 $a=16$, $b=15$이므로

$a-b=1$

12 $ax^2+(a-2)x+1=0$에 $x=1$을 대입하면

$a+(a-2)+1=0$

$2a-1=0$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

$a=\frac{1}{2}$을 주어진 방정식에 대입하면

$\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1=0$, $x^2-3x+2=0$

$(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

따라서 구하는 다른 한 근은 2이다.

고난도 집중 연습

본문 104쪽

1 $2x^2-40x+150=0$	**1-1** $3x^2+6x-24=0$
2 $x=-8$ (중근)	**2-1** $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
3 $x=-8$ 또는 $x=3$	**3-1** $x=-5$ 또는 $x=2$
4 -5	**4-1** 66

1 풀이 전략 미지수가 2개인 일차방정식의 성질을 이용하여 a, b의 값을 구한다.

두 점 $(-3, 0)$, $(0, 5)$를 지나는 일차방정식은

$y=\frac{5}{3}x+5$, $5x-3y+15=0$

$\therefore a=5$, $b=15$

5와 15를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x-5)(x-15)=0$

$\therefore 2x^2-40x+150=0$

1-1 풀이 전략 미지수가 2개인 일차방정식의 성질을 이용하여 a, b의 값을 구한다.

두 점 $(4, 0)$, $(0, 2)$를 지나는 일차방정식은

$y=-\frac{1}{2}x+2$, $x+2y-4=0$

$\therefore a=2$, $b=-4$

2와 -4를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x-2)(x+4)=0$, $3(x^2+2x-8)=0$

$\therefore 3x^2+6x-24=0$

2 풀이 전략 이차방정식이 (완전제곱식)=0의 꼴로 나타나면 중근을 가짐을 이용한다.

$x=8$이 $x^2-16x+b=0$의 해이므로

$8^2-16\times8+b=0$, $64-128+b=0$

$\therefore b=64$

이차방정식 $x^2+ax+64=0$이 중근을 가지므로

$\left(\frac{a}{2}\right)^2=64$, $a^2=256$

$\therefore a=16$ ($\because a>0$)

$x^2+16x+64=0$, $(x+8)^2=0$

$\therefore x=-8$ (중근)

2-1 풀이 전략 이차방정식이 (완전제곱식)=0의 꼴로 나타나면 중근을 가짐을 이용한다.

$x^2-4x+3k+1=0$이 중근을 가지므로

$\left(\frac{-4}{2}\right)^2=3k+1,\ 3k=3$

$\therefore\ k=1$

$2x^2+x-1=0$에서 $(x+1)(2x-1)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

3 풀이 전략 보다 수월한 방정식으로 변형하기 위해 $x+1=A$로 놓을 수 있다. A에 대한 이차방정식을 푼 후, 다시 x의 값을 구한다.

$(x+1)^2+3(x+1)=28$에서

$x+1=A$로 놓으면

$A^2+3A=28$

$A^2+3A-28=0$

$(A-4)(A+7)=0$

$\therefore\ A=4$ 또는 $A=-7$

즉, $x+1=4$ 또는 $x+1=-7$

$\therefore\ x=3$ 또는 $x=-8$

다른 풀이 주어진 식을 전개하여 해 구하기

$(x+1)^2+3(x+1)=28$에서

$x^2+2x+1+3x+3-28=0$

$x^2+5x-24=0$

$(x+8)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-8$ 또는 $x=3$

3-1 풀이 전략 $x+2=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식을 푼 후, 다시 x의 값을 구한다.

$(x+2)^2-(x+2)=12$에서

$x+2=A$로 놓으면

$A^2-A=12$

$A^2-A-12=0$

$(A-4)(A+3)=0$

$\therefore\ A=4$ 또는 $A=-3$

즉, $x+2=4$ 또는 $x+2=-3$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=-5$

4 풀이 전략 주어진 이차방정식의 좌변을 완전제곱식의 꼴로 변형하여 해를 구한 후, 계수를 비교한다.

$x^2+ax-1=0$에서

상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+ax=1$

양변에 $\frac{a^2}{4}$을 더하면

$\left(x+\frac{a}{2}\right)^2=1+\frac{a^2}{4}$

$x+\frac{a}{2}=\pm\sqrt{\frac{4+a^2}{4}}$

$\therefore\ x=\frac{-a\pm\sqrt{4+a^2}}{2}$

해가 $x=\frac{1\pm\sqrt{b}}{2}$이므로

$a=-1,\ b=4+a^2=5$

$\therefore\ ab=-5$

4-1 풀이 전략 주어진 이차방정식의 좌변을 완전제곱식의 꼴로 변형하여 해를 미지수 A에 대한 식으로 나타낸다.

$x^2-4x+A=0$에서

$x^2-4x=-A$

양변에 4를 더하면

$x^2-4x+4=-A+4$

$(x-2)^2=-A+4$

$(x+B)^2=\frac{11}{2}$과 비교하면

$A=-\frac{3}{2},\ B=-2$

$x-2=\pm\sqrt{\frac{11}{2}}$

$\therefore\ x=2\pm\sqrt{\frac{11}{2}}=\frac{4\pm\sqrt{22}}{2}$

$x=\frac{4\pm\sqrt{C}}{2}$이므로 $C=22$

$\therefore\ ABC=-\frac{3}{2}\times(-2)\times22=66$

서술형 집중 연습

본문 106쪽

예제 1 -7	유제 1 3
예제 2 1	유제 2 (1) 1 (2) $-\frac{5}{2}$
예제 3 -4	유제 3 (1) $\frac{9}{8}$ (2) $\frac{3}{2}$(중근)
예제 4 $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$	유제 4 9

예제 1 $x=\boxed{2}$를 각각의 방정식에 대입하면

$4+2a-18=0$ $\quad\therefore\ a=\boxed{7}$ ··· 1단계

$4+10+b=0$ $\quad\therefore\ b=\boxed{-14}$ ··· 2단계

$\therefore\ a+b=\boxed{-7}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40%
2단계	b의 값을 구한 경우	40%
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20%

유제 1 $2x^2-ax+16=0$에 $x=-2$를 대입하면

$2\times(-2)^2-a\times(-2)+16=0$

$2a+24=0 \quad \therefore a=-12$ ··· 1단계

또, $4x^2-7x-b=0$에 $x=3$을 대입하면

$4\times3^2-7\times3-b=0$

$36-21-b=0$

$\therefore b=15$ ··· 2단계

$\therefore a+b=-12+15=3$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40%
2단계	b의 값을 구한 경우	40%
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20%

예제 2 $x=\boxed{-2}$를 $x^2+ax-2a=0$에 대입하면

$\boxed{(-2)^2-2a-2a=0}$

$4a=\boxed{4} \quad \therefore a=\boxed{1}$ ··· 1단계

$a=\boxed{1}$을 $x^2+ax-2a=0$에 대입하면

$\boxed{x^2+x-2=0}$

$(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=\boxed{-2}$ 또는 $x=\boxed{1}$ ··· 2단계

따라서 다른 한 근은 $\boxed{1}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40%
2단계	방정식의 해를 구한 경우	40%
3단계	나머지 한 근을 구한 경우	20%

유제 2 (1) $x=2$를 $2x^2+ax-10=0$에 대입하면

$8+2a-10=0 \quad \therefore a=1$ ··· 1단계

(2) $a=1$을 $2x^2+ax-10=0$에 대입하면

$2x^2+x-10=0$

$(2x+5)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=2$ ··· 2단계

따라서 나머지 한 근은 $-\frac{5}{2}$이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40%
2단계	방정식의 해를 구한 경우	40%
3단계	나머지 한 근을 구한 경우	20%

예제 3 x^2의 계수가 2이고 $x=-1$을 중근으로 갖는 이차방정식은

$\boxed{2(x+1)^2=0}$

$\therefore 2x^2+4x+2=0$ ······ ㉠ ··· 1단계

이차방정식 $2x(x-a)=b$를 전개하여 정리하면

$\boxed{2x^2-2ax-b=0}$ ······ ㉡

이다.

㉠, ㉡을 비교하면

$-2a=4 \quad \therefore a=\boxed{-2}$

$-b=2 \quad \therefore b=\boxed{-2}$ ··· 2단계

$\therefore a+b=\boxed{-4}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	조건에 맞는 방정식을 세운 경우	40%
2단계	a, b의 값을 구한 경우	40%
3단계	$a+b$의 값을 구한 경우	20%

유제 3 (1) $2k=\left(-3\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

$\therefore k=\frac{9}{8}$ ··· 1단계

(2) $x^2-3x+2k=0$에 $k=\frac{9}{8}$를 대입하면

$x^2-3x+\frac{9}{4}=0$, $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ (중근) ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	k의 값을 구한 경우	50%
2단계	중근을 구한 경우	50%

예제 4 $x^2-6x+k=0$이 중근을 가지려면

$k=\left(-\frac{6}{2}\right)^2=\boxed{9}$이다. ··· 1단계

$k=\boxed{9}$를 $(k-7)x^2+x-1=0$에 대입하면

$\boxed{2x^2+x-1=0}$ ··· 2단계

$(x+1)(2x-1)=0$

$\therefore x=\boxed{-1}$ 또는 $x=\boxed{\frac{1}{2}}$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	k의 값을 구한 경우	40%
2단계	이차방정식을 구한 경우	40%
3단계	해를 구한 경우	20%

유제 4 $x^2+8x+a=0$에서

$a=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$ ··· 1단계

$a=16$을 $x^2+(a-6)x+b=0$에 대입하면

$x^2+10x+b=0$이므로

$b=\left(\frac{10}{2}\right)^2=25$ ··· 2단계

$\therefore b-a=25-16=9$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	40%
2단계	b의 값을 구한 경우	40%
3단계	$b-a$의 값을 구한 경우	20%

중단원 실전 테스트 1회

본문 108쪽

01 ②, ④	02 ④	03 ③	04 ①	05 ①
06 ①	07 ②	08 ②	09 ①	10 ④, ⑤
11 ④	12 ③	13 $-\frac{3}{2}$, 1		14 6
15 $p=9$, $q=20$		16 2		

01 ① 이차식

② $5x^2-2=0$ (이차방정식)

③ $x^2+3x=x^2-2x+1$, $5x-1=0$ (일차방정식)

④ $x^2+4x=0$ (이차방정식)

⑤ $7x=0$ (일차방정식)

따라서 이차방정식인 것은 ②, ④이다.

