중학 뉴런

수학 2(하)

정답과 풀이

개념책

Ⅳ. 삼각형과 사각형의 성질

1. 삼각형의 성질

01 이등변삼각형의 성질

개념책 08~11쪽

개념 확인 문제

1 (1) 70° (2) 8 cm
2 (1) 50 (2) 50
3 (1) 2 cm (2) 90°
4 5

유제 1

$\overline{BD}=\overline{CD}$이므로 $\angle B=\angle DCB=35^\circ$
$\angle ADC=\angle B+\angle DCB=70^\circ$
$\overline{AC}=\overline{DC}$이므로 $\angle DAC=\angle ADC=70^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle ACE=\angle CAD+\angle B=70^\circ+35^\circ=105^\circ$

답 105°

유제 2

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-42^\circ)=69^\circ$
$\overline{BC}=\overline{BD}$이므로 $\angle CDB=\angle C=69^\circ$
$\triangle ABD$에서 $\angle CDB=\angle A+\angle ABD$이므로
$69^\circ=42^\circ+\angle ABD$, $\angle ABD=27^\circ$

답 27°

유제 3

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD}=\overline{CD}$이고 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$
$\triangle PBD$와 $\triangle PCD$에서
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle PDB=\angle PDC=90^\circ$, $\overline{PD}$는 공통이므로
$\triangle PBD\equiv\triangle PCD$(SAS 합동)
즉 $\overline{PB}=\overline{PC}$
따라서 $\triangle PBC$는 이등변삼각형이다.

답 ㄷ, ㄹ

유제 4

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD}=\overline{CD}$이고 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$
즉, $\overline{BC}=2\overline{BD}=10(\text{cm})$
따라서
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times10\times12=60(\text{cm}^2)$

답 60 cm^2

유제 5

$\angle CBD=\angle x$라 하자.
$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle C=\angle B=2\angle CBD=2\angle x$
$\triangle DBC$에서 $102^\circ=\angle x+2\angle x=3\angle x$
$\angle x=34^\circ$

답 34°

유제 6

$\angle BAD=\angle x$라 하자.
$\overline{AD}=\overline{BD}$이므로 $\angle B=\angle x$
$\triangle ABC$에서 $2\angle x+\angle x+90^\circ=180^\circ$
$3\angle x=90^\circ$, $\angle x=30^\circ$
$\triangle ABD$에서
$\angle ADC=\angle BAD+\angle B=2\angle x=60^\circ$

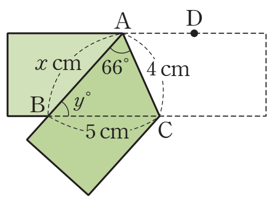
답 60°

유제 7

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이므로
ㄴ. $\angle A=180^\circ-(50^\circ+65^\circ)=65^\circ$
$\angle A=\angle C$이므로 이등변삼각형이다.
ㄹ. $\angle B=\angle C$이므로 이등변삼각형이다.

답 ㄴ, ㄹ

유제 8



직사각형 모양의 종이이므로
$\angle DAC=\angle BAC=66^\circ$(접은 각)
$\overleftrightarrow{AD}\,/\!/\,\overleftrightarrow{BC}$이므로
$\angle BCA=\angle DAC=66^\circ$(엇각)
즉, $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.
따라서
$x=5$, $y^\circ=180^\circ-(66^\circ+66^\circ)=48^\circ$

답 $x=5$, $y=48$

연습문제 개념책 12~13쪽

01 (1) 6 (2) 106 **02** 37° **03** 36° **04** ①, ⑤
05 38 **06** 125° **07** 33° **08** ④ **09** 40 cm^2
10 5 cm **11** 60° **12** (가) $\overline{BM}$ (나) 90 (다) SAS

01

(1) $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $x=6$

(2) 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로

$\angle C=\angle B=37°$

따라서 $37°+37°+x°=180°$, $x=106$

답 (1) 6 (2) 106

02

직각삼각형 ADC에서

$\angle ADC=180°-(90°+16°)=74°$

$\triangle ABD$는 이등변삼각형이므로

$\angle ADC=2\angle ABD$

따라서 $74°=2\angle ABD$, $\angle ABD=37°$

답 37°

03

$\angle ABD=\angle x$라 할 때,

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\overline{AD}$이므로

$\angle BAD=\angle ABD=\angle x$, $\angle BDC=\angle ABD+\angle BAD=2\angle x$

$\triangle BDC$에서

$\overline{BD}=\overline{BC}$이므로 $\angle BCD=\angle BDC=2\angle x$

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=2\angle x$이고

$\angle x+2\angle x+2\angle x=180°$, $5\angle x=180°$

$\angle x=36°$

답 36°

04

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$

이때 $\angle ADC=90°$이므로

$\triangle ADC$에서

$\angle CAD+\angle ACD=90°$

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

05

$\overline{AC}=\overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다. 즉, 두 밑각의 크기가 같으므로 $x=22$

또, 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $y=\frac{1}{2}\times 32=16$

따라서 $x+y=22+16=38$

답 38

06

이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같으므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

$\angle CBD=\angle BCD=\frac{1}{2}\angle B=\frac{55°}{2}$이므로

$\angle BDC=180°-\left(\frac{55°}{2}+\frac{55°}{2}\right)=125°$

답 125°

07

$\angle ABC=\angle x$라 하자.

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ACB=\angle ABC=\angle x$

$\angle DAC=\angle ABC+\angle ACB=2\angle x$

$\overline{AC}=\overline{DC}$이므로 $\angle ADC=\angle DAC=2\angle x$

$\triangle ADC$에서

$2\angle x+2\angle x+48°=180°$, $4\angle x=132°$

$\angle x=33°$

답 33°

08

이등변삼각형의 두 내각의 크기는 같다. 또한, 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

② $\angle B=72°$이므로 이등변삼각형이 아니다.

③ $\angle A=106°$이므로 이등변삼각형이 아니다.

④ $\angle B=\angle C=70°$이므로 이등변삼각형이다.

⑤ $\angle B=130°$, $\angle A=30°$이므로 이등변삼각형이 아니다.

따라서 이등변삼각형은 ④이다.

답 ④

09

$\angle B=\angle C$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

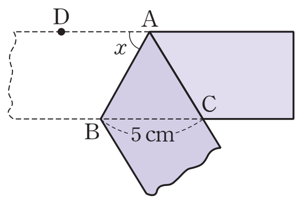
즉, $\overline{AC}=10\,\text{cm}$

$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle ACP$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 2+\frac{1}{2}\times 10\times 6=10+30=40(\text{cm}^2)$

답 $40\,\text{cm}^2$

10



오른쪽 그림과 같이

$\angle DAB=\angle x$라 하자.

$\angle BAC=\angle x$(접은 각)이고

$\overline{DA}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ABC=\angle DAB=\angle x$(엇각)

즉, $\angle BAC=\angle ABC$이므로

$\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AC}=5(\text{cm})$

답 5 cm

11

$\angle CBD=\angle x$라 하자.

$\triangle BCD$에서 $\angle DCE=\angle x+30°$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle ABC=2\angle x$

개념책

즉, $2\angle x+(\angle x+30^\circ)+(\angle x+30^\circ)=180^\circ$

$4\angle x=120^\circ$, $\angle x=30^\circ$

이때 $\angle A=180^\circ-(\angle ABC+\angle ACB)$

$=180^\circ-4\angle x=60^\circ$

답 60°

12

$\triangle PAM$과 $\triangle PBM$에서

$\overline{AM}=\boxed{\overline{BM}}$, $\angle PMA=\angle PMB=\boxed{90}^\circ$,

$\overline{PM}$은 공통이므로

$\triangle PAM\equiv\triangle PBM$($\boxed{SAS}$ 합동)

따라서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.

즉, (가) $\overline{BM}$ (나) 90 (다) SAS

답 (가) $\overline{BM}$ (나) 90 (다) SAS

02 직각삼각형의 합동 조건

개념책 14~16쪽

개념 확인 문제

1 $\triangle ABC\equiv\triangle KJL$(RHS 합동), $\triangle DEF\equiv\triangle IGH$(RHA 합동)

2 (1) 4 (2) 55

유제 1

$\angle DAB+\angle DBA=\angle DAB+\angle EAC=90^\circ$

이므로 $\angle DBA=\angle EAC$

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle BDA=\angle AEC=90^\circ$

즉, $\triangle DBA\equiv\triangle EAC$(RHA 합동)이므로

$\overline{DA}=\overline{EC}=2\text{ cm}$, $\overline{AE}=\overline{BD}=5\text{ cm}$

따라서 $\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=2+5=7(\text{cm})$

답 7 cm

유제 2

ㄴ. $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle A=\angle D$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$(RHA 합동)

ㄷ. $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$(RHS 합동)

답 ㄴ, ㄷ

유제 3

$\triangle OAP$와 $\triangle OBP$에서

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$, $\overline{OP}$는 공통이므로

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$(RHS 합동)

즉, $\overline{PB}=\overline{PA}=2(\text{cm})$

따라서 $\triangle POB=\frac{1}{2}\times9\times2=9(\text{cm}^2)$

답 9 cm^2

유제 4

$\triangle AED$와 $\triangle ACD$에서

$\angle AED=\angle ACD=90^\circ$,

$\angle EAD=\angle CAD$, $\overline{AD}$는 공통이므로

$\triangle AED\equiv\triangle ACD$(RHA 합동)

즉, $\angle ADE=\angle ADC$이고

$\overline{DE}=\overline{DC}$, $\overline{AE}=\overline{AC}$

답 ⑤

연습문제 개념책 17쪽

01 ⑤ **02** (1) $\triangle ABC\equiv\triangle FDE$ (2) 6 **03** 7 cm

04 50 cm^2 **05** ④ **06** 98 cm^2

01

① $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$이면

$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$(SAS 합동)

② $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\overline{AB}=\overline{DE}$이면

$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$(RHS 합동)

③ $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle A=\angle D$이면

$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$(RHA 합동)

④ $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle A=\angle D$이면

$\angle C=90^\circ-\angle A=90^\circ-\angle D=\angle F$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$(ASA 합동)

답 ⑤

02

(1) $\angle A=\angle F=90^\circ$, $\overline{BC}=\overline{DE}$, $\angle B=\angle D$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle FDE$(RHA 합동)

(2) $\overline{AC}=\overline{FE}$이므로 $2x=x+6$, $x=6$

답 (1) $\triangle ABC\equiv\triangle FDE$ (2) 6

03

$\triangle BDM$과 $\triangle CEM$에서

$\overline{BM}=\overline{CM}$, $\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$,

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\angle B=\angle C$이므로

$\triangle BDM\equiv\triangle CEM$(RHA 합동)

즉, $\overline{CE}=\overline{BD}=3\text{ cm}$

따라서 $\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=10-3=7(\text{cm})$

답 7 cm

04

점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하자.

$\triangle ADE$와 $\triangle ADC$에서

$\angle AED=\angle ACD=90^\circ$,

$\angle EAD = \angle CAD$, $\overline{AD}$는 공통이므로
$\triangle ADE \equiv \triangle ADC$(RHA 합동)
즉 $\overline{ED} = \overline{CD} = 5$(cm)
따라서 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 20 \times 5 = 50(\text{cm}^2)$

답 50 cm^2

05

$\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서
$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$, $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{OP}$는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$(RHS 합동)
즉, $\angle AOP = \angle BOP$이므로
$\angle XOY = \angle AOP + \angle BOP = 2\angle AOP$
따라서 옳은 것은 ④ ㄴ, ㄹ이다.

답 ④

06

$\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서
$\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$이고
$\angle ABD + \angle BAD = \angle ABD + \angle CBE = 90^\circ$이므로
$\angle BAD = \angle CBE$
즉, $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$(RHA 합동)이므로
$\overline{DB} = \overline{EC} = 8$(cm), $\overline{BE} = \overline{AD} = 6$(cm)
$\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{BE} = 8 + 6 = 14$(cm)
따라서 $\square ADEC = \frac{1}{2} \times (6+8) \times 14 = 98(\text{cm}^2)$

답 98 cm^2

03 삼각형의 외심과 내심

개념책 18~23쪽

개념 확인 문제

1 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, 90, $\overline{OC}$, $\triangle OCD$, $\overline{CD}$
2 10 cm
3 130°
4 65°
5 118°

유제 1

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$
즉, $\angle OCA = \angle OAC = 27^\circ$
$\angle x = 180^\circ - (27^\circ + 27^\circ) = 126^\circ$

답 126°

유제 2

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$
따라서 $\triangle OAB$는 이등변삼각형이다.
즉, $x = 3$, $y^\circ = 180^\circ - (90^\circ + 56^\circ) = 34^\circ$
따라서 $x + y = 3 + 34 = 37$

답 37

유제 3

④ 둔각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 존재한다.

답 ④

유제 4

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{13}{2}$(cm)이다.
즉, $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는 $2\pi \times \frac{13}{2} = 13\pi$(cm)

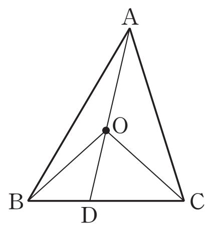
답 13π cm

유제 5

$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$이므로
$\angle BAO = \angle ABO = \angle x$
$\angle BCO = \angle CBO = 20^\circ$
$\angle CAO = \angle ACO = 14^\circ$
즉, $2(\angle x + 20^\circ + 14^\circ) = 180^\circ$
$\angle x + 20^\circ + 14^\circ = 90^\circ$, $\angle x = 56^\circ$

답 56°

유제 6



점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$
$\triangle AOB$에서
$\angle BAO = \boxed{\angle ABO}$이므로
$\angle BOD = \boxed{2} \times \angle BAO$
같은 방법으로 $\triangle AOC$에서
$\angle COD = \boxed{2} \times \angle CAO$
따라서 $\angle BOC = 2\angle BAC = \boxed{64^\circ}$

답 (가) $\angle ABO$ (나) 2 (다) 64°

유제 7

$\triangle BDI$와 $\triangle BEI$에서
$\overline{DI} = \overline{EI}$, $\angle BDI = \angle BEI = 90^\circ$, $\overline{BI}$는 공통이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$(RHS합동)
즉, $x = \overline{BE} = 17$
또 $\angle ECI = \angle FCI = y^\circ$이므로
$90^\circ + 60^\circ + y^\circ = 180^\circ$, $y = 30$

답 $x = 17$, $y = 30$

유제 8

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle CAI=\angle BAI=15^\circ$, $\angle ACI=\angle BCI=10^\circ$

$\triangle AIC$에서

$15^\circ+10^\circ+\angle AIC=180^\circ$, $\angle AIC=155^\circ$

답 155°

유제 9

$\angle AIB=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$

$=90^\circ+37^\circ$

$=127^\circ$

답 127°

유제 10

$\angle CBI=\angle ABI=31^\circ$이므로

$\triangle BIC$에서 $31^\circ+136^\circ+\angle y=180^\circ$

$\angle y=13^\circ$

$\angle x+31^\circ+\angle y=90^\circ$이므로

$\angle x+31^\circ+13^\circ=90^\circ$, $\angle x=46^\circ$

답 $\angle x=46^\circ$, $\angle y=13^\circ$

유제 11

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times1\times(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)$이므로

$6=\frac{1}{2}\times1\times(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)$

$(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=12(cm)$

답 12 cm

유제 12

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$이므로

$48=\frac{1}{2}r(16+10+10)$, $r=\frac{8}{3}(cm)$

따라서 내접원의 반지름의 길이는 $\frac{8}{3}$ cm이다.

답 $\frac{8}{3}$ cm

연습문제 개념책 24~25쪽

01 ①, ③	02 6 cm	03 20 cm	04 40°	05 60°
06 60°	07 ④	08 96°	09 114°	10 22 cm
11 4 cm	12 15°			

01

세 변의 수직이등분선의 교점이 외심이므로 ④ $\overline{BE}=\overline{CE}$가 성립한다.

외심에서 각 꼭짓점까지의 거리가 같으므로 ② $\overline{AO}=\overline{BO}$

$\triangle ADO$와 $\triangle BDO$에서

$\overline{AO}=\overline{BO}$, $\angle ADO=\angle BDO=90^\circ$, $\overline{DO}$는 공통이므로

⑤ $\triangle ADO\equiv\triangle BDO$(RHS 합동)

따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.

답 ①, ③

02

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$

$\triangle AOC$의 둘레의 길이가 20 cm이므로

$\overline{AO}+\overline{CO}+\overline{AC}=20$, $\overline{AO}+\overline{CO}=12$, $\overline{AO}=\overline{CO}=6(cm)$

따라서 $\overline{BO}=6(cm)$

답 6 cm

03

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 $\overline{AC}$는 외접원의 지름이 된다.

외접원의 둘레의 길이가 20π cm이므로

$\overline{AC}=20(cm)$

답 20 cm

04

$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\angle CBO=\angle BCO=10^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle BAO=\angle ABO=50^\circ+10^\circ=60^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 $\angle OAC=\angle OCA$

즉 $\triangle ABC$에서

$50^\circ+(60^\circ+\angle OAC)+(\angle OAC-10^\circ)=180^\circ$

$2\angle OAC=80^\circ$, $\angle OAC=40^\circ$

답 40°

05

$\angle AOB+\angle BOC+\angle COA=360^\circ$이므로

$\angle BOC=360^\circ\times\frac{3}{2+3+4}=120^\circ$

따라서 $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$

답 60°

06

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$이므로

$\angle ABO=\angle BAO=30^\circ$, $\angle CBO=\angle BCO=\angle y$,

$\angle ACO=\angle CAO=\angle x$

$2\times(30^\circ+\angle x+\angle y)=180^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=60^\circ$

답 60°

07

삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로 ④이다.
삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이고, 각 꼭짓점까지의 거리가 같으므로 ①, ②는 외심을 나타낸다.

답 ④

08

점 I는 삼각형 ABC의 내심이므로
$\angle ABI=\angle IBC=20^\circ$, $\angle ACI=\angle ICB=22^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle BAC+20^\circ\times2+22^\circ\times2=180^\circ$
$\angle BAC+40^\circ+44^\circ=180^\circ$
$\angle BAC=96^\circ$

답 96°

09

$\angle BAI=\angle CAI=24^\circ$이므로 $\angle A=48^\circ$
$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+24^\circ=114^\circ$

답 114°

10

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle DBI=\angle IBC$이고
$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DIB=\angle IBC$(엇각)
즉, $\angle DIB=\angle DBI$이므로 $\overline{DI}=\overline{DB}$
같은 방법으로
$\angle ECI=\angle BCI$, $\angle EIC=\angle BCI$(엇각)
즉, $\angle EIC=\angle ECI$이므로 $\overline{EI}=\overline{EC}$
($\triangle ADE$의 둘레의 길이)
$=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{IE}+\overline{AE}$
$=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{AE}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=12+10$
$=22$(cm)

답 22 cm

11

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하자.
$\overline{AB}\perp\overline{DI}$, $\overline{AC}\perp\overline{IF}$, $\overline{BC}\perp\overline{IE}$이고
$\overline{DI}=\overline{EI}=\overline{FI}=r$(cm)
$\triangle ABC=\frac{1}{2}r\times$($\triangle ABC$의 둘레의 길이)
$62=\frac{1}{2}r\times31$
$r=4$
따라서 내접원의 반지름의 길이는 4 cm이다.

답 4 cm

12

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$이고
이등변삼각형의 내심과 외심은 꼭지각의 이등분선 위에 존재하므로 $\angle ACO=\angle CAO=20^\circ$
$\angle BCO=\angle C-\angle ACO=70^\circ-20^\circ=50^\circ$
$\angle BCI=\frac{1}{2}\angle C=\frac{1}{2}\times70^\circ=35^\circ$
따라서 $\angle ICO=\angle BCO-\angle BCI=50^\circ-35^\circ=15^\circ$

답 15°

중단원 마무리

개념책 26~29쪽

01 17 cm	**02** 22°	**03** 56°	**04** ②, ④	**05** 3 cm
06 110°	**07** ②, ③	**08** 62°	**09** $x=4$, $y=62$	
10 26°	**11** ⑤	**12** 8 cm	**13** 10 cm^2	**14** 51°
15 24 cm	**16** 64°	**17** ①, ③	**18** ②	**19** 70°
20 25°	**21** ⑤	**22** 36 cm	**23** 22°	**24** 136°
25 $\frac{13}{2}$ cm	**26** ⑤	**27** 24 cm	**28** 33 cm	**29** 53°
30 160°	**31** 39°	**32** $(24-4\pi)$ cm^2		

01

$\angle B=\angle C$이면 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.
즉, $\overline{AC}=7$ cm
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 $7+7+3=17$(cm)

답 17cm

02

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\angle A=\angle C$
$\triangle ABC$에서 $\angle ABD=\angle A+\angle C$이므로
$44^\circ=2\angle A$, $\angle A=22^\circ$

답 22°

03

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.
즉, $\angle ADC=90^\circ$
$\triangle ADC$에서 $\angle C=180^\circ-(90^\circ+34^\circ)=56^\circ$
따라서 $\angle B=\angle C=56^\circ$

답 56°

04

② 직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 다른 한 변의 길이가 같으므로 RHS 합동이다.
④ 직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 다른 한 각의 크기가 같으므로 RHA 합동이다.

답 ②, ④

05

$\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서

$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$, $\angle AOP=\angle BOP$, $\overline{OP}$는 공통이므로

$\triangle AOP\equiv\triangle BOP$(RHA 합동)

즉 $\overline{AP}=\overline{BP}$, $\overline{BP}=3\text{ cm}$

답 3 cm

06

$\angle BAO+\angle CBO+\angle ACO=90^\circ$이므로

$15^\circ+\angle CBO+40^\circ=90^\circ$, $\angle CBO=35^\circ$

$\overline{BO}=\overline{CO}$이므로

$\angle BOC=180^\circ-(35^\circ+35^\circ)=110^\circ$

답 110°

07

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

① $\overline{DI}=\overline{EI}=\overline{FI}$

세 내각의 이등분선의 교점이 내심이므로

④ $\angle ICE=\angle ICF$

⑤ $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서

$\overline{DI}=\overline{FI}$, $\angle ADI=\angle AFI=90^\circ$, $\overline{AI}$는 공통이므로

$\triangle ADI\equiv\triangle AFI$(RHS 합동)

답 ②, ③

08

$\angle IAC=\angle IAB=32^\circ$, $\angle IBA=\angle IBC=27^\circ$이므로

$(\angle IAB+\angle IAC)+(\angle IBA+\angle IBC)+\angle C=180^\circ$

$64^\circ+54^\circ+\angle C=180^\circ$, $\angle C=62^\circ$

답 62°

09

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $x=4$

$\angle C=\angle B$이고 $\angle B+\angle C=\angle CAD$이므로

$2y^\circ=124^\circ$, $y=62$

따라서 $x=4$, $y=62$

답 $x=4$, $y=62$

10

$\angle A=\angle x$라 하자.

점 A와 점 C가 겹치도록 접은 것이므로 $\angle DCE=\angle x$

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$, $\angle B=51^\circ+\angle x$

$\triangle ABC$에서

$\angle x+(51^\circ+\angle x)+(51^\circ+\angle x)=180^\circ$

$3\angle x=78^\circ$, $\angle x=26^\circ$

따라서 $\angle A=26^\circ$

답 26°

11

$\triangle ABC$에서 $\angle B=\angle C$라 하자.

$\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\angle B=\boxed{\angle C}$, $\angle BAD=\angle CAD$,

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $\boxed{180^\circ}$이므로

$\angle ADB=\boxed{\angle ADC}$

$\boxed{\overline{AD}}$는 공통이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle ACD$(ASA 합동)

따라서 $\overline{AB}=\boxed{\overline{AC}}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

답 ⑤

12

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAE=\angle AEB$(엇각)

$\angle BAE=\angle AEB$이므로 $\overline{BE}=\overline{BA}=8(\text{cm})$

답 8 cm

13

이등변삼각형의 꼭지각은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{AD}=\overline{CD}=4\text{ cm}$, $\angle ADB=90^\circ$

또, 점 P는 $\overline{BD}$의 중점이므로 $\overline{PD}=5\text{ cm}$

따라서

$$\begin{aligned}\triangle ABP&=\triangle ABD-\triangle APD\\&=\frac{1}{2}\times4\times10-\frac{1}{2}\times4\times5\\&=20-10=10(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 10 cm^2

14

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle C$

$\overline{BD}=\overline{BC}$이므로 $\angle D=\angle C$

$\triangle DBC$에서 $\angle C+\angle C+(\angle C+27^\circ)=180^\circ$

$3\angle C=153^\circ$, $\angle C=51^\circ$

답 51°

15

$\triangle BDM$과 $\triangle CEM$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$, $\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$,

$\overline{BM}=\overline{CM}$이므로

$\triangle BDM\equiv\triangle CEM$(RHA 합동)

즉, $\overline{DM}=\overline{EM}$이고 $\overline{EC}=\overline{DB}=6(\text{cm})$

$\overline{DM}+\overline{EM}=16(\text{cm})$이므로 $\overline{EM}=\frac{1}{2}\times16=8(\text{cm})$

$\triangle EMC$의 둘레의 길이는 $8+10+6=24(\text{cm})$

답 24 cm

16

$\triangle ABC$에서

$\angle C=180^\circ-(90^\circ+38^\circ)=52^\circ$

$\triangle BDC$와 $\triangle EDC$에서

$\angle DBC=\angle DEC=90^\circ$, $\overline{BC}=\overline{EC}$, $\overline{DC}$는 공통이므로

$\triangle BDC\equiv\triangle EDC$(RHS 합동)

즉, $\angle ECD=\angle BCD$이므로

$\angle ECD=\frac{1}{2}\times 52^\circ=26^\circ$

따라서 $\angle EDC=180^\circ-(90^\circ+26^\circ)=64^\circ$

답 64°

17

$\triangle BDE$와 $\triangle BDC$에서

$\angle DEB=\angle DCB=90^\circ$, $\angle EBD=\angle CBD$, $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle BDE\equiv\triangle BDC$(RHA 합동)

따라서 ① $\overline{BE}=\overline{BC}$, ③ $\overline{DE}=\overline{DC}$

답 ①, ③

18

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$

즉, $\triangle AOC$, $\triangle BOC$, $\triangle AOB$는 이등변삼각형이다.

답 ②

19

$\angle AOB+\angle AOC+\angle COB=360^\circ$이므로

$\angle BOC=360^\circ\times\frac{7}{5+7+6}=140^\circ$

따라서 $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$

답 70°

20

$\angle AOC=2\angle B=130^\circ$이고

$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로

$\triangle AOC$에서 $\angle ACO=\frac{1}{2}(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$

답 25°

21

직각삼각형에서 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외접원의 지름의 길이는 빗변의 길이와 같다.

즉, (외접원의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{13}{2}$(cm)

따라서 (외접원의 넓이)$=\pi\left(\frac{13}{2}\right)^2=\frac{169}{4}\pi(\text{cm}^2)$

답 ⑤

22

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=5$(cm), $\overline{CF}=\overline{AF}=6$(cm), $\overline{BE}=\overline{CE}=7$(cm)

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$2\times(5+6+7)=36$(cm)

답 36 cm

23

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle ABI=\frac{1}{2}\angle B=28^\circ$

$\angle ABI+\angle CAI+\angle BCI=90^\circ$이므로

$28^\circ+40^\circ+\angle BCI=90^\circ$, $\angle BCI=22^\circ$

답 22°

24

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$이므로

$124^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$, $\angle A=68^\circ$

따라서 $\angle BOC=2\angle A=136^\circ$

답 136°

25

$\overline{AF}=x$ cm라 하면 $\overline{CF}=(10-x)$ cm

$\triangle ADI\equiv\triangle AFI$, $\triangle BDI\equiv\triangle BEI$

$\triangle CEI\equiv\triangle CFI$(RHS 합동)이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm

$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=9-x$(cm)

$\overline{BE}=\overline{BD}=9-x$(cm), $\overline{CE}=\overline{CF}=10-x$(cm)이므로

$(9-x)+(10-x)=6$, $2x=13$, $x=\frac{13}{2}$

따라서 $\overline{AF}=\frac{13}{2}$(cm)

답 $\frac{13}{2}$ cm

26

⑤ 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이다.

답 ⑤

27

$\triangle ABC=\triangle ABI+\triangle BCI+\triangle ACI$

$=\frac{1}{2}\times$(내접원의 반지름의 길이)

$\times$($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

$36=\frac{1}{2}\times 3\times$($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=24$(cm)

답 24 cm

28

점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle DBI=\angle CBI$, $\angle ECI=\angle BCI$

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DIB=\angle CBI$(엇각), $\angle EIC=\angle BCI$(엇각)

즉 $\angle DBI=\angle DIB$이므로 $\overline{DI}=\overline{DB}$

$\angle EIC=\angle ECI$이므로 $\overline{IE}=\overline{EC}$

따라서 $\triangle ADE$의 둘레의 길이는

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}=7+(4+8)+14=33$(cm)

답 33 cm

개념책

29

$\triangle BFD$와 $\triangle CDE$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-74^\circ)=\frac{1}{2}\times106^\circ=53^\circ$,

$\overline{BF}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$이므로

$\triangle BFD\equiv\triangle CDE$(SAS 합동)

즉, $\angle BFD=\angle CDE$, $\angle BDF=\angle CED$

따라서

$\angle EDF=180^\circ-(\angle BDF+\angle CDE)$

$=180^\circ-(\angle BDF+\angle BFD)$

$=\angle B=53^\circ$

답 53°

30

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$이므로

$\angle A=\angle BAO+\angle CAO=\angle ABO+\angle ACO=50^\circ$

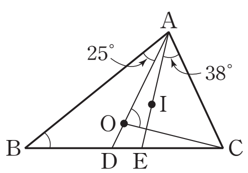
즉, $\angle BOC=2\angle A=100^\circ$

점 O′은 $\triangle OBC$의 외심이므로

$\angle BO'C=360^\circ-2\angle BOC=360^\circ-200^\circ=160^\circ$

답 160°

31



$\angle BAI=\angle CAI=38^\circ$이므로

$\angle DAE=38^\circ-25^\circ=13^\circ$

$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로

$\angle ACO=\angle CAO$

$=38^\circ+13^\circ=51^\circ$

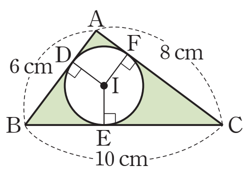
$\angle AOC=180^\circ-(51^\circ+51^\circ)=78^\circ$

따라서 $\angle B=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times78^\circ=39^\circ$

답 39°

32

다음 그림과 같이 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하자.



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$이므로

$\frac{1}{2}r\times(6+8+10)=24$, $r=2$

따라서

(색칠한 부분의 넓이)

$=\triangle ABC-$(내접원의 넓이)

$=24-\pi\times2^2$

$=24-4\pi(\text{cm}^2)$

답 $(24-4\pi)\ \text{cm}^2$

서술형으로 중단원 마무리

개념책 30~31쪽

STEP 1 풀이 참조

STEP 2 74°

STEP 3 **1.** 20° **2.** 58° **3.** 40° **4.** 46°

STEP 1

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=\frac{1}{2}\times128^\circ=\boxed{64}^\circ$ … 1단계

$\triangle BDE$와 $\triangle CEF$에서

$\overline{BD}=\boxed{\overline{CE}}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle B=\boxed{\angle C}$이므로

$\triangle BDE\equiv\triangle CEF$($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)

즉, $\angle BDE=\boxed{\angle CEF}$ … 2단계

$\angle B+\angle BDE+\angle BED=180^\circ$이고

$\angle DEF+\angle CEF+\angle BED=180^\circ$

따라서 $\angle DEF=\angle B=\boxed{64}^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle B$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\triangle BDE\equiv\triangle CEF$임을 설명한 경우	30 %
3단계	$\angle DEF$의 크기를 구한 경우	40 %

답 풀이 참조

STEP 2

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-32^\circ)=\frac{1}{2}\times148^\circ=74^\circ$ … 1단계

$\overline{BE}=\overline{BD}$이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle B)=\frac{1}{2}\times106^\circ=53^\circ$

$\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\angle CEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle C)=\frac{1}{2}\times106^\circ=53^\circ$ … 2단계

따라서 $\angle DEF=180^\circ-\angle BED-\angle CEF=74^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle B$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle BED$, $\angle CEF$의 크기를 각각 구한 경우	30 %
3단계	$\angle DEF$의 크기를 구한 경우	40 %

답 74°

STEP 3

1

$\angle B=\angle x$라 하면

$\triangle BDE$에서 $\overline{BD}=\overline{DE}$이므로

$\angle BED=\angle B=\angle x$

즉, $\angle EDF=\angle B+\angle BED=2\angle x$

$\triangle EDF$에서

$\overline{ED}=\overline{EF}$이므로 $\angle EFD=\angle EDF=2\angle x$

$\triangle BEF$에서

$\angle AEF=\angle x+2\angle x=3\angle x$

$\triangle EFA$에서

$\overline{EF}=\overline{AF}$이므로 $\angle EAF=\angle AEF=3\angle x$

$\triangle ABF$에서

$\angle AFC=\angle x+3\angle x=4\angle x$

$\overline{AF}=\overline{AC}$이므로 $\angle C=\angle AFC=4\angle x$ … 1단계

$\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x+4\angle x+4\angle x=180^\circ$, $9\angle x=180^\circ$

$\angle x=20^\circ$

따라서 $\angle B=20^\circ$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle EDF$, $\angle AEF$, $\angle AFC$의 크기를 $\angle B$를 이용하여 표현한 경우	50 %
2단계	$\angle B$의 크기를 구한 경우	50 %

답 20°

2

$\triangle ABD$와 $\triangle AED$에서

$\overline{AB}=\overline{AE}$, $\angle B=\angle AED=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle AED$(RHS 합동) … 1단계

즉 $\angle DAE=\angle DAB=90^\circ-74^\circ=16^\circ$

따라서 $\angle C=90^\circ-\angle A=90^\circ-2\times16^\circ=58^\circ$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABD\equiv\triangle AED$임을 보인 경우	50 %
2단계	$\angle C$의 크기를 구한 경우	50 %

답 58°

3

점 M에서 각 꼭짓점까지 이르는 거리가 같으므로 점 M는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이다. … 1단계

점 O는 $\triangle ABM$의 외심이므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{MO}$

즉, $\angle OAB+\angle OAM+\angle OMB=90^\circ$이므로

$\angle OAB+\angle OAM=50^\circ$ … 2단계

$\angle CAM=90^\circ-(\angle OAB+\angle OAM)=40^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	점 M이 $\triangle ABC$의 외심임을 이용하여 $\angle A=90^\circ$임을 구한 경우	30 %
2단계	$\angle OAB+\angle OAM$의 크기를 구한 경우	40 %
3단계	$\angle CAM$의 크기를 구한 경우	30 %

답 40°

4

$\angle DIE=\angle AIB=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$이고 … 1단계

$\angle CEI=180^\circ-72^\circ=108^\circ$

$\angle CDI=180^\circ-87^\circ=93^\circ$이므로 … 2단계

$\angle C+93^\circ+108^\circ+90^\circ+\frac{1}{2}\angle C=360^\circ$

$\frac{3}{2}\angle C=69^\circ$, $\angle C=46^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle DIE=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$임을 보인 경우	30 %
2단계	$\angle CEI$, $\angle CDI$의 크기를 각각 구한 경우	40 %
3단계	$\angle C$의 크기를 구한 경우	30 %

답 46°

2. 사각형의 성질

01 평행사변형

개념책 32~37쪽

개념 확인 문제

1 $\angle x=65^\circ$, $\angle y=35^\circ$

2 $\angle ACB$, $\angle DCA$, $\overline{AC}$, ASA, $\angle BAC$, $\angle C$

3 ㄷ, ㄹ

4 32 cm^2

유제 1

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BDA=\angle DBC=27^\circ$

$\triangle ABD$에서 $115^\circ+\angle x+27^\circ=180^\circ$

따라서 $\angle x=38^\circ$

답 38°

유제 2

$\triangle ACD$에서

$110^\circ+32^\circ+\angle y=180^\circ$, $\angle y=38^\circ$

$\triangle AOD$에서

$\angle AOB=\angle DAO+\angle ADO$이므로

$85^\circ=32^\circ+\angle ADO$, $\angle ADO=53^\circ$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle x=\angle ADO=53^\circ$

답 $\angle x=53^\circ$, $\angle y=38^\circ$

유제 3

⑤ ASA

답 ⑤

유제 4

평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

$\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $3x-10=x$, $2x=10$, $x=5$

$\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$\square ABCD$의 둘레의 길이는

$5+5+4+4=18$

답 18

유제 5

ㄴ. $\angle BCA=\angle DAC$(엇각)

ㄷ. $\angle BCA=\angle DAC$(엇각), $\angle BAC=\angle DCA$(엇각),

$\overline{AC}$는 공통이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle CDA$(ASA 합동)

답 ㄴ, ㄷ

유제 6

$\triangle PBC$는 직각이등변삼각형이므로

$\angle PCB=45^\circ$

평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 같으므로 $\angle C=\angle A=60^\circ$

즉, $\angle DCP+45^\circ=60^\circ$, $\angle DCP=15^\circ$

답 15°

유제 7

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $x=7$

$\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 $\overline{BD}=2\overline{DO}=10(\text{cm})$, $y=10$

$x+y=7+10=17$

답 17

유제 8

① 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

③ $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle ABO=\angle CDO$(엇각)

④ 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 같으므로

$\angle ABC=\angle CDA$

⑤ $\angle ABO=\angle CDO$(엇각), $\angle BAO=\angle DCO$(엇각),

$\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$\triangle ABO\equiv\triangle CDO$(ASA 합동)

답 ②

유제 9

ㄴ. 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

ㄹ. 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

답 ㄴ, ㄹ

유제 10

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으면 평행사변형이므로

$\begin{cases} 10x-y=2x+3y & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 3x+y=15 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$이 성립해야 한다.

$\begin{cases} 2x-y=0 & \cdots\cdots \text{㉢} \\ 3x+y=15 & \cdots\cdots \text{㉣} \end{cases}$이므로

㉢+㉣을 하면

$5x=15$, $x=3$

$x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=6$

따라서 $x+y=3+6=9$

답 9

유제 11

② $\overline{AC}$는 공통인 변이다.

답 ②

유제 12

$\triangle AFD$와 $\triangle CEB$에서

$\overline{AD}=\overline{CB}$, $\overline{DF}=\overline{BE}$, $\angle ADF=\angle CBE$(엇각)이므로

$\triangle AFD\equiv\triangle CEB$(SAS 합동)

즉, $\overline{AF}=\overline{CE}$

같은 방법으로 $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$(SAS 합동)이므로 $\overline{AE}=\overline{CF}$

따라서 □AECF는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

② 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다. 그러나 두 대각선의 길이가 같은지는 알 수 없다.

답 ②

유제 13

□ABCD는 평행사변형이므로

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이고 $\overline{AB}=\overline{DC}$이다.

즉 □MBND에서 $\overline{BM} /\!/ \overline{DN}$이고

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\overline{DN}$

따라서 □MBND는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

답 평행사변형

유제 14

평행사변형 ABCD에서

$\triangle AOB=\triangle BOC=\triangle COD=\triangle AOD$이므로

$\square ABCD=4\triangle AOB=60(cm^2)$

답 $60\ cm^2$

유제 15

$\triangle PAD+\triangle PBC=\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$10+\triangle PCD=24$, $\triangle PCD=14(cm^2)$

답 $14\ cm^2$

연습문제 개념책 38~39쪽

01 33°	02 13	03 30°	04 62°	05 11 cm
06 ③	07 ①	08 평행사변형		
09 $\angle x=70^\circ$, $\angle y=110^\circ$	10 18 cm	11 $56\ cm^2$	12 $80\ cm^2$	

01

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle CBD=27^\circ$

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle ABD=\angle BDC=\angle x$

$\triangle ABD$에서

$120^\circ+27^\circ+\angle x=180^\circ$, $\angle x=33^\circ$

답 33°

02

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로

$x+2=4x-7$, $3x=9$, $x=3$

$2x=y-4$, $6=y-4$, $y=10$

따라서 $x+y=3+10=13$

답 13

03

$\angle A+\angle D=180^\circ$이므로

$\angle D=180^\circ\times\frac{1}{5+1}=30^\circ$

$\angle DCE=\angle D$(엇각)이므로 $\angle DCE=30^\circ$

답 30°

04

$\angle A+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle B=180^\circ-124^\circ=56^\circ$

즉, $\angle CBF=\frac{1}{2}\angle B=28^\circ$

$\triangle BFC$에서

$\angle BCF=180^\circ-(90^\circ+28^\circ)=62^\circ$

$\angle DCF=\angle C-\angle BCF$이고

$\angle C=\angle A=124^\circ$이므로

$\angle DCF=124^\circ-62^\circ=62^\circ$

답 62°

05

$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=4(cm)$, $\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=3(cm)$이므로

($\triangle ABO$의 둘레의 길이)$=4+4+3=11(cm)$

답 11 cm

06

$\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle ADO=\boxed{\angle CBO}$ …… ㉠

$\angle DAO=\angle BCO$(엇각) …… ㉡

□ABCD는 평행사변형이므로

$\overline{AD}=\boxed{\overline{BC}}$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\triangle AOD\equiv\triangle COB$(ASA 합동)

따라서 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\boxed{\overline{BO}=\overline{DO}}$

답 ③

07

① $\angle ADB=\angle CBD$(엇각)이므로 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

$\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

답 ①

08

$\triangle$APS와 $\triangle$CRQ에서

$\overline{AP}=\overline{CR}$, $\overline{AS}=\overline{AD}-\overline{SD}=\overline{BC}-\overline{BQ}=\overline{CQ}$,

$\angle A=\angle C$(대각)이므로

$\triangle APS\equiv\triangle CRQ$(SAS 합동)

즉, $\overline{PS}=\overline{RQ}$

같은 방법으로 $\triangle DSR\equiv\triangle BQP$(SAS 합동)이므로 $\overline{SR}=\overline{QP}$

따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □PQRS는 평행사변형이다.