02 $(ax-1)(2x+3)=x^2+1$에서

$(2a-1)x^2+(3a-2)x-4=0$

$2a-1\neq0$이어야 하므로

$a\neq\frac{1}{2}$

따라서 a의 값으로 적당하지 않은 것은 ④이다.

03 $x=2$를 각 이차방정식에 대입하면

① $4-2=2\neq0$ ② $4+4=8\neq0$

③ $4-4=0$ ④ $8+2-1=9\neq0$

⑤ $16-8-1=7\neq0$

따라서 $x=2$를 해로 갖는 것은 ③이다.

04 $x=-2$를 $x^2-(a+1)x+4=0$에 대입하면

$4-(a+1)\times(-2)+4=0$

$2a=-10$ $\therefore a=-5$

05 $x=2$를 $x^2+2x+a=0$에 대입하면

$4+4+a=0$ $\therefore a=-8$

또, $x=2$를 $2x^2-bx+1=0$에 대입하면

$8-2b+1=0$ $\therefore b=\frac{9}{2}$

$\therefore ab=(-8)\times\frac{9}{2}=-36$

06 $x=a$를 $x^2+4x-1=0$에 대입하면

$a^2+4a-1=0$

① 상수항을 우변으로 이항하면

$a^2+4a=1$

② ①을 이용하면

$1+4a+a^2=1+(a^2+4a)$

$=1+1=2$

③ $2-4a-a^2=2-(a^2+4a)$

$=2-1=1$

④ $2a^2+8a+3=2(a^2+4a)+3$

$=2\times1+3=5$

⑤ $a^2+4a-1=0$의 양변을 $a(a\neq0)$로 나누면

$a+4-\frac{1}{a}=0$

$\therefore a-\frac{1}{a}=-4$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

07 ①, ③, ④, ⑤ $x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

② $x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

08 $3x(x-2)=7x-4$에서

$3x^2-6x=7x-4$

$3x^2-13x+4=0$

$(x-4)(3x-1)=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$

그런데 $\alpha>\beta$이므로

$\alpha=4,\ \beta=\frac{1}{3}$

$\therefore\ \alpha+3\beta=4+3\times\frac{1}{3}=5$

09 $x=8$을 $x^2-x+k=0$에 대입하면

$64-8+k=0 \qquad \therefore\ k=-56$

$x^2-x-56=0$이므로

$(x+7)(x-8)=0$

$\therefore\ x=-7$ 또는 $x=8$

따라서 다른 한 근은 -7이다.

10 ① $x(x+2)=0 \qquad \therefore\ x=0$ 또는 $x=-2$

② $x=-4$ 또는 $x=4$

③ $(x+9)(x-2)=0 \qquad \therefore\ x=-9$ 또는 $x=2$

④ $(3x+1)^2=0 \qquad \therefore\ x=-\frac{1}{3}$ (중근)

⑤ $(2x+3)^2=0 \qquad \therefore\ x=-\frac{3}{2}$ (중근)

따라서 중근을 갖는 것은 ④, ⑤이다.

11 $(x-3)^2=5$에서

$x-3=\pm\sqrt{5}$

$\therefore\ x=3\pm\sqrt{5}$

따라서 $a=3,\ b=5$이므로

$ab=15$

12 $2x^2-8x+1=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-4x+\frac{1}{2}=0$

$x^2-4x=\boxed{-\frac{1}{2}}$

$x^2-4x+\boxed{4}=\boxed{-\frac{1}{2}}+\boxed{4}$

$(x-\boxed{2})^2=\boxed{\frac{7}{2}}$

$x-2=\pm\sqrt{\frac{7}{2}}$

$\therefore\ x=2\pm\sqrt{\frac{7}{2}}=\boxed{\frac{4\pm\sqrt{14}}{2}}$

따라서 알맞지 않은 것은 ③이다.

13 $x^2+4ax+6=2a$가 중근을 가지므로

$x^2+4ax-2a+6=0$에서

$\left(\frac{4a}{2}\right)^2=-2a+6$

$4a^2+2a-6=0$ ··· 1단계

$2(2a+3)(a-1)=0$

$\therefore\ a=-\frac{3}{2}$ 또는 $a=1$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	완전제곱식의 꼴로 변형하여 a에 대한 식을 구한 경우	50%
2단계	a의 값을 모두 구한 경우	50%

14 $x^2+8x+k=0$에서

$x^2+8x=-k$

양변에 16을 더하면

$(x+4)^2=-k+16$

$x+4=\pm\sqrt{-k+16}$

$\therefore\ x=-4\pm\sqrt{-k+16}$ ··· 1단계

해가 $x=m\pm\sqrt{6}$이므로

$m=-4,\ -k+16=6 \qquad \therefore\ k=10$ ··· 2단계

$\therefore\ k+m=10+(-4)=6$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	해를 k에 대한 식으로 표현한 경우(완전제곱식을 이용)	40%
2단계	m, k의 값을 구한 경우	40%
3단계	$k+m$의 값을 구한 경우	20%

15 $2(x+5)(x-1)=0$에서

$x=-5$ 또는 $x=1$ ··· 1단계

(두 근의 합)$=-4$

(두 근의 곱)$=-5$

$x=-4$ 또는 $x=-5$가 $x^2+px+q=0$의 해이므로

이 식에 $x=-4$를 대입하면

$16-4p+q=0$ ······ ㉠

$x=-5$를 대입하면

$25-5p+q=0$ ······ ㉡ ··· 2단계

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$p=9,\ q=20$ ··· 3단계

다른 풀이 $-4,\ -5$가 해이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+4)(x+5)=0$

$x^2+9x+20=0$

이므로

$p=9,\ q=20$

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$2(x+5)(x-1)=0$의 해를 구한 경우	30%
2단계	$p,\ q$에 대한 식을 구한 경우	30%
3단계	$p,\ q$의 값을 각각 구한 경우	40%

16 $\begin{cases} (a^2-5a+5)x+2y=a+4 \\ x-2y+6=0 \end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$\dfrac{a^2-5a+5}{1}=-\dfrac{2}{2}=\dfrac{-a-4}{6}$가 성립한다.

··· 1단계

$a^2-5a+5=-1$에서

$a^2-5a+6=0$

$(a-2)(a-3)=0$

$\therefore\ a=2$ 또는 $a=3$ ··· 2단계

그런데 $\dfrac{-a-4}{6}=-1$의 조건을 만족해야 한다.

$-a-4=-6,\ a=2$

$a=3$이면 $\dfrac{-3-4}{6}\neq-1$이므로 $a=2$이다.

··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	해가 무수히 많은 경우를 a에 대한 식으로 나타낸 경우	40%
2단계	가능한 a의 값을 구한 경우	40%
3단계	적절한 a만을 구한 경우	20%

중단원 실전 테스트 2회

본문 111쪽

01 ③ **02** ⑤ **03** ④, ⑤ **04** ③ **05** ⑤
06 ① **07** ③ **08** ⑤ **09** ② **10** ⑤
11 ④ **12** ⑤ **13** 10 **14** 2
15 ±8, 0 **16** $a=-1,\ b=-6$ 또는 $a=-2,\ b=-3$

01 ㄱ. 이차식

ㄴ. $x-3=0$ (일차방정식)

ㄷ. $x^2+2=0$ (이차방정식)

ㄹ. $2x^2-13x+12=0$ (이차방정식)

ㅁ. $2x-4=0$ (일차방정식)

ㅂ. $x^2-2x-6=0$ (이차방정식)

따라서 이차방정식이 아닌 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

02 $(x+1)^2-4x=5-4x^2$에서 $5x^2-2x-4=0$

따라서 $a=-2,\ b=-4$이므로

$ab=(-2)\times(-4)=8$

03 [ ] 안의 값을 주어진 방정식에 각각 대입하면

① $4-4=0$

② $2\times(2-2)=0$

③ $1+2-3=0$

④ $5-1-1\neq0$

⑤ $(-4+3)\times(-4-4)\neq0$

따라서 [ ] 안의 수가 해가 아닌 것은 ④, ⑤이다.

04 $x=-1$을 $x^2+(3-2k)x+k-1=0$에 대입하면

$3k=3 \qquad \therefore\ k=1$

$k=1$을 $x^2+(3-2k)x+k-1=0$에 대입하면

$x^2+x=0,\ x(x+1)=0$

$\therefore\ x=0$ 또는 $x=-1$

따라서 다른 한 근은 0이다.

05 $x=1$을 $x^2-2x+a-1=0$에 대입하면

$1-2+a-1=0 \qquad \therefore\ a=2$

$x=1$을 $x^2+x+b=0$에 대입하면

$1+1+b=0 \qquad \therefore\ b=-2$

$\therefore\ a-b=2-(-2)=4$

06 ① $x=5$ 또는 $x=-\dfrac{3}{4}$

② $x=-5$ 또는 $x=\dfrac{3}{4}$

③ $x=5$ 또는 $x=-\dfrac{4}{3}$

④ $x=-5$ 또는 $x=\dfrac{4}{3}$

⑤ $x=5$ 또는 $x=\dfrac{3}{4}$

07 ① $x^2-x-2=0$에서

$(x-2)(x+1)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=-1$

② $x^2-6x+5=0$에서

$(x-1)(x-5)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x=5$

③ $3x^2-10x-25=0$에서

$(3x+5)(x-5)=0$

$\therefore x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=5$

④ $8x^2-14x+3=0$에서

$(4x-1)(2x-3)=0$

$\therefore x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

⑤ $6x^2+7x-3=0$에서

$(3x-1)(2x+3)=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

08 $x^2-6x-7=0$에서

$(x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$

$x^2-9x+14=0$에서

$(x-2)(x-7)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=7$

따라서 공통인 해는 $x=7$이다.

09 $x=2$를 $x^2+(a-1)x+a+4=0$에 대입하면

$4+2a-2+a+4=0$

$\therefore a=-2$

즉, $x^2-3x+2=0$에서

$(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

따라서 $k=1$이므로

$a+k=(-2)+1=-1$

10 ㄱ. $9x^2=0$ $\quad \therefore x=0$ (중근)

ㄴ. $4x^2-4=0$에서

$x^2=1$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=1$

ㄷ. $x^2-14x=-49$에서

$x^2-14x+49=0$

$(x-7)^2=0$

$\therefore x=7$ (중근)

ㄹ. $x(2x-1)=x^2$에서

$x^2-x=0$

$x(x-1)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=1$

ㅁ. $4x^2-20x+25=0$에서

$(2x-5)^2=0$

$\therefore x=\frac{5}{2}$ (중근)

ㅂ. $(x-2)^2=2x-5$에서

$x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$

$\therefore x=3$ (중근)

따라서 중근을 갖는 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ이다.

11 $2x+a=\pm 2\sqrt{2}$이므로

$2x=-a\pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x=-\frac{a}{2}\pm\sqrt{2}$

$-\frac{a}{2}=-1$, $b=2$이므로

$a=2$, $b=2$

$\therefore ab=4$

12 $x^2-6x-5=0$에서

$x^2-6x=5$

$x^2-6x+9=5+9$

$(x-3)^2=14$

$x-3=\pm\sqrt{14}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{14}$

따라서 $A=9$, $B=-3$, $C=14$이므로

$A+B+C=9+(-3)+14=20$

13 $\frac{3}{2}x^2+2x-\frac{2}{5}=0$에서 x^2의 계수를 1로 만들어 주기 위해 양변에 $\frac{2}{3}$를 곱하면

$x^2+\frac{4}{3}x-\frac{4}{15}=0$

$x^2+\frac{4}{3}x+\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{15}+\left(\frac{2}{3}\right)^2$ ··· 1단계

$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{32}{45}$

$x+\frac{2}{3}=\pm\sqrt{\frac{32}{45}}=\pm\frac{4\sqrt{10}}{15}$

$\therefore x=\frac{-10\pm 4\sqrt{10}}{15}$ ··· 2단계

$\therefore k=10$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	완전제곱식의 꼴로 변형하기 위해 양변에 더해야 할 수를 찾은 경우	30%
2단계	해를 구한 경우	50%
3단계	k의 값을 구한 경우	20%

14 $x^2+2kx=k-6$에서

$x^2+2kx-k+6=0$이 중근을 갖기 위해서는

$\left(\frac{2k}{2}\right)^2=-k+6$ ··· 1단계

$k^2+k-6=0$

$(k+3)(k-2)=0$

$\therefore k=-3$ 또는 $k=2$ ··· 2단계

이때 $k>0$이므로 $k=2$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 조건을 k에 대한 식으로 나타낸 경우	40%
2단계	k의 값을 구한 경우	40%
3단계	적절한 k를 선택한 경우	20%

15 $x^2+px-9=0$의 두 근을 α, β라 하면

$(x-\alpha)(x-\beta)=0$

$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

따라서 두 근의 곱 $\alpha\beta$가 -9임을 알 수 있다.

곱이 -9가 되는 두 정수를 구하면 다음과 같다.

경우	두 정수
(i)	1, -9
(ii)	3, -3
(iii)	-1, 9

··· 1단계

(i) $x=1$ 또는 $x=-9$인 경우

$(x-1)(x+9)=0$

$x^2+8x-9=0$

$\therefore p=8$

(ii) $x=3$ 또는 $x=-3$인 경우

$(x-3)(x+3)=0$

$x^2-9=0$

$\therefore p=0$

(iii) $x=-1$ 또는 $x=9$인 경우

$(x+1)(x-9)=0$

$x^2-8x-9=0$

$\therefore p=-8$ ··· 2단계

따라서 가능한 상수 p의 값은 ±8, 0이다. ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	세 가지 경우를 구한 경우	30%
2단계	각각의 경우의 p의 값을 구한 경우	50%
3단계	결과를 정리한 경우	20%

16 $x^2-4x+3=0$에서

$(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$ ··· 1단계

(i) 공통인 근이 1인 경우

$x=1$을 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$1+a+b=0$

$\therefore a+b=-1$

이 등식을 만족시키는 음의 정수 a, b는 존재하지 않는다. ··· 2단계

(ii) 공통인 근이 3인 경우

$x=3$을 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$9+3a+b=0$

$\therefore 3a+b=-9$

이를 만족시키는 음의 정수 a, b는

$a=-1$, $b=-6$ 또는 $a=-2$, $b=-3$

··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$x^2-4x+3=0$의 해를 구한 경우	20%
2단계	공통인 근이 1인 경우를 설명한 경우	40%
3단계	공통인 근이 3인 경우를 설명한 경우	40%

부록

실전 모의고사 1회

본문 116쪽

01 ④	**02** ③	**03** ④	**04** ②, ③	**05** ③
06 ②	**07** ③	**08** ④	**09** ④	**10** ②
11 ⑤	**12** ④	**13** ③	**14** ②	**15** ③
16 ④	**17** ①	**18** ③	**19** ⑤	**20** ①
21 $3a+5b$		**22** $(20\sqrt{3}+16)\text{ cm}^2$		
23 13	**24** 14	**25** $a=-8,\ x=\frac{14}{5}$		

01 81의 제곱근은 제곱해서 81이 되는 수로 ± 9이다.

02 ① 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이다.
② 7의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$이다.
③ $(-3)^2=3^2$이므로 3^2의 음의 제곱근은 -3이다
④ $\sqrt{36}=6$이므로 $\sqrt{36}$의 제곱근의 제곱은 6이다.
⑤ 제곱하여 1이 되는 수는 1, -1이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

03 피타고라스 정리에 의하여
$a=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}$
$b=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

04 ① $\sqrt{8}$은 무리수이므로 $2+\sqrt{8}$은 무리수이다.
② 순환소수는 모두 유리수이므로 무리수 중 순환소수는 없다.
③ $\sqrt{4}=2$와 같이 근호를 사용하여 나타내어지는 수 중 무리수가 아닌 수도 있다.
④ 유리수와 무리수를 통틀어 실수라 부른다.
⑤ $\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$, $\sqrt{0.09}=0.3=\frac{3}{10}$,
$0.12341234\cdots=\frac{1234}{9999}$이므로 이 수들은 모두 유리수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

05 $\sqrt{50-2x}$가 자연수가 되기 위해서는 $50-2x$가 (자연수)^{2}의 꼴인 수이어야 한다.
$50-2x$는 짝수이므로 50 미만의 수 중 짝수인 (자연수)^{2}의 꼴인 수를 찾으면
$2^2=4$, $4^2=16$, $6^2=36$으로 3개이며,
이때 각각 x의 값은 23, 17, 7이다.
따라서 x의 값의 합은 47이다.

06 ㄱ. $\sqrt{225}-\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{15^2}-\sqrt{5^2}$
$=15-5=10$
ㄴ. $(-\sqrt{7})^2+\sqrt{4}=7+2=9$
ㄷ. $\sqrt{9}\div\sqrt{0.09}=\sqrt{3^2}\div\sqrt{(0.3)^2}$
$=3\div 0.3=10$
ㄹ. $\sqrt{(-3)^2}\times\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2=3\times\frac{5}{3}=5$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

07 $-2=-\sqrt{2^2}=-\sqrt{4}$
$\sqrt{\frac{20}{3}}=\sqrt{6.66\cdots}$
$-1.8=-\sqrt{(1.8)^2}=-\sqrt{3.24}$
$-\sqrt{\frac{1}{2}}=-\sqrt{0.5}$
$2=\sqrt{2^2}=\sqrt{4}$
이 중 $-\sqrt{3.5}$와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수는
$-1.8=-\sqrt{3.24}$, $-\sqrt{\frac{1}{2}}=-\sqrt{0.5}$, $2=\sqrt{4}$
로 3개이다.

08 $\sqrt{290000}=\sqrt{100^2\times 29}=100\sqrt{29}$
$=100\times 5.385=538.5$

09 $\sqrt{175}=\sqrt{5^2\times 7}=5\sqrt{7}$
$\frac{6\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{10}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{30}}{3}=2\sqrt{30}$
따라서 $a=5$, $b=30$이므로
$a+b=35$

10 $2\sqrt{128}+\frac{15}{\sqrt{27}}-\frac{\sqrt{108}}{9}-\frac{8}{\sqrt{2}}$
$=2\times 8\sqrt{2}+\frac{15}{3\sqrt{3}}-\frac{6\sqrt{3}}{9}-\frac{8}{\sqrt{2}}$
$=16\sqrt{2}+\frac{5}{\sqrt{3}}-\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{8}{\sqrt{2}}$
$=16\sqrt{2}+\frac{5\sqrt{3}}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{8\sqrt{2}}{2}$
$=16\sqrt{2}+\frac{5\sqrt{3}}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}-4\sqrt{2}$
$=12\sqrt{2}+\sqrt{3}$
따라서 $a=12$, $b=1$이므로

$a-b=11$

11 $(2a+3)(b-2)$
$=2a\times b+2a\times(-2)+3\times b+3\times(-2)$
$=2ab-4a+3b-6$

12 $108^2=(100+8)^2$
$=100^2+2\times100\times8+8^2$
$=10000+1600+64$
$=11664$

13 $\dfrac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\dfrac{(3+\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$
$=\dfrac{9+6\sqrt{3}+3}{9-3}$
$=\dfrac{12+6\sqrt{3}}{6}$
$=2+\sqrt{3}$
$\dfrac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$
$=\dfrac{3\sqrt{3}-3}{9-3}$
$=\dfrac{3\sqrt{3}-3}{6}$
$=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$
$\therefore \dfrac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=(2+\sqrt{3})+\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$
$=\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$
따라서 $a=\dfrac{3}{2}$, $b=\dfrac{3}{2}$이므로
$a+b=3$

14 $(x-1)(x+A)=x^2+(A-1)x-A$이므로
$A-1=-3 \qquad \therefore A=-2$

15 $(3x-4)(5x+a)=15x^2+(3a-20)x-4a$이고,
x의 계수가 상수항보다 1만큼 크므로
$3a-20=-4a+1$
$7a=21 \qquad \therefore a=3$

16 $(x+3)(x-b)$의 상수항이 -12이므로
$3\times(-b)=-12 \qquad \therefore b=4$
$(x+3)(x-b)$의 일차항의 계수가 a이므로
$a=3-4=-1$
$\therefore b-a=5$

17 $2x^2-5x-3=(2x+1)(x-3)$
$xy-x-3y+3=x(y-1)-3(y-1)$
$=(x-3)(y-1)$
따라서 두 식의 공통인 인수는 $x-3$이다.