답 평행사변형

09

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으면 평행사변형이므로 $\angle x=70^\circ$

$\angle x+\angle y=180^\circ$이므로 $\angle y=110^\circ$

답 $\angle x=70^\circ$, $\angle y=110^\circ$

10

$\angle A+\angle B=180^\circ$이므로 $\angle B=\angle D=120^\circ$

즉, $\angle ABE=\angle EBF=\angle EDF=60^\circ$

$\triangle$ABE는 정삼각형이므로 $\overline{AE}=\overline{BE}=6$(cm)

$\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=9-6=3$(cm)

□EBFD에서 $\angle EBF=\angle EDF=60^\circ$이고

$\angle BED=180^\circ-\angle AEB=120^\circ$이므로

$\angle DFB=120^\circ=\angle BED$

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로

□EBFD는 평행사변형이다.

따라서 (□EBFD의 둘레의 길이)$=2(\overline{ED}+\overline{EB})$

$=2\times(3+6)$

$=18$(cm)

답 18 cm

11

□ABNM, □MNCD는 평행사변형이고, 평행사변형의 두 대각선에 의해 나누어지는 4개의 삼각형의 넓이는 모두 같으므로

□ABNM$=4\triangle$MPN, □MNCD$=4\triangle$MNQ

따라서 □ABCD$=4\times(\triangle MPN+\triangle MNQ)$

$=4\times$□PNQM

$=4\times14=56(\text{cm}^2)$

답 56 cm^2

12

$\triangle ADP+\triangle PBC=\triangle ABP+\triangle DPC=\frac{1}{2}$□ABCD

이므로

$\frac{1}{2}$□ABCD$=24+16=40(\text{cm}^2)$

따라서 □ABCD$=80(\text{cm}^2)$

답 80 cm^2

02 여러 가지 사각형

개념책 40~45쪽

개념 확인 문제

1 16

2 $\angle x=70^\circ$, $\angle y=90^\circ$

3 $x=4$, $y=90$

4 13 cm

5 ㄱ, ㄴ

6 5 cm

유제 1

직사각형 ABCD에서 두 대각선을 그으면

$\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서

$\overline{AB}=\boxed{\overline{DC}}$, $\angle ABC=\angle DCB=90^\circ$, $\overline{BC}$는 공통이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DCB$($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)

따라서 $\overline{AC}=\boxed{\overline{DB}}$

답 (가) $\overline{DC}$ (나) SAS (다) $\overline{DB}$

유제 2

$\overline{AC}=\overline{BD}$이고 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 $x=2\times7=14$

$\triangle$BOC에서 $\overline{BO}=\overline{CO}$이므로

$\angle OBC=\angle OCB=36^\circ$

즉, $\angle COD=\angle OBC+\angle OCB=72^\circ$, $y=72$

답 $x=14$, $y=72$

유제 3

$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABD=\angle ADB$

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\angle AOB=90^\circ$

$\triangle$ABO에서

$\angle ABO+50^\circ+90^\circ=180^\circ$, $\angle ABO=40^\circ$

따라서 $\angle ADO=\angle ABO=40^\circ$

답 40°

유제 4

마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로

$\overline{AC}=2\overline{AO}=10$(cm), $\overline{BD}=2\overline{BO}=16$(cm)

따라서 마름모 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times10\times16=80(\text{cm}^2)$

답 80 cm^2

유제 5

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}=5$(cm)이므로

$x=5$

$\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\angle B=90^\circ$이므로 $y=45$

답 $x=5$, $y=45$

유제 6

직사각형이 정사각형이 되려면 이웃하는 두 변의 길이가 같거나, 두 대각선이 서로 직교하면 된다. 즉, $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

답 ②, ④

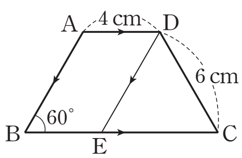
유제 7

(1) $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\angle B=\angle C$, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{BC}$는 공통이므로
$\triangle ABC\equiv\triangle DCB$(SAS 합동)

(2) $\overline{AC}=\overline{DB}$이므로 $5+x=15$, $x=10$

답 (1) $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$(SAS 합동) (2) 10

유제 8



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$와 평행한 직선을 그었을 때 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자.
□ABED는 평행사변형이므로
$\overline{BE}=4$(cm)
□ABCD는 등변사다리꼴이므로
$\angle B=\angle C=60^\circ$이고 $\angle CED=\angle B=60^\circ$(동위각)
즉, $\triangle CED$는 정삼각형이므로 $\overline{EC}=6$(cm)
따라서 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=4+6=10$(cm)

답 10 cm

유제 9

② 이웃하는 두 변의 길이가 같은 직사각형은 정사각형이다.
④ 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다.

답 ②, ④

유제 10

① 평행사변형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이다.
② 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이다.
④ 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 정사각형이다.
⑤ 등변사다리꼴의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이다.

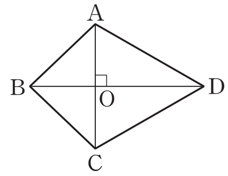
답 ③

유제 11

두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴이다.
따라서 ㄴ, ㄹ, ㅁ이다.

답 ⑤

유제 12



② 오른쪽 그림과 같은 사각형은 두 대각선이 수직이지만 마름모가 아니다.

답 ②

연습문제

개념책 46~47쪽

01 ③	02 12 cm	03 ③	04 67	05 ⑤
06 99°	07 20°	08 ③, ⑤	09 42 cm	10 ①
11 ①	12 ①, ③			

01

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로를 이등분하므로
① $\overline{OA}=\overline{OB}$, ② $\overline{AC}=\overline{BD}$가 성립한다.
$\overline{OD}=\overline{OC}$이므로 ④ $\angle ODC=\angle OCD$
직사각형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 ⑤ $\angle ABC=90^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ③ $\overline{AD}=\overline{CD}$이다.

답 ③

02

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로를 이등분하므로
$\overline{AO}=\overline{DO}=\overline{BO}=\overline{CO}=6$(cm)이므로 $\overline{BD}=12$(cm)

답 12 cm

03

$\overline{AO}=\overline{DO}$이므로 $\overline{AC}=\overline{BD}$
➡ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
$\triangle BAC$에서 $\angle BAC+\angle BCA=90^\circ$이므로
$\angle B=180^\circ-(\angle BAC+\angle BCA)=90^\circ$
➡ 한 내각의 크기가 직각인 평행사변형은 직사각형이다.
따라서 ③ ㄴ, ㄷ이다.

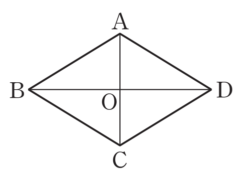
답 ③

04

마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로 $x=12$
마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만나므로 $\angle BOC=90^\circ$
$\triangle BOC$에서 $\angle BCO=y^\circ$이므로 $35^\circ+90^\circ+y^\circ=180^\circ$, $y=55$
따라서 $x+y=12+55=67$

답 67

05



마름모 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하자.

$\triangle ABO$와 $\triangle ADO$에서
마름모 ABCD의 네 변의 길이가 같으므로
$\overline{AB}=\boxed{\overline{AD}}$ …… ㉠
두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{BO}=\boxed{\overline{DO}}$ …… ㉡
$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABO=\boxed{\angle ADO}$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$(SAS 합동)
즉, $\angle AOB=\boxed{\angle AOD}$이고
$\angle AOB+\boxed{\angle AOD}=\boxed{180^\circ}$이므로
$\angle AOB=\angle AOD=90^\circ$
따라서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

답 ⑤

06
$\angle PCB=\angle CAD=27^\circ$(엇각)
$\overline{BP}=\overline{CP}$이므로 $\angle PBC=27^\circ$
$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\angle CAB=27^\circ$
$\triangle ABC$에서
$(\angle ABP+\angle PBC)+\angle PCB+\angle CAB=180^\circ$
$\angle ABP+27^\circ+27^\circ+27^\circ=180^\circ$
$\angle ABP=99^\circ$

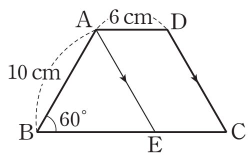
답 99°

07
$\overline{AC}$는 정사각형의 대각선이므로
$\angle PCB=\angle BAP=\angle DAP=45^\circ$
$\triangle APB$와 $\triangle APD$에서
$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle BAP=\angle DAP=45^\circ$, $\overline{AP}$는 공통이므로
$\triangle APB\equiv\triangle APD$(SAS 합동)
따라서 $\angle ADP=\angle ABP$
$\triangle BPC$에서 $\angle PBC=180^\circ-(65^\circ+45^\circ)=70^\circ$이고
$\angle ABP=90^\circ-\angle PBC=20^\circ$
따라서 $\angle ADP=20^\circ$

답 20°

08
① 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선이 직교하므로 마름모이다.
② 두 대각선의 길이가 같으므로 직사각형이다.
③ 네 내각의 크기가 모두 같고, 두 대각선이 직교하므로 정사각형이다.
④ 네 내각의 크기가 모두 같고, 두 대각선의 길이가 같으므로 직사각형이다.
⑤ 네 내각의 크기가 모두 같고, 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 정사각형이다.
따라서 정사각형이 되는 조건은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

09


오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{DC}$와 평행한 직선을 그었을 때 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자.
등변사다리꼴이므로
$\angle C=\angle B=60^\circ$이고 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로
$\angle AEB=\angle C=60^\circ$(동위각)
즉, $\triangle ABE$는 정삼각형이므로
$\overline{BE}=\overline{AE}=10(\text{cm})$
□AECD는 평행사변형이므로
$\overline{EC}=6(\text{cm})$, $\overline{DC}=\overline{AE}=10(\text{cm})$
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$10+6+(10+6)+10=42(\text{cm})$

답 42 cm

10
① 평행한 한 쌍의 대변의 길이가 같아야 평행사변형이 된다.

답 ①

11
① 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같지만 서로를 이등분하지 않는다.

답 ①

12
$\overline{AH}=\overline{DH}=\overline{BF}=\overline{CF}$, $\overline{AE}=\overline{DG}=\overline{BE}=\overline{CG}$,
$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$이므로
$\triangle AEH\equiv\triangle BEF\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DGH$(SAS 합동)
즉, $\overline{EH}=\overline{HG}=\overline{GF}=\overline{FE}$
따라서 □EFGH는 마름모이므로 네 변의 길이가 모두 같고, 두 대각선은 서로를 수직이등분한다.

답 ①, ③

중단원 마무리

개념책 48~51쪽

01 49	02 52°	03 50°	04 ②	05 16 cm
06 45	07 93°	08 ④, ⑤	09 44	10 4 cm
11 144°	12 19 cm	13 10 cm	14 ③	15 ⑤
16 4배	17 18 cm	18 120°	19 64°	20 ㄴ, ㄷ
21 20°	22 ①	23 32	24 ①, ②	25 60 cm
26 ②	27 50 cm^2	28 17 cm^2	29 마름모	30 76°
31 23°	32 42 cm^2			

01
평행사변형이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 $x=4$
$\angle A+\angle D=180^\circ$이므로

$135° + y° = 180°$, $y = 45$

따라서 $x + y = 4 + 45 = 49$

답 49

02

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADO = \angle CBO = 20°$

$\triangle OBC$에서 $108° + 20° + \angle ACB = 180°$

$\angle ACB = 52°$

답 52°

03

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle BDC = \angle ABD = 35°$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC$

$\triangle CBD$에서 $35° + \angle DBC = 85°$, $\angle DBC = 50°$

따라서 $\angle ADB = 50°$

답 50°

04

$\angle DAC = \angle BCA$(엇각)이므로 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

② $\overline{AD} = 6$ cm이면 $\overline{AD} = \overline{BC}$이므로 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

답 ②

05

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로를 이등분하므로

$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle CDO$의 둘레의 길이는

$\overline{DO} + \overline{CO} + \overline{CD} = 5 + 5 + 6 = 16(\text{cm})$

답 16 cm

06

마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로 $\overline{CD} = \overline{AD}$이므로 $x = 5$

$\overline{AB} = \overline{BC}$이므로 $y° = 180° - (70° + 70°) = 40°$

따라서 $x + y = 5 + 40 = 45$

답 45

07

정사각형 ABCD이므로 $\angle BAC = 45°$

$\triangle ABP$에서 $\angle BPC = \angle PAB + \angle ABP$

$= 45° + 48° = 93°$

답 93°

08

(가) 조건을 만족하는 사각형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이다.

이 중 (나) 조건을 만족하는 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

따라서 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

09

$\overline{AD} = \overline{BC}$이므로 $2x + 5 = x + 7$, $x = 2$

즉, $\overline{BC} = x + 7 = 9$, $\overline{CD} = 5x + 3 = 13$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$2(\overline{BC} + \overline{DC}) = 2(9 + 13) = 44$

답 44

10

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DAE = \angle BEA$이고

$\angle ADF = \angle CFD$

$\angle BAE = \angle BEA$이므로 $\overline{AB} = \overline{BE} = 8(\text{cm})$

$\angle CDF = \angle CFD$이므로 $\overline{DC} = \overline{CF} = 8(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{AD} = 12(\text{cm})$이고

$\overline{BE} + \overline{CF} = 8 + 8 = 16(\text{cm})$이므로 $\overline{FE} = 4(\text{cm})$

답 4 cm

11

$\angle B + \angle C = 180°$이고 $\angle B : \angle C = 1 : 4$이므로

$\angle C = 180° \times \frac{4}{1+4} = 144°$

따라서 $\angle A = \angle C = 144°$

답 144°

12

$\overline{AO} = \overline{CO} = \frac{1}{2}\overline{AC}$이고 $\overline{BO} = \overline{DO} = \frac{1}{2}\overline{BD}$이므로

$\triangle COD$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{CD} + \overline{CO} + \overline{DO} &= \overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{BD} \\ &= \overline{AB} + \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BD}) \\ &= 8 + 11 = 19(\text{cm})\end{aligned}$$

답 19 cm

13

(색칠한 부분의 넓이) $= \frac{1}{2}$□ABCD이므로

$40 = \frac{1}{2}\overline{BC} \times \overline{DE}$, $40 = \frac{1}{2}\overline{BC} \times 8$

따라서 $\overline{BC} = 10(\text{cm})$

답 10 cm

14

ㄹ. $\overline{AO} = \overline{CO} = 4$ cm, $\overline{BO} = \overline{DO} = 5$ cm이면 두 대각선은 서로를 이등분하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

ㅁ. $\angle ABD = \angle CDB$(엇각)이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이고 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이면 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

답 ③

15

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$이므로 □ABCD는 평행사변형이다.

개념책

$\triangle BOC$와 $\triangle DOA$에서

$\overline{BO}=\overline{DO}$, $\overline{CO}=\overline{AO}$, $\angle BOC=\angle DOA$이므로

⑤ $\triangle BOC\equiv\triangle DOA$(SAS 합동)

답 ⑤

16

$\square ABCD$에서 $\triangle ACD=\triangle BCD=\frac{1}{2}\square ABCD$이고

$\square BEFD=4\triangle BCD$이므로

$\square BEFD=4\triangle BCD=4\triangle ACD$

따라서 $\square BEFD$의 넓이는 $\triangle ACD$의 넓이의 4배이다.

답 4배

17

직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$

$\triangle ABO$에서 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=60^\circ$

즉, $\angle AOB=60^\circ$이므로 $\triangle ABO$는 정삼각형

$\overline{DC}=\overline{AB}$이고 $\overline{AB}=\overline{AO}=\overline{BO}$이므로

$\overline{BO}=9(\text{cm})$

따라서 $\overline{BD}=2\overline{BO}=18(\text{cm})$

답 18 cm

18

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BAC=\angle DCA$(엇각)

즉, $\angle EAC=\angle FCA$

$\square AECF$는 마름모이므로

$\overline{AE}=\overline{EC}$이고 $\angle EAC=\angle ECA$

즉$\angle ACE+\angle FCA+\angle DCF=3\angle ACE=90^\circ$,

$\angle ACE=30^\circ$

따라서 $\angle AEC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

답 120°

19

두 대각선이 서로를 수직이등분하므로 $\square ABCD$는 마름모이다.

즉, $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\angle BCA=\angle BAC=58^\circ$

$\angle B=180^\circ-(58^\circ+58^\circ)=64^\circ$

따라서 $\angle D=\angle B=64^\circ$

답 64°

20

ㄴ. $\triangle ABD$에서 $\angle ABD=\angle ADB$이면 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로
$\square ABCD$는 마름모가 된다.

ㄷ. $\angle OBC+\angle OCB=90^\circ$이면
$\angle BOC=180^\circ-(\angle OBC+\angle OCB)=90^\circ$
즉, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\square ABCD$는 마름모가 된다.

답 ㄴ, ㄷ

21

$\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서

$\angle B=\angle C=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle BCF$(SAS 합동)

즉, $\angle BAE=\angle CBF$

$\triangle BCF$에서

$\angle CBF+\angle BCF=110^\circ$, $\angle CBF+90^\circ=110^\circ$, $\angle CBF=20^\circ$

따라서 $\angle BAE=\angle CBF=20^\circ$

답 20°

22

③ $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}=\frac{1}{2}\overline{BD}$이므로 ② $\overline{BD}=2\overline{CO}$

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 ④ $\angle BOC=90^\circ$

$\overline{CO}=\overline{DO}$이므로 ⑤ $\angle OCD=\angle ODC$

답 ①

23

등변사다리꼴의 두 대각선의 길이가 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}$, $x=12$

$\triangle BDC$에서 $\angle C=180^\circ-(70^\circ+45^\circ)=65^\circ$

$\angle B=\angle C=65^\circ$이므로 $y^\circ+45^\circ=65^\circ$, $y=20$

따라서 $x+y=12+20=32$

답 32

24

⑤ $\square AECF$에서 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{EO}=\overline{FO}$이므로 평행사변형이다.

③ $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로
$\overline{BE}=\overline{BO}-\overline{OE}=\overline{DO}-\overline{OF}=\overline{DF}$

④ $\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서
$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BE}=\overline{DF}$, $\angle ABE=\angle CDF$(엇각)이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$(SAS 합동)

답 ①, ②

25

$\triangle EOD$와 $\triangle FOB$에서

$\overline{DO}=\overline{BO}$, $\angle EOD=\angle FOB=90^\circ$,

$\angle EDO=\angle FBO$(엇각)이므로

$\triangle EOD\equiv\triangle FOB$(ASA 합동)

즉, $\overline{ED}=\overline{BF}$

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 $\square EBFD$는 평행사변형이다. 이때 $\overline{EF}\perp\overline{BD}$이므로 $\square EBFD$는 마름모이다.

따라서 $\square EBFD$의 둘레의 길이는

$\overline{DE}\times4=15\times4=60(\text{cm})$

답 60 cm

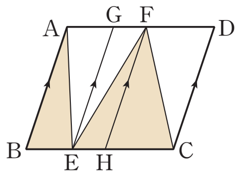
26

② 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

답 ②

27

오른쪽 그림과 같이 점 E와 F에서 $\overline{AB}$와 평행한 선분을 그었을 때 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하자.



$\triangle ABE=\triangle AEG$,
$\triangle EGF=\triangle EHF$,
$\triangle CHF=\triangle CFD$이므로
(색칠한 부분의 넓이)$=\triangle AEF+\triangle CFD$
$=\frac{1}{2}\square ABCD$
따라서 ($\square ABCD$의 넓이)$=2\times25=50(cm^2)$

답 $50\,cm^2$

28

$\triangle ABC$와 $\triangle DBC$에서 밑변 $\overline{BC}$에 대한 높이가 같으므로
$\triangle ABC=\triangle DBC$
$\triangle ABO=\triangle ABC-\triangle OBC$
$=\triangle DBC-\triangle OBC=\triangle DOC$
따라서 $\triangle DOC=42-25=17(cm^2)$

답 $17\,cm^2$

29

$\triangle ABH$와 $\triangle DFH$에서
$\overline{AB}=\overline{DF}$, $\angle ABH=\angle DFH$(엇각),
$\angle BAH=\angle FDH$(엇각)이므로
$\triangle ABH\equiv\triangle DFH$(ASA 합동)
즉, $\overline{AH}=\overline{DH}$
$\overline{AD}=2\overline{AB}$이므로 $\overline{AH}=\overline{AB}$ …… ㉠
같은 방법으로 $\triangle ABG\equiv\triangle ECG$(ASA 합동)
즉, $\overline{BG}=\overline{CG}$ …… ㉡
$\overline{AD}=2\overline{AB}$이고 ㉠, ㉡에 의하여
$\overline{AH}=\overline{AB}=\overline{BG}$
따라서 $\square ABGH$는 $\overline{AH}/\!/\overline{BG}$, $\overline{AH}=\overline{BG}$이므로 평행사변형이고, 이때 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 마름모이다.

답 마름모

30

$\overline{AB}/\!/\overline{FE}$이므로 $\angle ABH=\angle DFH=38^\circ$
$\overline{FD}=\overline{HD}$이므로 $\angle DHF=\angle DFH=38^\circ$
따라서 $\angle ADC=\angle DHF+\angle DFH=76^\circ$

답 76°

31

$\triangle CBE$는 $\overline{BC}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BEC=\angle CBE=68^\circ$
즉, $\angle BCE=180^\circ-(68^\circ+68^\circ)=44^\circ$
$\angle DCB=90^\circ$이므로
$\angle DCE=90^\circ+44^\circ=134^\circ$
$\triangle DCE$는 $\overline{CE}=\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle CDE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-134^\circ)=\frac{1}{2}\times46^\circ=23^\circ$

답 23°

32

$\triangle ADF=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{DF}$이므로
$5=\frac{1}{2}\times5\times\overline{DF}$, $\overline{DF}=2(cm)$
$\triangle BEF=\frac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{EF}$이므로
$14=\frac{1}{2}\times7\times\overline{EF}$, $\overline{EF}=4(cm)$
즉, $\overline{DE}=\overline{DF}+\overline{EF}=2+4=6(cm)$
점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 G라 하면
$\overline{GE}=5(cm)$이므로 $\overline{BG}=7-5=2(cm)$
$\triangle ABG\equiv\triangle DCE$이므로 $\overline{CE}=\overline{BG}=2(cm)$
즉, $\overline{BC}=7+2=9(cm)$
따라서 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times(5+9)\times6=42(cm^2)$

답 $42\,cm^2$

서술형으로 중단원 마무리

개념책 52~53쪽

STEP 1 풀이참조
STEP 2 마름모
STEP 3 **1.** 8 cm **2.** $8\,cm^2$ **3.** 40° **4.** $64\,cm^2$

STEP 1

$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서
$\overline{AB}=\overline{DB}$, $\overline{BC}=\boxed{\overline{BE}}$,
$\angle ABC=\angle EBC-\angle EBA=60^\circ-\angle EBA=\boxed{\angle DBE}$
이므로
$\triangle ABC\equiv\triangle DBE(\boxed{SAS}$ 합동) … 1단계
즉, $\overline{AC}=\boxed{\overline{DE}}$
같은 방법으로 $\boxed{\triangle ABC}\equiv\triangle FEC$(SAS 합동)이므로
$\overline{AB}=\boxed{\overline{FE}}$
이때 $\overline{AC}=\overline{AF}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로
$\overline{AF}=\boxed{\overline{DE}}$, $\overline{AD}=\overline{FE}$ … 2단계
따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로
$\square AFED$는 $\boxed{\text{평행사변형}}$이다. … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$임을 설명하는 경우	30 %
2단계	$\overline{AF}=\overline{DE}$, $\overline{AD}=\overline{FE}$임을 설명한 경우	30 %
3단계	$\square AFED$가 평행사변형임을 설명한 경우	40 %

답 풀이 참조

STEP 2

$\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOE=\angle COF=90^\circ$,

$\angle EAO=\angle FCO$(엇각)이므로

$\triangle AOE \equiv \triangle COF$(ASA 합동)

즉, $\overline{EO}=\overline{FO}$ … 1단계

$\triangle AEO$와 $\triangle AFO$에서

$\overline{EO}=\overline{FO}$, $\angle AOE=\angle AOF=90^\circ$, $\overline{AO}$는 공통이므로

$\triangle AEO \equiv \triangle AFO$(SAS 합동)

즉, $\overline{AE}=\overline{AF}$

같은 방법으로

$\triangle AEO \equiv \triangle AFO \equiv \triangle CFO \equiv \triangle CEO$이므로

$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{CF}=\overline{CE}$ … 2단계

네 변의 길이가 모두 같으므로 $\square AFCE$는 마름모이다.

… 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	삼각형의 합동을 이용하여 $\overline{EO}=\overline{FO}$임을 설명한 경우	30 %
2단계	삼각형의 합동을 이용하여 $\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{CF}=\overline{CE}$임을 설명한 경우	40 %
3단계	$\square AFCE$가 마름모임을 설명한 경우	30 %

답 마름모

STEP 3

1

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle ABE=\angle BED$(엇각)

두 내각의 크기가 같으므로

$\triangle BCE$는 $\overline{BC}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{CE}=20(\text{cm})$ … 1단계

$\square ABCD$는 평행사변형이므로 $\overline{CD}=12(\text{cm})$ … 2단계

따라서 $\overline{DE}=\overline{CE}-\overline{CD}=20-12=8(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{CE}$의 길이를 옳게 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{CD}$의 길이를 옳게 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{DE}$의 길이를 옳게 구한 경우	40 %

답 8 cm

2

$\triangle AEO$와 $\triangle CFO$에서

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle EAO=\angle FCO$(엇각),

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOE=\angle COF$(맞꼭지각)이므로

$\triangle AEO \equiv \triangle CFO$(ASA 합동) … 1단계

즉, $\triangle AOE=\triangle COF$

$\triangle BOF=2\triangle AOE$이고

$\triangle BOF+\triangle AOE=\triangle BOF+\triangle COF=\triangle BOC$이므로

$3\triangle AOE=\triangle BOC=\frac{1}{4}\square ABCD=24(\text{cm}^2)$ … 2단계

따라서 $\triangle AOE=8(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle AEO \equiv \triangle CFO$임을 설명한 경우	30 %
2단계	$\triangle BOF+\triangle AOE=\frac{1}{4}\square ABCD$임을 설명한 경우	40 %
3단계	$\triangle AOE$의 넓이를 구한 경우	30 %

답 8 cm^2

3

$\triangle BCE$는 정삼각형이므로 $\angle EBC=\angle ECB=60^\circ$이고 … 1단계

$\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$이므로

$\angle ABE+\angle EBC+\angle ECB+\angle ECD=180^\circ$

$20^\circ+60^\circ+60^\circ+\angle ECD=180^\circ$ … 2단계

따라서 $\angle ECD=40^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle EBC$와 $\angle ECB$의 크기를 각각 구한 경우	30 %
2단계	$\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$임을 설명한 경우	30 %
3단계	$\angle ECD$의 크기를 구한 경우	40 %

답 40°

4

$\triangle AFO$와 $\triangle DEO$에서

$\overline{AO}=\overline{DO}$, $\angle OAF=\angle ODE=45^\circ$,

$\angle FOE=\angle AOD=90^\circ$이므로

$\angle AOF=\angle FOE-\angle AOE$

$=\angle AOD-\angle AOE=\angle DOE$

$\triangle AFO \equiv \triangle DEO$(ASA 합동)이므로 … 1단계

$\triangle AFO=\triangle DEO$

즉, $\square AFOE=\triangle AFO+\triangle AOE$

$=\triangle DEO+\triangle AOE$

$=\triangle AOD$ … 2단계

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 16\times 16$

$=64(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle AFO \equiv \triangle DEO$임을 설명한 경우	30 %
2단계	$\square AFOE=\triangle AOD$임을 설명한 경우	30 %
3단계	$\square AFOE$의 넓이를 구한 경우	40 %

답 64 cm^2

V. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

1. 도형의 닮음

01 닮은 도형

개념책 56~60쪽

개념 확인 문제

1 (1) 점 E (2) 변 BC (3) ∠H

2 (1) 2 : 3 (2) 9 cm (3) 35°

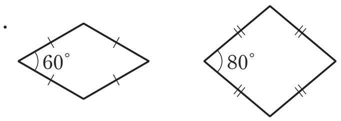
3 (1) 1 : 2 (2) 면 JNOK (3) 10 cm

4 32 cm^2

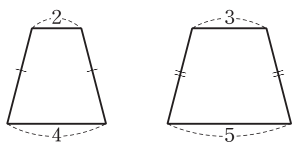
유제 1

다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.

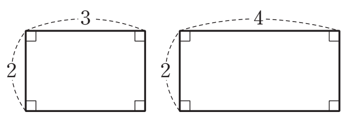
ㄴ.



ㄷ.



ㅁ.



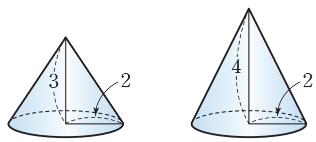
따라서 항상 닮은 도형인 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.

답 ㄱ, ㄹ, ㅂ

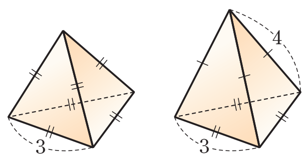
유제 2

다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.

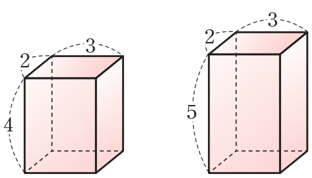
②



③



④



따라서 항상 닮은 도형인 것은 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

유제 3

(1) 변 AB에 대응하는 변은 변 DE이다.

(2) ∠F에 대응하는 각은 ∠C이다.

(3) 대응하는 두 변 BC와 EF의 길이의 비가 6 : 8=3 : 4이므로 닮음비는 3 : 4

답 (1) 변 DE (2) ∠C (3) 3 : 4

유제 4

ㄱ. 대응하는 두 변 AB와 EF의 길이의 비가 10 : 15=2 : 3이므로 닮음비는 2 : 3

ㄴ. 변 AB에 대응하는 변은 변 EF이다.

ㄷ. ∠D에 대응하는 각은 ∠H이다.

ㄹ. □ABCD와 □EFGH의 닮음비가 2 : 3이므로
$\overline{BC}:\overline{FG}=2:3$

답 ㄱ, ㄴ

유제 5

(1) 대응하는 두 변 BC와 EF의 길이의 비가 6 : 8=3 : 4이므로 닮음비는 3 : 4

(2) 두 삼각형의 닮음비가 3 : 4이므로
$\overline{AB}:4=3:4$
$4\overline{AB}=12$
$\overline{AB}=3(\text{cm})$

(3) ∠E=∠B=90°

답 (1) 3 : 4 (2) 3 cm (3) 90°

유제 6

(1) 대응하는 두 변 BC, FG의 길이의 비가 12 : 15=4 : 5이므로 닮음비는 4 : 5

(2) 두 사각형의 닮음비가 4 : 5이므로
$8:\overline{GH}=4:5$
$4\overline{GH}=40$
$\overline{GH}=10(\text{cm})$

(3) ∠B=∠F=80°이고
□ABCD에서
100°+80°+70°+∠D=360°이므로
∠D=110°

답 (1) 4 : 5 (2) 10 cm (3) 110°

유제 7

□ABCD와 □EFGH의 닮음비가 3 : 4이므로
$\overline{AB}:\overline{EF}=3:4$, $6:\overline{EF}=3:4$, $3\overline{EF}=24$, $\overline{EF}=8(\text{cm})$
$\overline{AD}:\overline{EH}=3:4$, $3:\overline{EH}=3:4$, $3\overline{EH}=12$, $\overline{EH}=4(\text{cm})$
따라서 □EFGH의 둘레의 길이는
$8+12+8+4=32(\text{cm})$

답 32 cm

유제 8

원 O와 원 O′의 닮음비가 3 : 2이므로
넓이의 비는 $3^2 : 2^2=9 : 4$
따라서 원 O′의 넓이는
$18\pi\times\frac{4}{9}=8\pi(\text{cm}^2)$

답 $8\pi\ \text{cm}^2$

유제 9

두 정사면체의 닮음비가 4 : 5이므로 정사면체 B의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면
$8 : x=4 : 5$, $4x=40$, $x=10$
정사면체의 모서리는 6개이므로 정사면체 B의 모든 모서리의 길이의 합은
$10\times6=60(\text{cm})$

답 60 cm

유제 10

두 삼각기둥의 닮음비는
$\overline{CF} : \overline{IL}=12 : 20=3 : 5$
따라서 $\overline{EF} : \overline{KL}=3 : 5$이므로
$\overline{EF} : 15=3 : 5$
$5\overline{EF}=45$
$\overline{EF}=9(\text{cm})$

답 9 cm

유제 11

두 구 A, B의 닮음비가 3 : 5이므로
겉넓이의 비는 $3^2 : 5^2=9 : 25$
따라서 구 B의 겉넓이는
$36\pi\times\frac{25}{9}=100\pi(\text{cm}^2)$

답 $100\pi\ \text{cm}^2$

유제 12

두 원뿔 A, B의 닮음비는 $4 : 6=2 : 3$이므로
부피의 비는 $2^3 : 3^3=8 : 27$
따라서 원뿔 B의 부피는 $16\pi\times\frac{27}{8}=54\pi(\text{cm}^3)$

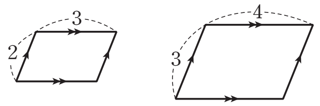
답 $54\pi\ \text{cm}^3$

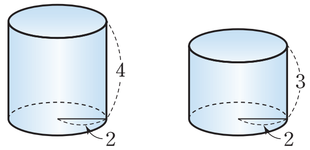
연습문제 개념책 61쪽

01 ㄱ, ㄹ 02 (1) 4 : 3 (2) 12 cm 03 $36\ \text{cm}^2$ 04 ④
05 $104\ \text{cm}^3$ 06 $128\pi\ \text{cm}^3$

01

다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.

ㄴ.


ㄷ.


따라서 항상 닮은 도형인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ㄱ, ㄹ

02

(1) 대응하는 두 변 BC와 EF의 길이의 비가 $16 : 12=4 : 3$이므로 닮음비는 4 : 3이다.
(2) 두 삼각형의 닮음비가 4 : 3이므로
$\overline{AB} : 9=4 : 3$
$3\overline{AB}=36$
$\overline{AB}=12(\text{cm})$

답 (1) 4 : 3 (2) 12 cm

03

대응하는 두 변 AB와 EF의 길이의 비가 $6 : 4=3 : 2$이므로
넓이의 비는 $3^2 : 2^2=9 : 4$이다.
따라서 □ABCD의 넓이는 $16\times\frac{9}{4}=36(\text{cm}^2)$

답 $36\ \text{cm}^2$

04

① 두 직육면체의 닮음비는 $\overline{DH} : \overline{LP}=12 : 18=2 : 3$
② 면 BFGC에 대응하는 면은 면 JNOK이다.
③ $\overline{FG} : \overline{NO}=2 : 3$이므로
$6 : \overline{NO}=2 : 3$
$2\overline{NO}=18$
$\overline{NO}=9(\text{cm})$
④ $\overline{GH} : \overline{OP}=2 : 3$이므로
$\overline{GH} : 6=2 : 3$
$3\overline{GH}=12$
$\overline{GH}=4(\text{cm})$
⑤ $\overline{EH} : \overline{MP}=2 : 3$

답 ④

05

두 삼각기둥의 겉넓이의 비는 $42 : 168=1 : 4=1^2 : 2^2$이므로
닮음비는 1 : 2이다.
부피의 비는 $1^3 : 2^3=1 : 8$이므로
삼각기둥 B의 부피는 $13\times\frac{8}{1}=104(\text{cm}^3)$

답 $104\ \text{cm}^3$

06

그릇과 채워진 물의 모양은 닮은 도형이고

닮음비는 $8:6=4:3$이다.

부피의 비는 $4^3:3^3=64:27$이므로

그릇의 부피는 $54\pi\times\frac{64}{27}=128\pi(\text{cm}^3)$

답 $128\pi\ \text{cm}^3$

02 삼각형의 닮음 조건

개념책 62~66쪽

개념 확인 문제

1 (1) 2, 2, 2, SSS (2) 2, 2, $\angle E$, SAS

2 (1) $\overline{BC}$, 25, 20 (2) $\overline{CD}$, 9, 6

유제 1

① SSS 닮음

② SAS 닮음

③ SAS 닮음

⑤ AA 닮음

답 ④

유제 2

⑤ $\angle C=70^\circ$, $\angle F=50^\circ$이면 $\angle D=180^\circ-60^\circ-50^\circ=70^\circ$이고 두 쌍의 각의 크기가 각각 같으므로 AA 닮음이다.

답 ⑤

유제 3

ㄱ. $\angle B=30^\circ$이면 AA 닮음이다.

ㄴ. 두 삼각형이 닮음인지 판단할 수 없다.

ㄷ. $\overline{EF}=16\,\text{cm}$, $\angle C=60^\circ$이면 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 닮음이다.