18 $(a+2)x^2-3x=2ax(x-4)+a^2x$에서
$(a+2)x^2-3x=2ax^2-8ax+a^2x$
$(a+2)x^2-2ax^2-3x+8ax-a^2x=0$
$(-a+2)x^2+(-3+8a-a^2)x=0$
위 식이 x에 대한 이차방정식이 되기 위해서는 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로 $a\neq2$이다.

19 이차방정식이 중근을 가지면 (완전제곱식)$=0$의 꼴로 정리할 수 있다.
$2x^2-12x+p=2\left(x^2-6x+\dfrac{p}{2}\right)$가 완전제곱식이 되려면
$\left(-\dfrac{6}{2}\right)^2=\dfrac{p}{2}$, $\dfrac{p}{2}=9 \qquad \therefore p=18$
$x^2+(1-q)x+2p=x^2+(1-q)x+36$이 완전제곱식이 되려면
$\left\{\dfrac{1}{2}(1-q)\right\}^2=36$, $(1-q)^2=144$
$1-q=\pm12 \qquad \therefore q=13$ 또는 $q=-11$
이때 q가 양수이므로 $q=13$

20 $2(x+5)^2=6$에서
$(x+5)^2=3$
$x+5=\pm\sqrt{3}$
$\therefore x=-5\pm\sqrt{3}$
따라서 $A=-5$, $B=3$이므로
$A+B=-2$

21 $ab<0$이므로 a와 b의 부호는 서로 다르다.
$a>3b$이고 a와 $3b$의 부호가 서로 다르므로
$a>0$, $3b<0$, 즉 $b<0$이다. ··· 1단계
$\therefore \sqrt{4a^2}+\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(-5b)^2}$
$=\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(-5b)^2}$
$=|2a|+|-a|-|-5b|$
$=2a+a-(-5b)$
$=3a+5b$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$\sqrt{(\quad)^2}$ 안의 식의 부호를 구한 경우	2점
2단계	식을 간단히 하여 답을 구한 경우	3점

22 $\sqrt{2}+\sqrt{18}=\sqrt{2}+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

이므로 가로의 길이는 $4\sqrt{2}$ cm이다.

직육면체의 세로의 길이를 x cm라 하면

$4\sqrt{2}\times x\times\sqrt{2}=8\sqrt{6}$

$8x=8\sqrt{6}$

$\therefore x=\sqrt{6}$ $\cdots$ 1단계

따라서 직육면체의 겉넓이는

$2(4\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\sqrt{6}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times4\sqrt{2})$

$=2(4\sqrt{12}+\sqrt{12}+8)$

$=2(8\sqrt{3}+2\sqrt{3}+8)$

$=20\sqrt{3}+16(\text{cm}^2)$ $\cdots$ 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	직육면체의 세로의 길이를 구한 경우	2점
2단계	직육면체의 겉넓이를 구한 경우	3점

23 $2x^2-5x-3=(2x+1)(x-3)$

$6x^2-x-2=(2x+1)(3x-2)$

두 다항식의 공통인 인수 중 x에 대한 일차식은

$2x+1$이고, $2x^2-ax-7$도 $2x+1$을 인수로 갖는다.

$\cdots$ 1단계

$2x^2-ax-7=(2x+1)(px+q)$ (p, q는 상수)라 하자.

x^2의 계수를 비교하면 $2=2p$ $\quad\therefore p=1$

상수항을 비교하면 $q=-7$

따라서 $2x^2-ax-7=(2x+1)(x-7)$이고

우변의 x의 계수는 $2\times(-7)+1\times1=-13$

이므로 $a=13$ $\cdots$ 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	공통인 인수를 찾은 경우	2점
2단계	a의 값을 구한 경우	3점

24 $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{9^2}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)$

$\quad\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{8}{9}\times\frac{10}{9}$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{8}{9}\right)\times\frac{10}{9}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{10}{9}=\frac{5}{9}$ $\cdots$ 1단계

따라서 $p=5$, $q=9$이므로

$p+q=14$ $\cdots$ 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 계산한 경우	4점
2단계	$p+q$의 값을 구한 경우	1점

25 $(a-2)x^2-ax+a^2-8=0$의 한 근이 $x=-2$이므로

$x=-2$를 대입하면

$4(a-2)+2a+a^2-8=0$

$a^2+6a-16=0$

$(a+8)(a-2)=0$

$\therefore a=-8$ 또는 $a=2$

이때 이차방정식 $(a-2)x^2-ax+a^2-8=0$에서

x^2의 계수는 0이 아니어야 하므로 $a\neq2$이다.

$\therefore a=-8$ $\cdots$ 1단계

$a=-8$을 대입하면 주어진 이차방정식은

$-10x^2+8x+56=0$

$5x^2-4x-28=0$

$(x+2)(5x-14)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{14}{5}$

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{14}{5}$이다. $\cdots$ 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	3점
2단계	다른 한 근을 구한 경우	2점

실전 모의고사 2회

본문 120쪽

01 ⑤	**02** ②, ⑤	**03** ④	**04** ④	**05** ⑤
06 ⑤	**07** ③	**08** ②	**09** ⑤	**10** ④
11 ④	**12** ①	**13** ①	**14** ④	**15** ④
16 ②	**17** ⑤	**18** ④	**19** ③	**20** ③
21 1	**22** $a=4$, 10		**23** 2	**24** 1152
25 5				

01 ① 9의 제곱근은 ±3이다.

② $\sqrt{16}=4$이므로 $\sqrt{16}$의 음의 제곱근은 -2이다.

③ 음수의 제곱근은 없으며, 0의 제곱근은 0으로 유일하다.

④ 제곱근 25는 5이다.

⑤ $(-5)^2=25$이므로 -5는 25의 제곱근이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

02 $\frac{4}{25}=\left(\frac{2}{5}\right)^2$, $0.\dot{4}=\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$이므로

$\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$, $\sqrt{0.\dot{4}}=\frac{2}{3}$는 유리수이다.

$-\sqrt{14.4}$, $-\sqrt{10}$, $\sqrt{35}$는 근호 안의 수가 (유리수)^{2}의 꼴인 수가 아니므로 무리수이다.

03 ㄱ. $3=\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}=4$이므로

$3<\sqrt{12}<4$

ㄴ. $\frac{1}{3}=0.333\cdots$과 같이 무한소수인 유리수도 있다.

ㄷ. $1<\sqrt{1.1}<\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{1.1}$과 같이 $\sqrt{2}$보다 1에 더 가까운 무리수가 있다.

ㄹ. 유리수가 아닌 실수는 모두 무리수이다.

ㅁ. $\sqrt{2}<\sqrt{2.5}<\sqrt{3}$에서 $\sqrt{2.5}$와 같이 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

04 $\sqrt{\frac{360}{x}}$이 자연수가 되기 위해서는 $\frac{360}{x}$이 (자연수)^{2}의 꼴인 수이어야 한다.

$\sqrt{\frac{360}{x}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2\times5}{x}}$이므로 가능한 100 이하의 자연수 x의 값은 2×5, $2\times5\times2^2$, $2\times5\times3^2$이다.

따라서 x의 값의 합은

$10+40+90=140$

05 $\sqrt{2}<\sqrt{4}=2$, $\sqrt{3}<\sqrt{4}=2$이므로

$2-\sqrt{2}>0$, $\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$, $\sqrt{3}-2<0$

$\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

$=|2-\sqrt{2}|-|\sqrt{2}-\sqrt{3}|+|\sqrt{3}-2|$

$=(2-\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{3})$

$=2-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}+2-\sqrt{3}$

$=-2\sqrt{3}+4$

따라서 $a=0$, $b=-2$, $c=4$이므로

$a^2+b^2+c^2=20$

06 두 원의 지름의 길이의 비가 $3:5$이므로

두 원의 반지름의 길이의 비도 $3:5$이다.

두 원의 반지름의 길이를 각각 $3r$ cm, $5r$ cm라 하면

두 원의 넓이는 각각 $9\pi r^2$ cm^2, $25\pi r^2$ cm^{2}이므로

$9\pi r^2+25\pi r^2=34\pi r^2=68\pi$

$r^2=2$ $\quad\therefore r=\sqrt{2}\ (\because r>0)$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 $5\sqrt{2}$ cm이다.

07 ② $\sqrt{\left(-\frac{13}{5}\right)^2}=\left|-\frac{13}{5}\right|=\frac{13}{5}$

③ $\sqrt{36}+(-\sqrt{12})^2=\sqrt{6^2}+(-\sqrt{12})^2$

$=6+12=18$

④ $\sqrt{4}\times\sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2}$

$=2\times\frac{5}{2}=5$

⑤ $\sqrt{49}-\sqrt{(-10)^2}=\sqrt{7^2}-\sqrt{(-10)^2}$

$=7-10=-3$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

08 $\sqrt{3}\times\sqrt{20}\times\sqrt{a}\times\sqrt{12}$

$=\sqrt{3}\times2\sqrt{5}\times\sqrt{a}\times2\sqrt{3}$

$=12\sqrt{5a}$

따라서 $5a=10$이므로

$a=2$

09 화단 모양의 도형의 넓이는 겹쳐지기 전의 두 정사각형의 넓이의 합에서 겹쳐진 부분의 넓이를 빼면 된다.

겹쳐지기 전의 정사각형의 한 변의 길이를 a m라 하면 겹쳐진 부분의 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{a}{2}$ m이므로 화단 모양의 도형의 넓이는

$2a^2-\frac{a^2}{4}=\frac{7}{4}a^2(\mathrm{m}^2)$

$\frac{7}{4}a^2=\frac{35}{4}$이므로 $a^2=5$

이때 a는 길이이므로 양수이다.

$\therefore\ a=\sqrt{5}$

따라서 화단을 둘러싼 울타리의 길이는

$4\sqrt{5}+4\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}=6\sqrt{5}(\mathrm{m})$

10 ① $(9-\sqrt{3})-(2+3\sqrt{3})=9-\sqrt{3}-2-3\sqrt{3}$
$=7-4\sqrt{3}$
$=\sqrt{49}-\sqrt{48}>0$

이므로 $9-\sqrt{3}>2+3\sqrt{3}$

② $(3\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}+2)=3\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-2$
$=2\sqrt{2}-3$
$=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$

이므로 $3\sqrt{2}-1<\sqrt{2}+2$

③ $(3+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+\sqrt{10})=3+\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{10}$
$=3-\sqrt{10}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$

이므로 $3+\sqrt{5}<\sqrt{5}+\sqrt{10}$

④ $(2\sqrt{7}+2)-(3\sqrt{7}-1)=2\sqrt{7}+2-3\sqrt{7}+1$
$=3-\sqrt{7}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$

이므로 $2\sqrt{7}+2>3\sqrt{7}-1$

⑤ $(2\sqrt{3}+1)-(\sqrt{3}+3)=2\sqrt{3}+1-\sqrt{3}-3$
$=\sqrt{3}-2$
$=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$

이므로 $2\sqrt{3}+1<\sqrt{3}+3$

따라서 옳은 것은 ④이다.

11 ① $\sqrt{370}=\sqrt{10^2\times3.7}=10\sqrt{3.7}=19.24$

② $\sqrt{3700}=\sqrt{10^2\times37}=10\sqrt{37}=60.83$

③ $\sqrt{0.37}=\sqrt{\dfrac{37}{10^2}}=\dfrac{\sqrt{37}}{10}=0.6083$

④ $\sqrt{0.0037}=\sqrt{\dfrac{37}{100^2}}=\dfrac{\sqrt{37}}{100}=0.06083$

⑤ $\sqrt{37000}=\sqrt{100^2\times3.7}=100\sqrt{3.7}=192.4$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

12 피타고라스 정리에 의하여 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$a=-\sqrt{2},\ b=-1+\sqrt{2}$

$\therefore\ 2a+3b=-2\sqrt{2}+3(-1+\sqrt{2})$
$=-2\sqrt{2}-3+3\sqrt{2}$
$=\sqrt{2}-3$

13 $(1+2a)(1-2a)=1^2-(2a)^2$
$=1-4a^2$

14 ① $(x-2y)^2=x^2-4xy+\boxed{4}y^2$

② $(-x-6y)^2=x^2+\boxed{12}xy+36y^2$

③ $(x+2)(x+5)=x^2+7x+\boxed{10}$

④ $(-4x-3)(-4x+3)=\boxed{16}x^2-9$

⑤ $(3-2x)(4-x)=2x^2-11x+\boxed{12}$

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ④이다.

15 $(Ax-3)(2x+B)$
$=2Ax^2+(-6+AB)x-3B$
$=Cx^2+9x-15$

상수항을 비교하면

$-3B=-15$에서 $B=5$

x의 계수를 비교하면

$-6+AB=-6+5A=9$에서 $A=3$

x^2의 계수를 비교하면

$2A=6=C$

$\therefore\ A-B+C=4$

16 $\dfrac{2021\times2023+1}{2022}$
$=\dfrac{(2022-1)(2022+1)+1}{2022}$
$=\dfrac{2022^2-1+1}{2022}$
$=\dfrac{2022^2}{2022}$
$=2022$

17 $a^3b-4ab=ab(a^2-4)$
$=ab(a-2)(a+2)$

18 $3x^3+6x^2y-3xy^2-6y^3$
$=3x^2(x+2y)-3y^2(x+2y)$
$=3(x^2-y^2)(x+2y)$
$=3(x+y)(x-y)(x+2y)$

주어진 식 중 $3x^3+6x^2y-3xy^2-6y^2$의 인수인 것은

$x-y,\ x^2-y^2=(x+y)(x-y)$,

$3x+6y=3(x+2y)$,

$x^2+xy-2y^2=(x+2y)(x-y)$

로 4개이다.

19 $9x^2-2=0$에서

$9x^2=2,\ x^2=\dfrac{2}{9}$

$\therefore\ x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

20 $\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{1}{6}x-\dfrac{1}{2}=0$의 양변에 6을 곱하면

$2x^2-x-3=0$

$(2x-3)(x+1)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=\dfrac{3}{2}$

21 $4<2+\sqrt{5}<5$이므로 $2+\sqrt{5}$의 정수 부분은 4이고 소수 부분은 $2+\sqrt{5}-4=\sqrt{5}-2$이다.

$\therefore\ a=\sqrt{5}-2$ ··· 1단계

$2\sqrt{5}=\sqrt{20}$이고 $4<\sqrt{20}<5$이므로

$3<8-2\sqrt{5}<4$

$8-2\sqrt{5}$의 정수 부분은 3이고

소수 부분은 $8-2\sqrt{5}-3=5-2\sqrt{5}$이다.

$\therefore\ b=5-2\sqrt{5}$ ··· 2단계

$\therefore\ 2a+b=2(\sqrt{5}-2)+5-2\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}-4+5-2\sqrt{5}=1$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	2점
2단계	b의 값을 구한 경우	2점
3단계	$2a+b$의 값을 구한 경우	1점

22 $\dfrac{2a}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{2a(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$

$=\dfrac{2a(\sqrt{2}+1)}{2-1}$

$=2a(\sqrt{2}+1)$

$=2a\sqrt{2}+2a$

$\sqrt{6}\left(\sqrt{27}-\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}\right)=\sqrt{6}\times\sqrt{27}-\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{162}-\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$

$=9\sqrt{2}-2-\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}-2$

$\therefore\ \dfrac{2a}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{6}\left(\sqrt{27}-\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}\right)$

$=(2a\sqrt{2}+2a)-(8\sqrt{2}-2)$

$=2a\sqrt{2}+2a-8\sqrt{2}+2$

$=(2a-8)\sqrt{2}+2a+2$ ··· 1단계

이 계산 결과가 유리수이므로

$2a-8=0\quad\therefore\ a=4$ ··· 2단계

그 계산 결과는

$2a+2=10$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 정리한 경우	2점
2단계	a의 값을 구한 경우	2점
3단계	계산 결과를 구한 경우	1점

23 $x^2-4x-1=0$에서 $x\neq0$이므로

양변을 x로 나누면

$x-4-\dfrac{1}{x}=0$

$x-\dfrac{1}{x}=4$ ··· 1단계

$\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2=x^2-2+\dfrac{1}{x^2}=16$

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=18$ ··· 2단계

$\therefore\ x^2-4x+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}$

$=\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)-4\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

$=18-4\times4=2$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$x-\dfrac{1}{x}$의 값을 구한 경우	2점
2단계	$x^2+\dfrac{1}{x^2}$의 값을 구한 경우	2점
3단계	주어진 식의 값을 구한 경우	1점

24 $x=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(3-2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$

$=\dfrac{9-12\sqrt{2}+8}{9-8}$

$=17-12\sqrt{2}$

$y=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(3+2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$

$=\dfrac{9+12\sqrt{2}+8}{9-8}$

$=17+12\sqrt{2}$ ··· 1단계

$\therefore x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$

$=(-24\sqrt{2})^2$

$=1152$ ··· 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	x, y의 분모를 유리화한 경우	3점
2단계	주어진 식의 값을 구한 경우	2점

25 $x=-3$을 $2x^2-ax-3=0$에 대입하면

$2\times9+3a-3=0$

$15+3a=0 \quad \therefore a=-5$ ··· 1단계

$x=-3$을 $x^2-2x+b=0$에 대입하면

$9+6+b=0$, $15+b=0$

$\therefore b=-15$ ··· 2단계

$\therefore 2a-b=-10+15=5$ ··· 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 값을 구한 경우	2점
2단계	b의 값을 구한 경우	2점
3단계	$2a-b$의 값을 구한 경우	1점

실전 모의고사 3회

본문 124쪽

01 ②, ④	02 ④	03 ⑤	04 ⑤	05 ②
06 ④	07 ②	08 ①	09 ④	10 ④
11 ③	12 ①	13 ①	14 ④	15 ③
16 ⑤	17 ⑤	18 ①	19 ⑤	20 ⑤
21 $4a$	22 $\frac{7\sqrt{6}}{9}$	23 $(x+6)(x-8)$	24 5	
25 $x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{3}$				

01 ① $(\pm2)^2=4$이므로 4의 제곱근은 ±2이다.

② $0^2=0$이므로 0의 제곱근은 0이다.

③ $(\pm30)^2=900$이므로 90의 제곱근은 ±30이 아니다.

④ $(\pm3)^2=9=\sqrt{9^2}=\sqrt{81}$이므로 $\sqrt{81}$의 제곱근은 ±3이다.

⑤ $\sqrt{256}=\sqrt{16^2}=16$이고 $16=(\pm4)^2$이므로 $\sqrt{256}$의 제곱근은 ±4이다.

따라서 제곱근을 바르게 구한 것은 ②, ④이다.

02 $\sqrt{x}$가 유리수가 되기 위해서는 x는 (자연수)^{2}의 꼴인 수이어야 한다.

20 이하의 자연수 중 (자연수)^{2}의 꼴인 수는

$1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$

이고 이 수들의 합은 30이다.

03 $\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=9-4=5$

이므로 $\square ABCD$의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

따라서 $\overline{BP}=\overline{BC}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$이다.

04 $2\sqrt{2}\times\sqrt{40}\times\sqrt{15}=2\sqrt{2}\times2\sqrt{10}\times\sqrt{15}$

$=4\sqrt{300}$

$=40\sqrt{3}$

$\therefore a=40$

05 (i) $C-A=(3-2\sqrt{7})-(-\sqrt{7})$

$=3-2\sqrt{7}+\sqrt{7}$

$=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$

$\therefore C>A$

(ii) $2<\sqrt{5}<3$이므로 $-2<\sqrt{5}-4<-1$

$2\sqrt{7}=\sqrt{28}$이고 $5<\sqrt{28}<6$이므로

$-6<-2\sqrt{7}<-5$, $-3<3-2\sqrt{7}<-2$

따라서 $-3<C<-2<B<-1$이므로

$C<B$

(i), (ii)에 의하여 $A<C<B$

06 ① $2\sqrt{27}-\sqrt{3}=2\times3\sqrt{3}-\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

② $\sqrt{(-12)^2}\div\sqrt{4}=12\div2=6$

③ $2\sqrt{45}+\sqrt{125}=2\times3\sqrt{5}+5\sqrt{5}=11\sqrt{5}$

④ $\sqrt{0.001}\times\sqrt{9}=\sqrt{0.009}\neq\sqrt{0.0009}=0.03$

⑤ $(-\sqrt{3})^2\times(-\sqrt{7^2})=3\times(-7)=-21$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

07 $1=\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}=2$이므로

$5<4+\sqrt{2}<6$

따라서 $4+\sqrt{2}$의 정수 부분은 5,

소수 부분은 $(4+\sqrt{2})-5=\sqrt{2}-1$이다.