답 ㄱ, ㄷ

유제 4

$\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서

$\overline{AB}:\overline{DB}=10:5=2:1$,

$\overline{BC}:\overline{BA}=20:10=2:1$,

$\angle B$는 공통이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle DBA$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{CA}:\overline{AD}=2:1$이므로

$16:\overline{AD}=2:1$

$2\overline{AD}=16$

$\overline{AD}=8(\text{cm})$

답 8 cm

유제 5

$\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서

$\overline{AC}:\overline{DC}=4:8=1:2$,

$\overline{BC}:\overline{EC}=5:10=1:2$,

$\angle ACB=\angle DCE$(맞꼭지각)이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle DEC$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{DE}=1:2$이므로

$6:\overline{DE}=1:2$

$\overline{DE}=12(\text{cm})$

답 12 cm

유제 6

$\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서

$\angle C$는 공통, $\angle A=\angle DEC$이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle EDC$(AA 닮음)

따라서 $\overline{BC}:\overline{DC}=\overline{AC}:\overline{EC}$이므로

$\overline{BC}:12=15:10$

$10\overline{BC}=180$

$\overline{BC}=18(\text{cm})$

따라서 $\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=18-10=8(\text{cm})$

답 8 cm

유제 7

(1) $\triangle ABC$와 $\triangle ADB$에서

$\angle A$는 공통, $\angle C=\angle ABD$이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle ADB$(AA 닮음)

(2) $\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{AB}:\overline{AD}$에서

$\overline{AC}:4=4:2$

$2\overline{AC}=16$

$\overline{AC}=8(\text{cm})$

따라서 $\overline{CD}=\overline{AC}-\overline{AD}=8-2=6(\text{cm})$

답 (1) 풀이 참조 (2) 6 cm

유제 8

$\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\angle A$는 공통, $\angle ADB=\angle AEC=90^\circ$이므로

$\triangle ABD\backsim\triangle ACE$(AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AE}$에서

$10:12=\overline{AD}:6$

$12\overline{AD}=60$

$\overline{AD}=5(\text{cm})$

답 5 cm

유제 9

$\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서

$\angle C$는 공통, $\angle A=\angle EDC=90^\circ$이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle DEC$(AA 닮음)

$\overline{BC}:\overline{EC}=\overline{AC}:\overline{DC}$에서
$10:5=\overline{AC}:4$
$5\overline{AC}=40$
$\overline{AC}=8(\text{cm})$
따라서 $\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=8-5=3(\text{cm})$

답 3 cm

유제 10

(1) $\triangle DBA$와 $\triangle DAC$에서
$\angle B=90^\circ-\angle BAD=\angle DAC$,
$\angle ADB=\angle CDA=90^\circ$이므로
$\triangle DBA \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)

(2) $\overline{BD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{CD}$에서
$\overline{BD}:6=6:9$
$9\overline{BD}=36$
$\overline{BD}=4(\text{cm})$

답 (1) 풀이 참조 (2) 4 cm

유제 11

$\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서
$\angle C$는 공통, $\angle BAC=\angle ADC=90^\circ$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)
따라서 $\overline{AC}^2=\overline{DC}\times\overline{BC}$
$16=2\times\overline{BC}$, $\overline{BC}=8(\text{cm})$
$\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=8-2=6(\text{cm})$

답 6 cm

연습문제

개념책 67쪽

01 풀이 참조 **02** ②, ④ **03** 12 cm **04** 9 cm
05 8 cm **06** 12 cm

01

(1) $\triangle ABD$와 $\triangle DBC$에서
$\overline{AB}:\overline{DB}=9:12=3:4$,
$\overline{BD}:\overline{BC}=12:16=3:4$,
$\overline{AD}:\overline{DC}=6:8=3:4$이므로
세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.
따라서 $\triangle ABD \backsim \triangle DBC$(SSS 닮음)

(2) $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서
$\overline{AB}:\overline{AD}=14:7=2:1$,
$\overline{AC}:\overline{AE}=10:5=2:1$,
$\angle BAC=\angle DAE$ (맞꼭지각)이므로
두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같다.
따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$(SAS 닮음)

답 풀이 참조

02

$\overline{AB}:\overline{DE}=4:8=1:2$
$\overline{BC}:\overline{EF}=6:12=1:2$
② $\overline{AC}:\overline{DF}=5:10=1:2$이면
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(SSS 닮음)
④ $\angle B=\angle E$이면
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(SAS 닮음)

답 ②, ④

03

$\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서
$\overline{AB}:\overline{DB}=8:4=2:1$,
$\overline{BC}:\overline{BA}=16:8=2:1$,
$\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$(SAS 닮음)
따라서 $\overline{AC}:\overline{DA}=2:1$이므로
$\overline{AC}:6=2:1$
$\overline{AC}=12(\text{cm})$

답 12 cm

04

$\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서
$\angle B=\angle ACD$,
$\angle A$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$(AA 닮음)
따라서 $\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{AB}:\overline{AC}$이므로
$15:\overline{AD}=25:15$
$25\overline{AD}=225$
$\overline{AD}=9(\text{cm})$

답 9 cm

05

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로
$9=1\times\overline{BC}$
$\overline{BC}=9(\text{cm})$
따라서 $\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=9-1=8(\text{cm})$

답 8 cm

06

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로
$\overline{AD}^2=9\times16=144$
$\overline{AD}=12(\text{cm})$

답 12 cm

중단원 마무리

개념책 68~71쪽

01 ②	02 ④	03 ③	04 ②	05 ①, ④
06 ②	07 ⑤	08 ②	09 ③	10 ①, ⑤
11 ⑤	12 ⑤	13 60 cm	14 ③	15 ③
16 ②	17 ②	18 ②	19 ①	20 ④
21 ③	22 ③	23 ⑤	24 ④	25 8 cm
26 16 cm^2	27 ④	28 ②	29 ①	30 ⑤
31 ②	32 ③			

01

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$이므로

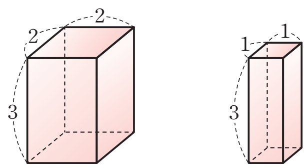
$\angle A$에 대응하는 각은 $\angle D$

$\overline{EF}$에 대응하는 변은 $\overline{BC}$이다.

답 ②

02

④ 다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.



답 ④

03

③ $\overline{AD} : \overline{EH} = 3 : 2$

답 ③

04

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비가 $3 : 4$이므로

$\overline{AB} : \overline{DE} = 3 : 4$에서

$9 : \overline{DE} = 3 : 4$, $3\overline{DE} = 36$, $\overline{DE} = 12$(cm)

또한 $\overline{AC} : \overline{DF} = 3 : 4$에서

$12 : \overline{DF} = 3 : 4$, $3\overline{DF} = 48$, $\overline{DF} = 16$(cm)

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$12 + 8 + 16 = 36$(cm)

답 ②

05

① $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\overline{AB} : \overline{DE} = 8 : 4 = 2 : 1$,

$\overline{BC} : \overline{EF} = 10 : 5 = 2 : 1$,

$\angle B = \angle E = 40°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(SAS 닮음)

④ $\triangle ABC$와 $\triangle OMN$에서

$\angle C = \angle N = 60°$, $\angle B = \angle M = 40°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle OMN$(AA 닮음)

답 ①, ④

06

$\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서

$\overline{AB} : \overline{DB} = 6 : 4 = 3 : 2$,

$\overline{BC} : \overline{BA} = 9 : 6 = 3 : 2$,

$\angle B$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{DA} = 3 : 2$이므로

$\overline{AC} : 5 = 3 : 2$

$2\overline{AC} = 15$

$\overline{AC} = \frac{15}{2}$(cm)

답 ②

07

$\triangle ABE$와 $\triangle CDE$에서

$\overline{AE} : \overline{CE} = 4 : 6 = 2 : 3$,

$\overline{BE} : \overline{DE} = 6 : 9 = 2 : 3$,

$\angle AEB = \angle CED$(맞꼭지각)이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{CD} = 2 : 3$이므로

$\overline{AB} : 12 = 2 : 3$

$3\overline{AB} = 24$

$\overline{AB} = 8$(cm)

답 ⑤

08

$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$이므로

$64 = 4 \times \overline{BC}$

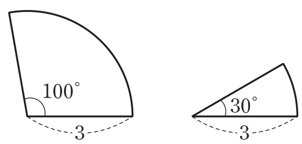
$\overline{BC} = 16$(cm)

따라서 $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 16 - 4 = 12$(cm)

답 ②

09

③ 다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.



답 ③

10

① SSS 닮음

⑤ AA 닮음

답 ①, ⑤

11

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$에서 $\overline{AC} : \overline{AD} = 6 : 3 = 2 : 1$이므로

닮음비는 $2 : 1$이다.

개념책

따라서 $\overline{AB}:\overline{AE}=2:1$이므로

$\overline{AB}:4=2:1$

$\overline{AB}=8(\text{cm})$

따라서 $\overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=8-3=5(\text{cm})$

답 ⑤

12

두 사각기둥의 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{IJ}=6:8=3:4$

따라서 $\overline{FG}:\overline{NO}=3:4$이므로

$x:12=3:4$, $4x=36$, $x=9$

또한 $\overline{DH}:\overline{LP}=3:4$이므로

$3:y=3:4$, $3y=12$, $y=4$

따라서 $x+y=9+4=13$

답 ⑤

13

두 정사면체의 닮음비가 $2:5$이므로

정사면체 B의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$4:x=2:5$, $2x=20$, $x=10$

정사면체의 모서리는 6개이므로 모든 모서리의 길이의 합은

$6\times10=60(\text{cm})$

답 60 cm

14

두 원 O, O′의 넓이의 비는 $8\pi:18\pi=4:9=2^2:3^2$

따라서 두 원 O, O′의 닮음비는 $2:3$

답 ③

15

$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서

$\angle ADE=\angle ABC$(동위각),

$\angle A$는 공통이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$(AA 닮음)

따라서 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$의 닮음비는

$\overline{AB}:\overline{AD}=10:6=5:3$이므로

넓이의 비는 $5^2:3^2=25:9$

$\triangle ADE=18\text{ cm}^2$이므로

$\triangle ABC=18\times\frac{25}{9}=50(\text{cm}^2)$

따라서 $\square DBCE=\triangle ABC-\triangle ADE$

$=50-18$

$=32(\text{cm}^2)$

답 ③

16

$\triangle ABC$와 $\triangle CBD$에서

$\angle A=\angle BCD$,

$\angle B$는 공통이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle CBD$(AA 닮음)

이때 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{CD}=20:12=5:3$이므로

$\overline{BC}:\overline{BD}=5:3$에서

$15:\overline{BD}=5:3$

$5\overline{BD}=45$

$\overline{BD}=9(\text{cm})$

답 ②

17

$\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\angle A=\angle DEB=90°$, $\angle B$는 공통이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle EBD$(AA 닮음)

이때 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{BD}=26:13=2:1$이므로

$\overline{AB}:\overline{EB}=2:1$에서

$\overline{AB}:12=2:1$

$\overline{AB}=24(\text{cm})$

따라서

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=24-13=11(\text{cm})$

답 ②

18

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\overline{AB}:\overline{AE}=15:6=5:2$,

$\overline{AC}:\overline{AD}=20:8=5:2$,

$\angle A$는 공통이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle AED$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC}:\overline{DE}=5:2$에서

$10:\overline{DE}=5:2$

$5\overline{DE}=20$

$\overline{DE}=4(\text{cm})$

답 ②

19

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고

$\triangle ABF$와 $\triangle DEC$는 모두 이등변삼각형이므로

$\overline{BF}=10\text{ cm}$, $\overline{CE}=10\text{ cm}$

이때 $\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CE}-\overline{EF}$이므로

$15=10+10-\overline{EF}$

$\overline{EF}=5(\text{cm})$

따라서 $\triangle AOD$와 $\triangle FOE$의 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{EF}=15:5=3:1$

답 ①

20

$\triangle ADC$와 $\triangle AME$에서

$\angle ADC=\angle AME=90°$,

$\angle DAC$는 공통이므로

$\triangle ADC\backsim\triangle AME$(AA 닮음)

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$이고

$\overline{AD} : \overline{AM} = \overline{AC} : \overline{AE}$이므로
$8 : 5 = 10 : \overline{AE}$
$8\overline{AE} = 50$
$\overline{AE} = \frac{25}{4}(cm)$

답 ④

21
$\triangle ABC \backsim \triangle EDA$(AA 닮음)이므로
$\overline{BC} : \overline{DA} = \overline{AC} : \overline{EA}$에서
$9 : 6 = \overline{AC} : 8$
$6\overline{AC} = 72$
$\overline{AC} = 12(cm)$
따라서 $\overline{EC} = \overline{AC} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(cm)$

답 ③

22
$\overline{AD} = \overline{DE} = 7(cm)$이므로
$\overline{AB} = 7 + 8 = 15(cm)$
즉 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 15 cm이므로
$\overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 15 - 5 = 10(cm)$
$\triangle BED$와 $\triangle CFE$에서
$\angle B = \angle C = 60°$,
$\angle BDE = 180° - (\angle B + \angle BED)$
$= 180° - (\angle DEF + \angle BED)$
$= \angle CEF$
이므로 $\triangle BED \backsim \triangle CFE$(AA 닮음)
따라서 $\overline{BD} : \overline{CE} = \overline{DE} : \overline{EF}$이므로
$8 : 10 = 7 : \overline{EF}$
$8\overline{EF} = 70$
$\overline{EF} = \frac{35}{4}(cm)$
따라서 $\overline{AF} = \overline{EF} = \frac{35}{4}(cm)$

답 ③

23
$\triangle AFD$와 $\triangle CDE$에서
$\angle A = \angle C$,
$\angle AFD = \angle CDE$(엇각)이므로
$\triangle AFD \backsim \triangle CDE$(AA 닮음)
따라서 $\overline{AF} : \overline{CD} = \overline{AD} : \overline{CE}$에서
$12 : 8 = 15 : \overline{CE}$
$12\,\overline{CE} = 120$
$\overline{CE} = 10(cm)$

답 ⑤

24
$\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서
$\angle A$는 공통, $\angle ADB = \angle AEC = 90°$이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle ACE$(AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AE}$에서
$8 : 12 = 4 : \overline{AE}$, $8\overline{AE} = 48$
$\overline{AE} = 6(cm)$
따라서 $\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 8 - 6 = 2(cm)$

답 ④

25
$\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서
$\angle BAD = 180° - (90° + \angle ABD)$
$= \angle CBE$
$\angle ADB = \angle BEC = 90°$
이므로 $\triangle ADB \backsim \triangle BEC$(AA 닮음)
따라서 $\overline{AD} : \overline{BE} = \overline{DB} : \overline{EC}$에서
$6 : 9 = \overline{DB} : 12$, $9\overline{DB} = 72$
$\overline{DB} = 8(cm)$

답 8 cm

26
$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$이므로
$16 = \overline{BH} \times 2$
$\overline{BH} = 8(cm)$
따라서 $\triangle ABH = \frac{1}{2} \times \overline{BH} \times \overline{AH}$
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4$
$= 16(cm^2)$

답 $16\ cm^2$

27
$\triangle ABC$와 $\triangle ADB$에서
$\angle A$는 공통
$\angle ABC = \angle ADB = 90°$
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ADB$(AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AB}$에서
$6 : x = 10 : 6$
$10x = 36$
$x = \frac{18}{5}$
또한 $\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{BC} : \overline{DB}$에서
$10 : 6 = 8 : y$
$10y = 48$
$y = \frac{24}{5}$

개념책

따라서

$y-x=\frac{24}{5}-\frac{18}{5}=\frac{6}{5}$

답 ④

28

$\triangle AEF$와 $\triangle DFC$에서

$\angle A=\angle D=90^\circ$,

$\angle AEF=180^\circ-(90^\circ+\angle AFE)$

$\qquad=\angle DFC$

이므로 $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$(AA 닮음)

또한 $\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{FD}=10-8=2(\text{cm})$

따라서 $\overline{AE}:\overline{DF}=\overline{AF}:\overline{DC}$에서

$\overline{AE}:8=2:6$

$6\overline{AE}=16$

$\overline{AE}=\frac{8}{3}(\text{cm})$

답 ②

29

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\angle EDF=\angle CAD+\angle ACD$

$\qquad=\angle CAD+\angle BAD$

$\qquad=\angle BAC$

$\angle DEF=\angle BAE+\angle ABE$

$\qquad=\angle FBC+\angle ABE$

$\qquad=\angle ABC$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}$에서

$\overline{AB}:3=10:5$

$5\overline{AB}=30$

$\overline{AB}=6(\text{cm})$

답 ①

30

$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$(AA 닮음)이고

넓이의 비가 $9:16=3^2:4^2$이므로

닮음비는 $3:4$이다.

따라서 $\overline{BC}:\overline{CD}=3:4$에서

$12:\overline{CD}=3:4$

$3\overline{CD}=48$

$\overline{CD}=16(\text{cm})$

답 ⑤

31

물이 채워진 부분과 그릇은 닮은 도형이고 그릇의 높이의 $\frac{2}{5}$만큼 물을 채웠으므로 닮음비는 $\frac{2}{5}:1=2:5$이다.

수면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r:10=2:5$

$5r=20$

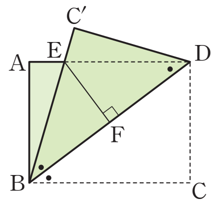
$r=4$

따라서 수면의 넓이는

$\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

답 ②

32



$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle EDB=\angle DBC$(엇각)이고

$\angle DBC=\angle EBD$(접은 각)이므로

$\angle EBD=\angle EDB$

즉 $\triangle EBD$는 $\overline{EB}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{BF}=\overline{DF}=10(\text{cm})$

$\triangle BFE$와 $\triangle BCD$에서

$\angle EBF=\angle DBC$

$\angle EFB=\angle DCB=90^\circ$

이므로 $\triangle BFE \backsim \triangle BCD$(AA닮음)

따라서 $\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{EF}:\overline{DC}$에서

$10:16=\overline{EF}:12$

$16\overline{EF}=120$

$\overline{EF}=\frac{15}{2}(\text{cm})$

답 ③

서술형으로 중단원 마무리

개념책 72~73쪽

STEP 1 풀이 참조

STEP 2 3 cm

STEP 3 **1.** 1 cm **2.** 2 cm **3.** 3 cm **4.** 5 cm

STEP 1

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\overline{AB}:\overline{AE}=18:12=3:\boxed{2}$,

$\overline{AC}:\overline{AD}=21:14=3:\boxed{2}$,

$\boxed{\angle A}$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$($\boxed{\text{SAS}}$ 닮음) … 1단계

따라서 $\boxed{\overline{BC}}:\overline{DE}=3:2$에서

$15:\overline{DE}=3:2$

$3\overline{DE}=30$

$\overline{DE}=\boxed{10}(cm)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle AED$임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{DE}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 풀이 참조

STEP 2

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle A$는 공통,

$\angle B=\angle AED$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}$에서

$18:12=\overline{AC}:10$

$3:2=\overline{AC}:10$

$2\overline{AC}=30$

$\overline{AC}=15(cm)$ … 2단계

따라서 $\overline{EC}=\overline{AC}-\overline{AE}=15-12=3(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle AED$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{AC}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{EC}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 3 cm

STEP 3

1

$\triangle ABE$와 $\triangle ACD$에서

$\angle A$는 공통,

$\angle AEB=\angle ADC=90^\circ$이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AE}:\overline{AD}$에서

$15:\overline{AC}=9:6$

$15:\overline{AC}=3:2$

$3\overline{AC}=30$

$\overline{AC}=10(cm)$ … 2단계

따라서 $\overline{EC}=\overline{AC}-\overline{AE}=10-9=1(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{AC}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{EC}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 1 cm

2

$\triangle ABC \backsim \triangle ECD$이므로

$\overline{AB}:\overline{EC}=\overline{BC}:\overline{CD}$에서

$3:\overline{EC}=5:10$

$\overline{EC}=6(cm)$ … 1단계

그런데 $\angle ABC=\angle ECD$이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{CE}$

즉, $\triangle FAC \backsim \triangle FDE$(AA 닮음)이므로

$\overline{CF}:\overline{FE}=\overline{AC}:\overline{DE}$

$\overline{CF}:(6-\overline{CF})=1:2$ … 2단계

$2\overline{CF}=6-\overline{CF}$

$3\overline{CF}=6$

$\overline{CF}=2(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{EC}$의 길이를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{CF}$에 대한 비례식을 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{CF}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 2 cm

3

$\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서

$\angle C$는 공통,

$\angle ABC=\angle EDC=90^\circ$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AC}:\overline{EC}=\overline{BC}:\overline{DC}$에서 … 2단계

$6:8=\overline{BC}:4$

$8\overline{BC}=24$

$\overline{BC}=3(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{BC}$에 대한 비례식을 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 3 cm

4

$\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서

$\overline{AC}:\overline{DC}=6:3=2:1$,

$\overline{BC}:\overline{AC}=12:6=2:1$,

$\angle C$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$(SAS 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AB}:\overline{AD}=2:1$에서 … 2단계

$10:\overline{AD}=2:1$

$2\overline{AD}=10$

$\overline{AD}=5(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{AD}$에 대한 비례식을 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{AD}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 5 cm

2. 평행선 사이의 선분의 길이의 비

01 삼각형과 평행선

개념책 74~78쪽

개념 확인 문제

1 $\angle FEC$, $\angle AED$, AA, $\overline{EC}$, $\overline{DB}$
2 $\angle A$, $\overline{AE}$, SAS, $\angle ADE$
3 6
4 12

유제 1

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이므로
$9 : 6 = 6 : x$
$9x = 36$
$x = 4$
또한 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$이므로
$9 : 15 = 6 : y$
$9y = 90$
$y = 10$

답 $x=4$, $y=10$

유제 2

$\overline{BE} : \overline{EC} = \overline{BD} : \overline{DA}$이므로
$10 : 5 = x : 4$
$5x = 40$
$x = 8$
또한 $\overline{BC} : \overline{BE} = \overline{AC} : \overline{DE}$이므로
$15 : 10 = 9 : y$
$15y = 90$
$y = 6$
따라서 $x+y = 8+6 = 14$

답 14

유제 3

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$이므로
$12 : \overline{AD} = 8 : 4$
$8\overline{AD} = 48$
$\overline{AD} = 6(\text{cm})$
따라서 $\overline{BD} = \overline{BA} + \overline{AD} = 12+6 = 18(\text{cm})$

답 18 cm

유제 4

$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB}$이므로
$5 : 20 = 3 : x$
$5x = 60$
$x = 12$
또한 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$이므로
$5 : 15 = 4 : y$
$5y = 60$
$y = 12$

답 $x=12$, $y=12$

유제 5

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DG} : \overline{BF}$이므로
$10 : (10+x) = 2 : 3$
$20+2x = 30$
$2x = 10$
$x = 5$
또한 $\overline{DG} : \overline{BF} = \overline{AG} : \overline{AF} = \overline{GE} : \overline{FC}$이므로
$2 : 3 = y : 9$
$3y = 18$
$y = 6$
따라서 $x+y = 5+6 = 11$

답 11

유제 6

$\overline{AF} : \overline{FE} = \overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이므로
$\overline{AF} : \overline{FE} = \overline{AE} : \overline{EC}$에서
$4 : 2 = 6 : \overline{EC}$
$4\overline{EC} = 12$
$\overline{EC} = 3(\text{cm})$

답 3 cm

유제 7

① $\overline{CA} : \overline{CF} = 14 : 6 = 7 : 3$
$\overline{CB} : \overline{CE} = 21 : 9 = 7 : 3$
$\overline{CA} : \overline{CF} = \overline{CB} : \overline{CE}$이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$이다.

답 ①

유제 8

⑤ $\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB}$이므로
$\overline{DE} : \overline{BC} = 5 : 8$

답 ⑤

유제 9

$\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$
따라서 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

답 6 cm

유제 10

$\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$
$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는 $7+6+5=18(\text{cm})$

답 18 cm

유제 11

$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}=6:9=2:3$

따라서 $\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{DC}=2:3$이므로

$18:\triangle ADC=2:3$

$2\triangle ADC=54$

$\triangle ADC=27(\text{cm}^2)$

답 27 cm^2

유제 12

$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{DC}:\overline{DB}$이므로

$\overline{AC}:\overline{AB}=14:8=7:4$

$4\overline{AC}=7\overline{AB}$

$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{7}{4}$

답 $\frac{7}{4}$

연습문제 개념책 79쪽

01 3 02 10 03 $\frac{20}{3}$ cm 04 $x=10$, $y=80$

05 6 cm 06 4 cm

01

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로

$8:4=6:x$

$8x=24$

$x=3$

답 3

02

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로

$4:\overline{AB}=6:9$

$6\overline{AB}=36$

$\overline{AB}=6(\text{cm})$

따라서 $x=6+4=10$

답 10

03

$\overline{AF}:\overline{FD}=\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{DB}$이므로

$\overline{AF}:\overline{FD}=\overline{AD}:\overline{DB}$에서

$6:4=10:\overline{DB}$

$6\overline{DB}=40$

$\overline{DB}=\frac{20}{3}(\text{cm})$

답 $\frac{20}{3}$ cm

04

$x=2\overline{MN}=2\times5=10$

$y=80$

답 $x=10$, $y=80$

05

$\overline{DG}=2\overline{EF}=2\times2=4(\text{cm})$

$\overline{BF}=2\overline{DG}=2\times4=8(\text{cm})$

따라서 $\overline{BE}=\overline{BF}-\overline{EF}=8-2=6(\text{cm})$

답 6 cm

06

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서

$6:\overline{AC}=9:6$

$9\overline{AC}=36$

$\overline{AC}=4(\text{cm})$

답 4 cm

02 평행선 사이의 선분의 길이의 비 개념책 80~82쪽

개념 확인 문제

1 $\overline{CF}$, $\overline{PF}$, $\overline{PE}$, $\overline{EF}$

2 (1) 6 cm (2) 6 cm (3) 12 cm

유제 1

$4:6=x:(15-x)$이므로

$6x=60-4x$

$10x=60$

$x=6$

답 6

유제 2

$3:6=x:8$이므로

$6x=24$

$x=4$

또한 $3:6=6:(y-6)$이므로

$3y-18=36$

$3y=54$

$y=18$

답 $x=4$, $y=18$

유제 3

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{GF}$이므로

$\overline{GF} : \overline{AD} = \overline{CF} : \overline{CD} = \overline{EB} : \overline{AB}$

$x : 10 = 6 : 10$

$10x = 60$

$x = 6$

또한 $\triangle ABC$에서 $\overline{EG} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BC}$

$4 : 10 = 6 : y$

$4y = 60$

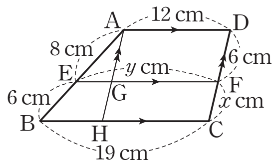
$y = 15$

따라서 $x + y = 6 + 15 = 21$

답 21

유제 4

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하자.



$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{DF} : \overline{FC}$이므로

$8 : 6 = 6 : x$

$8x = 36$, $x = \frac{9}{2}$

또한 $\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 12(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 19 - 12 = 7(\mathrm{cm})$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BH}$이므로

$8 : 14 = (y - 12) : 7$

$14y - 168 = 56$

$14y = 224$

$y = 16$

따라서 $xy = \frac{9}{2} \times 16 = 72$

답 72

유제 5

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EM}$이므로

$6 : (6+9) = \overline{EM} : 10$

$2 : 5 = \overline{EM} : 10$

$5\overline{EM} = 20$

$\overline{EM} = 4(\mathrm{cm})$

또한 $\triangle ABC$에서 $\overline{EN} /\!/ \overline{BC}$이므로

$9 : (9+6) = 8 : \overline{BC}$

$3 : 5 = 8 : \overline{BC}$

$3\overline{BC} = 40$

$\overline{BC} = \frac{40}{3}(\mathrm{cm})$

답 $\frac{40}{3}$ cm

유제 6

$\triangle AOD \backsim \triangle COB$(AA 닮음)이므로

$\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{AD} : \overline{CB} = 21 : 28 = 3 : 4$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO} /\!/ \overline{BC}$이므로

$3 : (3+4) = \overline{EO} : 28$

$7\overline{EO} = 84$

$\overline{EO} = 12(\mathrm{cm})$

답 12 cm

유제 7

$\triangle AEB \backsim \triangle DEC$(AA 닮음)이므로

$\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{DC} = 3 : 5$

$\triangle BCD$에서 $\overline{BE} : \overline{BC} = \overline{BF} : \overline{BD}$이므로

$3 : (3+5) = x : 8$

$8x = 24$

$x = 3$

답 3

유제 8

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$(AA 닮음)이므로

$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 6 : 9 = 2 : 3$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$이므로

$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{EF} : \overline{AB}$

$3 : (3+2) = \overline{EF} : 6$

$5\overline{EF} = 18$

$\overline{EF} = \frac{18}{5}(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle EBC = \frac{1}{2} \times 15 \times \frac{18}{5} = 27(\mathrm{cm}^2)$

답 27 cm^2

연습문제

개념책 83쪽

01 $\frac{12}{5}$ 02 21 cm 03 6 cm 04 $\frac{15}{2}$ cm 05 6
06 20 cm^2

01

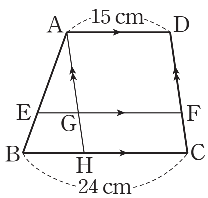
$x : 4 = 5 : 5$이므로 $5x = 20$, $x = 4$

$10 : 8 = 8 : y$이므로 $10y = 64$, $y = \frac{32}{5}$

따라서 $y - x = \frac{32}{5} - 4 = \frac{12}{5}$

답 $\frac{12}{5}$

02



오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나면서 $\overline{DC}$에 평행한 직선을 긋고, $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하면

$\overline{AD}=\overline{GF}=\overline{HC}=15(\text{cm})$이므로

$\overline{BH}=24-15=9(\text{cm})$

또한 $\overline{AE}=2\overline{BE}$에서 $\overline{AE}:\overline{BE}=2:1$이고

$\triangle ABH$에서 $\overline{EG}/\!/\overline{BH}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$

$2:(2+1)=\overline{EG}:9$

$3\overline{EG}=18$

$\overline{EG}=6(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=6+15=21(\text{cm})$

답 21 cm

03

$\triangle ABC$에서 $\overline{EN}/\!/\overline{BC}$이므로

$4:(4+3)=\overline{EN}:21$

$7\overline{EN}=84$

$\overline{EN}=12(\text{cm})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{EM}/\!/\overline{AD}$이므로

$3:(3+4)=\overline{EM}:14$

$7\overline{EM}=42$

$\overline{EM}=6(\text{cm})$

따라서 $\overline{MN}=\overline{EN}-\overline{EM}=12-6=6(\text{cm})$

답 6 cm

04

$\triangle AOD\backsim\triangle COB$(AA 닮음)이므로

$\overline{OA}:\overline{OC}=\overline{AD}:\overline{CB}=6:10=3:5$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO}/\!/\overline{BC}$이므로

$3:(3+5)=\overline{EO}:10$

$8\overline{EO}=30$

$\overline{EO}=\dfrac{15}{4}(\text{cm})$

또한 $\triangle CDA$에서 $\overline{OF}/\!/\overline{AD}$이므로

$5:(5+3)=\overline{OF}:6$

$8\overline{OF}=30$

$\overline{OF}=\dfrac{15}{4}(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{EO}+\overline{OF}=\dfrac{15}{4}+\dfrac{15}{4}=\dfrac{15}{2}(\text{cm})$

답 $\dfrac{15}{2}$ cm

05

$\triangle ABE\backsim\triangle CDE$(AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=15:10=3:2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로

$2:(2+3)=x:15$에서

$5x=30$

$x=6$

답 6

06

$\triangle ABE\backsim\triangle CDE$(AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=5:10=1:2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로

$2:(2+1)=\overline{EF}:5$

$3\overline{EF}=10$

$\overline{EF}=\dfrac{10}{3}(\text{cm})$

따라서 $\triangle EBC=\dfrac{1}{2}\times12\times\dfrac{10}{3}=20(\text{cm}^2)$

답 20 cm^2

03 삼각형의 무게중심

개념책 84~88쪽

개념 확인 문제

1 $x=6$, $y=6$

2 10 cm^2

유제 1

$\overline{AM}$이 $\triangle ABC$의 중선이므로

$\triangle AMC=\dfrac{1}{2}\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times32=16(\text{cm}^2)$

$\overline{PM}$이 $\triangle PBC$의 중선이므로

$\triangle PMC=\triangle PBM=7(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle APC=\triangle AMC-\triangle PMC$

$=16-7=9(\text{cm}^2)$

답 9 cm^2

유제 2

$\triangle ABC=2\triangle AMC=2\times35=70(\text{cm}^2)$이므로

$\dfrac{1}{2}\times14\times\overline{AH}=70$

$\overline{AH}=10(\text{cm})$

답 10 cm

유제 3

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AD}=3\overline{GD}=3\times5=15(\text{cm})$

답 15 cm

유제 4

$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 점 D는 $\triangle ABC$의 외심이다.

따라서 $\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 18=9(\text{cm})$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{CG}=\frac{2}{3}\overline{CD}=\frac{2}{3}\times 9=6(\text{cm})$

답 6 cm

유제 5

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{2}\overline{AG}=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm})$

점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{G'D}=\frac{1}{3}\overline{GD}=\frac{1}{3}\times 12=4(\text{cm})$

답 4 cm

유제 6

점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=2\overline{G'D}$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times 3\overline{G'D}=6\overline{G'D}$

따라서 $\overline{AG}:\overline{GG'}:\overline{G'D}=6:2:1$

답 $6:2:1$

유제 7

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AD}=\frac{3}{2}\overline{AG}=\frac{3}{2}\times 6=9(\text{cm})$

$\triangle ABD$에서 두 점 E, F는

각각 $\overline{AB}$, $\overline{BD}$의 중점이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}(\text{cm})$

답 $\frac{9}{2}$ cm

유제 8

$\triangle EBC$에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{FD}/\!/\overline{EC}$이므로

$\overline{EC}=2\overline{FD}=2\times 9=18(\text{cm})$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{EG}=\frac{1}{3}\overline{EC}=\frac{1}{3}\times 18=6(\text{cm})$

답 6 cm

유제 9

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

$\triangle AMN$에서

$\overline{AG}:\overline{AM}=\overline{AG'}:\overline{AN}=2:3$이므로

$\overline{GG'}:\overline{MN}=2:3$

$\overline{GG'}:6=2:3$

$3\overline{GG'}=12$

$\overline{GG'}=4(\text{cm})$

답 4 cm

유제 10

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 30=10(\text{cm})$

$\triangle GBD \backsim \triangle GEF$(AA 닮음)이므로

$\overline{GD}:\overline{GF}=\overline{GB}:\overline{GE}=2:1$

따라서 $\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{GD}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

답 5 cm

유제 11

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 24=4(\text{cm}^2)$

답 4 cm²

유제 12

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 27=9(\text{cm}^2)$

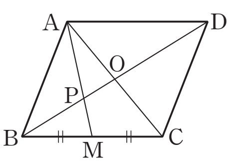
점 G′은 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\triangle G'BC=\frac{1}{3}\triangle GBC=\frac{1}{3}\times 9=3(\text{cm}^2)$

답 3 cm²

유제 13

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.



따라서

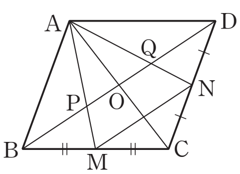
$\overline{BP}=\frac{2}{3}\overline{BO}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{3}\overline{BD}$

$=\frac{1}{3}\times 24=8(\text{cm})$

답 8 cm

유제 14

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$이므로 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.



따라서

$\overline{BO}=\frac{3}{2}\overline{BP}=\frac{3}{2}\times 4=6(\text{cm})$

이때 $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로

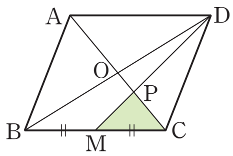
$\overline{BD}=2\overline{BO}=2\times6=12$(cm)

따라서 △BCD에서 $\overline{CM}=\overline{MB}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm)

답 6 cm

유제 15



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 긋고 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{BO}=\overline{OD}$이므로 점 P는 △BCD의 무게중심이다.

따라서 $\triangle PMC=\frac{1}{6}\triangle BCD$

$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

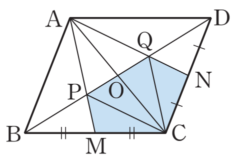
$=\frac{1}{12}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\times72$

$=6(\text{cm}^2)$

답 6 cm^2

유제 16



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{PC}$, $\overline{QC}$를 긋고 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로 두 점 P, Q는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는

□PMCO+□OCNQ

$=\triangle PMC+\triangle PCO+\triangle OCQ+\triangle QCN$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ACD+\frac{1}{6}\triangle ACD$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC+\frac{1}{3}\triangle ACD$

$=\frac{1}{3}\square ABCD$

$=\frac{1}{3}\times48=16(\text{cm}^2)$

답 16 cm^2

연습문제 개념책 89쪽

01 6 cm^2 **02** 23 **03** 12 cm **04** 10 cm **05** 8 cm^2
06 5 cm

01

$\overline{AD}$가 △ABC의 중선이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times42=21(\text{cm}^2)$

$\overline{PD}$가 △PBC의 중선이므로

$\triangle PBD=\triangle PDC=15(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABP=\triangle ABD-\triangle PBD$

$=21-15$

$=6(\text{cm}^2)$

답 6 cm^2

02

점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$x=\frac{1}{2}\times18=9$

$y=2\times7=14$

따라서 $x+y=9+14=23$

답 23

03

점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

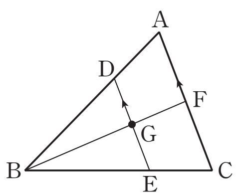
$\overline{GM}=\frac{3}{2}\overline{GG'}=\frac{3}{2}\times4=6$(cm)

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GM}=2\times6=12$(cm)

답 12 cm

04



오른쪽 그림과 같이 직선 BG와 $\overline{AC}$의 교점을 F라 하자.

△ABC에서 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로

$\overline{DE}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{BC}=\overline{BG}:\overline{BF}$

이때 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{DE}:\overline{AC}=2:3$

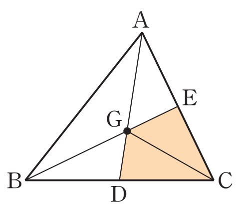
$\overline{DE}:15=2:3$

$3\overline{DE}=30$

$\overline{DE}=10$(cm)

답 10 cm

05



오른쪽 그림과 같이 $\overline{GC}$를 그으면

$\square GDCE=\triangle GDC+\triangle GCE$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

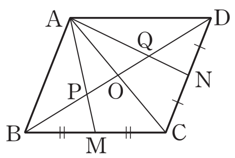
$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times24$

$=8(\text{cm}^2)$

답 8 cm^2

06



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이다.

$\overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{OQ}$

$=\frac{1}{3}\overline{BO}+\frac{1}{3}\overline{OD}$

$=\frac{1}{3}\overline{BD}$

$=\frac{1}{3}\times 15$

$=5(\text{cm})$

답 5 cm

중단원 마무리

개념책 90~93쪽

01 ⑤	02 ③	03 ③	04 ①	05 ⑤
06 ④	07 ②	08 ③	09 ④	10 ⑤
11 ②	12 ④	13 ⑤	14 ③	15 ④
16 ③	17 ②	18 ②	19 ③	20 ②
21 ⑤	22 ⑤	23 ①	24 ②	25 ③
26 ②	27 ④	28 ⑤	29 36 cm^2	30 3 cm
31 12π cm	32 16 cm^2			

01

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로

$\overline{AB}:9=10:6$

$6\overline{AB}=90$

$\overline{AB}=15(\text{cm})$

따라서 $\overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=15-9=6(\text{cm})$

답 ⑤

02

$\triangle AFD$에서 $\overline{FB}:\overline{FA}=\overline{BE}:\overline{AD}$이므로

$3:9=\overline{BE}:12$

$9\overline{BE}=36$

$\overline{BE}=4(\text{cm})$

따라서 $\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=12-4=8(\text{cm})$

답 ③

03

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 13=\frac{13}{2}(\text{cm})$

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{CA}=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}(\text{cm})$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$5+\frac{13}{2}+\frac{9}{2}=16(\text{cm})$

답 ③

04

$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{AN}=\overline{NC}$이다.

따라서 $\overline{AC}=2\overline{AN}$이므로 $x=2\times 11=22$

또한 $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로 $y=\frac{1}{2}\times 18=9$

$x+y=22+9=31$

답 ①

05

$10:8=(x-10):10$

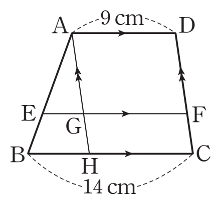
$8x-80=100$

$8x=180$

$x=\frac{45}{2}$

답 ⑤

06



오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나면서 $\overline{DC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하면

□AGFD는 평행사변형이므로

$\overline{GF}=9\text{ cm}$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$이므로

$3:(2+3)=\overline{EG}:(14-9)$

$5\overline{EG}=15$

$\overline{EG}=3(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=3+9=12(\text{cm})$

답 ④

07

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{AG}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$, $x=6$

$\overline{BE}=3\overline{EG}=3\times 5=15(\text{cm})$, $y=15$

따라서 $x+y=6+15=21$

답 ②

08

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle AFG=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 12=2(\text{cm}^2)$

$\triangle GDC=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 12=2(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle AFG+\triangle GDC=2+2=4(\text{cm}^2)$

답 ③

09

$\triangle ABC$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$

$6 : 15 = 9 : \overline{BC}$

$6\overline{BC} = 135$

$\overline{BC} = \frac{45}{2}(\text{cm})$

답 ④

10

$\triangle AFC$에서 $x : (x+4) = 12 : 15$

$15x = 12x + 48$

$3x = 48$

$x = 16$

$\triangle ABF$에서 $y : 5 = 16 : 20$

$20y = 80$

$y = 4$

따라서 $x + y = 16 + 4 = 20$

답 ⑤

11

$\overline{AC} /\!/ \overline{DG}$이므로

$\overline{BG} : \overline{GC} = \overline{BD} : \overline{DA} = 3 : 2$

$\overline{BG} = \frac{3}{5}\overline{BC} = \frac{3}{5} \times 15 = 9(\text{cm})$

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 2 : 3$

$\overline{EF} /\!/ \overline{AB}$이므로

$\overline{BF} : \overline{FC} = \overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 3$

$\overline{BF} = \frac{2}{5}\overline{BC} = \frac{2}{5} \times 15 = 6(\text{cm})$

따라서 $\overline{FG} = \overline{BG} - \overline{BF} = 9 - 6 = 3(\text{cm})$

답 ②

12

$\overline{FG} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{BC}$이므로

$7 : 9 = 14 : (14 + x)$

$98 + 7x = 126$

$7x = 28$

$x = 4$

또한 $\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{DA} : \overline{AC}$이므로

$y : 18 = 5 : 9$

$9y = 90$

$y = 10$

따라서 $x + y = 4 + 10 = 14$

답 ④

13

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2}(\text{cm})$

$\overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2}(\text{cm})$

$\overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}(\text{cm})$

$\overline{PS} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}(\text{cm})$

따라서 □PQRS의 둘레의 길이는

$\frac{13}{2} + \frac{13}{2} + \frac{15}{2} + \frac{15}{2} = 28(\text{cm})$

답 ⑤

14

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AN} = \overline{NC}$이므로

$\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$

$\triangle DBC$에서 $\overline{DP} = \overline{PB}$, $\overline{DQ} = \overline{QC}$이므로

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

답 ③

15

$\triangle EBC$에서 $\overline{BF} = \overline{FE}$, $\overline{BD} = \overline{DC}$이므로

$\overline{EC} = 2\overline{FD} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$

$\triangle AFD$에서 $\overline{AE} = \overline{EF}$, $\overline{EP} /\!/ \overline{FD}$이므로

$\overline{EP} = \frac{1}{2}\overline{FD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$

따라서 $\overline{CP} = \overline{EC} - \overline{EP} = 8 - 2 = 6(\text{cm})$

답 ④

16

$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 12 : 10 = 6 : 5$

따라서 $\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{DC} = 6 : 5$이므로

$\triangle ABD = \frac{6}{11}\triangle ABC = \frac{6}{11} \times 44 = 24(\text{cm}^2)$

답 ③

17

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$7 : 3 = (8 + x) : x$

$7x = 24 + 3x$

$4x = 24$

$x = 6$

답 ②

18

$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 9 : 6 = 3 : 2$이므로

$\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$

즉, $\triangle ABD : 16 = 3 : 2$이므로

$2\triangle ABD = 48$

$\triangle ABD = 24(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE}$이므로

$24 = \frac{1}{2} \times 9 \times \overline{DE}$

개념책

$\overline{DE}=\frac{16}{3}$(cm)

답 ②

19

$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{ED}$이므로

$\overline{BE}:\overline{ED}=9:15=3:5$

따라서 $\overline{BE}=\frac{3}{8}\overline{BD}=\frac{3}{8}\times 20=\frac{15}{2}$(cm)

$\triangle DBC$에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=\overline{BF}:\overline{FD}$이므로

$\overline{BF}:\overline{FD}=15:9=5:3$

따라서 $\overline{BF}=\frac{5}{8}\overline{BD}=\frac{5}{8}\times 20=\frac{25}{2}$(cm)

$\overline{EF}=\overline{BF}-\overline{BE}=\frac{25}{2}-\frac{15}{2}=5$(cm)

답 ③

20

$x:(12+6)=6:12$이므로

$x:18=1:2$

$2x=18$

$x=9$

$9:12=6:y$이므로

$3:4=6:y$

$3y=24$

$y=8$

따라서 $x-y=9-8=1$

답 ②

21

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EO}$이므로

$\overline{BO}:\overline{OD}=10:6=5:3$

$\triangle AOD \backsim \triangle COB$(AA닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{OD}:\overline{OB}$

$9:\overline{BC}=3:5$

$3\overline{BC}=45$

$\overline{BC}=15$(cm)

답 ⑤

22

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$(AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=15:10=3:2$

$\triangle BCD$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로

$x:15=3:(3+2)$에서

$5x=45$

$x=9$

$y:10=3:(3+2)$에서

$5y=30$

$y=6$

따라서 $x+y=9+6=15$

답 ⑤

23

$\overline{AD}=3\overline{FD}$이므로

$\triangle ADC=3\triangle FDC=3\times 4=12(cm^2)$

따라서 $\triangle ABC=2\triangle ADC=2\times 12=24(cm^2)$

답 ①

24

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 E가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 16=8$(cm)

$\triangle EBC$에서

$\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2}\times 8=4$(cm)

답 ②

25

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 54=18(cm^2)$

점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\triangle GBG'=\frac{1}{3}\triangle GBC=\frac{1}{3}\times 18=6(cm^2)$

답 ③

26

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle AGE=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 48=8(cm^2)$

이때 $\triangle ADE$에서

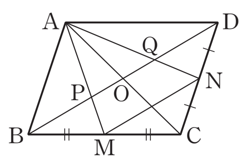
$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\triangle AGE:\triangle GDE=2:1$

따라서 $\triangle GDE=\frac{1}{2}\triangle AGE=\frac{1}{2}\times 8=4(cm^2)$

답 ②

27



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면

$\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이다.

$\triangle BCD$에서 $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로

$\overline{BD}=2\overline{MN}=2\times 6=12$(cm)

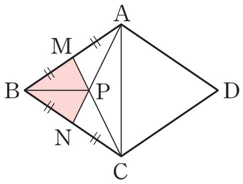
$\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}$, $\overline{OQ}=\frac{1}{3}\overline{OD}$이므로

$$\begin{aligned}\overline{PQ}&=\overline{PO}+\overline{OQ}\\&=\frac{1}{3}(\overline{BO}+\overline{OD})\\&=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times 12\\&=4\text{(cm)}\end{aligned}$$

답 ④

28

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BP}$를 그으면 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{BN}=\overline{NC}$이므로 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.



따라서

$\square MBNP=\triangle MBP+\triangle BNP$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

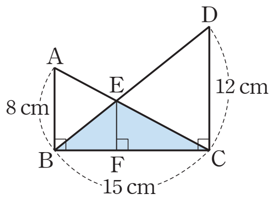
$=\frac{1}{6}\times 42$

$=7(\text{cm}^2)$

답 ⑤

29

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면 $\overline{AB}$, $\overline{EF}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이다.



또한 $\triangle ABE\backsim\triangle CDE$(AA 닮음)

이므로 $\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=8:12=2:3$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}:\overline{EC}=\overline{AB}:\overline{EF}$

$(2+3):3=8:\overline{EF}$

$5\overline{EF}=24$, $\overline{EF}=\frac{24}{5}(\text{cm})$

$\triangle EBC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{EF}$

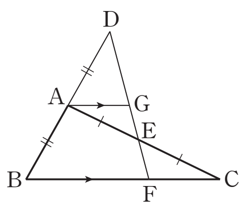
$=\frac{1}{2}\times 15\times\frac{24}{5}$

$=36(\text{cm}^2)$

답 36 cm^2

30

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{BF}$에 평행한 직선이 $\overline{DF}$와 만나는 점을 G라 하자.



$\triangle AEG$와 $\triangle CEF$에서

$\angle AEG=\angle CEF$(맞꼭지각)

$\overline{AE}=\overline{CE}$

$\angle GAE=\angle C$(엇각)

이므로 $\triangle AEG\equiv\triangle CEF$(ASA 합동)

따라서 $\overline{EG}=\overline{EF}$

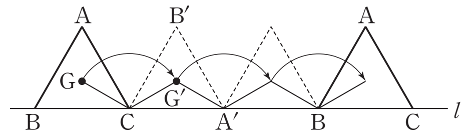
$\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{DF}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{GF}=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm})$

답 3 cm

31

$\triangle ABC$가 정삼각형이므로 점 G가 움직인 거리는 다음 그림에서 부채꼴 GCG'의 호의 길이의 3배이다.



$\angle GCA=\frac{1}{2}\angle BCA=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\angle G'CB'=\frac{1}{2}\angle B'CA'=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

이므로 $\angle GCG'=30^\circ+60^\circ+30^\circ=120^\circ$

또한 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GC}=\frac{2}{3}\times 9=6(\text{cm})$

따라서 $\overset{\frown}{GG'}=2\pi\times 6\times\frac{120}{360}=4\pi(\text{cm})$

점 G가 움직인 거리는 $4\pi\times 3=12\pi(\text{cm})$

답 $12\pi\text{ cm}$

32

점 G는 $\triangle ABD$의 무게중심이므로

$\triangle AGD=\frac{1}{3}\triangle ABD$

점 G′은 $\triangle ADC$의 무게중심이므로

$\triangle ADG'=\frac{1}{3}\triangle ADC$

$\square AGDG'=\triangle AGD+\triangle ADG'$

$=\frac{1}{3}\triangle ABD+\frac{1}{3}\triangle ADC$

$=\frac{1}{3}(\triangle ABD+\triangle ADC)$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times 48$

$=16(\text{cm}^2)$

답 16 cm^2

서술형으로 중단원 마무리

개념책 94~95쪽

STEP 1 풀이 참조

STEP 2 6 cm

STEP 3 **1.** $\frac{4}{3}$ cm **2.** 7 cm **3.** $\frac{8}{3}$ cm **4.** 5 cm^2

STEP 1

$\triangle ABC$에서 $\overline{ED} /\!/ \overline{AC}$이므로

$\overline{BE} : \overline{EA} = \boxed{\overline{BD}} : \overline{DC} = \boxed{6} : 3 = 2 : 1$ ··· 1단계

$\triangle ABD$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{AD}$이므로

$\overline{BF} : \overline{FD} = \overline{BE} : \boxed{\overline{EA}} = 2 : 1$ ··· 2단계

따라서 $\overline{BF} = \frac{2}{3}\boxed{\overline{BD}} = \frac{2}{3} \times 6 = \boxed{4}\,(\text{cm})$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BE} : \overline{EA}$를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{BF} : \overline{FD}$를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{BF}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 풀이참조

STEP 2

$\triangle ABC$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 15 : 10 = 3 : 2$ ··· 1단계

$\triangle ADC$에서 $\overline{FE} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2$ ··· 2단계

따라서 $\overline{FD} = \frac{2}{5}\overline{AD} = \frac{2}{5} \times 15 = 6(\text{cm})$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AE} : \overline{EC}$를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{AF} : \overline{FD}$를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{FD}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 6 cm

STEP 3

1

$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 4 = 3 : 2$

따라서 $\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 2$이므로

$\triangle ABD : \frac{8}{3} = 3 : 2$

$2\triangle ABD = 8$

$\triangle ABD = 4(\text{cm}^2)$ ··· 1단계

이때 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE}$이므로

$4 = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{DE}$

$3\overline{DE} = 4$

$\overline{DE} = \frac{4}{3}(\text{cm})$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABD$의 넓이를 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{DE}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 $\frac{4}{3}$ cm

2

$2\overline{AE} = 3\overline{EB}$에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EQ} /\!/ \overline{BC}$이므로

$3 : (3+2) = \overline{EQ} : 15$

$5\overline{EQ} = 45$

$\overline{EQ} = 9(\text{cm})$ ··· 1단계

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EP}$이므로

$2 : (2+3) = \overline{EP} : 5$

$5\overline{EP} = 10$

$\overline{EP} = 2(\text{cm})$ ··· 2단계

따라서 $\overline{PQ} = \overline{EQ} - \overline{EP} = 9 - 2 = 7(\text{cm})$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{EQ}$의 길이를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{EP}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{PQ}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 7 cm

3

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 12 = 4(\text{cm})$ ··· 1단계

점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{GG'} = \frac{2}{3}\overline{GD} = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}(\text{cm})$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{GD}$의 길이를 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{GG'}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 $\frac{8}{3}$ cm

4

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15(\text{cm}^2)$ ··· 1단계

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle AGC = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times 15 = 5(\text{cm}^2)$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC$의 넓이를 구한 경우	50 %
2단계	$\triangle AGC$의 넓이를 구한 경우	50 %

답 5 cm^2

3. 피타고라스 정리

01 피타고라스 정리

개념책 96~99쪽

개념 확인 문제

1 (1) 10 (2) 12

2 ㄴ, ㄷ

유제 1

직각삼각형 BCD에서

$\overline{BC}^2=13^2-5^2=169-25=144=12^2$

$\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=12\text{ cm}$

직각삼각형 ABC에서

$x^2=16^2+\overline{BC}^2$

$=16^2+12^2$

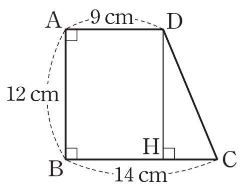
$=256+144$

$=400=20^2$

$x>0$이므로 $x=20$

답 20

유제 2



점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=14-9=5(\text{cm})$

$\overline{DH}=\overline{AB}=12\text{ cm}$

직각삼각형 CDH에서

$\overline{CD}^2=\overline{CH}^2+\overline{DH}^2=5^2+12^2=169=13^2$

$\overline{CD}>0$이므로 $\overline{CD}=13\text{ cm}$

답 13 cm

유제 3

$\triangle EAB$와 $\triangle CAF$에서

$\overline{AB}=\overline{AF}$,

$\overline{AE}=\overline{AC}$,

$\angle EAB=90^\circ+\boxed{(가)\ \angle CAB}$

$=\angle CAF$

따라서 $\triangle EAB\equiv\triangle CAF$($\boxed{(나)\ \text{SAS}}$ 합동)이고

$\triangle EAC=\triangle EAB=\triangle CAF=\triangle PAF$

$\square ACDE=2\triangle EAC$

$=2\boxed{(다)\ \triangle PAF}=\square AFQP$

같은 방법으로 $\square BCIH=\square BGQP$

그러므로

$\square ACDE+\square BCIH=\square AFQP+\square BGQP$

$=\square ABGF$

이고

$\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$

답 (가) $\angle CAB$(또는 $\angle CAP$) (나) SAS (다) $\triangle PAF$

유제 4

$\overline{AD}^2=5^2-3^2=25-9=16=4^2$

$\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=4\text{ cm}$

$\overline{DC}^2=\left(\frac{17}{2}\right)^2-\overline{AD}^2$

$=\frac{289}{4}-16$

$=\frac{225}{4}=\left(\frac{15}{2}\right)^2$

$\overline{DC}>0$이므로 $\overline{DC}=\frac{15}{2}\text{ cm}$

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}$

$=3+\frac{15}{2}=\frac{21}{2}(\text{cm})$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{21}{2}\times4$

$=21(\text{cm}^2)$

답 21 cm^2

유제 5

$P=\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=\frac{1}{8}\pi\times\overline{AC}^2$

$Q=\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=\frac{1}{8}\pi\times\overline{BC}^2$

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$이므로

$P+Q=\frac{1}{8}\pi\times\overline{AC}^2+\frac{1}{8}\pi\times\overline{BC}^2$

$=\frac{1}{8}\pi\times(\overline{AC}^2+\overline{BC}^2)$

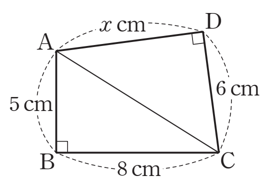
$=\frac{1}{8}\pi\times\overline{AB}^2$

$=\frac{1}{8}\pi\times12^2$

$=18\pi$

답 18π

유제 6



대각선 AC를 그으면

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}^2=5^2+8^2=25+64=89$

직각삼각형 ACD에서

$\overline{AC}^2=x^2+6^2$

$89=x^2+36$, $x^2=53$

답 53

유제 7

직각삼각형 AOB에서

$\overline{AO}^2+\overline{BO}^2=4^2=16$ ...... ㉠

직각삼각형 BOC에서

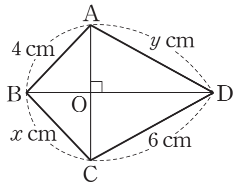
$\overline{BO}^2+\overline{CO}^2=x^2$ ...... ㉡

직각삼각형 COD에서

$\overline{CO}^2+\overline{DO}^2=6^2=36$ ...... ㉢

직각삼각형 AOD에서

$\overline{AO}^2+\overline{DO}^2=y^2$ ...... ㉣



㉡과 ㉣, ㉠과 ㉢을 각각 변끼리 더하면

$x^2+y^2=\overline{AO}^2+\overline{BO}^2+\overline{CO}^2+\overline{DO}^2$

$=16+36$

$=52$

답 52

유제 8

밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r^2=25^2-24^2=49=7^2$

$r>0$이므로 $r=7$

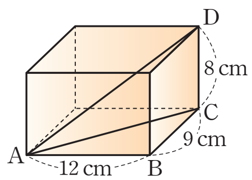
밑면의 반지름의 길이가 7 cm이므로 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times7^2\times24=392\pi(\text{cm}^3)$

답 392π cm^3

유제 9

오른쪽 그림에서 직육면체의 대각선인 $\overline{AD}$의 길이를 구해보자.



직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}^2=12^2+9^2$

$=144+81$

$=225=15^2$

$\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=15$ cm

직각삼각형 ACD에서

$\overline{AD}^2=\overline{AC}^2+8^2=225+64=289=17^2$

$\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=17$ cm

답 17 cm

유제 10

세 변의 길이가 각각 12 cm, 16 cm, 20 cm이고

$12^2+16^2=144+256=400=20^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 20 cm인 직각삼각형이다.

따라서 그 넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times16=96(\text{cm}^2)$

답 96 cm^2

유제 11

빗변의 길이가 x cm인 경우

$x^2=2^2+5^2=4+25=29$

빗변의 길이가 5 cm인 경우

$x^2=5^2-2^2=25-4=21$

답 ①, ⑤

연습문제 개념책 100쪽

01 25 **02** 4 cm^2 **03** $\frac{24}{5}$ cm **04** 10 cm

05 (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $\frac{1}{2}a^2$ **06** ㄱ, ㄷ

01

$x=\overline{AC}^2$, $15=\overline{AB}^2$, $10=\overline{BC}^2$이고

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $x=15+10=25$

답 25

02

직각삼각형 ADE에서

$\overline{DE}^2=10^2-6^2=100-36=64=8^2$

$\overline{DE}>0$이므로 $\overline{DE}=8$ cm

$\overline{EH}=\overline{DE}-\overline{DH}=8-6=2(\text{cm})$

따라서 정사각형 EFGH의 넓이는

$2^2=4(\text{cm}^2)$

답 4 cm^2

03

직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}^2=6^2+8^2=100$

$\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=10$ cm

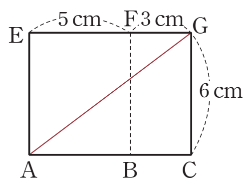
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{1}{2}\times10\times\overline{AD}$

$24=5\overline{AD}$, $\overline{AD}=\frac{24}{5}(\text{cm})$

답 $\frac{24}{5}$ cm

04

주어진 직육면체의 전개도의 일부는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 최단 거리는 $\overline{AG}$의 길이이다.

직각삼각형 ACG에서

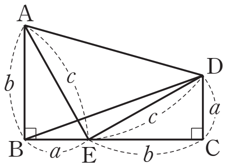
$\overline{AG}^2=8^2+6^2=100$

$\overline{AG}>0$이므로 $\overline{AG}=10$ cm

답 10 cm

05

□ABCD의 넓이를 두 가지 방법으로 구하자.



먼저

$\angle AED = 180^\circ - \angle AEB - \angle CED$

$= 180^\circ - \angle AEB - \angle BAE = 90^\circ$

이므로 △AED는 직각이등변삼각형이다.

□ABCD=△ABE+△CDE+△AED

$= 2 \times \frac{1}{2}ab + \boxed{(가)\ \frac{1}{2}c^2}$ 이고

□ABCD=△ABD+△BCD

$= \frac{1}{2} \times b \times (a+b) + \frac{1}{2} \times a \times (a+b)$

$= ab + \boxed{(나)\ \frac{1}{2}a^2} + \frac{1}{2}b^2$

따라서 $\boxed{(가)\ \frac{1}{2}c^2} = \boxed{(나)\ \frac{1}{2}a^2} + \frac{1}{2}b^2$ 이고

$a^2 + b^2 = c^2$

답 (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $\frac{1}{2}a^2$

06

ㄱ. $10^2+24^2=676=26^2$이므로 직각삼각형이다.

ㄴ. $12^2+16^2=400\neq18^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

ㄷ. $\left(\frac{3}{4}\right)^2+1^2=\frac{25}{16}=\left(\frac{5}{4}\right)^2$이므로 직각삼각형이다.

ㄹ. $1.5^2+2^2=6.25\neq2.4^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

[다른 풀이]

닮음인 삼각형에서 대응각의 크기가 같으므로 세 변의 길이의 비를 가장 간단한 자연수로 나타내고 직각삼각형인지 확인할 수 있다.

ㄱ. 5 : 12 : 13이므로 직각삼각형이다.

ㄴ. 6 : 8 : 9이므로 직각삼각형이 아니다.

ㄷ. 3 : 4 : 5이므로 직각삼각형이다.

ㄹ. 15 : 20 : 24이므로 직각삼각형이 아니다.

답 ㄱ, ㄷ

중단원 마무리

개념책 101~103쪽

01 24	02 15 cm	03 20 cm	04 ③	05 27
06 11	07 175	08 60 cm	09 $\frac{255}{16}$ cm	
10 146	11 108 cm^2		12 25 cm^2	13 17 cm
14 109	15 24 cm^2	16 5 cm	17 $\frac{35}{2}$ cm^2	18 10 cm
19 70	20 100π cm^3			

01

$x^2=26^2-10^2=676-100=576=24^2$

$x>0$이므로 $x=24$

답 24

02

직사각형의 대각선의 길이를 x cm라 하면

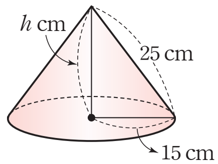
$x^2=12^2+9^2=144+81=225=15^2$

$x>0$이므로 $x=15$(cm)

답 15 cm

03

원뿔의 높이를 h cm라 하면



$h^2=25^2-15^2=625-225$

$=400=20^2$

$h>0$이므로 $h=20$

답 20 cm

04

① $6^2+10^2=136\neq15^2$

② $7^2+12^2=193\neq16^2$

③ $8^2+15^2=289=17^2$이므로 직각삼각형이다.

④ $9^2+12^2=225\neq20^2$

⑤ $10^2+24^2=676\neq25^2$

답 ③

05

직각삼각형 ABC에서

$x^2=8^2+6^2=100=10^2$

$x>0$이므로 $x=10$

직각삼각형 ABD에서

$y^2=8^2+15^2=289=17^2$

$y>0$이므로 $y=17$

따라서 $x+y=10+17=27$

답 27

06

직각삼각형 ABD에서

$\overline{AD}^2=x^2-6^2=x^2-36$ ······㉠

직각삼각형 ACD에서

$\overline{AD}^2=y^2-5^2=y^2-25$ ······㉡

㉠, ㉡에서

$x^2-36=y^2-25$

$x^2-y^2=-25+36=11$

답 11

07

직각삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형이므로

$x^2+x^2=10^2=100$

$x^2=50$

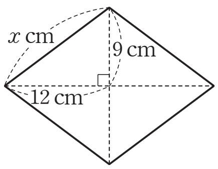
직각삼각형 BCD에서

$y^2=10^2+5^2=125$

따라서 $x^2+y^2=50+125=175$

답 175

08



마름모의 두 대각선은 서로 수직이등분하므로 두 대각선의 길이가 각각 18 cm, 24 cm인 마름모는 오른쪽 그림과 같다.

마름모의 한 변의 길이를 x cm라 하면 피타고라스 정리에 의하여

$x^2=12^2+9^2=144+81=225=15^2$

$x>0$이므로 $x=15$

따라서 마름모의 한 변의 길이는 15 cm이므로 마름모의 둘레의 길이는 60 cm이다.

답 60 cm

09

직각삼각형 BCD에서

$\overline{BD}^2=\left(\frac{17}{2}\right)^2-4^2=\frac{225}{4}=\left(\frac{15}{2}\right)^2$

$\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=\frac{15}{2}$ cm

삼각형 ABC와 삼각형 BDC에서

$\angle ABC=\angle BDC=90^\circ$, $\angle C$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{BC}:\overline{DC}$

$\overline{AB}:\frac{15}{2}=\frac{17}{2}:4$

$4\times\overline{AB}=\frac{15}{2}\times\frac{17}{2}$

$\overline{AB}=\frac{255}{16}$(cm)

답 $\frac{255}{16}$ cm

10

삼각형 ABE와 삼각형 ECD에서

$\angle B=\angle C=90^\circ$, $\overline{AE}=\overline{ED}$,

$\angle AEB=90^\circ-\angle DEC=\angle EDC$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ECD$(RHA 합동)이고

$\overline{BE}=\overline{CD}=8$ cm

직각삼각형 ABE에서

$\overline{AE}^2=3^2+8^2=73$

직각삼각형 AED에서

$x^2=\overline{AE}^2+\overline{ED}^2=2\times\overline{AE}^2=2\times73=146$

답 146

11

$\overline{CO}=15$ cm이므로 직각삼각형 CDO에서

$\overline{CD}^2=15^2-12^2=81=9^2$

$\overline{CD}>0$이므로 $\overline{CD}=9$ cm

따라서 $\square CDOE=12\times9=108(cm^2)$

답 108 cm^2

12

$\overline{AE}=\overline{AD}=\overline{BC}=10$ cm

직각삼각형 ABE에서

$\overline{BE}^2=10^2-8^2=36=6^2$

$\overline{BE}>0$이므로 $\overline{BE}=6$ cm이고 $\overline{EC}=4$ cm

삼각형 ABE와 삼각형 ECF에서

$\angle B=\angle C=90^\circ$, $\angle AEB=90^\circ-\angle CEF=\angle EFC$이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle ECF$(AA닮음)

$\overline{AE}:\overline{EF}=\overline{AB}:\overline{EC}$이므로

$10:\overline{EF}=8:4$, $\overline{EF}=5$ cm

$\triangle AEF=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}$

$=\frac{1}{2}\times10\times5$

$=25(cm^2)$

답 25 cm^2

13

$\overline{BC}^2=49$이고 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=7$ cm

$\overline{CD}^2=64$이고 $\overline{CD}>0$이므로

$\overline{CD}=\overline{DE}=8$ cm

직각삼각형 BDE에서

$\overline{BE}^2=15^2+8^2=289=17^2$

$\overline{BE}>0$이므로 $\overline{BE}=17$ cm

답 17 cm

14

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=100$

직각삼각형 DBE에서 $\overline{BD}^2+\overline{BE}^2=9$

직각삼각형 ABE에서 $\overline{AB}^2+\overline{BE}^2=\overline{AE}^2$

직각삼각형 DBC에서 $\overline{BD}^2+\overline{BC}^2=\overline{CD}^2$

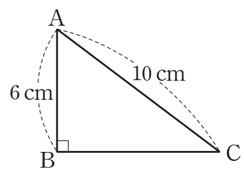
$\overline{AE}^2+\overline{CD}^2=(\overline{AB}^2+\overline{BE}^2)+(\overline{BD}^2+\overline{BC}^2)$

$=(\overline{AB}^2+\overline{BC}^2)+(\overline{BD}^2+\overline{BE}^2)$

$=100+9=109$

답 109

15



직각삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 25π cm^{2}이므로 외접원의 반지름은 5 cm이다. 또한 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$\overline{AC}=10$ cm

직각삼각형 ABC에서

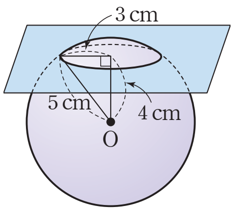
$\overline{BC}^2=10^2-6^2=64=8^2$

$\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=8\text{ cm}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24(\text{cm}^2)$

답 24 cm^2

16



단면인 원의 넓이가 $9\pi\text{ cm}^2$이므로 단면인 원의 반지름의 길이는 3 cm이다.

구의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$x^2=3^2+4^2=25$

$x>0$이므로 $x=5$

따라서 구의 반지름의 길이는 5 cm이다.

답 5 cm

17

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=49+25=74=\overline{BC}^2$

따라서 삼각형 ABC는 직각삼각형이다.

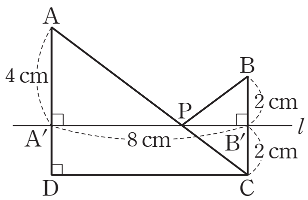
$\overline{AB}^2=49=7^2$이므로 $\overline{AB}=7\text{ cm}$

$\overline{AC}^2=25=5^2$이므로 $\overline{AC}=5\text{ cm}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 7\times 5=\frac{35}{2}(\text{cm}^2)$

답 $\frac{35}{2}\text{ cm}^2$

18



점 B를 직선 l에 대해 대칭시킨 점을 점 C라 하면

$\triangle BPB'\equiv\triangle CPB'$

(SAS 합동)이므로

$\overline{PB}=\overline{PC}$

따라서 $\overline{PA}+\overline{PB}$가 최소일 때, $\overline{PA}+\overline{PC}$도 최소이고 그 값은 $\overline{AC}$와 같다.

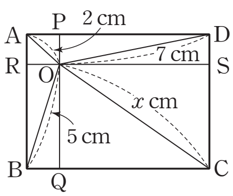
점 C에서 직선 AA′ 위에 내린 수선의 발을 D라 하면 직각삼각형 ADC에서

$\overline{AC}^2=6^2+8^2=100=10^2$

$\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=10\text{ cm}$

답 10 cm

19



오른쪽 그림과 같이 점 O를 지나며 변 AB, BC와 각각 평행한 직선이 직사각형과 만나는 점을 각각 P, Q, R, S라 하고 $\overline{OP}=p$ cm, $\overline{OQ}=q$ cm, $\overline{OR}=r$ cm, $\overline{OS}=s$ cm라 하면

직각삼각형 APO에서 $p^2+r^2=2^2=4$

직각삼각형 BQO에서 $q^2+r^2=5^2=25$

직각삼각형 CQO에서 $q^2+s^2=x^2$

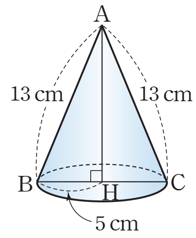
직각삼각형 DPO에서 $p^2+s^2=7^2=49$

따라서 $4+x^2=p^2+q^2+r^2+s^2=25+49$

$4+x^2=74$, $x^2=70$

답 70

20



단면이 삼각형 ABC와 같은 회전체는 오른쪽 그림과 같다.

밑면의 중심을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{CH}=5\text{ cm}$이므로

직각삼각형 ABH에서

$\overline{AH}^2=13^2-5^2=169-25=144=12^2$

$\overline{AH}>0$이므로 $\overline{AH}=12\text{ cm}$

따라서 회전체의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times 5^2\times 12=100\pi(\text{cm}^3)$

답 $100\pi\text{ cm}^3$

서술형으로 중단원 마무리

개념책 104~105쪽

STEP 1 풀이 참조

STEP 2 24 cm

STEP 3 **1.** $\frac{384}{25}$ **2.** 13 **3.** $\frac{32}{3}\text{ cm}^2$ **4.** 24 cm^2

STEP 1

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}^2=9^2+12^2=\boxed{225}$

$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\boxed{15}$ cm ··· 1단계

점 D는 직각삼각형 ABC의 $\boxed{\text{외심}}$이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\boxed{\frac{15}{2}}$ cm ··· 2단계

점 G는 삼각형 ABC의 무게중심이므로 $\overline{CG}:\overline{GD}=\boxed{2}:1$

따라서 $\overline{CG}=\frac{2}{3}\times\overline{CD}=\boxed{5}(\text{cm})$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AB}$의 길이를 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{CD}$의 길이를 구한 경우	20 %
3단계	$\overline{CG}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 풀이 참조

STEP 2

$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\overline{AD}=3\overline{GD}=3\times\frac{13}{3}=13(\text{cm})$ ··· 1단계

점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=13\text{ cm}$이고

$\overline{BC}=26\text{ cm}$ … 2단계

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}^2=26^2-10^2=576=24^2$

$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=24\text{ cm}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AD}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	20 %
3단계	$\overline{AB}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 24 cm

STEP 3

1

다른 두 변의 길이를 각각 $3k$, $4k$라 하면

$8^2=(3k)^2+(4k)^2=25k^2=(5k)^2$

$k>0$이므로 $5k=8$, $k=\frac{8}{5}$

빗변이 아닌 다른 두 변의 길이는 각각 $\frac{24}{5}$, $\frac{32}{5}$이다. … 1단계

따라서 직각삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\frac{24}{5}\times\frac{32}{5}=\frac{384}{25}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	빗변이 아닌 다른 두 변의 길이를 구한 경우	60 %
2단계	직각삼각형의 넓이를 구한 경우	40 %

답 $\frac{384}{25}$

2

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}^2=x^2+3^2=x^2+9$ … 1단계

직각삼각형 ACD에서

$y^2=\overline{AC}^2+2^2=(x^2+9)+4=x^2+13$ … 2단계

따라서 $y^2-x^2=13$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AC}^2$을 x를 사용하여 나타낸 경우	40 %
2단계	y^2을 x를 사용하여 나타낸 경우	40 %
3단계	y^2-x^2의 값을 구한 경우	20 %

답 13

3

직각삼각형 ADE에서

$\overline{DE}^2=5^2-4^2=9=3^2$

$\overline{DE}=3\text{ cm}$ … 1단계

삼각형 ABF와 삼각형 EDA에서

$\angle B=\angle D=90^\circ$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BF}$이므로 $\angle AFB=\angle EAD$(엇각)

따라서 $\triangle ABF\backsim\triangle EDA$(AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{ED}=\overline{BF}:\overline{DA}$

$4:3=\overline{BF}:4$, $\overline{BF}=\frac{16}{3}\text{ cm}$ … 2단계

$\triangle ABF=\frac{1}{2}\times\frac{16}{3}\times4=\frac{32}{3}(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{DE}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{BF}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	삼각형 ABF의 넓이를 구한 경우	30 %

답 $\frac{32}{3}\text{ cm}^2$

4

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}^2=6^2+8^2=100=10^2$

$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=10\text{ cm}$ … 1단계

색칠한 부분의 넓이는 직각삼각형의 넓이와 직각을 낀 두 변을 지름으로 하는 반원의 넓이의 합에서 빗변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 뺀 것이다.

$\frac{1}{2}\times8\times6+\frac{1}{2}\times\pi\times4^2+\frac{1}{2}\times\pi\times3^2-\frac{1}{2}\times\pi\times5^2$

$=24+8\pi+\frac{9}{2}\pi-\frac{25}{2}\pi=24(\text{cm}^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AB}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	색칠한 부분의 넓이를 구한 경우	70 %

답 24 cm²

Ⅵ. 확률

1. 경우의 수

01 경우의 수

개념책 108~111쪽

개념 확인 문제

1 (1) 3 (2) 4
2 (1) 3 (2) 4 (3) 7
3 12
4 8가지

1

(1) 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5로 경우의 수는 3이다.
(2) 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6으로 경우의 수는 4이다.

답 (1) 3 (2) 4

2

(1) 두 눈의 수의 합이 4인 경우는
(1, 3), (2, 2), (3, 1)로
경우의 수는 3이다.
(2) 두 눈의 수의 합이 5인 경우는
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)로
경우의 수는 4이다.
(3) 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로
구하는 경우의 수는 $3+4=7$

답 (1) 3 (2) 4 (3) 7

유제 1

1은 모든 수의 약수이므로 소수의 약수가 나오는 사건이어야 경우의 수가 2이다.
따라서 다음 3가지 중 한 가지가 가능하다.

사건	경우	경우의 수
2 의 약수가 나온다.	1, 2	2
3 의 약수가 나온다.	1, 3	2
5 의 약수가 나온다.	1, 5	2

답 풀이 참조

유제 2

나온 두 숫자의 곱이 6인 경우는
(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)로
경우의 수는 4이다.

답 4

유제 3

ㄱ. 합성수를 뽑는 경우는 4, 6, 8, 9, 10, 12로 경우의 수는 6이다.
ㄴ. 4의 배수를 뽑는 경우는 4, 8, 12로 경우의 수는 3이다.
ㄷ. 10의 약수를 뽑는 경우는 1, 2, 5, 10으로 경우의 수는 4이다.

답 ㄱ

유제 4

가지고 있는 동전을 사용하여 1200원을 지불하는 방법은 다음과 같다.

$1200=100\times2+500\times2$
$=100\times7+500\times1$
$=100\times12$

따라서 경우의 수는 3이다.

답 3

유제 5

(1) 두 눈의 수의 곱이 5인 경우는 (1, 5), (5, 1)로 경우의 수는 2이다.
(2) 두 눈의 수의 곱이 10인 경우는 (2, 5), (5, 2)로 경우의 수는 2이다.
(3) 두 눈의 수의 곱이 5인 사건과 10인 사건은 동시에 일어나지 않으므로 두 눈의 수의 곱이 5 또는 10인 경우의 수는
$2+2=4$

답 (1) 2 (2) 2 (3) 4

유제 6

합이 9인 경우는 (4, 5), (5, 4), (6, 3)으로 3가지이고
합이 10인 경우는 (5, 5), (6, 4)로 2가지이므로
합이 9 또는 10인 경우의 수는 $3+2=5$

답 5

유제 7

집에서 편의점을 거쳐 학교를 가는 경우의 수: $4\times3=12$
집에서 편의점을 거치지 않고 학교를 가는 경우의 수: 1
따라서 구하는 경우의 수는 $12+1=13$

답 13

유제 8

100원짜리 동전 1개를 던졌을 때 나올 수 있는 경우는 앞면, 뒷면으로 2가지이다.
주사위를 던졌을 때 나올 수 있는 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6으로 6가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times6=12$

답 12

연습문제

개념책 112쪽

01 5　**02** (1) 풀이 참조　(2) 3　**03** 36　**04** 19
05 20　**06** 12　**07** 40

01
소수가 나오는 경우는 2, 3, 5, 7, 11로 5가지이므로 경우의 수는 5이다.

답 5

02
(1)

1000원(장)	0	5	10
5000원(장)	2	1	0

(2) (1)에 의해 경우의 수는 3이다.

답 (1) 풀이 참조　(2) 3

03
빵을 사는 경우의 수는 15이고, 과자를 사는 경우의 수는 21이다. 이때 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 빵 또는 과자 중 한 가지를 골라 사는 경우의 수는 $15+21=36$

답 36

04
일반 열차를 타는 경우의 수는 4, 고속 열차를 타는 경우의 수는 15이다. 이때 일반 열차와 고속 열차를 동시에 탈 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $4+15=19$

답 19

05
하영이가 집에서 은행까지 가는 경우의 수는 4이고, 그 각각에 대하여 은행에서 병원까지 가는 경우의 수는 5이므로 하영이가 집에서 출발하여 은행을 거쳐 병원으로 가는 경우의 수는
$4\times5=20$

답 20

06
모양을 선택하는 경우의 수는 4이고, 각각에 대해 3종류의 색깔을 선택할 수 있으므로 키링을 만드는 경우의 수는 $4\times3=12$

답 12

07
A 주머니에서 짝수가 적힌 공이 나오는 경우는 2, 4, 6, 8, 10으로 5가지이고
B 주머니에서 홀수가 적힌 공이 나오는 경우는 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15로 8가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $5\times8=40$

답 40

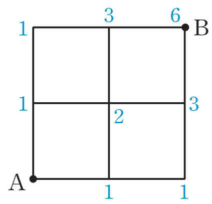
02 여러 가지 경우의 수

개념책 113~118쪽

개념 확인 문제

1 6
2 12
3 6
4 (1) 12　(2) 6
5 (1) 12　(2) 6
6 24

1
다음 그림과 같은 방법으로 구한 최단 거리로 가는 방법의 수는 6이다.



답 6

2
$(3\times2\times1)\times2=12$

답 12

3
$3\times2=6$

답 6

4
(1) $4\times3=12$

(2) $\dfrac{4\times3}{2}=6$

답 (1) 12　(2) 6

5
(1) $4\times3=12$

(2) $\dfrac{4\times3}{2}=6$

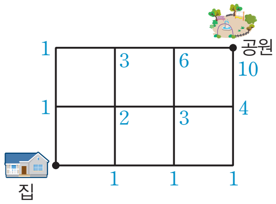
답 (1) 12　(2) 6

6
영역 A부터 오른쪽으로 차례로 칠하면
A에 칠할 수 있는 색은 3가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 2가지, C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 2가지이므로 구하는 경우의 수는 $3\times2\times2\times2=24$

답 24

유제 1

(1) 다음 그림과 같은 방법으로 구한 최단 거리로 가는 방법의 수는 10이다.



(2) 점 P를 반드시 거치므로 최단 거리로 가는 방법의 수는 3이다.

답 (1) 10 (2) 3

유제 2

처음 여행할 수 있는 도시의 수는 5개, 두 번째로 여행할 수 있는 도시의 수는 처음 여행한 도시를 제외한 4개, 세 번째로 여행할 수 있는 도시는 앞의 두 도시를 제외한 3개이므로 구하는 경우의 수는 $5\times4\times3=60$

답 60

유제 3

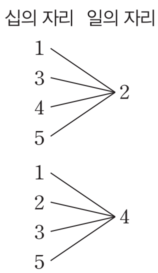
여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 한 줄로 세우는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$이고, 여학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는 $24\times2=48$

답 48

유제 4

짝수이려면 일의 자리에 올 수 있는 카드는 2, 4로 경우의 수는 2이고, 십의 자리에 올 수 있는 카드는 일의 자리에 뽑힌 카드 한 장을 제외한 네 장이므로 경우의 수는 4이다.

이를 수형도로 나타내면 다음과 같다.



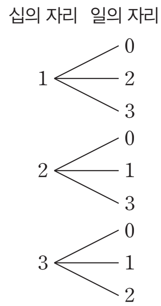
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times4=8$

답 8

유제 5

십의 자리에 올 수 있는 카드는 0을 제외한 1, 2, 3으로 경우의 수는 3이고, 일의 자리에 올 수 있는 카드는 십의 자리에 뽑힌 카드 한 장을 제외한 세 장이므로 경우의 수는 3이다.