즉, $a=5$, $b=\sqrt{2}-1$이므로

$$\begin{aligned}a-b&=5-(\sqrt{2}-1)\\&=5-\sqrt{2}+1\\&=6-\sqrt{2}\end{aligned}$$

08 $$\begin{aligned}A&=(-\sqrt{15})^2-\sqrt{3^4}\\&=(-\sqrt{15})^2-\sqrt{(3^2)^2}\\&=15-3^2=6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=\sqrt{121}+\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{3^2\times(-2)^2}\\&=\sqrt{11^2}+\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{(3\times2)^2}\\&=11+5-6=10\end{aligned}$$

$\therefore A+B=16$

09 세 색종이의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$(cm), $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$(cm), $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(cm)

색종이를 이어붙여 만든 도형의 가로 부분은 $2\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$가 각각 두 번씩 나오고,

세로 부분은 $5\sqrt{2}$가 두 번 나오므로 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}&2(2\sqrt{2}+3\sqrt{2}+5\sqrt{2})+2\times5\sqrt{2}\\&=20\sqrt{2}+10\sqrt{2}\\&=30\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

10 $$\begin{aligned}(2x+a)^2&=4x^2+4ax+a^2\\&=4x^2-bx+\frac{1}{16}\end{aligned}$$

$\therefore 4a=-b$, $a^2=\dfrac{1}{16}$

$a=\pm\dfrac{1}{4}$인데 $a<0$이므로 $a=-\dfrac{1}{4}$, $b=1$

$\therefore b-a=\dfrac{5}{4}$

11 ① $(2x+5y)(2x-5y)$의 전개식에서 xy의 계수는

$2\times(-5)+5\times2=0$

② $(x-2y)(x+7y)$의 전개식에서 xy의 계수는

$1\times7+(-2)\times1=5$

③ $(2x+5y)^2$의 전개식에서 xy의 계수는

$2\times2\times5=20$

④ $(x+2y)(3x+2y)$의 전개식에서 xy의 계수는

$1\times2+2\times3=8$

⑤ $(2x+3y)(5x-3y)$의 전개식에서 xy의 계수는

$2\times(-3)+3\times5=9$

따라서 xy의 계수가 가장 큰 다항식은 ③이다.

12 길을 제외한 네 부분을 붙이면

가로의 길이가 $2a+5-2=2a+3$(m),

세로의 길이가 $3a-1-1=3a-2$(m)인 직사각형이 된다.

이 직사각형의 넓이는

$$\begin{aligned}(2a+3)(3a-2)&=6a^2-4a+9a-6\\&=6a^2+5a-6(\text{m}^2)\end{aligned}$$

13 $$\begin{aligned}&(10x+a)\left(x+\frac{1}{5}\right)\\&=10x^2+2x+ax+\frac{a}{5}\\&=10x^2+(a+2)x+\frac{a}{5}\end{aligned}$$

따라서 $a+2=10\times\dfrac{a}{5}=2a$이므로

$a=2$

14 $$\begin{aligned}&2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)\\&=(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)\\&=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)\\&=(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)\\&=(3^8-1)(3^8+1)\\&=3^{16}-1\end{aligned}$$

$\therefore x=16$

15 $2x^2y-8y=2y(x^2-4)=2y(x+2)(x-2)$

$x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$

두 다항식의 공통인 인수 중 x에 대한 일차식은 $x-2$이므로 $x^2+kx-10$도 $x-2$를 인수로 갖는다.

$x^2+kx-10=(x-2)(x+a)$ (a는 상수)라 하면

상수항이 $-10=-2a$이므로 $a=5$

$x^2+kx-10=(x-2)(x+5)$

$=x^2+3x-10$

이므로

$k=3$

16 $x(x-1)(x+2)(x+3)+2$

$=x(x+2)(x-1)(x+3)+2$

$=(x^2+2x)(x^2+2x-3)+2$

$=(x^2+2x)^2-3(x^2+2x)+2$

$=(x^2+2x-2)(x^2+2x-1)$

따라서 $a=2$, $b=-2$, $c=-1$ 또는 $a=2$, $b=-1$, $c=-2$이므로

$a-b-c=5$

17 $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}$

$=\dfrac{-\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}+2)(-\sqrt{3}+2)}$

$=\dfrac{-\sqrt{3}+2}{4-3}$

$=-\sqrt{3}+2$

$y=\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$

$=\dfrac{-\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}-2)(-\sqrt{3}-2)}$

$=\dfrac{-\sqrt{3}-2}{4-3}$

$=-\sqrt{3}-2$

이므로 $x+y=-2\sqrt{3}$, $x-y=4$

$\therefore \dfrac{x^2-2xy+y^2}{-x-y}=\dfrac{(x-y)^2}{-(x+y)}$

$=\dfrac{16}{2\sqrt{3}}=\dfrac{8}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

18 ㄱ. 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하면

$-x^2+x=0$이므로 이차방정식이다.

ㄴ. 식을 전개하여 좌변으로 이항하면

$x^2+x-2=x$, $x^2-2=0$이므로 이차방정식이다.

ㄷ. 등호가 없으므로 방정식이 아니다.

ㄹ. 식을 전개하여 좌변으로 이항하면

$4x^2+4x+1=4x^2+5$, $4x-4=0$이므로 이차방정식이 아니다.

따라서 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

19 $3x^2+ax-a=0$에 $x=-2$를 대입하면

$12-2a-a=0$

$12-3a=0 \qquad \therefore a=4$

$a=4$를 $3x^2+ax-a=0$에 대입해 다른 한 근을 구하면

$3x^2+4x-4=0$, $(x+2)(3x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\dfrac{2}{3}$

$x=-2$를 제외한 다른 한 근은 $x=\dfrac{2}{3}$

$x=\dfrac{2}{3}$를 $x^2+4px-3p=0$에 대입하면

$\dfrac{4}{9}+\dfrac{8}{3}p-3p=0$

$\dfrac{4}{9}-\dfrac{1}{3}p=0$

$\therefore p=\dfrac{4}{3}$

$\therefore ap=\dfrac{16}{3}$

20 $2(x-8)^2=3k$에서

$(x-8)^2=\dfrac{3}{2}k$

$x-8=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}k}$

$\therefore x=8\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}k}$

$\sqrt{\dfrac{3}{2}k}$가 자연수가 되려면 $\dfrac{3}{2}k$는 (자연수)^{2}의 꼴인 수이어야 하므로 가능한 k의 값은

2×3, $2\times3\times2^2$, $2\times3\times3^2$, $\cdots$

그런데 주어진 이차방정식의 두 해가 모두 자연수가 되기 위해서는 $x=8\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}k}$에서 $\sqrt{\dfrac{3}{2}k}$가 7 이하의 자연수이어야 하므로 가능한 k의 값은 6, 24이다.

따라서 k의 값의 합은 30이다.

21 $a>0$이므로 $2a>0$

$a>0$이므로 $\dfrac{1}{a}>0$이고 $a+\dfrac{1}{a}>0$

$0<a<1$이므로 $\dfrac{1}{a}>1$이고 $a-\dfrac{1}{a}<0$ $\cdots$ 1단계

$\therefore \sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{4a^2}$

$=\left|a+\frac{1}{a}\right|-\left|a-\frac{1}{a}\right|+|2a|$

$=\left(a+\frac{1}{a}\right)-\left(-a+\frac{1}{a}\right)+2a$

$=a+\frac{1}{a}+a-\frac{1}{a}+2a$

$=4a$ · · · 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	$\sqrt{(\quad)^2}$ 안의 식의 부호를 구한 경우	2점
2단계	식을 간단히 하여 답을 구한 경우	3점

22 원기둥의 부피는

$\pi\times(\sqrt{18})^2\times x=18x\pi(\text{cm}^3)$ · · · 1단계

원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{21})^2\times\sqrt{24}$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times21\times2\sqrt{6}$

$=14\sqrt{6}\pi(\text{cm}^3)$ · · · 2단계

$18x\pi=14\sqrt{6}\pi$이므로

$x=\frac{14\sqrt{6}}{18}=\frac{7\sqrt{6}}{9}$ · · · 3단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	원기둥의 부피를 구한 경우	2점
2단계	원뿔의 부피를 구한 경우	2점
3단계	x의 값을 구한 경우	1점

23 지영이가 인수분해한 식을 전개하면

$(x+12)(x-4)=x^2+(12-4)x-48$

$=x^2+8x-48$

지영이는 x^2의 계수와 상수항은 맞게 보았으므로 처음에 주어진 이차식의 x^2의 계수는 1이고 상수항은 -48이다.

동규가 인수분해한 식을 전개하면

$(x+9)(x-11)=x^2+(9-11)x-99$

$=x^2-2x-99$

동규는 x의 계수는 맞게 보았으므로 처음에 주어진 이차식의 x의 계수는 -2이다.

따라서 처음에 주어진 이차식은 $x^2-2x-48$이다.

· · · 1단계

합이 -2, 곱이 -48인 두 수는 -8, 6이므로

$x^2-2x-48=(x+6)(x-8)$이다. · · · 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	처음에 주어진 이차식을 구한 경우	3점
2단계	처음에 주어진 이차식을 인수분해한 경우	2점

24 $x^2+2xy+3x-4y-10$

$=(2x-4)y+(x^2+3x-10)$

$=2y(x-2)+(x-2)(x+5)$

$=(x-2)(x+2y+5)$ · · · 1단계

따라서 $a=-2$, $b=2$, $c=5$이므로

$a+b+c=5$ · · · 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	주어진 식을 인수분해한 경우	2점
2단계	$a+b+c$의 값을 구한 경우	3점

25 이차방정식 $2x^2+8x+k=0$이 중근을 가지기 위해 $2x^2+8x+k$는 완전제곱식이어야 한다.