이를 수형도로 나타내면 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 $3\times3=9$

답 9

유제 6

여자 회장을 뽑는 경우의 수는 2이고 남자 회장을 뽑는 경우의 수는 4이므로 구하는 경우의 수는 $2\times4=8$

답 8

유제 7

단식 경기 대표를 뽑는 경우의 수는 5

복식 경기 대표는 단식 경기 대표 1명을 제외한 4명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 경우이므로 그 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $5\times6=30$

답 30

유제 8

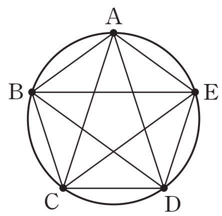
선분 AB와 선분 BA는 같은 선분이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5\times4}{2}=10$

[다른 풀이]

오른쪽 그림과 같이 오각형의 변의 개수와 대각선의 개수를 더한 것과 같으므로

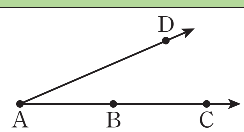
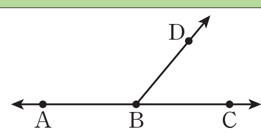
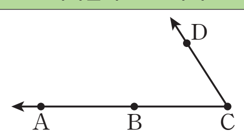
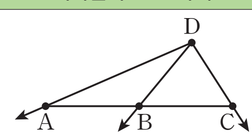
$5+\frac{5\times(5-3)}{2}=5+5=10$



답 10

유제 9

시작점에 따라 다음과 같다.

시작점이 A: 2가지	시작점이 B: 3가지
	
시작점이 C: 2가지	**시작점이 D: 3가지**
	

따라서 구하는 경우의 수는

$2+3+2+3=10$

답 10

유제 10

A에 칠할 수 있는 색은 네 가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 세 가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 두 가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 두 가지이므로 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times2=48$

답 48

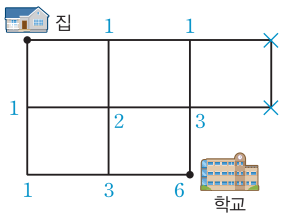
연습문제

개념책 119쪽

01 6	**02** 4	**03** 6	**04** 4	**05** 720
06 4	**07** 24			

01

최단 거리로 가기 위해서는 오른쪽 끝의 두 점은 지날 필요가 없으므로 다음과 같은 방법으로 구하면 경우의 수는 6이다.



답 6

02

지윤이와 동생이 나란히 서는 경우의 수는 2이고, 각각에 대하여 할아버지와 할머니가 양 끝에 서는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는 $2\times2=4$

답 4

03

모음이 제일 앞에 오기 위해서는 a가 가장 앞에 와야 한다. 따라서 a 뒤에 m, t, h를 나열하는 경우의 수를 구하면 $3\times2\times1=6$

답 6

04

홀수이려면 일의 자리가 1 또는 3이다.

(ⅰ) 일의 자리가 1인 경우

십의 자리에는 2, 3이 올 수 있으므로 경우의 수는 2

(ⅱ) 일의 자리가 3인 경우

십의 자리에는 1, 2가 올 수 있으므로 경우의 수는 2

(ⅰ)과 (ⅱ)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는

$2+2=4$

답 4

05

0부터 9까지 10개의 수 중 비밀번호의 첫째 자리가 될 수 있는 수는 10개, 둘째 자리가 될 수 있는 수는 첫째 자리가 된 수를 제외한 9개, 셋째 자리가 될 수 있는 수는 앞의 두 수를 제외한 8개이므로 구하는 경우의 수는 $10\times9\times8=720$

답 720

06

네 점 중 어느 세 점을 택하더라도 삼각형이 되므로 네 점 중 제외할 한 점을 택하는 경우의 수와 같다.

따라서 구하는 경우의 수는 4

답 4

07

A에 칠할 수 있는 색은 네 가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 세 가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 두 가지이므로 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2=24$

답 24

중단원 마무리

개념책 120~123쪽

01 12	**02** 5	**03** 8	**04** 6	**05** 42
06 120	**07** 720	**08** 8	**09** 6	**10** 6
11 4	**12** 30	**13** 14	**14** 6	**15** 24
16 12	**17** 6	**18** 18	**19** 5	**20** 9
21 10	**22** 30	**23** 10	**24** 48	**25** 3
26 5	**27** 2			

01

10시 이전에 출발하는 일반 열차는 5개, 고속 열차는 7개이므로 10시 이전에 출발하는 일반 열차 또는 고속 열차를 타는 경우의 수는 $5+7=12$

답 12

02

학술 동아리에 가입하는 경우의 수는 3, 예술 동아리에 가입하는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는 $3+2=5$

답 5

03

고를 수 있는 자음은 4개이고, 각각에 대해 고를 수 있는 모음은 2개이므로 구하는 경우의 수는 $4\times2=8$

답 8

04
들어갈 때 사용할 수 있는 문은 3개이고 나올 때는 들어갈 때 사용한 하나의 문을 제외한 2개를 사용할 수 있으므로 구하는 경우의 수는 $3\times2=6$

답 6

05
입장 안내를 할 수 있는 사람은 7명, 퇴장 안내를 할 수 있는 사람은 7명 중 입장 안내를 하는 한 명을 제외한 6명이므로 구하는 경우의 수는 $7\times6=42$

[다른 풀이]

7명 중 2명을 순서대로 세우는 경우의 수와 같으므로 $7\times6=42$

답 42

06
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 6가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자를 제외한 5가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4가지이므로 구하는 경우의 수는 $6\times5\times4=120$

답 120

07
A 영역을 칠할 수 있는 색은 10가지, B 영역을 칠할 수 있는 색은 A 영역에 칠한 색을 제외한 9가지, C 영역을 칠할 수 있는 색은 A 영역과 B 영역에 칠한 색을 제외한 8가지이므로 구하는 경우의 수는 $10\times9\times8=720$

답 720

08
두 눈의 수의 차가 2인 경우를 순서쌍을 이용하여 구하면
$(1, 3)$, $(3, 1)$, $(2, 4)$, $(4, 2)$, $(3, 5)$, $(5, 3)$, $(4, 6)$, $(6, 4)$로 8가지이다.

답 8

09
4종류의 장난감을 A, B, C, D라 하면 선택할 수 있는 경우는 A와 B, A와 C, A와 D, B와 C, B와 D, C와 D로 총 6가지이다.

[다른 풀이]

4명 중 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{4\times3}{2}=6$

답 6

10

천 원(장)	1	6	1	6	11	16
오천 원(장)	1	0	3	2	1	0
만 원(장)	1	1	0	0	0	0

답 6

11
5의 약수가 나오는 경우는 1, 5로 두 가지이고, 3의 배수가 나오는 경우는 3, 6으로 두 가지이므로 구하는 경우의 수는 $2+2=4$

답 4

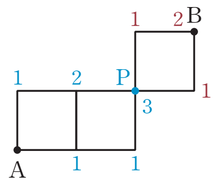
12
선택할 수 있는 빵은 2종류, 각각에 대한 패티는 5종류, 각각에 대한 소스는 3종류이므로 구하는 경우의 수는 $2\times5\times3=30$

답 30

13
먼저 A 지점에서 C 지점까지 가는 경우의 수를 구하자.
A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 가는 경우의 수는 $3\times2=6$이고, A 지점에서 다른 지점을 거치지 않고 바로 C 지점까지 가는 경우의 수는 1이므로 A 지점에서 C 지점까지 가는 경우의 수는 $6+1=7$
즉, A 지점에서 C 지점까지 가는 경우의 수는 7이고 각각에 대해 C 지점에서 D 지점까지 가는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는 $7\times2=14$

답 14

14
점 A에서 점 B까지 가기 위해 반드시 지나야 하는 점을 P라 하면 점 A에서 점 P까지 최단 거리로 가는 방법의 수는 3이고, 점 P에서 점 B까지 최단 거리로 가는 방법의 수는 2이다.



따라서 점 A에서 점 P를 거쳐 점 B까지 최단 거리로 가는 방법의 수는 $3\times2=6$

답 6

15
지호가 가운데 앉은 후 나머지 4명이 왼쪽부터 차례로 앉는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

답 24

16
5명 중 키가 가장 작은 학생들 2명을 A, B라 하고 나머지 학생을 C, D, E라 하면 양 끝에 A와 B를 먼저 세우는 경우의 수는 $2\times1=2$이고, 각각에 대해 두 학생 사이에 C, D, E를 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이므로 구하는 경우의 수는 $2\times6=12$

답 12

17
윤호를 가장 뒤에 세우고 나머지 세 사람을 한 줄로 세우는 경우의 수와 동일하므로 구하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

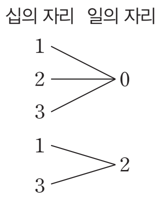
답 6

개념책

18
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4, 6이므로 세 가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 사용한 숫자를 제외한 세 가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리에 사용한 숫자를 제외한 두 가지이므로 구하는 경우의 수는 $3\times3\times2=18$

답 18

19
짝수이려면 일의 자리에 오는 수가 0 또는 2이어야 한다. 이를 수형도로 나타내면 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 5이다.

답 5

20
34보다 크기 위해서 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 3, 4, 5이다.

(i) 십의 자리에 3이 오는 경우
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 5이므로 경우의 수는 1이다.

(ii) 십의 자리에 4 또는 5가 오는 경우
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리에 사용한 숫자를 제외한 4가지이므로 경우의 수는 $2\times4=8$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $1+8=9$

답 9

21
5명 중 자격이 같은 2명의 대표를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{5\times4}{2}=10$

답 10

22
다섯 명 중 학급 회장을 뽑는 경우는 A, B, C, D, E의 다섯 가지다. 각각에 대해 대의원 2명을 뽑는 경우는 학급 회장을 제외한 4명 중 자격이 같은 2명의 대표를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{4\times3}{2}=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $5\times6=30$

답 30

23
다섯 개의 점 중 세 개의 점을 선택하면 삼각형이 만들어진다. 다섯 개의 점 중 자격이 같은 세 개의 점을 뽑는 경우와 같으므로

구하는 경우의 수는 $\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

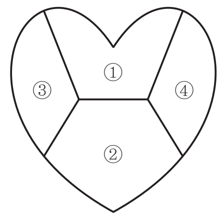
이때 만들어지는 삼각형은 △ABC, △ABD, △ABE, △ACD, △ACE, △ADE, △BCD, △BCE, △BDE, △CDE의 10가지이다.

[다른 풀이]

삼각형의 세 꼭짓점이 될 수 없는 두 점을 고르는 경우와 동일하다. 따라서 다섯 개의 점 중 자격이 같은 두 개의 점을 뽑는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는

$\dfrac{5\times4}{2}=10$

답 10

24


가장 많은 영역과 이웃하는 영역부터 칠하면

① 영역에 칠할 수 있는 색은 네 가지, ② 영역에 칠할 수 있는 색은 ① 영역에 칠한 색을 제외한 세 가지, ③과 ④ 영역에 칠할 수 있는 색은 ①과 ②영역에 칠한 색을 제외한 두 가지이므로 구하는 경우의 수는

$4\times3\times2\times2=48$

답 48

25
$ax=b$의 해가 $x=2$이므로 $2a=b$

따라서 $2a=b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$의 3가지이다.

답 3

26
두 계단씩 두 번 오르는 경우: (2, 2)

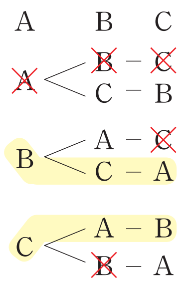
두 계단씩 한 번 오르는 경우: (2, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2)

한 계단씩만 오르는 경우: (1, 1, 1, 1)

따라서 구하는 경우의 수는 $1+3+1=5$

답 5

27
세 사람이 선물을 가져가는 경우를 수형도로 나타내면 다음과 같다.



자신이 가져온 선물을 가져가는 경우를 제외하면 어느 누구도 자신이 가져온 선물을 가져가지 않을 경우의 수는 2

답 2

서술형으로 중단원 마무리

개념책 124~125쪽

STEP 1 풀이 참조

STEP 2 20

STEP 3 **1.** 6 **2.** 16 **3.** 9 **4.** 48

STEP 1

가장 큰 수부터 경우의 수를 구하자.

십의 자리 숫자가 4인 경우: 43, 42, 41의 3가지 … 1단계

십의 자리 숫자가 3인 경우: $\boxed{34}$, $\boxed{32}$, $\boxed{31}$의 3가지 … 2단계

따라서 다섯 번째로 큰 수는 $\boxed{32}$이다. … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	십의 자리 숫자가 4인 두 자리의 자연수를 구한 경우	40 %
2단계	십의 자리 숫자가 3인 두 자리의 자연수를 구한 경우	40 %
3단계	다섯 번째로 큰 수를 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

STEP 2

가장 작은 수부터 경우의 수를 구하자.

십의 자리 숫자가 1인 경우: 10, 12, 13, 14의 4가지 … 1단계

십의 자리 숫자가 2인 경우: 20, 21, 23, 24의 4가지 … 2단계

따라서 다섯 번째로 작은 수는 20이다. … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	십의 자리 숫자가 1인 두 자리의 자연수를 구한 경우	40 %
2단계	십의 자리 숫자가 2인 두 자리의 자연수를 구한 경우	40 %
3단계	다섯 번째로 작은 수를 구한 경우	20 %

답 20

STEP 3

1

A 주머니에서 꺼낸 공에 적힌 수를 a, B 주머니에서 꺼낸 공에 적힌 수를 b라 하면 A, B 두 주머니에서 꺼낸 공에 적힌 수는 순서쌍 (a, b)로 나타낼 수 있다.

합이 4인 경우를 구하면 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 세 가지이다. … 1단계

차가 3인 경우를 구하면

(1, 4), (4, 1), (5, 2)의 세 가지이다. … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $3+3=6$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	합이 4인 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	차가 3인 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	경우의 수를 구한 경우	20 %

답 6

2

집에서 공원을 거쳐 학교로 가는 경우의 수는

$2\times3=6$ … 1단계

집에서 시장을 거쳐 학교로 가는 경우의 수는

$3\times3=9$ … 2단계

집에서 다른 장소를 거치지 않고 학교로 바로 가는 경우의 수는 1이므로 구하는 경우의 수는 $6+9+1=16$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	공원을 거치는 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	시장을 거치는 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	모든 경우의 수를 구한 경우	20 %

답 16

3

5의 배수가 되기 위해서는 일의 자리 숫자가 0 또는 5가 되어야 한다.

일의 자리 숫자가 0인 경우 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 1, 2, 3, 4, 5로 다섯 가지이다. … 1단계

일의 자리 숫자가 5인 경우 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 5를 제외한 1, 2, 3, 4로 네 가지이다. … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $5+4=9$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	일의 자리 숫자가 0인 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	일의 자리 숫자가 5인 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	모든 경우의 수를 구한 경우	20 %

답 9

4

B, C를 한 묶음으로 보아 A, (B, C), D, E를 순서대로 나열할 때 관광지를 관광하는 순서는 $4\times3\times2\times1=24$ … 1단계

B, C 두 곳을 관광하는 순서의 경우의 수는 $2\times1=2$이므로 구하는 경우의 수는

$2\times24=48$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	B, C를 한 묶음으로 보는 경우의 수를 구한 경우	60 %
2단계	관광지를 관광하는 순서를 구한 경우	40 %

답 48

2. 확률

01 확률의 뜻과 성질

개념책 126~129쪽

개념 확인 문제

1 $\frac{7}{20}$(또는 0.35)

2 $\frac{1}{3}$

3 (1) $\frac{3}{5}$ (2) 0 (3) 1

4 0.2

2

주사위를 던질 때 모든 경우의 수는 6이고 3의 배수가 나오는 경우는 3, 6의 두 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

유제 1

음료수는 총 $3+3+4=10$(병)

그중 포도 주스는 3병이므로 포도 주스가 나올 확률은 $\frac{3}{10}$

답 $\frac{3}{10}$

유제 2

공은 총 7개이고 그중 파란 공은 3개이므로 파란 공이 나올 확률은 $\frac{3}{7}$

답 $\frac{3}{7}$

유제 3

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어나는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

그중 나오는 두 눈의 수의 곱이 6인 경우를 순서쌍으로 나타내면 (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)의 4가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

답 $\frac{1}{9}$

유제 4

동전을 두 번 던져 나올 수 있는 모든 경우를 순서쌍으로 나타내면 (앞면, 앞면), (앞면, 뒷면), (뒷면, 앞면), (뒷면, 뒷면)으로 총 네 가지이다. 이 중 두 번 모두 앞면이 나오는 경우는 한 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

유제 5

탁구공은 모두 27개가 들어 있다.

(1) 그중 흰색 탁구공은 15개이므로 흰색 탁구공을 꺼낼 확률은 $\frac{15}{27}=\frac{5}{9}$

(2) 그중 파란색 탁구공은 없으므로 파란색 탁구공을 꺼낼 확률은 0

(3) 흰색 또는 주황색 탁구공을 꺼내는 것은 반드시 일어나는 사건이므로 구하는 확률은 1

답 (1) $\frac{5}{9}$ (2) 0 (3) 1

유제 6

(1) 소수가 적힌 카드가 뽑히는 경우는 2, 3, 5, 7의 네 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

(2) 음수가 적힌 카드가 뽑히는 경우는 없으므로 구하는 확률은 0

(3) 자연수가 적힌 카드가 뽑히는 사건은 반드시 일어나는 사건이므로 구하는 확률은 1

답 (1) $\frac{2}{5}$ (2) 0 (3) 1

유제 7

4명 중 청소 당번 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$

그중 2명이 모두 남학생이 뽑히는 경우의 수는 1이므로

(여학생이 적어도 한 명 뽑힐 확률)

$=1-$(2명 모두 남학생이 뽑힐 확률)

$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

답 $\frac{5}{6}$

유제 8

두 명이 가위바위보를 할 때 나올 수 있는 모든 경우는

$3\times3=9$(가지)

그중 승부가 나지 않는 경우는 두 사람이 모두 같은 것을 내는 경우로 3가지이다.

따라서 (가위바위보에서 승부가 날 확률)

$=1-$(가위바위보에서 승부가 나지 않을 확률)

$=1-\frac{3}{9}=\frac{2}{3}$

답 $\frac{2}{3}$

연습문제 개념책 130쪽

01 ③ **02** $\frac{1}{2}$ **03** 모든 경우의 수가 4이다. $\frac{3}{4}$

04 $\frac{1}{3}$ **05** 0 **06** ② **07** $\frac{9}{10}$ **08** $\frac{5}{6}$

01

이 공장에서 만든 제품을 하나 고를 때, 불량품일 확률은

$\frac{3000}{150000}=\frac{3}{150}=\frac{1}{50}$

답 ③

02

18의 약수가 적힌 공이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6, 9의 다섯 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

03

일어나는 모든 경우의 수는

앞면 < 앞면, 뒷면

뒷면 < 앞면, 뒷면

으로 $2\times2=4$

지연이는 (앞면, 뒷면)이 나오는 경우와 (뒷면, 앞면)이 나오는 경우를 같은 한 가지 경우로 보았다.

따라서 바른 답을 구하면 $\frac{3}{4}$이다.

답 모든 경우의 수가 4이다. $\frac{3}{4}$

04

만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는 $3\times2\times1=6$

짝수인 자연수는 일의 자리 숫자가 2인 132와 312의 두 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

05

확률이 1이기 위해서는 반드시 일어나는 사건이 되어야 한다. 따라서 빈칸에는 1보다 작은 수가 들어갈 수 있으므로 가장 큰 정수는 0이다.

답 0

06

복권 1등에 당첨될 확률은 매우 낮지만 0은 아니다. 나머지 사건은 모두 절대로 일어나지 않는 사건이다.

답 ②

07

다섯 개의 글자 중 두 개를 뽑는 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2}=10$

뽑힌 글자가 둘 다 모음일 경우의 수는 1이므로

(뽑힌 글자 중 적어도 하나는 자음일 확률)

$=1-$(뽑힌 글자가 둘 다 모음일 확률)

$=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

답 $\frac{9}{10}$

08

전체 경우의 수는 $6\times6=36$

서로 같은 눈이 나오는 경우의 수는 $6\times1=6$

(서로 다른 눈이 나올 확률)

$=1-$(서로 같은 눈이 나올 확률)

$=1-\frac{6}{36}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

답 $\frac{5}{6}$

02 확률의 계산

개념책 131~134쪽

개념 확인 문제

1 $\frac{5}{36}$

2 $\frac{1}{4}$

3 $\frac{1}{7}$

1

전체 경우의 수는 $6\times6=36$

눈의 수의 합이 3인 경우는 (1, 2), (2, 1)의 두 가지이므로 눈의 수의 합이 3일 확률은 $\frac{2}{36}$

눈의 수의 합이 4인 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 세 가지이므로 두 눈의 수의 합이 4일 확률은 $\frac{3}{36}$

따라서 두 눈의 수의 합이 3 또는 4일 확률은 $\frac{2}{36}+\frac{3}{36}=\frac{5}{36}$

답 $\frac{5}{36}$

2

각 주사위에서 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 나온 두 눈의 수가 모두 짝수일 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

3

처음 공을 꺼낼 때 파란 공이 나올 확률은 $\frac{3}{7}$

두 번째 공을 꺼낼 때 파란 공이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{7}$

답 $\frac{1}{7}$

유제 1

전체 경우의 수는 $6\times6=36$
두 눈의 수의 차가 1인 경우는 (1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)의 열 가지이므로 두 눈의 수의 차가 1일 확률은 $\frac{10}{36}$
두 눈의 수의 차가 5인 경우는 (1, 6), (6, 1)의 두 가지이므로 두 눈의 수의 차가 5일 확률은 $\frac{2}{36}$
따라서 나온 두 눈의 수의 차가 1 또는 5일 확률은
$\frac{10}{36}+\frac{2}{36}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

유제 2

카드가 소수일 경우는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 여덟 가지이므로 카드가 소수일 확률은 $\frac{8}{20}$
카드가 4의 배수일 경우는 4, 8, 12, 16, 20으로 다섯 가지이므로 카드가 4의 배수일 확률은 $\frac{5}{20}$
따라서 카드가 소수이거나 4의 배수일 확률은 $\frac{8}{20}+\frac{5}{20}=\frac{13}{20}$

답 $\frac{13}{20}$

유제 3

동전의 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$
주사위가 3의 배수가 나오는 경우는 3, 6의 두 가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
따라서 동전은 뒷면이 나오고 주사위는 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

답 $\frac{1}{6}$

유제 4

지훈이의 자유투 성공 확률이 $\frac{4}{5}$이므로 지훈이가 자유투를 두 번 다 성공할 확률은 $\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{16}{25}$

답 $\frac{16}{25}$

유제 5

부채를 받을 확률은 $\frac{1}{3}$이므로
세 사람이 모두 부채를 받을 확률은
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

답 $\frac{1}{27}$

유제 6

처음에 짝수가 나올 확률은 $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$
확인한 카드는 다시 뒤집어 섞으므로 두 번째에 홀수가 나올 확률은 $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

유제 7

처음과 두 번째 사람은 탄산수를 골라야 마지막으로 고른 사람이 사이다를 고르게 된다.
첫 번째 사람이 탄산수를 고를 확률은 $\frac{2}{3}$
두 번째 사람이 탄산수를 고를 확률은 탄산수 2잔 중 한 잔은 이미 첫 번째 사람이 골랐으므로 $\frac{1}{2}$
마지막으로 남은 한 잔은 사이다이므로 마지막 사람이 사이다를 고를 확률은 1
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

유제 8

처음에 짝수가 나올 확률은 $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$
확인한 카드는 다시 뒤집어 섞지 않으므로 두 번째에 홀수가 나올 확률은 전체 9장 중 5장이므로 $\frac{5}{9}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}=\frac{5}{18}$

답 $\frac{5}{18}$

연습문제

개념책 135쪽

01 $\frac{1}{5}$ 02 $\frac{9}{29}$ 03 $\frac{7}{10}$ 04 $\frac{1}{4}$ 05 $\frac{5}{14}$
06 $\frac{2}{9}$ 07 $\frac{3}{10}$ 08 $\frac{2}{9}$

01

모든 경우의 수는 $5\times6=30$

두 수의 합이 2인 경우는 (1, 1)의 한 가지이므로 확률은 $\frac{1}{30}$

두 수의 합이 3인 경우는 (1, 2), (2, 1)의 두 가지이므로 확률은 $\frac{2}{30}$

두 수의 합이 4인 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 세 가지이므로 확률은 $\frac{3}{30}$

따라서 공에 적힌 두 수의 합이 5보다 작을 확률은

$\frac{1}{30}+\frac{2}{30}+\frac{3}{30}=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$

답 $\frac{1}{5}$

02

전체 날 수는 29일이고, 선택한 요일이 화요일인 날 수는 5일이므로 그 확률은 $\frac{5}{29}$

선택한 요일이 수요일인 날 수는 4일이므로 그 확률은 $\frac{4}{29}$

따라서 선택한 요일이 화요일 또는 수요일일 확률은

$\frac{5}{29}+\frac{4}{29}=\frac{9}{29}$

답 $\frac{9}{29}$

03

모든 경우의 수는 20이고, 3 이하인 카드가 나오는 경우의 수는 3이므로 그 확률은 $\frac{3}{20}$

두 자리의 자연수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수는 11이므로 그 확률은 $\frac{11}{20}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{20}+\frac{11}{20}=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$

답 $\frac{7}{10}$

04

동전이 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고, 주사위가 홀수의 눈이 나오는 확률은 $\frac{1}{2}$이므로

구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

05

A 상자에서 검은 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{5}{8}$

B 상자에서 검은 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{7}$

따라서 두 바둑돌이 모두 검은색일 확률은 $\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{5}{14}$

답 $\frac{5}{14}$

06

건우가 가위, 예진이가 바위를 낼 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

예진이가 가위, 건우가 바위를 낼 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

따라서 한 사람은 가위, 다른 사람은 바위를 낼 확률은

$\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$

답 $\frac{2}{9}$

07

A 중학교 축구팀이 본선에 진출할 확률은 $\frac{1}{2}$, A 중학교 농구팀이 본선에 진출하지 못할 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

따라서 A 중학교의 축구팀만 본선에 진출할 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$

답 $\frac{3}{10}$

08

처음 짝수를 뽑을 확률은 10장 중 5장이 짝수이므로 $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

두 번째 짝수를 뽑을 확률은 9장 중 4장이므로 $\frac{4}{9}$

따라서 두 번 다 짝수를 뽑을 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}=\frac{2}{9}$

답 $\frac{2}{9}$

중단원 마무리

개념책 136~139쪽

01 $\frac{1}{12}$ **02** $\frac{1}{3}$ **03** 0 **04** $\frac{3}{5}$ **05** $\frac{1}{6}$

06 $\frac{1}{800}$ **07** $\frac{93}{100}$ **08** $\frac{9}{64}$ **09** $\frac{2}{5}$ **10** $\frac{1}{5}$

11 $\frac{1}{3}$ **12** $\frac{1}{3}$ **13** $\frac{2}{5}$

14 확률의 범위는 0 % 이상 100 % 이하로 200 %가 될 수 없다.

15 (1) $\frac{2}{11}$ (2) 0 (3) $\frac{3}{11}$ **16** $\frac{8}{9}$ **17** $\frac{5}{6}$

18 $\frac{2}{3}$ **19** $\frac{1}{3}$ **20** $\frac{21}{50}$ **21** $\frac{37}{50}$ **22** $\frac{5}{12}$

23 $\frac{9}{20}$ **24** $\frac{9}{10}$ **25** 0.94 **26** $\frac{1}{3}$ **27** $\frac{8}{15}$

28 $\frac{5}{6}$ **29** $\frac{7}{18}$ **30** $\frac{1}{4}$

개념책

01
정원이네 반 학생 수는 $4+8+7+3+2=24$(명)
그중 1학기 동안 책을 7권 이상 읽은 학생은 2명이므로, 학생을 한 명 뽑았을 때 1학기 동안 책을 7권 이상 읽은 학생일 확률은
$\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$

답 $\frac{1}{12}$

02
전체 경우의 수는 12이고 눈의 수가 7 이상 10 이하인 경우는 7, 8, 9, 10의 네 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

03
학생을 한 명 뽑았을 때, 여자일 사건은 절대로 일어나지 않을 사건이므로 그 확률은 0이다.

답 0

04
전체 5칸 중 6의 약수가 적힌 칸은 1, 2, 3의 세 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{5}$

답 $\frac{3}{5}$

05
모든 경우의 수는 $6\times6=36$
두 눈의 수의 합이 4일 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 세 가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$
두 눈의 수의 합이 10일 경우는 (4, 6), (5, 5), (6, 4)의 세 가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$
따라서 두 눈의 수의 합이 4 또는 10일 확률은
$\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

답 $\frac{1}{6}$

06
두 상품이 모두 불량일 확률은 $\frac{1}{25}\times\frac{1}{32}=\frac{1}{800}$

답 $\frac{1}{800}$

07
A 상품이 불량이 아닐 확률은 $1-\frac{1}{25}=\frac{24}{25}$
B 상품이 불량이 아닐 확률은 $1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$
따라서 두 상품이 모두 불량이 아닐 확률은 $\frac{24}{25}\times\frac{31}{32}=\frac{93}{100}$

답 $\frac{93}{100}$

08
빨간 공이 나올 확률은 처음 뽑을 때와 두 번째 뽑을 때 모두 $\frac{3}{8}$이다.
따라서 두 번 모두 빨간 공이 나올 확률은 $\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{9}{64}$

답 $\frac{9}{64}$

09
전체 종이는 5장이고 교실 닦기가 적힌 종이는 2장이므로 첫 번째로 뽑은 학생이 교실 닦기를 뽑을 확률은 $\frac{2}{5}$

답 $\frac{2}{5}$

10
첫 번째와 두 번째로 뽑는 학생이 같은 구역을 뽑는 경우는 두 학생 모두 교실 쓸기를 뽑거나 두 학생 모두 교실 닦기를 뽑는 경우이다.
두 학생 모두 교실 쓸기를 뽑을 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$
두 학생 모두 교실 닦기를 뽑을 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{20}+\frac{2}{20}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

답 $\frac{1}{5}$

11
세 사람을 한 줄로 세우는 전체 경우의 수는 $3\times2\times1=6$
성현이가 지호 바로 다음 순서에 달리는 경우는
지호−성현−성규, 성규−지호−성현의 두 가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

12
점 A에서 출발하여 점 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 6
그 중에서 선분 PQ를 지나는 경우의 수는 점 A에서 점 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수와 점 Q에서 점 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수의 곱이므로 $2\times1=2$
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

13
5명 중 대의원 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2}=10$
우진이가 뽑히는 경우의 수는 우진이를 제외한 4명 중 한 명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 4
따라서 우진이가 뽑힐 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

답 $\frac{2}{5}$

14

확률의 범위는 0 이상 1 이하, 즉 0 % 이상 100 % 이하이다.
따라서 '200 % 확실하다'라는 표현은 수학적으로 틀렸다.

답 확률의 범위는 0 % 이상 100 % 이하로 200 %가 될 수 없다.

15

(1) 알파벳 T가 적힌 카드는 2장이므로 확률은 $\frac{2}{11}$

(2) 알파벳 B가 적힌 카드는 없으므로 확률은 0

(3) 알파벳 A가 적힌 카드는 2장이므로 알파벳 A를 뽑을 확률은 $\frac{2}{11}$

알파벳 E가 적힌 카드는 1장이므로 알파벳 E를 뽑을 확률은 $\frac{1}{11}$

따라서 알파벳 A 또는 E를 뽑을 확률은 $\frac{2}{11}+\frac{1}{11}=\frac{3}{11}$

답 (1) $\frac{2}{11}$ (2) 0 (3) $\frac{3}{11}$

16

주사위 한 개를 던질 때 3 이상의 눈이 나오는 경우는 3, 4, 5, 6의 네 가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$이고 3보다 작은 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$

(적어도 하나는 3 이상의 눈이 나올 확률)

$=1-$(둘 다 3보다 작은 눈이 나올 확률)

$=1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$

$=1-\frac{1}{9}$

$=\frac{8}{9}$

답 $\frac{8}{9}$

17

네 명을 한 줄로 세우는 전체 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

양 끝에 선 학생이 모두 남학생일 경우의 수는 양 끝에 남학생을 세우고 가운데 여학생을 세우는 경우의 수이므로 $2\times2=4$

(양 끝에 선 학생 중 여학생이 적어도 한 명은 있을 확률)

$=1-$(양 끝에 선 학생이 모두 남학생일 확률)

$=1-\frac{4}{24}$

$=1-\frac{1}{6}$

$=\frac{5}{6}$

답 $\frac{5}{6}$

18

(적어도 한 명은 처음 자신이 앉았던 자리에 앉을 확률)

$=1-$(세 사람 모두 다른 자리에 앉을 확률)

세 학생이 자리를 임의로 섞어 앉는 전체 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이고 세 사람이 모두 다른 자리에 앉는 경우는 (B, C, A), (C, A, B)의 두 가지이므로 구하는 확률은

$1-\frac{2}{6}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

답 $\frac{2}{3}$

19

전체 영역의 넓이는

$\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

색칠한 영역의 넓이는

$\pi\times2^2-\pi\times1^2=3\pi(\text{cm}^2)$

따라서 화살이 색칠한 부분에 맞을 확률은 $\frac{3\pi}{9\pi}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

20

혈액형이 A형일 확률은 $\frac{58}{200}$

혈액형이 AB형일 확률은 $\frac{26}{200}$

따라서 혈액형이 A형 또는 AB형일 확률은

$\frac{58}{200}+\frac{26}{200}=\frac{84}{200}=\frac{21}{50}$

답 $\frac{21}{50}$

21

카드에 적힌 수가 홀수일 확률은 $\frac{25}{50}$

카드에 적힌 수가 4의 배수인 경우는 4, 8, 12, ⋯, 48이므로 $\frac{12}{50}$

적힌 수가 홀수인 사건과 4의 배수인 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 확률은

$\frac{25}{50}+\frac{12}{50}=\frac{37}{50}$

답 $\frac{37}{50}$

22

서로 다른 2장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는

$4\times3=12$

13 이하인 자연수의 개수는 12, 13의 2개이므로 그 확률은 $\frac{2}{12}$

40 이상인 자연수의 개수는 41, 42, 43의 3개이므로 그 확률은 $\frac{3}{12}$

따라서 13 이하이거나 40 이상일 확률은

$\frac{2}{12}+\frac{3}{12}=\frac{5}{12}$

답 $\frac{5}{12}$

개념책

23

전구에 불이 들어오기 위해서는 스위치 A와 스위치 B가 모두 닫혀야 하므로 전구에 불이 들어올 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{20}$

답 $\frac{9}{20}$

24

전구에 불이 들어오기 위해서는 스위치 A와 스위치 B 중 적어도 한 개가 닫혀야 하므로

(전구에 불이 들어올 확률)

=(스위치 A와 스위치 B 중 적어도 한 개가 닫힐 확률)

=1−(스위치 A와 스위치 B가 모두 열릴 확률)

$=1-\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}$

$=1-\frac{1}{10}$

$=\frac{9}{10}$

답 $\frac{9}{10}$

25

1년 묵은 씨앗이 싹이 나지 않을 확률은 20 %(0.2)이고, 2년 묵은 씨앗이 싹이 나지 않을 확률은 30 %(0.3)이므로

(두 화분 중 적어도 한 곳은 싹이 날 확률)

=1−(둘 다 싹이 나지 않을 확률)

$=1-0.2\times0.3$

$=1-0.06$

$=0.94$

답 0.94

26

수현이가 화살을 넣지 못할 확률은 $\frac{4}{5}$이고, 현규가 화살을 넣지 못할 확률은 $\frac{5}{6}$이므로

(적어도 한 사람은 화살을 넣을 확률)

=1−(두 사람 모두 화살을 넣지 못할 확률)

$=1-\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}$

$=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

27

(적어도 한 번은 1등 또는 2등에 당첨될 확률)

=1−(두 번 모두 당첨되지 않을 확률)

$=1-\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}=1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$

답 $\frac{8}{15}$

28

$a\times b$가 짝수이기 위해서는 두 번 중 적어도 한 번은 짝수인 카드를 뽑아야 한다.

(짝수인 카드를 적어도 한 번 뽑을 확률)

=1−(두 번 모두 홀수인 카드를 뽑을 확률)

$=1-\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

답 $\frac{5}{6}$

29

방정식 $ax=b$의 해 $x=\frac{b}{a}$가 자연수가 되기 위해서는 b가 a의 배수이어야 한다. 이를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 14가지이고 전체 경우의 수는 $6\times6=36$이므로 방정식 $ax=b$의 해가 자연수일 확률은

$\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

답 $\frac{7}{18}$

30

앞면이 나온 횟수를 x번, 뒷면이 나온 횟수를 $(4-x)$번이라 하면 점 P에 대응하는 수가 2가 되기 위해서는

$x-(4-x)=2x-4=2$, $2x=6$, $x=3$으로 앞면이 3번, 뒷면이 1번 나와야 한다.

전체 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$이고 그중 앞면이 3번, 뒷면이 1번 나오는 경우는

(뒷면, 앞면, 앞면, 앞면), (앞면, 뒷면, 앞면, 앞면),

(앞면, 앞면, 뒷면, 앞면), (앞면, 앞면, 앞면, 뒷면)

의 네 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

서술형으로 중단원 마무리

개념책 140~141쪽

STEP 1 풀이 참조

STEP 2 $\frac{3}{5}$

STEP 3 **1.** $\frac{33}{100}$ **2.** $\frac{3}{4}$ **3.** $\frac{1}{21}$ **4.** 예현

STEP 1

만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $5\times4=\boxed{20}$이다.

··· 1단계

짝수가 되기 위해서 일의 자리 숫자가 될 수 있는 수는 2, 4로 $\boxed{2}$가지이고 십의 자리 숫자는 다섯 장 중 일의 자리에 사용한 숫자를 제외한 $\boxed{4}$가지이므로 두 자리의 자연수 중 짝수의 개수는 $2\times4=\boxed{8}$이다. … 2단계

따라서 두 자리의 자연수를 만들 때 그 수가 짝수일 확률은

$\frac{8}{20}=\boxed{\frac{2}{5}}$이다. … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	짝수의 개수를 구한 경우	50 %
3단계	짝수일 확률을 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

STEP 2

만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $5\times4=20$ … 1단계

홀수가 되기 위해서 일의 자리 숫자가 될 수 있는 수는 1, 3, 5로 세 가지이고, 십의 자리 숫자는 다섯 장 중 일의 자리에 사용한 숫자를 제외한 네 가지이므로 두 자리의 자연수 중 홀수의 개수는 $3\times4=12$ … 2단계

따라서 두 자리의 자연수를 만들 때 그 수가 홀수일 확률은

$\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	홀수의 개수를 구한 경우	50 %
3단계	홀수일 확률을 구한 경우	20 %

답 $\frac{3}{5}$

STEP 3

1

$\frac{2}{15}\times a=\frac{2\times a}{3\times5}$를 유한소수로 나타낼 수 있기 위해서 a는 3의 배수가 되어야 한다. … 1단계

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수는 3, 6, 9, …, 99의 33개이므로 $\frac{2}{15}\times a$를 유한소수로 나타낼 수 있을 확률은

$\frac{33}{100}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 조건을 구한 경우	40 %
2단계	유한소수로 나타낼 수 있을 확률을 구한 경우	60 %

답 $\frac{33}{100}$

2

12의 약수가 나오는 경우는 1, 2, 3, 4, 6의 다섯 가지이므로 그 확률은 $\frac{5}{8}$ … 1단계

5의 배수가 나오는 경우는 5로 한 가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{8}$ … 2단계

두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 12의 약수 또는 5의 배수가 나올 확률은 $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	12의 약수가 나올 확률을 구한 경우	30 %
2단계	5의 배수가 나올 확률을 구한 경우	30 %
3단계	12의 약수 또는 5의 배수가 나올 확률을 구한 경우	40 %

답 $\frac{3}{4}$

3

첫 번째 뽑았을 때 당첨될 확률은 $\frac{2}{7}$이고 두 번째 뽑았을 때 당첨될 확률은 뽑은 제비를 다시 넣지 않으므로 $\frac{1}{6}$이다. … 1단계

따라서 두 번 모두 당첨될 확률은

$\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{21}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	첫 번째와 두 번째 당첨될 확률을 각각 구한 경우	60 %
2단계	두 번 모두 당첨될 확률을 구한 경우	40 %

답 $\frac{1}{21}$

4

라희가 이길 경우는 (i) 주사위가 홀수의 눈이 나오고 동전이 앞면만 나오는 경우와, (ii) 주사위가 짝수의 눈이 나오고 동전이 앞면만 나오는 경우이다.