$2x^2+8x+k=2(x+2)^2$이므로

상수항을 비교하면 $k=8$ · · · 1단계

$(k-2)x^2+kx-30=0$에 $k=8$을 대입하면

$6x^2+8x-30=0$

$3x^2+4x-15=0$

$(x+3)(3x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{3}$ · · · 2단계

채점 기준표

단계	채점 기준	비율
1단계	k의 값을 구한 경우	2점
2단계	이차방정식의 해를 구한 경우	3점

최종 마무리 50제

본문 128쪽

01 ②	02 ⑤	03 3	04 24	05 ④
06 ③	07 ②	08 ③	09 ②	10 ③
11 ⑤	12 ⑤	13 $4\sqrt{3}$	14 ①	15 ①
16 ④	17 ②	18 $3+6\sqrt{6}$	19 ③	20 ⑤
21 ⑤	22 ④	23 ④	24 ①	25 ③
26 7	27 6	28 ②	29 ②	30 ①
31 ②	32 ⑤	33 1	34 ⑤	35 ④
36 ③	37 ③	38 ④	39 ④	40 ①
41 ④	42 ①	43 ⑤	44 ⑤	45 6
46 ④	47 ②	48 ②	49 ③	
50 $k=-30$, $x=-5$				

01 $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=5$의 양의 제곱근은 제곱해서 5가 되는 양수이므로

$a=\sqrt{5}$

$\sqrt{16}=4$의 음의 제곱근은 제곱해서 4가 되는 음수이므로

$b=-2$

$\therefore ab=-2\sqrt{5}$

02 ① $\sqrt{7^2}=\sqrt{49}$는 제곱해서 49가 되는 양수이므로 7이다.

② $(\sqrt{7})^2$에서 $\sqrt{7}$은 제곱해서 7이 되는 양수이므로 $(\sqrt{7})^2=7$이다.

③ $\sqrt{(-7)^2}=\sqrt{49}$는 제곱해서 49가 되는 양수이므로 7이다.

④ $(-\sqrt{7})^2$에서 $-\sqrt{7}$은 제곱해서 7이 되는 음수이므로 $(-\sqrt{7})^2=7$이다.

⑤ $-\sqrt{(-7)^2}=-\sqrt{49}$는 제곱해서 49가 되는 음수이므로 -7이다.

따라서 나머지 넷과 값이 다른 하나는 ⑤이다.

03 $\sqrt{\dfrac{108}{x}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times3^3}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 108의 약수이면서 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로 x의 값은

$3\times1^2=3$, $3\times2^2=12$, $3\times3^2=27$, $3\times6^2=108$

따라서 $\sqrt{\dfrac{108}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x는 3이다.

04 $A=\sqrt{(-7)^2}+(-\sqrt{18})^2-\sqrt{25}$
$=7+18-5$
$=20$

$B=\sqrt{49}-\sqrt{81}\div(-\sqrt{3})^2$
$=7-9\div3$
$=4$

$\therefore A+B=20+4=24$

05 ① $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{2}-7<\sqrt{3}-7$

② $\sqrt{13}<\sqrt{15}$이므로 $\sqrt{13}+3<\sqrt{15}+3$

③ $2<\sqrt{7}<3$이므로 $5<\sqrt{7}+3<6$

④ $-\sqrt{2}>-\sqrt{5}$이므로 $7-\sqrt{2}>-\sqrt{5}+7$

⑤ $-3=-\sqrt{9}$이고 $-\sqrt{9}>-\sqrt{10}$이므로 $\sqrt{5}-3>\sqrt{5}-\sqrt{10}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

06 $6<\sqrt{n}<7$에서 $\sqrt{36}<\sqrt{n}<\sqrt{49}$이므로

$36<n<49$

이때 n은 자연수이므로

$n=37, 38, 39, \cdots, 47, 48$

따라서 주어진 조건을 만족시키는 n의 개수는 12이다.

07 ① 유리수와 무리수를 통틀어 실수라 한다.

③ 근호를 사용하여 나타낸 수 중에는 $\sqrt{4}$, $-\sqrt{0.01}$, $\sqrt{\dfrac{25}{81}}$, … 와 같이 유리수도 있다.

④ 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다. 즉, 무리수도 수직선 위의 한 점에 대응시킬 수 있다.

⑤ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

08 ㄱ. $a=\sqrt{2}$일 때, $a^2=(\sqrt{2})^2=2$로 유리수이다.

ㄴ. $a=\sqrt{3}$일 때, $\sqrt{3}a=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$으로 유리수이다.

ㅁ. $a=\sqrt{5}$일 때, $a-\sqrt{5}=\sqrt{5}-\sqrt{5}=0$으로 유리수이다.

ㅂ. $a=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$일 때, $\dfrac{\sqrt{5}a}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=1$로 유리수이다.

따라서 a가 무리수일 때, 항상 무리수인 것은 ㄷ, ㄹ이다.

09 $\square ABCD=3\times3-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times2\times1\right)=9-4=5$

이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

$\overline{BP}=\overline{BA}=\sqrt{5}$이고 점 P는 점 B(2)의 왼쪽에 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{5}$이다.
$\overline{BQ}=\overline{BC}=\sqrt{5}$이고 점 Q는 점 B(2)의 오른쪽에 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$이다.
따라서 선분 PQ의 길이는
$(2+\sqrt{5})-(2-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$

10 ① $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{6}<3$이므로
$-3<-\sqrt{6}<-2$
② $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$-1<-3+\sqrt{5}<0$
③ $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$이므로
$1<\sqrt{10}-2<2$
④ $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$
⑤ $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{8}<3$
따라서 점 C의 좌표로 $C(\sqrt{10}-2)$는 적절하지 않다.

11 $a-b=\sqrt{7}+1-(3\sqrt{7}-3)$
$=-2\sqrt{7}+4$
$=-\sqrt{28}+\sqrt{16}<0$
이므로 $a<b$
$a-c=\sqrt{7}+1-(8-2\sqrt{7})$
$=3\sqrt{7}-7$
$=\sqrt{63}-\sqrt{49}>0$
이므로 $a>c$
$\therefore c<a<b$

12 ① $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$
② $\sqrt{40}\div\sqrt{8}=\sqrt{40\div8}=\sqrt{5}$
③ $\dfrac{\sqrt{10}}{6}\div\dfrac{\sqrt{5}}{3}=\dfrac{\sqrt{10}}{6}\times\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
④ $4\sqrt{5}\div\sqrt{10}=4\sqrt{5}\times\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\dfrac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$
⑤ $\sqrt{3}\div\sqrt{5}\times\sqrt{15}=\sqrt{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}\times\sqrt{15}=3$
따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ⑤이다.

13 $\dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{ab}}{a}+\dfrac{b\sqrt{ab}}{b}$
$=\sqrt{ab}+\sqrt{ab}$
$=2\sqrt{ab}$
이때 $ab=12$이므로
$2\sqrt{ab}=2\sqrt{12}=4\sqrt{3}$

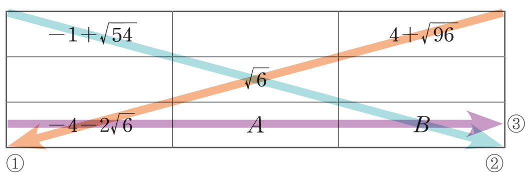
14 $\dfrac{10}{\sqrt{5}}\div\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$
$=\dfrac{10}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$
$=10\sqrt{\dfrac{8\times3}{5\times15\times10}}$
$=10\sqrt{\dfrac{4}{125}}$
$=\dfrac{4}{\sqrt{5}}$
$=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$
따라서 $a=5$, $b=4$이므로
$a-b=5-4=1$

15 각 정사각형의 한 변의 길이는
$\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$(cm)
$\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}$(cm)
$\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$(cm)
따라서 새로운 도형의 둘레의 길이는
$2\times(4\sqrt{5}+3\sqrt{5}+2\sqrt{5})+2\times4\sqrt{5}$
$=2\times9\sqrt{5}+2\times4\sqrt{5}$
$=18\sqrt{5}+8\sqrt{5}$
$=26\sqrt{5}$(cm)

16 $2\sqrt{a}-\sqrt{32}+\sqrt{128}=\dfrac{16\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$에서
$2\sqrt{a}-4\sqrt{2}+8\sqrt{2}=8\sqrt{2}$
$2\sqrt{a}=4\sqrt{2}$
$\sqrt{a}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}=\sqrt{8}$
$\therefore a=8$

17 $\sqrt{5}(\sqrt{7}+7)-\sqrt{7}(\sqrt{35}-2\sqrt{5})$
$=\sqrt{35}+7\sqrt{5}-7\sqrt{5}+2\sqrt{35}$
$=3\sqrt{35}$

18 세 번째 줄의 맨 오른쪽 칸의 수를 B라 하면



① $(4+\sqrt{96})+\sqrt{6}+(-4-2\sqrt{6})$
$=(4+4\sqrt{6})+\sqrt{6}+(-4-2\sqrt{6})$

$=(4-4)+(4\sqrt{6}+\sqrt{6}-2\sqrt{6})$

$=3\sqrt{6}$

② $(-1+\sqrt{54})+\sqrt{6}+B$

$=(-1+3\sqrt{6})+\sqrt{6}+B$

$=-1+4\sqrt{6}+B$

①에서 대각선에 있는 세 수의 합은 $3\sqrt{6}$이므로

$-1+4\sqrt{6}+B=3\sqrt{6}$

$\therefore B=1-\sqrt{6}$

③ $(-4-2\sqrt{6})+A+B$

$=(-4-2\sqrt{6})+A+(1-\sqrt{6})$

$=(-4+1)+(-2\sqrt{6}-\sqrt{6})+A$

$=-3-3\sqrt{6}+A$

①에서 대각선에 있는 세 수의 합은 $3\sqrt{6}$이므로

$-3-3\sqrt{6}+A=3\sqrt{6}$

$\therefore A=3+6\sqrt{6}$

19 $\frac{5}{\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

$=\frac{5\sqrt{2}}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{2\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{6}$

$=\frac{5\sqrt{2}}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$=\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)+\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

20 $\sqrt{1.29}=a$, $\sqrt{12.9}=b$이므로

① $\sqrt{0.0129}=\sqrt{\frac{1.29}{100}}=\frac{\sqrt{1.29}}{10}=0.1a$

② $\sqrt{0.129}=\sqrt{\frac{12.9}{100}}=\frac{\sqrt{12.9}}{10}=0.1b$

③ $\sqrt{129}=\sqrt{1.29\times100}=10\sqrt{1.29}=10a$

④ $\sqrt{1290}=\sqrt{12.9\times100}=10\sqrt{12.9}=10b$

⑤ $\sqrt{12900}=\sqrt{1.29\times10000}=100\sqrt{1.29}=100a$

21 ① $(a+5)^2=a^2+10a+25$

② $(3x-2)^2=9x^2-12x+4$

③ $(a+2)(b+2)=ab+2a+2b+4$

④ $(x+2)(x-3)=x^2-x-6$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

22 $(-2x-10)^2=\{-2(x+5)\}^2$

$=(-2)^2(x+5)^2$

$=4(x+5)^2$

23 $(2x+3y)^2-(x-3y)(3x+5y)$

$=(4x^2+12xy+9y^2)-(3x^2-4xy-15y^2)$

$=x^2+16xy+24y^2$

따라서 전개식에서 xy의 계수는 16이다.