(i) 주사위가 홀수의 눈이 나오고 동전을 1번 던졌을 때 앞면이 나와야 하므로 그 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ii) 주사위가 짝수의 눈이 나오고 동전을 2번 던졌을 때 모두 앞면이 나와야 하므로 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

라희가 이길 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$ … 1단계

예현이가 이길 확률은 $1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$ … 2단계

따라서 이길 확률이 더 높은 사람은 예현이다. … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	라희가 이길 확률을 구한 경우	50 %
2단계	예현이가 이길 확률을 구한 경우	30 %
3단계	두 사람 중 이길 확률이 더 높은 사람을 구한 경우	20 %

답 예현

실전책

Ⅳ. 삼각형과 사각형의 성질

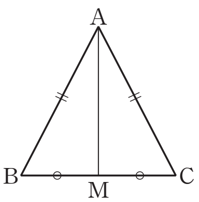
1. 삼각형의 성질

01 이등변삼각형의 성질

소단원 실전 테스트 실전책 04~05쪽

01 ④ 02 ⑤ 03 $60°$ 04 10 cm 05 $112°$
06 ③ 07 7 cm 08 $8°$ 09 ③ 10 $120°$
11 12 cm 12 13 cm 13 ① 14 ④ 15 $62°$
16 $180°$

01



$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하자.

$\triangle ABM$과 $\triangle ACM$에서

$\overline{AB}=\boxed{\overline{AC}}$, $\overline{BM}=\boxed{\overline{CM}}$, $\boxed{\overline{AM}}$은 공통이므로

$\triangle ABM\equiv\triangle ACM$($\boxed{\text{SSS}}$ 합동)

따라서 $\angle B=\boxed{\angle C}$

답 ④

02

두 변의 길이가 같은 삼각형 또는 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

⑤ 한 외각의 크기가 $140°$이고 한 내각의 크기가 $70°$인 삼각형이다. 즉, 두 내각의 크기가 $70°$로 같으므로 이등변삼각형이다.

답 ⑤

03

정육각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180°\times(6-2)}{6}=120°$이므로

$\angle BAF=\angle AFE=120°$

$\triangle ABF$에서

$\overline{AB}=\overline{AF}$이므로 $\angle AFB=\dfrac{1}{2}(180°-120°)=30°$

같은 방법으로 $\angle DFE=30°$

따라서 $\angle BFD=120°-(30°+30°)=60°$

답 $60°$

04

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\angle ADB=90°$, $\overline{AD}=\overline{CD}$

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{BD}$

$30=\dfrac{1}{2}\times\overline{AD}\times12$, $\overline{AD}=5(\text{cm})$

따라서 $\overline{AC}=2\overline{AD}=2\times5=10(\text{cm})$

답 10 cm

05

$\angle A=\angle x$라 하면

$\angle BDC=\angle x+24°$이고 $\overline{BC}=\overline{BD}$이므로

$\angle BCD=\angle x+24°$

$\triangle ABC$에서

$\angle x+(\angle x+24°)+(\angle x+24°)=180°$

$3\angle x=132°$, $\angle x=44°$

따라서

$\angle ACE=180°-(\angle x+24°)$

$=180°-(44°+24°)$

$=112°$

답 $112°$

06

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle ADB=90°$

$\triangle BDP$에서 $\angle BPD=180°-(90°+50°)=40°$

$\overline{AP}=\overline{BP}$이므로 $\angle ABP=\angle BAP=20°$

따라서 $\angle ACD=\angle ABC=\angle ABP+\angle PBD$

$=20°+50°=70°$

답 ③

07

$\angle B=\angle C$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}=12$ cm

$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle ACP$

$66=\dfrac{1}{2}\times12\times4+\dfrac{1}{2}\times12\times\overline{PE}$

$11=4+\overline{PE}$, $\overline{PE}=7(\text{cm})$

답 7 cm

08

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\dfrac{1}{2}\times(180°-16°)=82°$

즉, $\angle EBC=\dfrac{1}{2}\angle B=41°$ … 1단계

$\angle ACD=180°-\angle ACB=180°-82°=98°$이므로

$\angle ECD=\dfrac{1}{2}\angle ACD=49°$ … 2단계

$\angle EBC+\angle BEC=\angle ECD$이므로

$41°+\angle BEC=49°$, $\angle BEC=8°$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle EBC$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle ECD$의 크기를 각각 구한 경우	30 %
3단계	$\angle BEC$의 크기를 구한 경우	40 %

답 $8°$

09

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\angle BCA=\angle A$

$\angle DBC=\angle A+\angle BCA=2\angle A$

$\overline{BC}=\overline{DC}$이므로 $\angle BDC=\angle CBD=2\angle A$

$\triangle DAC$에서 $\angle DAC+\angle ADC=\angle DCE$이므로

$\angle A+2\angle A=108^\circ$, $3\angle A=108^\circ$, $\angle A=36^\circ$

답 ③

10

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

즉, $\triangle ABC$는 정삼각형이고, $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}$이다.

$\triangle ADC$와 $\triangle CEB$에서

$\overline{AD}=\overline{CE}$, $\angle DAC=\angle ECB=60^\circ$, $\overline{AC}=\overline{CB}$이므로

$\triangle ADC\equiv\triangle CEB$(SAS 합동)

즉, $\angle ADC=\angle CEB$

이때

$\angle BPC=\angle ECP+\angle CEP=\angle ECP+\angle ADP$

$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

답 120°

11

$\overline{AE}=\overline{AD}$이므로 $\angle E=\angle EDA$이고

$\angle E+\angle EDA=100^\circ$, 즉 $\angle E=\angle EDA=50^\circ$

$\angle C=360^\circ-(100^\circ+65^\circ+130^\circ)=65^\circ$

$\angle B=\angle C=65^\circ$이므로 $\overline{EB}=\overline{EC}$

$\overline{EA}+\overline{AB}=\overline{ED}+\overline{DC}$, $9+8=\overline{ED}+5$, $\overline{ED}=12$(cm)

답 12 cm

12

$\angle B=\angle C$이므로 $\overline{AC}=\overline{AB}=3+5=8$(cm)

$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로 $\angle DEB=\angle C$(동위각)

즉 $\angle B=\angle DEB$이므로 $\overline{DE}=\overline{BD}=5$ cm

따라서 $\overline{DE}+\overline{AC}=5+8=13$(cm)

답 13 cm

13

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$

즉, $\angle DBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\angle C=\angle DCB$

$\triangle DBC$에서

$\angle DBC+\angle DCB=180^\circ-136^\circ=44^\circ$

$\angle DBC=\angle DCB=22^\circ$

따라서 $\angle ABD=\angle DBC=22^\circ$

답 ①

14

두 내각의 크기가 같으면 이등변삼각형이므로 $\triangle ABC$, $\triangle ABD$는 이등변삼각형이다.

① $\angle DEB=90^\circ$이므로

$\angle BDE=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$

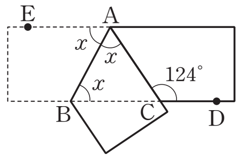
② $\overline{AB}=\overline{AC}=10$ cm

③ $\overline{AE}=\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5$(cm)

⑤ $\angle BAD=\angle ABD=35^\circ$이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}$

답 ④

15



오른쪽 그림에서 $\overline{EA}\,/\!/\,\overline{BD}$이므로

$\angle EAB=\angle ABC$(엇각)

$\angle EAB=\angle BAC$(접은 각)

즉, $\angle BAC=\angle ABC$이므로

$\triangle ABC$에서 $2\angle x=124^\circ$, $\angle x=62^\circ$

답 62°

16

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$

$\triangle FBD$와 $\triangle DCE$에서

$\angle B=\angle C$, $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$이므로

$\triangle FBD\equiv\triangle DCE$(SAS 합동) ··· 1단계

즉 $\angle FDB=\angle DEC$

이때 $\angle FDB+\angle EDC+\angle b=180^\circ$이고

$\angle DEC+\angle EDC+\angle C=180^\circ$이므로

$\angle b=\angle C$ ··· 2단계

따라서 $\angle a+\angle B+\angle C=180^\circ$이고

$\angle a+\angle B+\angle C=\angle a+\angle b+\angle b=\angle a+2\angle b$이므로

$\angle a+2\angle b=180^\circ$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle FBD\equiv\triangle DCE$임을 설명한 경우	30 %
2단계	$\angle b=\angle C$임을 설명한 경우	30 %
3단계	$\angle a+2\angle b$의 크기를 구한 경우	40 %

답 180°

02 직각삼각형의 합동 조건

소단원 실전 테스트

실전책 06~07쪽

01 40　02 ②, ④　03 ⑤　04 ①
05 (가) $\angle ECD$ (나) $\overline{CD}$ (다) RHA　06 40 cm^2　07 6 cm
08 $\frac{89}{2}$ cm^2　09 67.5°　10 8 cm　11 25°　12 3 cm
13 5 cm　14 4 cm　15 10 cm

01

$\triangle ABC \equiv \triangle DFE$(RHS 합동)이므로

$\angle D = \angle A = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$

따라서 $x = 40$

답 40

02

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\overline{AB} = \overline{DE}$이고 $\angle C = \angle F = 90^\circ$

② $\angle E = 60^\circ$이면 $\angle B = \angle E = 60^\circ$이므로

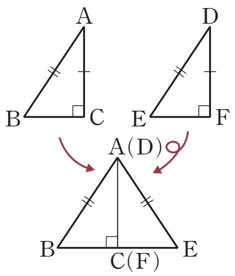
$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$(RHA 합동)

④ $\overline{EF} = 6$ cm이면 $\overline{BC} = \overline{EF} = 6$ cm이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$(RHS 합동)

답 ②, ④

03



$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서 $\triangle DEF$를 뒤집어서 길이가 같은 변 AC와 변 DF가 겹쳐지도록 놓으면

$\angle ACB + \angle ACE = \boxed{180^\circ}$이므로 세 점 B, C, E는 한 직선 위에 있게 된다.

이때 $\triangle ABE$에서 $\overline{AB} = \boxed{\overline{AE}}$

즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$\angle B = \boxed{\angle E}$

$\angle ACB = \angle AFE = 90^\circ$이므로

$\angle BAC = 90^\circ - \boxed{\angle B} = 90^\circ - \angle E = \boxed{\angle EDF}$

따라서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$(ASA 합동)

답 ⑤

04

$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\angle B = \angle C$

$\triangle EBD$와 $\triangle FCD$에서

$\angle B = \angle C$, $\angle E = \angle F = 90^\circ$, $\overline{BD} = \overline{CD}$이므로

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHA 합동)

따라서 ㄱ. $\angle EDB = \angle FDC$

ㄷ. $\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{EB} = \overline{AC} - \overline{FC} = \overline{AF}$

답 ①

05

$\triangle BCD$와 $\triangle ECD$에서

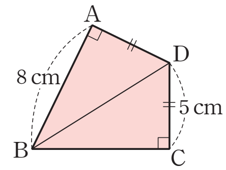
$\angle DBC = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle BCD = \boxed{(가)\ \angle ECD}$,

$\boxed{(나)\ \overline{CD}}$는 공통이므로

$\triangle BCD \equiv \triangle ECD$($\boxed{(다)\ \text{RHA}}$ 합동)

답 (가) $\angle ECD$ (나) $\overline{CD}$ (다) RHA

06



오른쪽 그림과 같이 □ABCD의 대각선 BD를 그으면

$\triangle ABD$와 $\triangle CBD$에서

$\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CBD$(RHS 합동)

즉 $\overline{AD} = \overline{CD} = 5$ cm이므로

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle ABD = \triangle CBD$이므로

(사각형 ABCD의 넓이) $= \triangle ABD + \triangle CBD$

$= 20 + 20 = 40(\text{cm}^2)$

답 40 cm^2

07

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{BC}$

$\triangle ABD$와 $\triangle BCE$에서

$\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$,

$\angle ABD + \angle BAD = \angle ABD + \angle CBE = 90^\circ$이므로

$\angle BAD = \angle CBE$

이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$(RHA 합동)

즉, $\overline{BE} = \overline{AD} = 3$ cm, $\overline{DB} = \overline{EC} = 9$ cm이므로

$\overline{DE} = \overline{DB} - \overline{BE} = 9 - 3 = 6(\text{cm})$

답 6 cm

08

$\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서

$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle D = \angle E = 90^\circ$,

$\angle ABD + \angle BAD = \angle ABD + \angle CBE = 90^\circ$이므로

$\angle BAD = \angle CBE$

즉, $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$(RHA 합동) … 1단계

$\overline{DB} = \overline{EC} = 8$ cm, $\overline{BE} = \overline{AD} = 5$ cm이므로

$\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{BE} = 8 + 5 = 13(\text{cm})$ … 2단계

$\triangle ABC = □ADEC - \triangle ADB - \triangle BEC$

$= \frac{1}{2} \times (5+8) \times 13 - \frac{1}{2} \times 8 \times 5 - \frac{1}{2} \times 5 \times 8$

$= \frac{89}{2}(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ADB \equiv \triangle BEC$임을 설명한 경우	30 %
2단계	$\overline{DE}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\triangle ABC$의 넓이를 구한 경우	40 %

답 $\frac{89}{2}$ cm^2

09

$\triangle ADE$와 $\triangle ACE$에서

$\angle ADE=\angle ACE=90^\circ$, $\overline{AD}=\overline{AC}$, $\overline{AE}$는 공통이므로

$\triangle ADE\equiv\triangle ACE$(RHS 합동)

즉, $\angle DAE=\angle CAE$

이때 $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle BAC=45^\circ$이므로

$\angle DAE=22.5^\circ$

따라서 $\angle AED=90^\circ-22.5^\circ=67.5^\circ$

답 67.5°

10

$\triangle APO$와 $\triangle BPO$에서

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$, $\angle AOP=\angle BOP$, $\overline{OP}$는 공통이므로

$\triangle APO\equiv\triangle BPO$(RHA 합동)

$\triangle APO=\triangle BPO=12\text{ cm}^2$이므로

$12=\frac{1}{2}\times3\times\overline{AP}$, $\overline{AP}=8$(cm)

답 8 cm

11

$\triangle DBC$와 $\triangle DEC$에서

$\angle DBC=\angle DEC=90^\circ$, $\angle DCB=\angle DCE$, $\overline{DC}$는 공통이므로

$\triangle DBC\equiv\triangle DEC$(RHA 합동)

즉, $\overline{DB}=\overline{DE}$

$\angle A=40^\circ$이므로 $\angle ACB=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

사각형 DBCE에서

$\angle EDB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+50^\circ)=130^\circ$

$\triangle DBE$에서 $\overline{DB}=\overline{DE}$이므로

$\angle DBE=\angle DEB=\frac{1}{2}(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$

답 25°

12

$\triangle FBC$와 $\triangle GCD$에서

$\angle BFC=\angle CGD=90^\circ$, $\overline{BC}=\overline{CD}$,

$\angle FBC+\angle BCF=\angle GCD+\angle BCF=90^\circ$이므로

$\angle FBC=\angle GCD$

즉, $\triangle FBC\equiv\triangle GCD$(RHA 합동)

$\overline{FC}=\overline{GD}=8$ cm이고 $\overline{GC}=\overline{FB}=5$ cm이므로

$\overline{FG}=\overline{FC}-\overline{GC}=8-5=3$(cm)

답 3 cm

13

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\angle BAC=\angle BCA$, $\overline{CE}=\overline{AE}=5$ cm

$\triangle ABE$와 $\triangle CAD$에서

$\overline{AE}=\overline{CD}$, $\angle AEB=\angle CDA=90^\circ$, $\angle BAE=\angle ACD$이므로

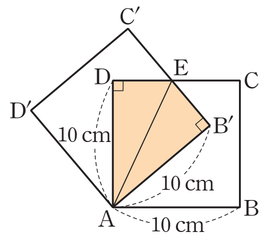
$\triangle ABE\equiv\triangle CAD$(ASA 합동)

즉, $\overline{AB}=\overline{CA}=\overline{AE}+\overline{EC}=10$(cm)

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\overline{BD}=10-5=5$(cm)

답 5 cm

14



$\triangle AB'E$와 $\triangle ADE$에서

$\angle AB'E=\angle ADE=90^\circ$,

$\overline{AB'}=\overline{AD}=10$ cm,

$\overline{AE}$는 공통이므로

$\triangle AB'E\equiv\triangle ADE$(RHS 합동)

즉, $\overline{B'E}=\overline{DE}$이고

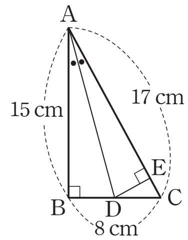
$\square AB'ED=\triangle AB'E+\triangle ADE=2\triangle ADE$이므로

$60=2\times\left(\frac{1}{2}\times10\times\overline{DE}\right)$, $60=10\overline{DE}$, $\overline{DE}=6$(cm)

따라서 $\overline{EC}=\overline{DC}-\overline{DE}=10-6=4$(cm)

답 4 cm

15



$\triangle ABD$와 $\triangle AED$에서

$\angle B=\angle E=90^\circ$,

$\angle BAD=\angle EAD$,

$\overline{AD}$는 공통이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle AED$(RHA 합동) … 1단계

즉, $\overline{BD}=\overline{ED}$, $\overline{AE}=\overline{AB}=15$ cm이므로

$\triangle DCE$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{DE}+\overline{DC}+\overline{EC}&=\overline{BD}+\overline{DC}+\overline{EC}\\&=\overline{BC}+\overline{EC}\\&=8+(17-15)\\&=10(\text{cm})\end{aligned}$$

… 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABD\equiv\triangle AED$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\triangle DEC$의 둘레의 길이를 구한 경우	60 %

답 10 cm

03 삼각형의 외심과 내심

소단원 실전 테스트

실전책 08~09쪽

01 ④	02 54	03 ①	04 85°	05 ②
06 57°	07 100°	08 ②	09 79°	10 9 cm
11 $\frac{3}{2}$ cm	12 159°	13 ②	14 17°	15 62.5°

16 외접원의 반지름의 길이: 5 cm, 내접원의 반지름의 길이: 2 cm

01

$\triangle ADO$와 $\triangle BDO$에서 외심에서 각 꼭짓점까지 이르는 거리가 같으므로 $\overline{AO}=\overline{BO}$

$\angle ADO=\angle BDO=90^\circ$, $\overline{OD}$는 공통이므로

$\triangle ADO \equiv \triangle BDO$ (RHS 합동)

답 ④

02

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$이므로 $x=5$

$\triangle AOC$에서 $\angle ACO=\frac{1}{2}\times(180^\circ-128^\circ)=26^\circ$이고

$\angle BAO+\angle ACO+\angle BCO=90^\circ$이므로

$15^\circ+26^\circ+y^\circ=90^\circ$, $y=49^\circ$

따라서 $x+y=5+49=54$

답 54

03

$\angle AOB=2\angle C=140^\circ$이고 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로

$\angle BAO=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

답 ①

04

$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA=10:17:9$이므로

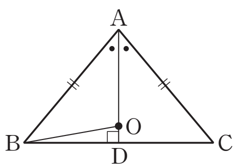
$\angle BOC=360^\circ\times\frac{17}{10+17+9}=170^\circ$

따라서 $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times170^\circ=85^\circ$

답 85°

05

오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서



$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$이고

이등변삼각형의 외심은 꼭지각의 이등분선 위에 존재하므로

$\angle BAO=40^\circ$, $\angle ADB=90^\circ$

$\overline{AO}=\overline{BO}$이므로 $\angle ABO=40^\circ$

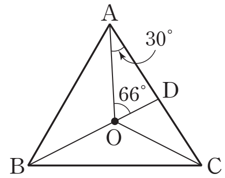
$\angle OBC=\angle B-\angle ABO=50^\circ-40^\circ=10^\circ$

따라서 $\angle ABO : \angle OBC=4:1$

답 ②

06

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle ABC$에서 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로

$\angle OCA=30^\circ$

$\triangle ABO$에서 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로

$\angle BAO=\angle ABO=\frac{1}{2}\times66^\circ=33^\circ$

$30^\circ+33^\circ+\angle BCO=90^\circ$이므로 $\angle BCO=27^\circ$

따라서 $\angle C=\angle BCO+\angle OCA=27^\circ+30^\circ=57^\circ$

답 57°

07

$\triangle ABC$의 외심 O가 $\overline{BC}$의 중점에 존재하므로 $\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이다.

즉, $\angle ABC=50^\circ$

이때 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로 $\angle BAO=\angle ABC=50^\circ$

점 O′은 $\triangle ABO$의 외심이므로 $\angle BO'O=2\angle BAO=100^\circ$

답 100°

08

삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 내심이고, 내심에서 세 변까지 이르는 거리가 같다.

답 ②

09

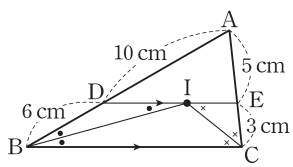
$\angle ABI=\angle DBI=22^\circ$이므로 $\angle ABD=44^\circ$

따라서 $\angle ADC=\angle BAD+\angle ABD=35^\circ+44^\circ=79^\circ$

답 79°

10

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이므로



$\angle DBI=\angle CBI$,

$\angle ECI=\angle BCI$

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DIB=\angle IBC$(엇각), $\angle EIC=\angle ICB$(엇각)

즉, $\overline{DI}=\overline{BD}=6$ cm, $\overline{EI}=\overline{CE}=3$ cm이므로

$\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=6+3=9$(cm)

답 9 cm

11

$\overline{BE}=x$ cm라 하면 $\overline{EC}=(6-x)$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm이므로 $\overline{AD}=(12-x)$ cm ··· 1단계

$\overline{AF}=\overline{AD}=(12-x)$ cm, $\overline{CF}=\overline{EC}=(6-x)$ cm ··· 2단계

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=(12-x)+(6-x)=18-2x$(cm)이므로

$18-2x=15$, $2x=3$, $x=\frac{3}{2}$ … 3단계

따라서 $\overline{BE}=\frac{3}{2}$ cm

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BE}$의 길이를 이용하여 $\overline{EC}$, $\overline{AD}$의 길이를 각각 나타낸 경우	30 %
2단계	$\overline{AF}$, $\overline{CF}$의 길이를 각각 나타낸 경우	40 %
3단계	$\overline{BE}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 $\frac{3}{2}$ cm

12

$\angle ADB=\angle CAI+46^\circ$, $\angle AEB=\angle CBI+46^\circ$이고

$\angle CAI=\angle BAI$, $\angle CBI=\angle ABI$

또, $\angle AIB=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C=113^\circ$이므로

$\angle BAI+\angle ABI=180^\circ-113^\circ=67^\circ$

따라서

$\angle ADB+\angle AEB=\angle CAI+46^\circ+\angle CBI+46^\circ$

$=(\angle BAI+\angle ABI)+46^\circ+46^\circ$

$=67^\circ+92^\circ=159^\circ$

답 159°

13

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=34^\circ$이므로 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=107^\circ$

답 ②

14

$\angle ABI=\angle CBI$이고 $\angle B=90^\circ$이므로

$\angle CBI=45^\circ$ … 1단계

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$이므로 $\angle CBO=\angle BCO=28^\circ$ … 2단계

따라서 $\angle IBO=\angle CBI-\angle CBO=45^\circ-28^\circ=17^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle CBI$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle CBO$의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle IBO$의 크기를 구한 경우	40 %

답 17°

15

외심과 내심이 모두 $\overline{AE}$ 위에 존재하므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다. 즉, $\angle CAE=\angle BAE=35^\circ$

이때 $\angle ACE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$이고

$\angle ACI=\angle ICE$이므로 $\angle ACI=27.5^\circ$

따라서 $\angle CFD=180^\circ-(90^\circ+27.5^\circ)=62.5^\circ$

답 62.5°

16

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 존재하므로 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5$(cm)

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}r\times(6+8+10)$, $r=2$

따라서 외접원의 반지름의 길이는 5 cm, 내접원의 반지름의 길이는 2 cm이다.

답 외접원의 반지름의 길이: 5 cm, 내접원의 반지름의 길이: 2 cm

중단원 실전 테스트

실전책 10~13쪽

01 ④	02 ③	03 ②, ③	04 ②	05 ④
06 ①	07 ⑤	08 ⑤	09 ⑤	10 ②
11 ①	12 ③	13 ①	14 ③	15 ②
16 ④	17 ⑤	18 80°	19 51°	20 108°
21 4 cm	22 6°	23 $\frac{166^\circ}{3}$	24 40°	25 17 cm

01

$\overline{AC}=\overline{BC}$이므로

$\angle A=\angle B=\frac{1}{2}(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle B=36^\circ$이므로

$\angle ADB=72^\circ$, $y=72$

$\angle DBC=\angle DCB$이므로 $\overline{DC}=\overline{DB}=8$ cm, 즉 $x=8$

따라서 $x+y=8+72=80$

답 ④

02

$l /\!/ m$이므로 $\angle DAC=\angle ACB$(엇각)

$\triangle ABC$에서

$\angle BAC=\angle ACB$이므로 $\overline{BC}=\overline{BA}=6$ cm

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=6+6+5=17$(cm)

답 ③

03

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

① $\angle BDP=90^\circ$

④ $\overline{BD}=\overline{CD}$

$\triangle BDP\equiv\triangle CDP$(SAS 합동)이므로

⑤ $\overline{BP}=\overline{CP}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

답 ②, ③

04

$\triangle AMC=\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{CE}$이므로

$6=\frac{1}{2}\times 6\times\overline{CE}$, $\overline{CE}=2(\text{cm})$

$\triangle BDM$과 $\triangle CEM$에서

$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$,

$\angle BMD=\angle CME$(맞꼭지각)이므로

$\triangle BDM\equiv\triangle CEM$(RHA 합동)

따라서 $\overline{BD}=\overline{CE}=2(\text{cm})$

답 ②

05

$\overline{DE}=x\text{ cm}$라 하자.

$\triangle ADE\equiv\triangle ACE$(RHA 합동)이므로 $\overline{CE}=\overline{DE}=x\text{ cm}$

$\triangle ABC=\triangle ABE+\triangle ACE$

$\frac{1}{2}\times 3\times 4=\frac{1}{2}\times 5\times x+\frac{1}{2}\times 4\times x$

$6=\frac{9}{2}x$, $x=\frac{4}{3}$

따라서 $\triangle ABE=\frac{1}{2}\times 5\times\frac{4}{3}=\frac{10}{3}(\text{cm}^2)$

답 ④

06

$\triangle BDP$와 $\triangle CEP$에서

$\angle BDP=\angle CEP=90^\circ$, $\overline{BP}=\overline{CP}$,

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$

따라서 $\triangle BDP\equiv\triangle CEP$(RHA 합동)

즉, $\overline{PD}=\overline{PE}$

$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle ACP$

$90=\left(\frac{1}{2}\times 15\times\overline{PD}\right)\times 2$, $\overline{PD}=6(\text{cm})$

따라서 $\overline{PE}=\overline{PD}=6\text{ cm}$

답 ①

07

점 O는 외심이므로 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=7\text{ cm}$

즉, $y=7$

$16^\circ+28^\circ+x^\circ=90^\circ$이므로 $x=46$

따라서 $x-y=46-7=39$

답 ⑤

08

ㄱ. 둔각삼각형의 내심은 삼각형의 내부에, 외심은 삼각형의 외부에 존재한다.

ㄴ. 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

답 ⑤

09

$\angle A=90^\circ$이고 $\angle OAB:\angle OAC=3:2$이므로

$\angle OAB=90^\circ\times\frac{3}{3+2}=54^\circ$

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$이므로 $\angle AOC=54^\circ+54^\circ=108^\circ$

답 ⑤

10

$\overline{CE}=\overline{CF}=x\text{ cm}$이므로

$\overline{AF}=(14-x)\text{ cm}$, $\overline{BE}=(12-x)\text{ cm}$

$\overline{AD}=\overline{AF}=(14-x)\text{ cm}$, $\overline{BD}=\overline{BE}=(12-x)\text{ cm}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=(14-x)+(12-x)=15$

$2x=11$, $x=\frac{11}{2}(\text{cm})$

답 ②

11

$\angle IBC=\angle ABI=22^\circ$이고 $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로

$\angle A=\angle B=44^\circ$

$\angle ACB=180^\circ-(44^\circ+44^\circ)=92^\circ$이고

$\angle ICB=\angle ICA$이므로 $\angle ICB=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 92^\circ=46^\circ$

답 ①

12

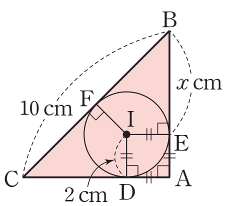
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 3\times(7+10+\overline{BC})$이므로

$39=\frac{3}{2}\times(17+\overline{BC})$, $\overline{BC}=9(\text{cm})$

답 ③

13

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 $\overline{BC}$의 길이는 10 cm이다.



$\overline{BE}=x\text{ cm}$라 하면 $\overline{BF}=\overline{BE}=x\text{ cm}$

$\overline{CF}=\overline{CD}=(10-x)\text{ cm}$

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=(2+x)+10+(10-x+2)=24(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})=24(\text{cm}^2)$

답 ①

14

점 I는 내심이므로

$\angle DBI=\angle IBC$, $\angle ECI=\angle BCI$이고

$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle DIB=\angle IBC$, $\angle EIC=\angle BCI$

즉 $\angle DBI=\angle DIB$, $\angle ECI=\angle EIC$이므로

$\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{EC}=\overline{EI}$

$(\triangle ADE$의 둘레의 길이$)=\overline{AB}+\overline{AC}$이므로

$(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)$

$=(\triangle ADE$의 둘레의 길이$)+\overline{BC}$

$=16+6=22(cm)$

답 ③

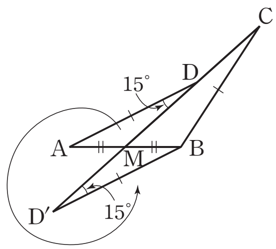
15

$\angle AMD+\angle CMB=180^\circ$이므로

오른쪽 그림과 같이 $\triangle AMD$를 옮기면 $\triangle D'BC$는 $\overline{D'B}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle MCB=\angle MD'B=15^\circ$

답 ②



16

$\angle AIB=360^\circ\times\frac{4}{4+6+5}=96^\circ$

$\angle AIB=90^\circ+\frac{1}{2}\angle ACB$이므로

$96^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle ACB$, $\angle ACB=12^\circ$

답 ④

17

$\angle ADB=\angle C+\angle IAE$, $\angle AEB=\angle IBD+\angle C$이므로

$\angle ADB+\angle AEB=2\angle C+\angle IAE+\angle IBD$

이때 $\triangle ABC$에서

$2\angle IAE+2\angle IBD+\angle C=180^\circ$이므로

$\angle IAE+\angle IBD=90^\circ-\frac{1}{2}\angle C$

즉, $\angle ADB+\angle AEB=2\angle C+\angle IAE+\angle IBD$

$98^\circ+72^\circ=2\angle C+90^\circ-\frac{1}{2}\angle C$

$80^\circ=\frac{3}{2}\angle C$, $\angle C=\frac{160}{3}^\circ$

답 ⑤

18

이등변삼각형에서 두 밑각의 크기가 같으므로

$\angle CBD=\angle A+\angle ACB=32^\circ$

$\angle DCE=\angle A+\angle ADC=48^\circ$

$\angle EDF=\angle A+\angle CED=64^\circ$

따라서 $\angle FEG=\angle A+\angle EFD=80^\circ$

답 80°

19

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-78^\circ)=51^\circ$

$\overline{BE}=\overline{BD}$이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-51^\circ)=64.5^\circ$

$\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\angle CEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-51^\circ)=64.5^\circ$

따라서

$\angle DEF=180^\circ-(\angle BED+\angle CEF)=51^\circ$

답 51°

20

점 O는 삼각형의 외심이므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$

$\angle CAO=\angle ACO=18^\circ$이므로

$\angle AOC=180^\circ-(18^\circ+18^\circ)=144^\circ$

따라서 $\angle ABC=\frac{1}{2}\times(360^\circ-144^\circ)=108^\circ$

답 108°

21

$\overline{CF}=x$ cm라 하면

$\overline{CE}=\overline{CF}=x$ cm이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=(6-x)$ cm

$\overline{AF}=\overline{AD}=(7-x)$ cm

즉, $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=(7-x)+(6-x)=13-2x(cm)$이므로

$5=13-2x$, $2x=8$, $x=4$

따라서 $\overline{CF}=4$ cm

답 4 cm

22

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$

$\angle BOC=2\angle A=104^\circ$이고 $\overline{BO}=\overline{CO}$이므로

$\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-104^\circ)=38^\circ$

또, $\angle ICB=\frac{1}{2}\angle C=32^\circ$

따라서 $\angle OCI=\angle OCB-\angle ICB=38^\circ-32^\circ=6^\circ$

답 6°

23

$\overline{AD}=\overline{BD}$이므로 $\angle ABD=\angle A$이고

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle C=\angle ABC=\angle A+38^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle A+2\times(\angle A+38^\circ)=180^\circ$

$3\angle A=104^\circ$, $\angle A=\frac{104}{3}^\circ$ … 1단계

따라서 $\angle ADE=90^\circ-\angle A=90^\circ-\frac{104}{3}^\circ=\frac{166}{3}^\circ$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle A$의 크기를 구한 경우	70 %
2단계	$\angle ADE$의 크기를 구한 경우	30 %

답 $\frac{166}{3}^\circ$

실전책

24

$\triangle AOC$에서 $\angle ACO=2\angle ICO=50°$이고 ··· 1단계

$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 $\angle CAO=\angle ACO=50°$ ··· 2단계

따라서 $\angle x=90°-50°=40°$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle ACO$의 크기를 구한 경우	40 %
2단계	$\angle CAO$의 크기를 구한 경우	40 %
3단계	$\angle x$의 크기를 구한 경우	20 %

답 $40°$

25

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times15\times8=60(cm^2)$이고 ··· 1단계

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\times(8+15+\overline{AC})$이므로

$60=\frac{3}{2}\times(23+\overline{AC})$, $\overline{AC}=17(cm)$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC$의 넓이를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{AC}$의 길이를 구한 경우	60 %

답 17 cm

중단원 서술형 대비

실전책 14~17쪽

Level 1 **01** 풀이 참조 **02** 풀이 참조 **03** 풀이 참조 **04** 풀이 참조

Level 2 **05** $12°$ **06** $66°$ **07** $59°$ **08** 7 cm **09** $46\ cm^2$ **10** 7 cm **11** $15\ cm^2$ **12** $30°$ **13** 풀이 참조 **14** $(24-4\pi)\ cm^2$ **15** 34 cm **16** $21\pi\ cm^2$

Level 3 **17** $5°$ **18** $125°$ **19** 6 cm **20** $73°$ **21** $\frac{4}{3}$ cm **22** $153°$

01

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\overline{AC}$이므로

$\angle BAC=\angle B$, $\angle ACD=\angle BAC+\angle B=\boxed{2\angle B}$ ··· 1단계

$\triangle ACD$에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$이므로 $\angle ADC=\angle ACD=\boxed{2\angle B}$

이때 $\angle ADE=180°-\boxed{\angle ADC}$이므로

$\angle ADC=\boxed{64°}$ ··· 2단계

따라서 $\angle B=\boxed{32°}$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle ACD$를 $\angle B$를 이용하여 표현한 경우	30 %
2단계	$\angle ADC$의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle B$의 크기를 구한 경우	40 %

답 풀이 참조

02

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 직각이등변삼각형이므로

$\angle BAE=\angle C=\boxed{45°}$ ··· 1단계

$\triangle ABD$와 $\triangle AED$에서

$\angle B=\boxed{\angle AED}=90°$, $\overline{BD}=\boxed{\overline{ED}}$, $\overline{AD}$는 공통이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle AED(\boxed{RHS}$ 합동$)$ ··· 2단계

즉, $\angle BAD=\boxed{\angle EAD}=\frac{1}{2}\angle BAE=\boxed{22.5°}$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle A$의 크기를 구한 경우	20 %
2단계	$\triangle ABD\equiv\triangle AED$임을 설명한 경우	40 %
3단계	$\angle BAD$의 크기를 구한 경우	40 %

답 풀이 참조

03

$\triangle ABO$에서 $\overline{AO}=\boxed{\overline{BO}}$이므로

$\boxed{\angle BAO}=\angle ABO=20°$

$\triangle ACO$에서 $\overline{AO}=\boxed{\overline{CO}}$이므로

$\boxed{\angle CAO}=\angle ACO=18°$ ··· 1단계

$\overline{AO}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면 삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle BOD=\angle ABO+\boxed{\angle BAO}=\boxed{40°}$

$\angle COD=\angle ACO+\boxed{\angle CAO}=\boxed{36°}$ ··· 2단계

따라서 $\angle BOC=\angle BOD+\angle COD=\boxed{76°}$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle BAO$, $\angle CAO$의 크기를 각각 구한 경우	20 %
2단계	$\angle BOD$, $\angle COD$의 크기를 각각 구한 경우	40 %
3단계	$\angle BOC$의 크기를 구한 경우	40 %

답 풀이 참조

04

내접원의 반지름의 길이를 x cm라 하자.

$\triangle AIC=\frac{1}{2}\times12\times\boxed{x}=18(cm^2)$, $x=\boxed{3}$ ··· 1단계

$\triangle ABC=\triangle ABI+\triangle BCI+\triangle CAI$

$=\frac{1}{2}\times11\times\boxed{3}+\frac{1}{2}\times9\times\boxed{3}+18$

$=\boxed{48}(cm^2)$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	내접원의 반지름의 길이를 구한 경우	40 %
2단계	$\triangle$ABC의 넓이를 구한 경우	60 %

답 풀이 참조

05

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle A=180^\circ-2\times64^\circ=52^\circ$ … 1단계

$\triangle BCD$에서

$\overline{BD}=\overline{BC}$이므로 $\angle BDC=\angle C=64^\circ$ … 2단계

따라서 $\angle A+\angle ABD=\angle BDC$이므로

$52^\circ+\angle ABD=64^\circ$, $\angle ABD=12^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle$A의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle$BDC의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle$ABD의 크기를 구한 경우	40 %

답 12°

06

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle C$

즉, $\angle DBE=\angle C-18^\circ$ … 1단계

이때 $\angle A=\angle DBE$(접은 각)이고 $\triangle ABC$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle ABC+\angle C=(\angle C-18^\circ)+\angle C+\angle C=180^\circ$

$3\angle C=198^\circ$, $\angle C=66^\circ$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle$DBE를 $\angle$C를 이용하여 표현한 경우	50 %
2단계	$\angle$C의 크기를 구한 경우	50 %

답 66°

07

$\angle IFE=\angle EFC$(접은 각)이고 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle IEF=\angle EFC$(엇각)

즉, $\triangle IFE$에서 $\angle IEF=\angle IFE$ … 1단계

$\angle EIF=\angle AIH=62^\circ$(맞꼭지각)이므로

$62^\circ+\angle IEF+\angle IFE=180^\circ$, $\angle IEF=\angle IFE=59^\circ$

따라서 $\angle EFC=59^\circ$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle$IEF$=\angle$IFE임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\angle$EFC의 크기를 구한 경우	50 %

답 59°

08

$\triangle BDM$과 $\triangle CEM$에서

$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\angle B=\angle C$이므로

$\triangle BDM\equiv\triangle CEM$(RHA 합동) … 1단계

즉, $\overline{CE}=\overline{BD}=8$ cm

따라서 $\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=15-8=7$(cm) … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle$BDM$\equiv\triangle$CEM임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{AE}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 7 cm

09

$\triangle ABD$와 $\triangle AED$에서

$\angle ABD=\angle AED=90^\circ$, $\angle BAD=\angle EAD$, $\overline{AD}$는 공통이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle AED$(RHA 합동) … 1단계

즉, $\overline{DE}=\overline{BD}=4$ cm … 2단계

따라서

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$

$=\frac{1}{2}\times4\times9+\frac{1}{2}\times14\times4$

$=18+28$

$=46(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle$ABD$\equiv\triangle$AED임을 설명한 경우	30 %
2단계	$\overline{DE}$의 길이를 구한 경우	20 %
3단계	$\triangle$ABC의 넓이를 구한 경우	50 %

답 46 cm^2

10

$\triangle ABC$와 $\triangle CDE$에서

$\angle B=\angle D=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{CE}$,

$\angle BAC=90^\circ-\angle ACB=\angle DCE$

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$(RHA 합동) … 1단계

즉, $\overline{DE}=\overline{BC}$, $\overline{CD}=\overline{AB}=3$ cm이므로

$\overline{DE}=\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}=10-3=7$(cm) … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle$ABC$\equiv\triangle$CDE임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{DE}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 7 cm

11

외심은 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$\overline{AD}=\overline{DB}=6$ cm … 1단계

$\triangle ADO=\frac{1}{2}\times6\times5=15(\text{cm}^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AD}$의 길이를 구한 경우	50 %
2단계	$\triangle$ADO의 넓이를 구한 경우	50 %

답 15 cm^2

12

$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 7 : 8 : 3$이고

$\angle AOB + \angle BOC + \angle COA = 360^\circ$이므로

$\angle COA = 360^\circ \times \dfrac{3}{7+8+3} = 60^\circ$ … 1단계

따라서 $\angle B = \dfrac{1}{2}\angle COA = 30^\circ$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle$COA의 크기를 구한 경우	50 %
2단계	$\angle$B의 크기를 구한 경우	50 %

답 30°

13

$\triangle$ABC의 외심에서 만난다. … 1단계

삼각형의 각 꼭짓점까지의 거리가 같아야 하기 때문이다. … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle$ABC의 외심임을 구한 경우	50 %
2단계	그 이유를 옳게 설명한 경우	50 %

답 풀이 참조

14

내접원의 반지름의 길이를 x cm라 하자.