24 $(x-5)(x+a)=x^2+(-5+a)x-5a$

$=x^2+b$

$-5+a=0$이므로 $a=5$

$-5a=b$이므로 $b=-25$

$\therefore a+b=-20$

25 $(ax+3)(4x-b)=4ax^2+(-ab+12)x-3b$

전개식의 x^2의 계수가 8이므로

$4a=8 \qquad \therefore a=2$

전개식의 상수항이 -12이므로

$-3b=-12 \qquad \therefore b=4$

전개식의 x의 계수는 $-ab+12=c$이므로

$c=-2\times4+12=4$

$\therefore a+b-c=2+4-4=2$

26 새로 만든 직사각형에서 가로의 길이는 $(a+4)$ cm, 세로의 길이는 $(a-3)$ cm이다.

이 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이보다 5 cm^2만큼 작으므로

$(a+4)(a-3)=a^2-5$

$a^2+(4-3)a-12=a^2-5$

$\therefore a=7$

27 $(3+2\sqrt{3})(a-4\sqrt{3})$

$=3a+(-12+2a)\sqrt{3}-24$

$=(3a-24)+(-12+2a)\sqrt{3}$

$-12+2a=0$이므로 $a=6$

28 $\frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{6}+2}-\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}$

$=\frac{(\sqrt{6}-2)^2}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)}-\frac{(\sqrt{6}+2)^2}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}$

$=\frac{6-4\sqrt{6}+4}{6-4}-\frac{6+4\sqrt{6}+4}{6-4}$

$=\frac{10-4\sqrt{6}-(10+4\sqrt{6})}{2}$

$=\frac{-8\sqrt{6}}{2}$

$=-4\sqrt{6}$

따라서 $a=0$, $b=-4$이므로

$a-b=0-(-4)=4$

29 $\left(\frac{3}{2}a-\frac{1}{3}b\right)\left(\frac{3}{2}a+\frac{1}{3}b\right)$

$=\left(\frac{3}{2}a\right)^2-\left(\frac{1}{3}b\right)^2$

$=\frac{9}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2$

$=\frac{9}{4}\times 4-\frac{1}{9}\times 18$

$=9-2$

$=7$

30 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$이므로

$2^2=8-2ab \qquad \therefore ab=2$

$\therefore \frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{a}{ab}-\frac{b}{ab}$

$=\frac{a-b}{ab}$

$=\frac{2}{2}=1$

31 $(x+5)(x+6)+2x=(x^2+11x+30)+2x$

$=x^2+13x+30$

$=(x+3)(x+10)$

따라서 두 일차식의 합은

$(x+3)+(x+10)=2x+13$

32 $x^2+mx+6=(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

$ab=6$인 두 정수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$, $(-1, -6)$,

$(-2, -3)$, $(-3, -2)$, $(-6, -1)$이다.

$m=a+b$이므로 m은 위의 순서쌍 (a, b) 중에서 a와 b의 합이 가장 큰 $(1, 6)$ 또는 $(6, 1)$일 때 가장 큰 값을 갖는다.

따라서 m이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 수는

$1+6=6+1=7$이다.

33 $3<x<4$에서 $x-3>0$, $x-4<0$

$\therefore \sqrt{x^2-6x+9}+\sqrt{x^2-8x+16}$

$=\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(x-4)^2}$

$=(x-3)+\{-(x-4)\}$

$=x-3-x+4$

$=1$

34 $x^2(2x+1)(x-1)=x^2\times(2x+1)(x-1)$

$=x\times x(2x+1)(x-1)$

$=x\times(2x+1)\times(x^2-x)$

➡ 인수: x^2, $(2x+1)(x-1)$,

x, $x(2x+1)(x-1)$,

$2x+1$, x^2-x

따라서 주어진 다항식의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

35 $x^2+ax-9=(x+3)(x+m)$ (m은 상수)이라 하면

$(x+3)(x+m)=x^2+(3+m)x+3m$이므로

$a=3+m$, $-9=3m$

$\therefore m=-3$, $a=0$

$3x^2+x-b=(x+3)(3x+n)$ (n은 상수)이라 하면

$(x+3)(3x+n)=3x^2+(9+n)x+3n$이므로

$1=9+n$, $-b=3n$

$\therefore n=-8$, $b=24$

$\therefore a+b=0+24=24$

36 $x^2+ax+\frac{49}{64}=\left(x\pm\frac{7}{8}\right)^2$이어야 하므로

$ax=\pm 2\times x\times\frac{7}{8}=\pm\frac{7}{4}x$

이때 a가 양수이므로

$a=\frac{7}{4}$

37 도형 (가)의 넓이는

$(x+5y)^2-(2y)^2=(x^2+10xy+25y^2)-4y^2$

$=x^2+10xy+21y^2$

$=(x+3y)(x+7y)$

따라서 도형 (나)의 가로의 길이는 $x+7y$이다.

38 세 종류의 직사각형 9개의 넓이의 합은

$2x^2+5x+2$이다.

$2x^2+5x+2=(x+2)(2x+1)$

이고, 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $x+2$이므로 세로의 길이는 $2x+1$이다.

39 $\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\left(1-\frac{1}{5^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)$

$\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{5}\times\cdots\times\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}$

$=\frac{2}{3}\times\frac{11}{10}$

$=\frac{11}{15}$

40 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$에서
$x+y=2\sqrt{3}-\sqrt{11}+2\sqrt{3}+\sqrt{11}=4\sqrt{3}$이고
$x-y=2\sqrt{3}-\sqrt{11}-2\sqrt{3}-\sqrt{11}=-2\sqrt{11}$이므로
$x^2-y^2=4\sqrt{3}\times(-2\sqrt{11})$
$=-8\sqrt{33}$

41 $x=-2$를 각 이차방정식에 대입하면
① $(-2)^2+2=6\neq0$
② $(-2)^2-2\times(-2)=8\neq0$
③ $\{2\times(-2)-5\}^2=81\neq1$
④ $2\times(-2)^2+3\times(-2)-2=0$
⑤ $4\times(-2)^2+8\times(-2)-1=-1\neq0$
따라서 $x=-2$를 해로 갖는 것은 ④이다.

42 $x^2+4x-1=0$의 한 해가 m이므로
$m^2+4m-1=0$
$\therefore m^2+4m=1$
$\therefore 3m^2+12m=3(m^2+4m)$
$=3\times1=3$

43 $x^2-5x-14=0$에서
$(x+2)(x-7)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=7$
$x^2-10x+21=0$에서
$(x-3)(x-7)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=7$
따라서 공통인 해는 $x=7$이다.

44 $x^2+3x-4=0$에서
$(x-1)(x+4)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=-4$
$x^2-(k+4)x+2k=0$의 한 해가 1이므로
$1-(k+4)+2k=0$
$1-k-4+2k=0$
$\therefore k=3$

45 $2x^2-3x-20=0$에서
$(x-4)(2x+5)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=-\frac{5}{2}$
따라서 $-\frac{5}{2}$와 4 사이에 있는 정수는
$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$
의 6개이다.

46 ① $x^2=25$에서
$x^2-25=0$
$(x+5)(x-5)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=5$
② $x^2+x=20$에서
$x^2+x-20=0$
$(x-4)(x+5)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=-5$
③ $x^2+8x+15=0$에서
$(x+3)(x+5)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=-5$
④ $9x^2-6x+1=0$에서
$(3x-1)^2=0$
$\therefore x=\frac{1}{3}$ (중근)
⑤ $4x^2+13x+9=0$에서
$(4x+9)(x+1)=0$
$\therefore x=-\frac{9}{4}$ 또는 $x=-1$
따라서 중근을 갖는 것은 ④이다.

47 $4x^2+mx+m+5=0$의 양변을 4로 나누면
$x^2+\frac{m}{4}x+\frac{m+5}{4}=0$
이차방정식이 중근을 가지므로 좌변은 완전제곱식으로 인수분해된다.
$\left(\frac{m}{4}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{m+5}{4}$이므로
$\frac{m^2}{64}=\frac{m+5}{4}$
$4m^2=64(m+5)$
$m^2=16(m+5)$
$m^2-16m-80=0$
$(m-20)(m+4)=0$
$\therefore m=20$ 또는 $m=-4$
따라서 모든 m의 값의 합은
$20+(-4)=16$

48 $x^2-6x+4=0$에서

$x^2-6x=-4$

$x^2-6x+9=-4+9$

$(x-3)^2=5$

$x-3=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{5}$

따라서 $A=9$, $B=-3$, $C=5$이므로

$A+B+C=9+(-3)+5=11$

49 $x^2+4x+m=0$에서

$x^2+4x=-m$

$x^2+4x+4=-m+4$

$(x+2)^2=-m+4$

$x+2=\pm\sqrt{-m+4}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{-m+4}$

이때 $x=n\pm\sqrt{3}$이므로

$-m+4=3$, $n=-2$

$-m+4=3$에서 $m=1$

$\therefore mn=1\times(-2)=-2$

50 $x=6$을 $x^2-x+k=0$에 대입하면

$36-6+k=0$ $\quad\therefore k=-30$

즉, $x^2-x-30=0$이므로

$(x-6)(x+5)=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=-5$

따라서 다른 한 해는 $x=-5$이다.