$\triangle ABC = \triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI$

$\dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 = \dfrac{1}{2} \times 10 \times x + \dfrac{1}{2} \times 6 \times x + \dfrac{1}{2} \times 8 \times x$

$24 = 5x + 3x + 4x$, $24 = 12x$, $x = 2$ … 1단계

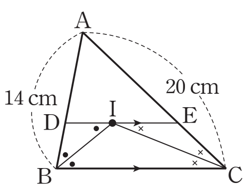
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 - \pi \times 2^2 = 24 - 4\pi(\text{cm}^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	내접원의 반지름의 길이를 구한 경우	50 %
2단계	색칠한 부분의 넓이를 구한 경우	50 %

답 $(24-4\pi)$ cm^2

15



내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle IBD = \angle IBC$, $\angle ICE = \angle ICB$

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DIB = \angle IBC$(엇각),

$\angle EIC = \angle ICB$(엇각)

즉, $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$이므로 … 1단계

$\triangle$ADE의 둘레의 길이는

$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + (\overline{DB} + \overline{EC}) + \overline{AE}$

$= \overline{AB} + \overline{AC}$

$= 34(\text{cm})$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\triangle$ADE의 둘레의 길이를 구한 경우	50 %

답 34 cm

16

직각삼각형의 외심은 빗변에 중점에 위치하므로 외접원의 반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\overline{AB} = 5(\text{cm})$ … 1단계

직각삼각형의 내접원의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$\dfrac{1}{2} \times 8 \times 6 = \dfrac{1}{2} \times 10 \times x + \dfrac{1}{2} \times 8 \times x + \dfrac{1}{2} \times 6 \times x$

$24 = 12x$, $x = 2$ … 2단계

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times 5^2 - \pi \times 2^2 = 25\pi - 4\pi = 21\pi(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	외접원의 반지름의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	내접원의 반지름의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	색칠한 부분의 넓이를 구한 경우	40 %

답 21π cm^2

17

$\overline{AD} = \overline{AC}$이고 $\angle A = 90^\circ$이므로 $\angle ADC = 45^\circ$ … 1단계

$\overline{BD} = \overline{DE}$이므로 $\angle BED = 25^\circ$이고

$\angle ADE = \angle DBE + \angle DEB = 50^\circ$ … 2단계

따라서

$\angle CDE = \angle ADE - \angle ADC = 50^\circ - 45^\circ = 5^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle$ADC의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle$ADE의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle$CDE의 크기를 구한 경우	40 %

답 5°

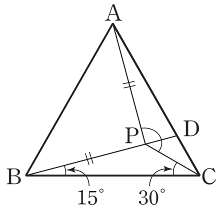
18

$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

$\angle ABC = \angle ACB = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$

즉, $\angle ABP = \angle ABC - \angle CBP = 55^\circ - 15^\circ = 40^\circ$ … 1단계

$\overline{AP}=\overline{BP}$이므로 $\angle BAP=40^\circ$
$\overline{BP}$의 연장선이 $\overline{AC}$와 만나는 점을 D라 하자.
$\angle APD=\angle ABP+\angle BAP=80^\circ$이고
$\angle CPD=\angle CBP+\angle BCP=45^\circ$이므로 … 2단계



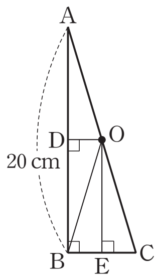
$\angle APC=\angle APD+\angle CPD=80^\circ+45^\circ=125^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle ABP$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle APD$, $\angle CPD$의 크기를 각각 구한 경우	40 %
3단계	$\angle APC$의 크기를 구한 경우	30 %

답 125°

19

점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자.



$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OD}$이므로
$30=\frac{1}{2}\times 20\times\overline{OD}$, $\overline{OD}=3(\text{cm})$ … 1단계
$\overline{BE}=\overline{OD}=3\text{ cm}$이고
외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로
$\overline{BE}=\overline{CE}$ … 2단계
따라서 $\overline{BC}=2\overline{BE}=2\times3=6(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{OD}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{BE}=\overline{CE}$임을 설명한 경우	30 %
3단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	40 %

답 6 cm

20

세 점 A, B, C는 원 O 위의 점이므로
$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$
$\overline{BO}=\overline{CO}$이므로 $\angle BCO=\angle CBO=38^\circ$ … 1단계
$\triangle BOC$에서 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle BOA=34^\circ$ … 2단계
$\overline{AO}=\overline{BO}$이므로
$\angle BAO=\frac{1}{2}\times(180^\circ-34^\circ)=73^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle BCO$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle BOA$의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle BAO$의 크기를 구한 경우	40 %

답 73°

21

$\angle B=\angle C$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
즉, $\overline{AC}=\overline{AB}=5\text{ cm}$ … 1단계
점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle BAI=\angle CAI$
즉, 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle ADB=90^\circ$
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times8\times3=12(\text{cm}^2)$ … 2단계
$\overline{ID}$는 내접원의 반지름이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{ID}\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC})$
$12=\frac{1}{2}\times\overline{ID}\times(5+8+5)$
따라서 $\overline{ID}=\frac{4}{3}(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AC}$의 길이를 구한 경우	20 %
2단계	$\triangle ABC$의 넓이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{ID}$의 길이를 구한 경우	40 %

답 $\frac{4}{3}$ cm

22

$\triangle ABC$의 외심이 O이므로
$\angle BOC=2\angle A=144^\circ$ … 1단계
$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+72^\circ)=18^\circ$이고 내심 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle OBI=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times18^\circ=9^\circ$ … 2단계
따라서 $\triangle OBP$에서
$\angle BPC=\angle OBP+\angle BOP=9^\circ+144^\circ=153^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle BOC$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle OBI$의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle BPC$의 크기를 구한 경우	40 %

답 153°

2. 사각형의 성질

01 평행사변형

소단원 실전 테스트

실전책 18~19쪽

01 43°	02 16 cm	03 13 cm	04 ②	05 8 cm
06 1 cm	07 ④	08 27°	09 ③	10 ②
11 ③	12 평행사변형		13 ①	14 24 cm^2
15 14 cm^2	16 60 cm^2			

01

□ABCD는 평행사변형이므로 $\angle B=\angle D$

$\angle ABC=\angle ABE+\angle EBC$

$80^\circ=37^\circ+\angle EBC$, $\angle EBC=43^\circ$

$\overline{AE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AEB=\angle EBC=43^\circ$(엇각)

답 43°

02

$\overline{BC}=\overline{AD}=8$ cm이므로

$\overline{BE}=\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8=4(cm)$

△ABE와 △FCE에서

$\overline{BE}=\overline{CE}$, $\angle AEB=\angle FEC$(맞꼭지각),

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle ABE=\angle FCE$(엇각)

즉, △ABE≡△FCE(ASA 합동)

따라서

(△FCE의 둘레의 길이)$=6+6+4=16(cm)$

답 16 cm

03

$\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$5x-4=x+4$, $4x=8$, $x=2$

따라서

$\overline{AB}=\overline{DC}=4x+5=4\times 2+5=13(cm)$

답 13 cm

04

평행사변형 ABCD에서 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ACB=\boxed{\angle CAD}$(엇각),

$\boxed{\overline{AB}/\!/\overline{DC}}$이므로 $\angle BAC=\angle DCA$(엇각),

$\boxed{\overline{AC}}$는 공통이므로

△ABC≡△CDA(ASA 합동)

따라서

$\angle BAD=\angle BAC+\angle CAD$

$\quad=\angle DCA+\angle ACB=\boxed{\angle BCD}$

이고 같은 방법으로 $\angle B=\boxed{\angle D}$

답 ②

05

$\overline{AO}=\overline{CO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 14=7(cm)$

$\overline{BO}=\overline{DO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 10=5(cm)$

(△ABO의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{AO}+\overline{BO}$

$\quad=20(cm)$

이므로 $\overline{AB}=8(cm)$

따라서 $\overline{DC}=\overline{AB}=8(cm)$

답 8 cm

06

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DFC=\angle BCF$(엇각)

△DFC에서 $\angle DFC=\angle DCF$이므로

$\overline{DF}=\overline{DC}=\overline{AB}=4$ cm … 1단계

$\overline{AD}=\overline{BC}=5$ cm … 2단계

따라서 $\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{DF}=5-4=1(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{DF}$의 길이를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{AD}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{AF}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 1 cm

07

$\angle A=3\angle D$이고 $\angle A+\angle D=180^\circ$이므로

$4\angle D=180^\circ$, $\angle D=45^\circ$

따라서 $\angle C=\angle A=3\angle D=135^\circ$

답 ④

08

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle DCE=\angle ABC=76^\circ$(동위각) … 1단계

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAE=\angle AEB$(엇각) … 2단계

△ACE에서

$\angle ACE+\angle CAE+\angle AEC=180^\circ$

$(\angle ACD+\angle DCE)+\angle DAE+\angle AEC=180^\circ$

$(50^\circ+76^\circ)+2\angle AEC=180^\circ$

따라서 $\angle AEC=27^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle DCE$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle DAE=\angle AEB$를 설명한 경우	30 %
3단계	$\angle AEC$의 크기를 구한 경우	40 %

답 27°

09

ㄴ. $\angle DAC=\angle BCA$(엇각)이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

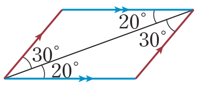
➡ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

ㄷ. $\overline{AB}=\overline{DC}$이면 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

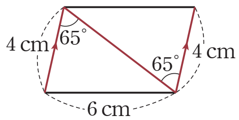
답 ③

10

ㄱ. 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.



ㄷ. 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.



답 ②

11

$\triangle AEH$와 $\triangle CGF$에서

$\angle A=\angle C$, $\overline{AH}=\overline{CF}$, $\overline{AE}=\overline{CG}$이므로

$\triangle AEH\equiv\triangle CGF$(SAS 합동)

즉, ① $\overline{EH}=\overline{GF}$

$\triangle DHG$와 $\triangle BFE$에서

$\angle D=\angle B$, $\overline{DH}=\overline{BF}$, $\overline{DG}=\overline{BE}$이므로

⑤ $\triangle DHG\equiv\triangle BFE$(SAS 합동)

즉, $\overline{HG}=\overline{FE}$

따라서 □EFGH는 평행사변형이므로

② $\overline{EF}/\!/\overline{HG}$, ④ $\angle EFG=\angle GHE$

답 ③

12

$\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서

$\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CD}$

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BAE=\angle DCF$(엇각)

즉, $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$(RHA 합동)이므로 $\overline{BE}=\overline{DF}$

또, $\angle BEF=\angle DFE=90^\circ$(엇각)이므로 $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$

따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □EBFD는 평행사변형이다.

답 평행사변형

13

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

또한 $\overline{AE}=\overline{OE}$, $\overline{CF}=\overline{OF}$이므로 $\overline{EO}=\overline{FO}$

즉, 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □EBFD는 평행사변형이다.

따라서 ① $\overline{EB}=\overline{DF}$

답 ①

14

$\overline{BE}/\!/\overline{OC}$이고 $\overline{BE}=\overline{OC}$이므로 □BECO는 평행사변형이다.

$\triangle BEF=\triangle BOF=\triangle COF=\triangle ECF$이므로

$\triangle BOC=2\triangle BEF=6(\text{cm}^2)$

따라서 □ABCD$=4\triangle BOC=4\times6=24(\text{cm}^2)$

답 24 cm^2

15

□AEPG$=4\triangle GIP$, □GPFD$=4\triangle GPL$,

□EBHP$=4\triangle PJH$, □PHCF$=4\triangle PHK$이므로

□ABCD$=$□AEPG$+$□GPFD$+$□EBHP$+$□PHCF

$=4\triangle GIP+4\triangle GPL+4\triangle PJH+4\triangle PHK$

$=4(\triangle GIP+\triangle GPL+\triangle PJH+\triangle PHK)$

따라서 (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{4}\times56=14(\text{cm}^2)$

답 14 cm^2

16

$\overline{AD}=\overline{BC}$이고 $\overline{PE}=2\overline{PF}$이므로

$\triangle PAD=2\triangle PBC=20(\text{cm}^2)$

따라서

□ABCD$=2(\triangle PAD+\triangle PBC)=2(20+10)=60(\text{cm}^2)$

답 60 cm^2

02 여러 가지 사각형

소단원 실전 테스트

실전책 20~21쪽

01 54	02 ③	03 40°	04 ①, ④	05 ④
06 7 cm	07 ①, ④	08 24 cm^2	09 26°	10 18 cm^2
11 6 cm	12 ③	13 13 cm^2	14 ④	15 ②, ④
16 ③				

01

$\angle AOD=180^\circ-\angle COD=80^\circ$이고 $\overline{AO}=\overline{DO}$이므로

$x^\circ=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$, $x=50$

$\overline{AO}=\overline{BO}=4$ cm이므로 $y=4$

따라서 $x+y=50+4=54$

답 54

02

직사각형은 두 대각선의 길이가 같으므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$

실전책

즉, $3x+4=5x$, $2x=4$, $x=2$
따라서 $\overline{BD}=2\overline{BO}=10x=20$

답 ③

03

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DBC=\angle ADB$(엇각)
$\triangle EBD$에서 $\overline{BE}=\overline{DE}$이므로 $\angle EDB=\angle EBD$
$\angle ABC=\angle ABE+\angle EBD+\angle DBC$이므로
$90^\circ=10^\circ+2\angle DBC$, $\angle DBC=40^\circ$

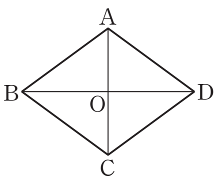
답 40°

04

평행사변형의 두 대각선의 길이가 같거나 이웃하는 두 내각의 크기가 같으면 직사각형이 된다.

답 ①, ④

05



오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하자.
$\triangle ABO$와 $\triangle ADO$에서
$\overline{AB}=\boxed{\overline{AD}}$, $\overline{BO}=\boxed{\overline{DO}}$, $\overline{AO}$는 공통
이므로
$\triangle ABO\equiv\triangle ADO$($\boxed{\text{SSS}}$ 합동)
즉, $\angle AOB=\boxed{\angle AOD}$이고
$\angle AOB+\angle AOD=\boxed{180^\circ}$이므로 $\angle AOB=90^\circ$
따라서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

답 ④

06

$\angle BFE=\angle AFD$(맞꼭지각)
$\overline{BE}/\!/\overline{AD}$이므로 $\angle BEF=\angle DAF$(엇각)
$\angle BEF=\angle BFE$이므로 $\angle AFD=\angle DAF$
즉, $\triangle AFD$에서 $\overline{AD}=\overline{FD}$
$\square ABCD$는 마름모이므로
$\overline{FD}=\overline{AD}=\overline{AB}=15\text{ cm}$
따라서 $\overline{BF}=\overline{BD}-\overline{FD}=22-15=7(\text{cm})$

답 7 cm

07

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle OAD=\angle OCB$(엇각)이고
$\angle OCD=\angle OCB$이므로 $\angle OAD=\angle OCD$
$\triangle ACD$에서 $\angle DAC=\angle DCA$이므로 $\overline{AD}=\overline{CD}$
즉, $\square ABCD$는 마름모이다.
따라서 옳은 것은 ① $\angle AOB=90^\circ$, ④ $\overline{AB}=\overline{BC}$이다.

답 ①, ④

08

$\triangle APQ$, $\triangle BRQ$, $\triangle CRS$, $\triangle DPS$에서
$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$, $\overline{AP}=\overline{BR}=\overline{CR}=\overline{DP}$,
$\overline{AQ}=\overline{BQ}=\overline{CS}=\overline{DS}$이므로
$\triangle APQ\equiv\triangle BRQ\equiv\triangle CRS\equiv\triangle DPS$(SAS 합동)
즉, $\overline{PQ}=\overline{RQ}=\overline{RS}=\overline{PS}$이므로 $\square PQRS$는 마름모이다.
… 1단계

따라서
$\square PQRS=\frac{1}{2}\times\overline{PR}\times\overline{QS}=\frac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	□PQRS는 마름모임을 설명한 경우	50 %
2단계	□PQRS의 넓이를 구한 경우	50 %

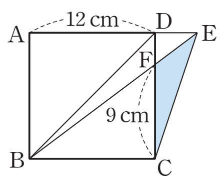
답 24 cm^2

09

$\triangle APB$에서 $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로
$\angle APB=180^\circ-(24^\circ+24^\circ)=132^\circ$
$\angle APB:\angle APD=3:2$이므로
$\angle APD=132^\circ\times\frac{2}{3}=88^\circ$
$\angle PAD=90^\circ-\angle BAP=90^\circ-24^\circ=66^\circ$
따라서 $\triangle APD$에서 $\angle ADP=180^\circ-(88^\circ+66^\circ)=26^\circ$

답 26°

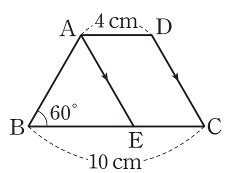
10



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
$\triangle BCD$와 $\triangle BCE$는 모두 밑변은 $\overline{BC}$, 높이는 $\overline{CD}$이므로 $\triangle BCD=\triangle BCE$
따라서
$\triangle CEF=\triangle BCE-\triangle BCF$
$=\triangle BCD-\triangle BCF$
$=\frac{1}{2}\times12\times12-\frac{1}{2}\times12\times9$
$=72-54=18(\text{cm}^2)$

답 18 cm^2

11



$\angle A=120^\circ$이므로 $\angle B=\angle C=60^\circ$
점 A에서 $\overline{DC}$와 평행한 직선을 그었을 때, $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자.
$\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로
$\angle BEA=\angle C=60^\circ$(동위각) … 1단계
$\square AECD$는 평행사변형이므로 $\overline{EC}=4\text{ cm}$
$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=10-4=6(\text{cm})$ … 2단계
$\triangle ABE$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{BE}=6$(cm) ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle BEA$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{BE}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{AB}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 6 cm

12

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{AE}$이므로 $\overline{AE}=\overline{DC}$

또, $\angle DAE=\angle AEB$(엇각), $\angle AEB=\angle B$이고

$\angle B=\angle ADC$이므로 $\angle DAE=\angle ADC$

즉, □AECD는 등변사다리꼴이므로

ㄴ. $\overline{AC}=\overline{DE}$

ㄷ. $\angle ABE+\angle AEC=\angle ADC+\angle DCE=180^\circ$가 성립한다.

답 ③

13

△AEO와 △BFO에서

$\overline{AO}=\overline{BO}$, $\angle EAO=\angle FBO=45^\circ$,

$\angle AOE=90^\circ-\angle EOB=\angle BOF$

이므로 △AEO≡△BFO(ASA 합동)

$\overline{AE}=\overline{BF}=4$ cm이므로

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}=4+6=10$(cm)

□EBFO=△EBO+△BFO=△EBO+△AEO

$=\triangle ABO=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(10\times10)=25(\text{cm}^2)$

△EFO=□EBFO−△EBF

$=25-\frac{1}{2}\times4\times6=13(\text{cm}^2)$

답 13 cm^2

14

① $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\angle A=90^\circ$인 사각형 ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$인 사각형 ABCD는 평행사변형이다.

③ $\overline{AD}=\overline{AB}=\overline{BC}$인 사각형 ABCD는 마름모이다.

⑤ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$인 사각형 ABCD는 직사각형이다.

답 ④

15

두 대각선의 길이가 같은 사각형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이다.

답 ②, ④

16

평행사변형 ABCD의 두 대각선이 서로 수직이면 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모 또는 정사각형이다.

답 ③

중단원 실전 테스트

실전책 22~25쪽

01 ①	02 ①	03 ④	04 ②	05 ④
06 ⑤	07 ③	08 ①, ⑤	09 ②	10 ①
11 ⑤	12 ③	13 ③	14 ①	15 ②
16 ④	17 ②	18 29	19 16 cm^2	20 직사각형
21 16 cm	22 40°	23 20°	24 99°	25 30°

01

$\angle A+\angle D=180^\circ$이고 $\angle A:\angle D=17:3$이므로

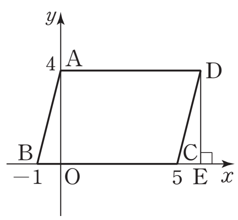
$\angle D=180^\circ\times\frac{3}{17+3}=27^\circ$

따라서 $\angle B=\angle D=27^\circ$

답 ①

02

점 D에서 x축으로 내린 수선의 발을 E라 하면 $\overline{AO}=\overline{DE}=4$이고 $\overline{CE}=\overline{BO}=1$이므로 점 D의 좌표는 (5+1, 4), 즉 (6, 4)



답 ①

03

△AOD의 둘레의 길이가 15 cm이므로

$\overline{DO}=6$ cm

평행사변형의 대각선은 서로를 이등분하므로

$\overline{CO}=\overline{AO}=4$ cm

따라서 △COD의 둘레의 길이는

$\overline{DO}+\overline{OC}+\overline{CD}=6+4+9=19$(cm)

답 ④

04

△BDE와 △BAC에서

$\overline{BD}=\overline{BA}$, $\overline{BE}=\overline{BC}$, $\angle DBE=60^\circ-\angle EBA=\angle ABC$

이므로 △BDE≡△BAC(SAS 합동)

즉, $\overline{DE}=\overline{AC}$

마찬가지로 △CFE≡△CAB(SAS 합동)이므로

$\overline{EF}=\overline{BA}$

따라서 $\overline{DA}=\overline{EF}$, $\overline{AF}=\overline{DE}$이므로 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 사각형 AFED는 평행사변형이다.

답 ②

05

$\triangle$BEF와 $\triangle$COF에서

$\overline{AO}=\overline{BE}$이고 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 $\overline{BE}=\overline{CO}$

$\overline{AC}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle EBF=\angle OCF$(엇각),

$\angle BFE=\angle CFO$(맞꼭지각)

즉, $\triangle BEF\equiv\triangle COF$(ASA 합동)

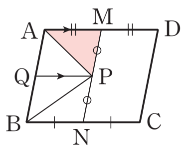
따라서 $\overline{OF}=\overline{EF}=3$ cm

이때 $\overline{AB}=\overline{OE}$이고 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$\overline{DC}=\overline{OE}=3+3=6$(cm)

답 ④

06



점 P에서 $\overline{AM}$에 평행한 직선을 그었을 때 $\overline{AB}$와 만나는 점을 Q라 하자.

$\triangle AMP=\triangle APQ=\triangle BPQ$

$=\triangle BPN=4(\text{cm}^2)$이고

$\square$ABNM$=\square$MNCD이므로

$\square$ABCD$=2\square$ABNM

$=2\times(4\triangle AMP)$

$=2\times16$

$=32(\text{cm}^2)$

답 ⑤

07

$\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$

$\triangle PAB=\triangle PCD+10$이고 $\square$ABCD의 넓이가 76 cm^2이므로

$2\triangle PCD+10=38$, $\triangle PCD=14(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle PAB=14+10=24(\text{cm}^2)$

답 ③

08

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

② $\angle D=110^\circ$이므로 $\angle B\neq\angle D$이므로 평행사변형이 아니다.

③ $\angle DAC=\angle BCA$(엇각)이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
평행사변형이 아니다.

④ $\overline{AO}\neq\overline{CO}$이므로 평행사변형이 아니다.

⑤ $\angle ADB=\angle DBC$(엇각)이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
$\angle BAC=\angle ACD$(엇각)이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

답 ①, ⑤

09

$\triangle$ABC와 $\triangle$CDA에서

$\overline{AB}=\boxed{\overline{CD}}$, $\boxed{\overline{AC}}$는 공통,

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\boxed{\angle BAC}=\angle DCA$($\boxed{\text{엇각}}$)

$\triangle ABC\equiv\triangle CDA$(SAS 합동)

즉, $\angle BCA=\boxed{\angle DAC}$이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square$ABCD는 평행사변형이다.

답 ②

10

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 수직으로 만난다.

$\overline{CD}=\overline{AD}=6$ cm, 즉 $x=6$

$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABO=24^\circ$이고

$\angle AOB=90^\circ$이므로 $\angle BAO=66^\circ$, 즉 $y=66$

따라서 $y-x=66-6=60$

답 ①

11

$\angle BAC=\angle ACD$ (엇각)이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이고 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 $\square$ABCD는 평행사변형이다.

이때, $\overline{AO}=\overline{DO}$이므로 $\square$ABCD는 직사각형이 된다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤ $\overline{BC}=8$ cm이다.

답 ⑤

12

㉠ 평행사변형이 마름모가 되는 조건

(ⅰ) 이웃하는 두 변의 길이가 같거나

(ⅱ) 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉡ 평행사변형이 직사각형이 되는 조건

(ⅰ) 한 내각의 크기가 90°이거나

(ⅱ) 두 대각선의 길이가 같다.

따라서 ③ $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AB}\perp\overline{AD}$이다.

답 ③

13

$\angle ABE=90^\circ-\angle EBC=90^\circ-48^\circ=42^\circ$

$\triangle$ABE와 $\triangle$ADE에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle BAE=\angle DAE=45^\circ$, $\overline{AE}$는 공통이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ADE$(SAS 합동)

즉, $\angle ABE=\angle ADE$

$\overline{AD}/\!/\overline{FC}$이므로

$\angle EFB=\angle ADE=42^\circ$(엇각)

답 ③

14

$\angle AOB=100^\circ$이므로 $\triangle$AOB에서

$\angle BAO=180^\circ-(40^\circ+100^\circ)=40^\circ$

$\angle BAO=\angle ABO$이므로 $\overline{AO}=\overline{BO}$

따라서 $\square$ABCD는 직사각형이다.

즉, $\angle BCD=90^\circ$

답 ①

15

① 직사각형

② 정사각형

③ 마름모

④ 직사각형

⑤ 마름모

답 ②

16

두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 등변사다리꼴, 정사각형의 3개이다. 즉, $x=3$

대각선이 서로를 이등분하는 사각형은 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형의 4개이다. 즉, $y=4$

따라서 $x+y=3+4=7$

답 ④

17

정사각형의 대각선의 길이가 같고 서로를 수직이등분하므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 12\times 12=72(cm^2)$

답 ②

18

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고 $\overline{AD}=\overline{BC}=20$이므로

$\square ABCD$는 평행사변형이다.

$12=3y$, $y=4$

$5x+(2x+5)=180$, $7x=175$, $x=25$

따라서 $x+y=25+4=29$

답 29

19

$\triangle ABP+\triangle BCP=\triangle AQD+\triangle DQC=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$9+15=\triangle AQD+8$, $\triangle AQD=16(cm^2)$

답 $16\ cm^2$

20

$\angle A+\angle D=180^\circ$이고 $\angle A$와 $\angle D$의 이등분선의 교점이 F이므로 $\angle FAD+\angle FDA=90^\circ$, 즉 $\angle F=90^\circ$

같은 방법으로 $\angle E=\angle H=\angle G=90^\circ$

따라서 네 내각의 크기가 모두 같으므로 $\square EFGH$는 직사각형이다.

답 직사각형

21

$\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOE=\angle COF=90^\circ$,

$\angle EAO=\angle FCO$(엇각)이므로

$\triangle AOE\equiv\triangle COF$(ASA 합동)

즉, $\overline{AE}=\overline{CF}$

따라서 $\square AFCE$는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. 그런데 두 대각선이 서로 수직으로 만나므로 $\square AFCE$는 마름모이다. 즉, $\overline{AF}=\overline{FC}$

$\triangle ABF$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB}+\overline{BF}+\overline{AF}&=\overline{AB}+\overline{BF}+\overline{FC}\\&=\overline{AB}+\overline{BC}\\&=6+10\\&=16(cm)\end{aligned}$$

답 16 cm

22

$\triangle PCD$는 정삼각형이므로 $\angle PDC=\angle PCD=60^\circ$

즉, $\angle ADC=20^\circ+60^\circ=80^\circ$

$\angle BCD+\angle ADC=180^\circ$이므로 $\angle BCD=100^\circ$

따라서 $\angle BCP=100^\circ-60^\circ=40^\circ$

답 40°

23

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BAC=\angle ACD=65^\circ$ … 1단계

$\angle BAD+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle BAD=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DAC=\frac{1}{2}\times(105^\circ-65^\circ)=20^\circ$ … 2단계

따라서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle AEC=\angle DAE=20^\circ$(엇각)

… 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle BAC$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle DAE$의 크기를 구한 경우	40 %
3단계	$\angle AEC$의 크기를 구한 경우	30 %

답 20°

24

$\square ABCD$는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADO=\angle DBC=27^\circ$(엇각)

$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABD=\angle ADB=27^\circ$ … 1단계

따라서 $\angle ABC=\angle DCB=27^\circ+27^\circ=54^\circ$ … 2단계

$\triangle BCD$에서 $\angle CDB=180^\circ-(27^\circ+54^\circ)=99^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle ABD$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle ABC$의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle CDB$의 크기를 구한 경우	40 %

답 99°

25

$\triangle EBC$는 정삼각형이므로 $\angle ECB=60^\circ$

$\angle ECD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ … 1단계

$\overline{EC}=\overline{BC}=\overline{DC}$이므로

$\triangle ECD$에서

$\angle CED=\angle CDE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

$\overline{BD}$는 정사각형의 대각선이므로

$\angle BDC=45^\circ$ … 2단계

따라서

$\angle BDE=\angle EDC-\angle BDC=75^\circ-45^\circ=30^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle ECD$의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\angle BDC$의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle BDE$의 크기를 구한 경우	40 %

답 30°

중단원 서술형 대비

실전책 26~29쪽

Level 1	01 풀이 참조	02 풀이 참조	03 풀이 참조
	04 풀이 참조		
Level 2	05 75°	06 3 cm	07 풀이 참조
	08 64	09 64 cm^2	10 90°
	11 61°	12 30°	13 풀이 참조
	14 80°	15 75°	16 16 cm^2
Level 3	17 45°	18 78 cm^2	19 9 cm
	20 $\frac{12}{5}$ cm	21 6 cm	22 28 cm

01

평행사변형의 두 쌍의 $\boxed{\text{대각}}$의 크기가 각각 같으므로

$\boxed{\angle BAD}=\angle C=140^\circ$ … 1단계

따라서 $\angle EAB=180^\circ-\boxed{140^\circ}=\boxed{40^\circ}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle BAD$의 크기를 구한 경우	50 %
2단계	$\angle EAB$의 크기를 구한 경우	50 %

답 풀이 참조

02

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 $\boxed{\text{이등분}}$하므로

$\overline{AO}=\boxed{\overline{CO}}$, $\overline{BO}=\boxed{\overline{DO}}$ … 1단계

따라서 $\triangle ABO$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{AO}+\overline{BO}=7+\frac{1}{2}(\overline{AC}+\boxed{\overline{BD}})=\boxed{17}$(cm) … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 설명한 경우	50 %
2단계	$\triangle ABO$의 둘레의 길이를 구한 경우	50 %

답 풀이 참조

03

$\square ABCD$는 마름모이므로

$\overline{AD}=\boxed{\overline{AB}}$, 즉 $x=\boxed{15}$ … 1단계

마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만나므로

$\angle AOD=\boxed{90^\circ}$이고

$\overline{BC}/\!/\overline{AD}$이므로 $\angle ADB=\boxed{\angle CBD}=24^\circ$(엇각) … 2단계

$\triangle ADO$에서

$y^\circ=180^\circ-(\boxed{90^\circ}+24^\circ)=\boxed{66}^\circ$, 즉 $y=\boxed{66}$

따라서 $x+y=\boxed{15}+\boxed{66}=\boxed{81}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	40 %
2단계	y의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$x+y$의 값을 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

04

$\square ABCD$에서 두 대각선의 길이가 같고, 서로를 수직이등분하므로 $\square ABCD$는 $\boxed{\text{정사각형}}$이다. … 1단계

따라서 $\overline{BC}=\overline{DC}$이고 $\angle C=\boxed{90^\circ}$이므로

$\angle BDC=\boxed{45^\circ}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\square ABCD$가 정사각형임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\angle BDC$의 크기를 구한 경우	50 %

답 풀이 참조

05

$\square ABCD$는 평행사변형이므로 $\angle A=\angle DCB$이고

$\angle DCB+\angle DCE=180^\circ$이므로

$\angle DCE=180^\circ\times\frac{5}{7+5}=75^\circ$ … 1단계

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle D=\angle DCE=75^\circ$(엇각) … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle DCE$의 크기를 구한 경우	50 %
2단계	$\angle D$의 크기를 구한 경우	50 %

답 75°

06

$\overline{AD}=\overline{BC}$이고 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$\square ABCD$의 둘레의 길이는 $2(\overline{BC}+\overline{DC})=38$

$2(11+\overline{DC})=38$, $\overline{DC}=8$(cm) … 1단계

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ECB=\angle DEC$(엇각)

$\triangle DEC$에서 $\angle DEC=\angle DCE$이므로

$\overline{ED}=\overline{DC}=8$(cm) … 2단계

따라서 $\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=11-8=3$(cm) … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{DC}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{ED}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{AE}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 3 cm

07

$\triangle APS$와 $\triangle CRQ$에서

$\angle A=\angle C$(대각), $\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\overline{CR}$,

$\overline{AS}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{CQ}$이므로

$\triangle APS\equiv\triangle CRQ$(SAS 합동) … 1단계

즉, $\overline{PS}=\overline{RQ}$

같은 방법으로 $\triangle DSR\equiv\triangle BQP$(SAS 합동)이므로

$\overline{SR}=\overline{QP}$ … 2단계

□PQRS는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다. … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle APS\equiv\triangle CRQ$임을 설명한 경우	30 %
2단계	□PQRS가 평행사변형임을 구한 경우	30 %
3단계	그 이유를 설명한 경우	40 %

답 풀이 참조

08

$\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 $3x+2=5x-6$, $2x=8$, $x=4$ … 1단계

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BAC=\angle DCA$(엇각)

즉, $\triangle ABC$에서 $\angle ABC=\angle BAC$이므로

$\overline{AC}=\overline{BC}$ … 2단계

$\overline{BC}=\overline{AC}=4x+2=18$, $\overline{AB}=14$이므로

□ABCD의 둘레의 길이는

$2(\overline{AB}+\overline{BC})=2(18+14)=64$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{AC}=\overline{BC}$임을 설명한 경우	30 %
3단계	□ABCD의 둘레의 길이를 구한 경우	40 %

답 64

09

$\triangle AEO$와 $\triangle CFO$에서

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOE=\angle COF$(맞꼭지각),

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle EAO=\angle FCO$(엇각)

즉, $\triangle AEO\equiv\triangle CFO$(ASA 합동) … 1단계

$\triangle EOD+\triangle CFO=\triangle EOD+\triangle AEO=\triangle AOD$이므로

$\triangle AOD=16(\text{cm}^2)$

따라서 평행사변형 ABCD의 넓이는

$4\triangle AOD=64(\text{cm}^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle AEO\equiv\triangle CFO$임을 설명한 경우	40 %
2단계	평행사변형 ABCD의 넓이를 구한 경우	60 %

답 64 cm^2

10

$\triangle ABH$와 $\triangle DFH$에서

$\overline{AB}=\overline{DF}$, $\angle BAH=\angle FDH$(엇각),

$\angle ABH=\angle DFH$(엇각)이므로

$\triangle ABH\equiv\triangle DFH$(ASA 합동) … 1단계

즉, $\overline{AH}=\overline{DH}$이고 $\overline{AD}=2\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AH}$

따라서 □ABGH는 마름모이므로 … 2단계

$\overline{AG}\perp\overline{BH}$, $\angle HPG=90^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABH\equiv\triangle DFH$임을 설명한 경우	30 %
2단계	□ABGH가 마름모임을 설명한 경우	40 %
3단계	$\angle HPG$의 크기가 구한 경우	30 %

답 90°

11

$\angle DFE=\angle BFE$(접은 각)

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BFE=\angle DEF$(엇각)

$\triangle DEF$에서 $\angle DFE=\angle DEF$이므로

$\triangle DEF$는 $\overline{DE}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이다. … 1단계

□ABCD가 직사각형이므로 $\angle EDC=90^\circ$

$\angle EDF=90^\circ-\angle FDC=58^\circ$ … 2단계

따라서 $\triangle DEF$에서 $\angle DFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-58^\circ)=61^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle DEF=\angle DFE$임을 구한 경우	30 %
2단계	$\angle EDF$의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle DFE$의 크기를 구한 경우	40 %

답 61°

12

□ABCD는 마름모이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle AOB=90^\circ$

$\triangle ABD$에서 $\angle ABD=\angle ADB=\angle y$

$\triangle ABO$에서 $\angle x+\angle y=90^\circ$

$\angle x=2\angle y$이므로 $3\angle y=90^\circ$, $\angle y=30^\circ$ … 1단계

$\angle x=2\angle y=60^\circ$ … 2단계

따라서 $\angle x-\angle y=60^\circ-30^\circ=30^\circ$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle y$의 값을 구한 경우	40 %
2단계	$\angle x$의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$\angle x-\angle y$의 값을 구한 경우	20 %

답 30°

실전책

13

$\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서

$\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC}$는 공통이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$(SAS 합동) ··· 1단계, 2단계

따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$

단계	채점 기준	비율
1단계	합동인 삼각형을 찾은 경우	40 %
2단계	합동인 이유를 설명한 경우	60 %

답 풀이 참조

14

□ABCD는 평행사변형이므로

$\angle B = 180° - \angle A = 70°$, $\angle D = \angle B = 70°$이고

$\overline{AB} = \overline{DC}$

이때 $\angle D = \angle FEC = 70°$(접은 각) ··· 1단계

□ABCF는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{FC}$

$\triangle$CDF에서 $\overline{FC} = \overline{DC}$이므로

$\angle FCD = 180° - (\angle D + \angle CFD) = 40°$ ··· 2단계

$\angle ECF = \angle FCD = 40°$(접은 각)이고

$\overline{BE} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle BEC = \angle ECD = \angle ECF + \angle FCD = 40° + 40° = 80°$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle$D의 크기를 구한 경우	20 %
2단계	$\angle$FCD의 크기를 구한 경우	40 %
3단계	$\angle$BEC의 크기를 구한 경우	40 %

답 $80°$

15

$\triangle$EBC는 정삼각형이므로 $\angle ECB = 60°$

$\angle DCB = 90°$이므로

$\angle DCE = \angle DCB - \angle ECB = 30°$ ··· 1단계

이때 $\overline{EC} = \overline{BC}$이고 $\overline{BC} = \overline{DC}$이므로 $\triangle$ECD는 $\overline{EC} = \overline{DC}$인 이등변삼각형이다. ··· 2단계

즉, $\angle CDE = \frac{1}{2} \times (180° - \angle DCE) = \frac{1}{2} \times 150° = 75°$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle$DCE의 크기를 구한 경우	30 %
2단계	$\triangle$ECD는 이등변삼각형임을 설명한 경우	30 %
3단계	$\angle$CDE의 크기를 구한 경우	40 %

답 $75°$

16

$\triangle$OPC와 $\triangle$OQD에서

$\overline{OC} = \overline{OD}$, $\angle OCP = \angle ODQ = 45°$,

$\angle COP = 90° - \angle QOC = \angle DOQ$

즉, $\triangle OPC \equiv \triangle OQD$(ASA 합동) ··· 1단계

따라서

□OPCQ

$= \triangle OPC + \triangle OCQ$

$= \triangle OQD + \triangle OCQ$

$= \triangle OCD$ ··· 2단계

$= \frac{1}{4}$□ABCD

$= \frac{1}{4} \times 8^2 = 16(\text{cm}^2)$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle OPC \equiv \triangle OQD$임을 설명한 경우	30 %
2단계	□OPCQ$=\triangle$OCD임을 설명한 경우	30 %
3단계	색칠한 부분의 넓이를 구한 경우	40 %

답 $16\ \text{cm}^2$

17

□ABCD는 평행사변형이므로

$\angle ADC = \angle ABC = 50° + 20° = 70°$이고

$\angle C = 180° - 70° = 110°$ ··· 1단계

$\angle HED = \angle EBC + \angle C = 20° + 110° = 130°$

$\triangle$EDH에서 $\overline{DE} = \overline{HE}$이므로

$\angle HDE = \frac{1}{2} \times (180° - 130°) = 25°$ ··· 2단계

따라서

$\angle ADH = \angle D - \angle HDE = 70° - 25° = 45°$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\angle$ADC, $\angle$C의 크기를 각각 구한 경우	30 %
2단계	$\angle$HDE의 크기를 구한 경우	30 %
3단계	$\angle$ADH의 크기를 구한 경우	40 %

답 $45°$

18

$\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FC}$이므로

$\triangle AED = \triangle EDF = \triangle FDC$이고 ··· 1단계

$\triangle ACD = \triangle ABC$이고 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FC}$이므로

$\triangle BEF = \triangle DEF$

즉, □EBFD$= 2\triangle DEF = \frac{1}{3}$□ABCD이므로 ··· 2단계

$26 = \frac{1}{3}$□ABCD, □ABCD$= 78(\text{cm}^2)$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle AED = \triangle EDF = \triangle FDC$임을 설명한 경우	30 %
2단계	□EBFD의 넓이와 □ABCD의 넓이 사이의 관계를 설명한 경우	40 %
3단계	□ABCD의 넓이를 구한 경우	30 %

답 $78\ \text{cm}^2$

19

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$

$\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$이므로 $\angle DEB=\angle C$(동위각)

$\triangle DBE$에서 $\angle B=\angle DEB$이므로 $\overline{BD}=\overline{DE}$

마찬가지로 $\angle FEC=\angle C$이므로 $\overline{EF}=\overline{FC}$ … 1단계

$\square ADEF$의 둘레의 길이는

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{AF}=\overline{AD}+\overline{BD}+\overline{FC}+\overline{AF}$

$=\overline{AB}+\overline{AC}=18(cm)$

이고 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\overline{AC}=9$ cm … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BD}=\overline{DE}$, $\overline{EF}=\overline{FC}$임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{AC}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 9 cm

20

$\triangle BEF$와 $\triangle BEC$에서

$\angle BFE=\angle BCE=90^\circ$, $\angle FBE=\angle CBE$, $\overline{BE}$는 공통이므로

$\triangle BEF \equiv \triangle BEC$(RHA 합동) … 1단계

즉, $\overline{BF}=\overline{BC}$, $\overline{EF}=\overline{EC}$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times5\times12=\frac{1}{2}\times13\times\overline{EF}+\frac{1}{2}\times12\times\overline{EC}$

이므로 … 2단계

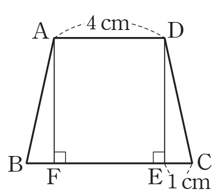
$30=\frac{25}{2}\overline{EC}$, $\overline{EC}=\frac{12}{5}(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle BEF\equiv\triangle BEC$임을 설명한 경우	30 %
2단계	$\triangle BCD$의 넓이를 이용하여 식을 세운 경우	30 %
3단계	$\overline{EC}$의 길이를 구한 경우	40 %

답 $\frac{12}{5}$ cm

21

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하자.



$\triangle ABF$와 $\triangle DCE$에서

$\angle AFB=\angle DEC=90^\circ$,

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle B=\angle C$

이므로

$\triangle ABF\equiv\triangle DCE$(RHA 합동)

즉, $\overline{BF}=\overline{CE}=1$ cm … 1단계

또, $\square AFED$는 직사각형이므로

$\overline{FE}=\overline{AD}=4$ cm … 2단계

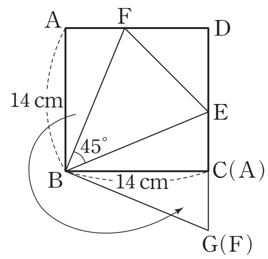
따라서 $\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FE}+\overline{EC}=1+4+1=6(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BF}$의 길이를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{FE}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 6 cm

22

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABF$를 옮기면



… 1단계

$\angle FBE=45^\circ$

$\triangle BFE$와 $\triangle BGE$에서

$\angle FBE=\angle GBE=45^\circ$, $\overline{BF}=\overline{BG}$, $\overline{BE}$는 공통이므로

$\triangle BFE\equiv\triangle BGE$(SAS 합동) … 2단계

즉, $\overline{FE}=\overline{GE}$

따라서 $\triangle DFE$의 둘레의 길이는

$\overline{DF}+\overline{FE}+\overline{DE}=\overline{DF}+\overline{GE}+\overline{DE}$

$=\overline{DF}+\overline{AF}+\overline{EC}+\overline{DE}$

$=\overline{AD}+\overline{DC}$

$=14+14=28(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABF$를 그림처럼 이동한 경우	30 %
2단계	$\triangle BFE\equiv\triangle BGE$임을 설명한 경우	30 %
3단계	$\triangle DFE$의 둘레의 길이를 구한 경우	40 %

답 28 cm

실전책

V. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

1. 도형의 닮음

01~02 닮은 도형 / 삼각형의 닮음 조건

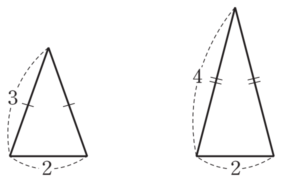
소단원 실전 테스트 실전책 30~31쪽

01 ③	02 ⑤	03 ②	04 ①	05 ④
06 ⑤	07 ④	08 ④	09 ③	10 3 cm
11 2 cm	12 ③	13 ①	14 ④	15 ⑤
16 ③				

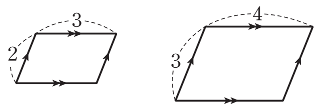
01

다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.

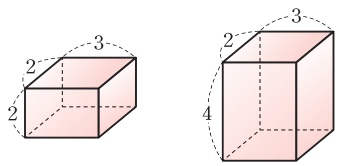
ㄴ.



ㄷ.



ㅁ.



따라서 항상 닮은 도형인 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ의 3개이다.

답 ③

02

대응하는 두 변 BC와 EF의 길이의 비가 $4:6=2:3$이므로 닮음비는 $2:3$이다.

$\overline{AC}:\overline{DF}=2:3$에서

$3:y=2:3$

$2y=9$

$y=\frac{9}{2}$

$\angle C=\angle F$이므로 $x=35$

따라서 $x+2y=35+9=44$

답 ⑤

03

$\overline{BC}:\overline{FG}=2:3$이므로 $\overline{BC}:15=2:3$

$3\overline{BC}=30$, $\overline{BC}=10(\text{cm})$

$\overline{CD}:\overline{GH}=2:3$이므로 $\overline{CD}:12=2:3$

$3\overline{CD}=24$, $\overline{CD}=8(\text{cm})$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$5+10+8+7=30(\text{cm})$

답 ②

04

$\overline{AB}:\overline{DE}=15:10=3:2$이므로 닮음비는 $3:2$이다.

넓이의 비는 $3^2:2^2=9:4$

따라서 △DEF의 넓이는 $36\times\frac{4}{9}=16(\text{cm}^2)$

답 ①

05

$3\overline{AB}=4\overline{IJ}$에서 $\overline{AB}:\overline{IJ}=4:3$이므로

닮음비는 $4:3$이다.

$\overline{FG}:\overline{NO}=4:3$에서

$8:\overline{NO}=4:3$, $4\overline{NO}=24$

$\overline{NO}=6(\text{cm})$

답 ④

06

두 삼각기둥의 부피의 비가 $8:27=2^3:3^3$이므로

닮음비는 $2:3$이다.

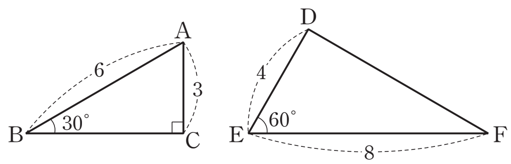
겉넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$이므로

작은 삼각기둥의 겉넓이는 $72\times\frac{4}{9}=32(\text{cm}^2)$

답 ⑤

07

주어진 문제의 삼각형을 △ABC, ④의 삼각형을 △DEF라 하자.



두 삼각형 △ABC와 △EFD에서

$\overline{AB}:\overline{EF}=6:8=3:4$, $\overline{AC}:\overline{ED}=3:4$,

$\angle A=\angle E=60°$이므로

△ABC∽△EFD(SAS 닮음)

답 ④

08

△ABC와 △DEC에서

∠ABC=∠DEC(엇각),

∠ACB=∠DCE(맞꼭지각)이므로

△ABC∽△DEC(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{DC}$이므로

$6:\overline{DE}=4:6$, $4\overline{DE}=36$

$\overline{DE}=9(\text{cm})$

답 ④

09

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\overline{AB} : \overline{AE} = 12 : 8 = 3 : 2$,

$\overline{AC} : \overline{AD} = 15 : 10 = 3 : 2$,

$\angle A$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC} : \overline{DE} = 3 : 2$이므로

$12 : \overline{DE} = 3 : 2$

$3\overline{DE} = 24$

$\overline{DE} = 8(\text{cm})$

답 ③

10

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle A$는 공통,

$\angle ACB = \angle ADE$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음) ··· 1단계

따라서 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$이므로

$\overline{AB} : 5 = 14 : 7$

$\overline{AB} : 5 = 2 : 1$

$\overline{AB} = 10(\text{cm})$ ··· 2단계

따라서 $\overline{DB} = \overline{AB} - \overline{AD} = 10 - 7 = 3(\text{cm})$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle AED$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{AB}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{DB}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 3 cm

11

$\triangle ABE$와 $\triangle FCE$에서

$\angle AEB = \angle FEC$(맞꼭지각),

$\angle BAE = \angle CFE$(엇각)이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle FCE$(AA 닮음) ··· 1단계

따라서 $\overline{AB} : \overline{CF} = \overline{BE} : \overline{CE}$이므로

$8 : \overline{CF} = 8 : 2$

$\overline{CF} = 2(\text{cm})$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABE \backsim \triangle FCE$임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{CF}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 2 cm

12

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle A$는 공통,

$\angle ABC = \angle AED = 90°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음)

$\overline{DE} = \overline{DF} = x$ cm라 하면

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{ED}$

$3 : (3 - x) = 6 : x$

$3x = 18 - 6x$

$9x = 18$

$x = 2$

따라서 $\square EBFD = 2^2 = 4(\text{cm}^2)$

답 ③

13

$\triangle ABD$와 $\triangle CBE$에서

$\angle B$는 공통,

$\angle ADB = \angle CEB = 90°$이므로

$\triangle ABD \backsim \triangle CBE$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BE}$이므로

$9 : 12 = 6 : \overline{BE}$

$9\overline{BE} = 72$

$\overline{BE} = 8(\text{cm})$

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 9 - 8 = 1(\text{cm})$

답 ①

14

$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{BC}$이므로

$\overline{AC}^2 = 4 \times 9 = 36$

$\overline{AC} = 6(\text{cm})$

답 ④

15

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$이므로 $16 = 2 \times \overline{CH}$

$\overline{CH} = 8(\text{cm})$

답 ⑤

16

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBC$(엇각)

$\angle DBC = \angle EBD$(접은 각)

이므로 $\angle EDB = \angle EBD$

따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이므로

$\overline{BF} = \overline{DF} = 10(\text{cm})$

$\triangle DBC$와 $\triangle EDF$에서

$\angle DBC = \angle EDF$(엇각),

$\angle DCB = \angle EFD = 90°$이므로

$\triangle DBC \backsim \triangle EDF$(AA 닮음)

따라서 $\overline{DB} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{DF}$이므로

$20 : \overline{ED} = 16 : 10$

$16\overline{ED} = 200$

$\overline{ED} = \frac{25}{2}(\text{cm})$

실전책

따라서 $\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=16-\frac{25}{2}=\frac{7}{2}$(cm)

답 ③

중단원 실전 테스트

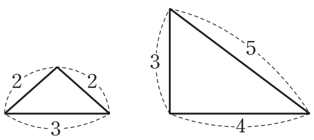
실전책 32~35쪽

01 ⑤	**02** ⑤	**03** ⑤	**04** ⑤	**05** ④
06 ⑤	**07** ②	**08** ④	**09** ③	**10** ①
11 ④	**12** ③	**13** ④	**14** ②	**15** ⑤
16 ③	**17** 128 cm^3	**18** 7 cm	**19** 13	**20** 32 cm^2
21 $\frac{25}{4}$ cm	**22** 5 cm	**23** 45 cm^2	**24** 8 cm	**25** $\frac{33}{2}$ cm

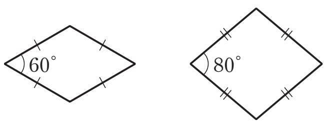
01

다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.

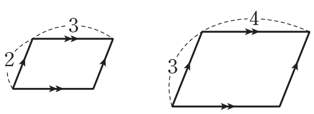
①



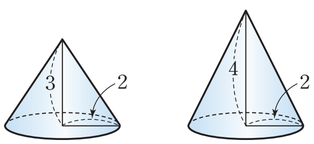
②



③



④



따라서 항상 닮은 도형인 것은 ⑤이다.

답 ⑤

02

두 사각뿔의 닮음비가 $12:16=3:4$이므로

$x:6=3:4$, $4x=18$, $x=\frac{9}{2}$

$6:y=3:4$, $3y=24$, $y=8$

따라서 $xy=\frac{9}{2}\times8=36$

답 ⑤

03

① SSS 닮음

② SAS 닮음

③ SAS 닮음

④ AA 닮음

답 ⑤

04

⑤ $\angle A=70°$, $\angle D=70°$이면

$\angle C=180°-(60°+70°)=50°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)

답 ⑤

05

두 원기둥의 닮음비가 $6:12=1:2$이므로

큰 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$3:x=1:2$, $x=6$

따라서 큰 원기둥의 밑면의 넓이는 $\pi\times6^2=36\pi(\text{cm}^2)$

답 ④

06

물이 담긴 모양과 그릇 모양의 닮음비는 $4:12=1:3$이고 부피의 비는 $1^3:3^3=1:27$이다.

그런데 물을 넣은 시간이 2분이므로 이 그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 54분이다.

따라서 이 그릇에 물을 가득 채우려면 52분이 더 걸린다.

답 ⑤

07

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\overline{AB}:\overline{AE}=12:6=2:1$,

$\overline{AC}:\overline{AD}=10:5=2:1$,

$\angle A$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC}:\overline{ED}=2:1$이므로

$\overline{BC}:7=2:1$

$\overline{BC}=14$(cm)

답 ②

08

세 원뿔 A, A+B, A+B+C의 닮음비가 $1:2:3$이므로

부피의 비는 $1^3:2^3:3^3=1:8:27$

세 입체도형 A, B, C의 부피의 비는

$1:(8-1):(27-8)=1:7:19$

답 ④

09

① $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서

$\angle B$는 공통,

$\angle C=\angle BAD$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$(AA 닮음)

② $\angle ADB=\angle BAC$

③ $\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{AB}:\overline{DB}$

④ $\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{BA}=12:6=2:1$

⑤ $\overline{BA}:\overline{DB}=2:1$이므로

$6:\overline{DB}=2:1$, $2\overline{DB}=6$

$\overline{DB}=3(\text{cm})$

답 ③

10

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$36=4\times\overline{BC}$

$\overline{BC}=9(\text{cm})$

따라서 $\overline{DC}=\overline{BC}-\overline{BD}=9-4=5(\text{cm})$

답 ①

11

①, ③ $\triangle ABC$와 $\triangle HBA$에서

$\angle B$는 공통,

$\angle BAC=\angle BHA=90^\circ$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{HB}=\overline{BC}:\overline{BA}$이므로

$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$

②, ⑤ $\triangle ABH$와 $\triangle CAH$에서

$\angle AHB=\angle CHA=90^\circ$,

$\angle B=90^\circ-\angle BAH=\angle CAH$이므로

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AH}:\overline{CH}=\overline{BH}:\overline{AH}$이므로

$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$

④ $\triangle ABC$와 $\triangle HAC$에서

$\angle C$는 공통,

$\angle BAC=\angle AHC=90^\circ$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AC}:\overline{HC}=\overline{BC}:\overline{AC}$이므로

$\overline{AC}^2=\overline{BC}\times\overline{CH}$

답 ④

12

$\triangle ABF$와 $\triangle DFE$에서

$\angle A=\angle D=90^\circ$,

$\angle ABF=90^\circ-\angle AFB=\angle DFE$이므로

$\triangle ABF \backsim \triangle DFE$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{DF}=\overline{BF}:\overline{FE}$이므로

$8:4=10:\overline{FE}$, $8\overline{FE}=40$

$\overline{FE}=5(\text{cm})$

답 ③

13

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$\overline{AD}^2=2\times8=16$

$\overline{AD}=4(\text{cm})$

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times(2+8)=5(\text{cm})$

따라서 $\overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}=5-2=3(\text{cm})$

직각삼각형 ADM에서

$\overline{AD}\times\overline{DM}=\overline{DE}\times\overline{AM}$이므로

$4\times3=\overline{DE}\times5$

$\overline{DE}=\frac{12}{5}(\text{cm})$

답 ④

14

$\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서

$\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$,

$\angle DAB=90^\circ-\angle ABD=\angle EBC$이므로

$\triangle ADB \backsim \triangle BEC$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{DB}:\overline{EC}$에서

$2:6=\overline{DB}:8$

$6\overline{DB}=16$

$\overline{DB}=\frac{8}{3}(\text{cm})$

답 ②

15

$\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서

$\angle B=\angle D$,

$\angle AEB=\angle AFD=90^\circ$이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle ADF$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{DF}$에서

$12:15=(15-11):\overline{DF}$

$4:5=4:\overline{DF}$

$4\overline{DF}=20$

$\overline{DF}=5(\text{cm})$

따라서 $\overline{CF}=\overline{CD}-\overline{DF}=12-5=7(\text{cm})$

답 ⑤

16

$\triangle AED$와 $\triangle FEB$에서

$\angle AED=\angle FEB$(맞꼭지각),

$\angle ADE=\angle FBE$(엇각)이므로

$\triangle AED \backsim \triangle FEB$(AA 닮음)

$\overline{DO}=\overline{BO}=\overline{BE}+\overline{EO}=2\overline{EO}+\overline{EO}=3\overline{EO}$

즉, $\overline{DE}=\overline{DO}+\overline{EO}=4\overline{EO}$이므로

$\overline{DE}:\overline{BE}=4\overline{EO}:2\overline{EO}=2:1$

따라서 $\overline{DA}:\overline{BF}=\overline{DE}:\overline{BE}=2:1$이므로

$12:\overline{BF}=2:1$

$2\overline{BF}=12$

$\overline{BF}=6(\text{cm})$

답 ③

17

두 사각기둥 A, B의 겉넓이의 비가

$36:64=9:16=3^2:4^2$이므로

닮음비는 $3:4$이다.

부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$이므로

사각기둥 B의 부피는 $54\times\dfrac{64}{27}=128(\text{cm}^3)$

답 128 cm^3

18

$\triangle$ABC와 $\triangle$DEC에서

$\overline{AC}:\overline{DC}=6:12=1:2$,

$\overline{BC}:\overline{EC}=5:10=1:2$,

$\angle ACB=\angle DCE$(맞꼭지각)이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{DE}=1:2$에서

$\overline{AB}:14=1:2$

$2\overline{AB}=14$

$\overline{AB}=7(\text{cm})$

답 7 cm

19

$\triangle$ABC와 $\triangle$BCD에서

$\angle CAB=\angle DBC$,

$\angle ACB=\angle BDC$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$(AA 닮음) … 1단계

$\triangle$ABC와 $\triangle$BCD의 넓이의 비가 $4:9=2^2:3^2$이므로 닮음비는 $2:3$이다.

$x:6=2:3$, $3x=12$, $x=4$ … 2단계

$6:y=2:3$, $2y=18$, $y=9$ … 3단계

따라서 $x+y=4+9=13$ … 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$임을 설명한 경우	40 %
2단계	x의 값을 구한 경우	20 %
3단계	y의 값을 구한 경우	20 %
4단계	$x+y$의 값을 구한 경우	20 %

답 13

20

$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$(AA 닮음)이고 … 1단계

닮음비가 $(9+6):9=5:3$이므로

넓이의 비는 $5^2:3^2=25:9$

그런데 $\triangle DBE=18\text{ cm}^2$이므로

$\triangle ABC=18\times\dfrac{25}{9}=50(\text{cm}^2)$ … 2단계

따라서

$\square ADEC=\triangle ABC-\triangle DBE=50-18=32(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$임을 구한 경우	30 %
2단계	$\triangle$ABC의 넓이를 구한 경우	40 %
3단계	$\square$ADEC의 넓이를 구한 경우	30 %

답 32 cm^2

21

$\triangle$ABD와 $\triangle$MFB에서

$\angle A=\angle BMF=90^\circ$,

$\angle ADB=\angle MBF$(엇각)이므로

$\triangle ABD \backsim \triangle MFB$(AA 닮음)

따라서 $\overline{DB}:\overline{BF}=\overline{AD}:\overline{MB}$이므로

$10:\overline{BF}=8:5$

$8\overline{BF}=50$

$\overline{BF}=\dfrac{25}{4}(\text{cm})$

답 $\dfrac{25}{4}$ cm

22

$\triangle$ADC와 $\triangle$BEC에서

$\angle$C는 공통,

$\angle ADC=\angle BEC=90^\circ$이므로

$\triangle ADC \backsim \triangle BEC$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{DC}:\overline{EC}$이므로

$6:8=\overline{DC}:4$

$8\overline{DC}=24$

$\overline{DC}=3(\text{cm})$ … 2단계

따라서 $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=8-3=5(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ADC \backsim \triangle BEC$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{DC}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{BD}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 5 cm

23

$\overline{CH}^2=\overline{AH}\times\overline{BH}$이므로

$\overline{CH}^2=12\times3=36$

$\overline{CH}=6(\text{cm})$

따라서

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\times15\times6=45(\text{cm}^2)$

답 45 cm^2

24

$\triangle$AED와 $\triangle$BEF에서

$\angle DAE=\angle FBE$(동위각),

$\angle$E는 공통이므로

따라서 $\triangle AED \backsim \triangle BEF$(AA 닮음)이므로 ··· 1단계

$\overline{AE} : \overline{BE} = \overline{AD} : \overline{BF}$

$9 : 3 = 12 : \overline{BF}$

$9\overline{BF} = 36$

$\overline{BF} = 4(\text{cm})$ ··· 2단계

따라서 $\overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = 12 - 4 = 8(\text{cm})$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle AED \backsim \triangle BEF$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{BF}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{FC}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 8 cm

25

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\angle ABC = \angle ABE + \angle FBC$

$= \angle ABE + \angle EAB$

$= \angle DEF$

$\angle BCA = \angle BCF + \angle DCA$

$= \angle BCF + \angle FBC$

$= \angle EFD$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{DF} = \overline{BC} : \overline{EF}$이므로

$\overline{AC} : 3 = 6 : 4$

$4\overline{AC} = 18$

$\overline{AC} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 6 + 6 + \frac{9}{2} = \frac{33}{2}(\text{cm})$

답 $\frac{33}{2}$ cm

중단원 서술형 대비

실전책 36~39쪽

Level 1	01 풀이 참조	02 풀이 참조	03 풀이 참조
	04 풀이 참조		
Level 2	05 81π cm^3	06 128π cm^3	07 16
	08 15 cm	09 4 cm	10 12 cm
	11 36 cm	12 3 : 1	13 4 cm
	14 28 cm^2	15 3 cm	16 6 cm
Level 3	17 125	18 $\frac{64}{9}$ cm^2	19 $\frac{25}{4}$ cm
	20 $\frac{15}{2}$ cm^2	21 12 cm	22 $\frac{12}{5}$ cm

01

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비가

$\overline{AC} : \boxed{\overline{DF}} = 3 : \boxed{4}$이므로

$\overline{BC} : \overline{EF} = 3 : 4$에서 $x : \boxed{8} = 3 : 4$, $x = \boxed{6}$ ··· 1단계

또한 $\angle B = \angle E$이므로 $y = \boxed{30}$ ··· 2단계

따라서 $x + y = \boxed{6} + \boxed{30} = \boxed{36}$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	40 %
2단계	y의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$x+y$의 값을 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

02

$\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB} : \overline{AC} = 9 : \boxed{6} = 3 : 2$,

$\overline{AC} : \boxed{\overline{AD}} = 6 : 4 = 3 : 2$,

$\boxed{\angle A}$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$($\boxed{\text{SAS}}$ 닮음) ··· 1단계

따라서 $\overline{BC} : \overline{DC} = \boxed{7} : \overline{DC} = 3 : 2$, $\overline{DC} = \boxed{\frac{14}{3}}(\text{cm})$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{DC}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 풀이 참조

03

$\triangle ABC$와 $\triangle CBD$에서

$\angle BAC = \angle BCD$,

$\boxed{\angle B}$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$($\boxed{\text{AA}}$ 닮음) ··· 1단계

$\overline{BC} : \overline{BD} = 10 : 5 = 2 : 1$이고

$\overline{AB} : \overline{CB} = 2 : 1$이므로

$\overline{AB} : \boxed{10} = 2 : 1$

$\overline{AB} = \boxed{20}(\text{cm})$ ··· 2단계

따라서 $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = \boxed{15}(\text{cm})$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{AB}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{AD}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 풀이 참조

04

$\overline{AC}^2 = \boxed{\overline{CH}} \times \overline{BC}$이므로

$5^2 = \boxed{3} \times \overline{BC}$

$\overline{BC} = \boxed{\frac{25}{3}}(\text{cm})$ ··· 1단계

따라서 $\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{CH} = \boxed{\frac{25}{3}} - 3 = \boxed{\frac{16}{3}}(\text{cm})$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{BH}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 풀이 참조

05

두 구의 겉넓이의 비가 $4:9=2^2:3^2$이므로 닮음비는 $2:3$이고

부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$이다. … 1단계

따라서 큰 구의 부피는 $24\pi\times\frac{27}{8}=81\pi(\text{cm}^3)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	두 구의 부피의 비를 구한 경우	50 %
2단계	큰 구의 부피를 구한 경우	50 %

답 $81\pi\ \text{cm}^3$

06

물이 담긴 모양과 그릇의 모양은 서로 닮은 도형이다.

닮음비는 $\frac{3}{4}:1=3:4$이므로

부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$ … 1단계

따라서 그릇의 부피는 $54\pi\times\frac{64}{27}=128\pi(\text{cm}^3)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	그릇과 물의 부피의 비를 구한 경우	50 %
2단계	그릇의 부피를 구한 경우	50 %

답 $128\pi\ \text{cm}^3$

07

두 삼각뿔의 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{FG}=8:4=2:1$ … 1단계

$x:5=2:1$, $x=10$ … 2단계

$12:y=2:1$, $y=6$ … 3단계

따라서 $x+y=10+6=16$ … 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	두 삼각뿔의 닮음비를 구한 경우	30 %
2단계	x의 값을 구한 경우	30 %
3단계	y의 값을 구한 경우	30 %
4단계	$x+y$의 값을 구한 경우	10 %

답 16

08

$\triangle ABE$와 $\triangle CDE$에서

$\angle BAE=\angle DCE$(엇각)

$\angle AEB=\angle CED$(맞꼭지각)

이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle CDE$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{BE}:\overline{DE}$이므로

$10:\overline{EC}=6:9$

$6\overline{EC}=90$

$\overline{EC}=15(\text{cm})$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{EC}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 15 cm

09

$\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\overline{AB}:\overline{EB}=10:5=2:1$,

$\overline{BC}:\overline{BD}=12:6=2:1$,

$\angle B$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(SAS 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AC}:\overline{DE}=2:1$이므로

$8:\overline{DE}=2:1$

$2\overline{DE}=8$

$\overline{DE}=4(\text{cm})$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{DE}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 4 cm

10

$\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서

$\angle A=\angle DEC$,

$\angle C$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AC}:\overline{EC}=\overline{BC}:\overline{DC}$이므로

$9:3=\overline{BC}:5$

$3\overline{BC}=45$

$\overline{BC}=15(\text{cm})$ … 2단계

따라서 $\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=15-3=12(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{BE}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 12 cm

11

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$$\begin{aligned}\angle ABC&=\angle ABE+\angle EBC\\&=\angle BCE+\angle EBC\\&=\angle DEF\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle BCA&=\angle BCF+\angle FCA\\&=\angle CAF+\angle FCA\\&=\angle EFD\end{aligned}$$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF}$이므로

$\overline{BC} : 7 = 12 : 6$

$\overline{BC} : 7 = 2 : 1$

$\overline{BC} = 14(\text{cm})$ … 2단계

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 10 + 14 + 12 = 36(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구한 경우	30 %

답 36 cm

12

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이고

$\triangle ABF$와 $\triangle DEC$는 이등변삼각형이므로

$\overline{BF} = \overline{AB} = 8\text{ cm}$ … 1단계

$\overline{CE} = \overline{CD} = \overline{AB} = 8\text{ cm}$ … 2단계

그런데 $\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CE} - \overline{EF}$이므로

$12 = 8 + 8 - \overline{EF}$

$\overline{EF} = 4(\text{cm})$ … 3단계

따라서 $\triangle AOD$와 $\triangle FOE$의 닮음비는

$12 : 4 = 3 : 1$ … 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BF}$의 길이를 구한 경우	20 %
2단계	$\overline{CE}$의 길이를 구한 경우	20 %
3단계	$\overline{EF}$의 길이를 구한 경우	30 %
4단계	$\triangle AOD$와 $\triangle FOE$의 닮음비를 구한 경우	30 %

답 3 : 1

13

$\triangle ABC$와 $\triangle EDA$에서

$\angle BAC = \angle DEA$(엇각),

$\angle ACB = \angle EAD$(엇각)이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EDA$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AC} : \overline{EA} = \overline{BC} : \overline{DA}$이므로

$\overline{AC} : 4 = 10 : 5$

$\overline{AC} : 4 = 2 : 1$

$\overline{AC} = 8(\text{cm})$ … 2단계

따라서 $\overline{EC} = \overline{AC} - \overline{AE} = 8 - 4 = 4(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle EDA$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{AC}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{EC}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 4 cm

14

$\triangle ABC$와 $\triangle CDE$에서

$\angle ABC = \angle CDE = 90°$,

$\angle BAC = 90° - \angle BCA = \angle DCE$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle CDE$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BC} : \overline{DE}$이므로

$3 : \overline{CD} = 2 : 4$

$2\overline{CD} = 12$

$\overline{CD} = 6(\text{cm})$ … 2단계

$\square ABDE = \frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{ED}) \times \overline{BD}$

$= \frac{1}{2} \times (3+4) \times 8$

$= 28(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle CDE$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{CD}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\square ABDE$의 넓이를 구한 경우	30 %

답 28 cm^2

15

$\triangle ADC$와 $\triangle BEC$에서

$\angle C$는 공통,

$\angle ADC = \angle BEC = 90°$이므로

$\triangle ADC \backsim \triangle BEC$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{DC} : \overline{EC}$이므로

$8 : 10 = 4 : \overline{EC}$

$8\overline{EC} = 40$

$\overline{EC} = 5(\text{cm})$ … 2단계

따라서 $\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ADC \backsim \triangle BEC$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{EC}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{AE}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 3 cm

16

$\triangle ABD$에서

$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DH}$이므로

$100 = \overline{BD} \times 8$

$\overline{BD} = \frac{25}{2}(\text{cm})$ … 1단계

$\overline{BH} = \overline{BD} - \overline{DH} = \frac{25}{2} - 8 = \frac{9}{2}(\text{cm})$ … 2단계

또한 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HD}$이므로

$\overline{AH}^2 = \frac{9}{2} \times 8 = 36$

$\overline{AH} = 6(\text{cm})$ … 3단계

실전책

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BD}$의 길이를 구한 경우	35 %
2단계	$\overline{BH}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{AH}$의 길이를 구한 경우	35 %

답 6 cm

17

반지름의 길이가 각각 2 cm, 10 cm인 쇠구슬은 닮은 도형이고 닮음비가 $2:10=1:5$이므로 … 1단계

부피의 비는 $1^3:5^3=1:125$ … 2단계

따라서 반지름의 길이가 10 cm인 쇠구슬 1개를 녹이면 반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬을 125개 만들 수 있다. … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	두 쇠구슬의 닮음비를 구한 경우	30 %
2단계	두 쇠구슬의 부피의 비를 구한 경우	30 %
3단계	만들 수 있는 쇠구슬의 개수를 구한 경우	40 %

답 125

18

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle A$는 공통,

$\angle ABC=\angle AED=90^\circ$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음) … 1단계

$\overline{ED}=\overline{EB}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{ED}$이므로

$4:(4-x)=8:x$

$4x=32-8x$

$12x=32$

$x=\frac{8}{3}$ … 2단계

따라서 $\square EBFD=\frac{8}{3}\times\frac{8}{3}=\frac{64}{9}(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle ABC \backsim \triangle AED$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\square EBFD$의 한 변의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\square EBFD$의 넓이를 구한 경우	20 %

답 $\frac{64}{9}$ cm^2

19

$\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서

$\angle B=\angle C=60^\circ$,

$\angle BDE=120^\circ-\angle DEB=\angle CEF$이므로

$\triangle DBE \backsim \triangle ECF$(AA 닮음) … 1단계

한편 $\overline{AD}=7$ cm, $\overline{EC}=10$ cm이므로 … 2단계

$\overline{DB}:\overline{EC}=\overline{BE}:\overline{CF}$에서

$8:10=5:\overline{CF}$

$8\overline{CF}=50$

$\overline{CF}=\frac{25}{4}(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle DBE \backsim \triangle ECF$임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{AD}$, $\overline{EC}$의 길이를 각각 구한 경우	20 %
3단계	$\overline{CF}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 $\frac{25}{4}$ cm

20

$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로

$\overline{AH}^2=9\times4=36$

$\overline{AH}=6(\text{cm})$ … 1단계

점 M이 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{13}{2}(\text{cm})$

$\overline{MH}=\overline{MC}-\overline{HC}=\frac{13}{2}-4=\frac{5}{2}(\text{cm})$ … 2단계

따라서

$\triangle AMH=\frac{1}{2}\times\overline{MH}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times6=\frac{15}{2}(\text{cm}^2)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AH}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{MH}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\triangle AMH$의 넓이를 구한 경우	30 %

답 $\frac{15}{2}$ cm^2

21

$\triangle DBE$와 $\triangle EDF$에서 $\overline{BD}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로

$\angle DEB=\angle EFD=90^\circ$,

$\angle BDE=\angle DEF$(엇각)이므로

$\triangle DBE \backsim \triangle EDF$(AA 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{BD}:\overline{DE}=\overline{DE}:\overline{EF}$이므로

$16:\overline{DE}=\overline{DE}:9$

$\overline{DE}^2=144$

$\overline{DE}=12(\text{cm})$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle DBE \backsim \triangle EDF$임을 설명한 경우	50 %
2단계	$\overline{DE}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 12 cm

22

$\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이므로

$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{CE}$

$4:\overline{DC}=6:9$

$6\overline{DC}=36$

$\overline{DC}=6(\text{cm})$ … 1단계

또한 $\angle ACB=\angle DEC$에서 동위각의 크기가 같으므로

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$

$\triangle ACF$와 $\triangle EDF$에서

$\angle ACF=\angle EDF$(엇각)

$\angle AFC=\angle EFD$(맞꼭지각)

이므로 $\triangle ACF \backsim \triangle EDF$(AA 닮음) ··· 2단계

따라서 $\overline{CF}:\overline{DF}=\overline{AC}:\overline{ED}=2:3$이므로

$\overline{CF}=\frac{2}{5}\overline{CD}=\frac{2}{5}\times 6=\frac{12}{5}$(cm) ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{DC}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	$\triangle ACF \backsim \triangle EDF$임을 설명한 경우	40 %
3단계	$\overline{CF}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 $\frac{12}{5}$ cm

2. 평행선 사이의 선분의 길이의 비

01~02 삼각형과 평행선 / 평행선 사이의 선분의 길이의 비

소단원 실전 테스트 실전책 40~41쪽

01 ②	02 ⑤	03 ④	04 ③	05 70
06 ②	07 ⑤	08 ②	09 ③	10 ①
11 ⑤	12 ④	13 10 cm	14 ③	15 ④
16 ⑤				

01

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로

$6:4=8:\overline{EC}$

$6\overline{EC}=32$

$\overline{EC}=\frac{16}{3}$

답 ②

02

⑤ $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$

답 ⑤

03

$10:x=8:4$이므로 $8x=40$, $x=5$

$y:6=8:4$이므로 $4y=48$, $y=12$

따라서 $x+y=5+12=17$

답 ④

04

$\overline{DF}:\overline{BG}=\overline{AF}:\overline{AG}=\overline{FE}:\overline{GC}$이므로

$\overline{DF}:\overline{BG}=\overline{FE}:\overline{GC}$

$3:\overline{BG}=6:(12-\overline{BG})$

$6\overline{BG}=36-3\overline{BG}$

$9\overline{BG}=36$

$\overline{BG}=4$(cm)

답 ③

05

$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{MN}$

$x=2\times 5=10$ ··· 1단계

$\angle AMN=\angle ABC$이므로

$y=60$ ··· 2단계

따라서 $x+y=10+60=70$ ··· 3단계

실전책

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	40 %
2단계	y의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$x+y$의 값을 구한 경우	20 %

답 70

06

$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{CF}=\overline{FA}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 11=\frac{11}{2}(\text{cm})$

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

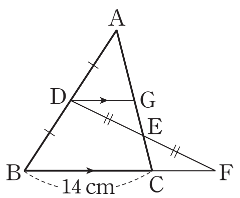
$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 13=\frac{13}{2}(\text{cm})$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{DF}=\frac{11}{2}+5+\frac{13}{2}=17(\text{cm})$

답 ②

07



오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 G라 하자.

$\triangle DEG$와 $\triangle FEC$에서

$\angle GDE=\angle CFE$(엇각),

$\angle DEG=\angle FEC$(맞꼭지각),

$\overline{DE}=\overline{EF}$이므로

$\triangle DEG\equiv\triangle FEC$(ASA 합동)

따라서 $\overline{DG}=\overline{CF}$

한편 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DG}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 14=7(\text{cm})$

따라서 $\overline{CF}=\overline{DG}=7(\text{cm})$

답 ⑤

08

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=16:14=8:7$

따라서 $\overline{BD}=\frac{8}{15}\overline{BC}=\frac{8}{15}\times 15=8(\text{cm})$

답 ②

09

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=6:9=2:3$이므로

$\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{CD}=2:3$

따라서 $\triangle ABD=\frac{2}{5}\triangle ABC=\frac{2}{5}\times 25=10(\text{cm}^2)$

답 ③

10

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$8:\overline{AC}=16:12$

$8:\overline{AC}=4:3$

$4\overline{AC}=24$

$\overline{AC}=6(\text{cm})$

답 ①

11

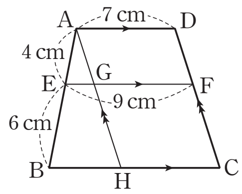
$9:x=12:8$이므로 $12x=72$, $x=6$

$y:10=12:8$이므로 $8y=120$, $y=15$

따라서 $y-x=15-6=9$

답 ⑤

12



오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$에 평행한 직선과 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$의 교점을 각각 G, H라 하자.

$\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=7(\text{cm})$이므로

$\overline{EG}=\overline{EF}-\overline{GF}=9-7=2(\text{cm})$

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$에서

$4:10=2:\overline{BH}$

$4\overline{BH}=20$

$\overline{BH}=5(\text{cm})$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=5+7=12(\text{cm})$

답 ④

13

$\overline{AE}=3\overline{EB}$에서 $\overline{AE}:\overline{EB}=3:1$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$3:(3+1)=\overline{EQ}:16$

$4\overline{EQ}=48$

$\overline{EQ}=12(\text{cm})$ ··· 1단계

$\triangle ABD$에서 $\overline{EP}/\!/\overline{AD}$이므로

$1:(1+3)=\overline{EP}:8$

$4\overline{EP}=8$

$\overline{EP}=2(\text{cm})$ ··· 2단계

따라서 $\overline{PQ}=\overline{EQ}-\overline{EP}=12-2=10(\text{cm})$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{EQ}$의 길이를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{EP}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{PQ}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 10 cm

14

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AO}:\overline{OC}=3:6=1:2$

$\triangle AOD\backsim\triangle COB$(AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{AO}:\overline{CO}$

$\overline{AD}:12=1:2$

$2\overline{AD}=12$

$\overline{AD}=6(\text{cm})$

답 ③

15

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$(AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=6:12=1:2$

따라서 $\overline{BE}:\overline{BD}=1:(1+2)=1:3$

$\triangle BCD$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{CD}$이므로

$x:(x+10)=1:3$에서

$3x=x+10$

$2x=10$

$x=5$

$y:12=1:3$에서

$3y=12$

$y=4$

따라서 $x+y=5+4=9$

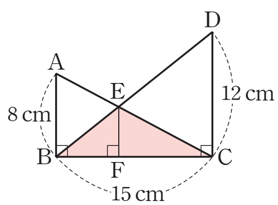
답 ④

16

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$(AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=8:12=2:3$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면 $\overline{EF}$, $\overline{DC}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로 $\overline{EF} /\!/ \overline{DC}$이다.



$\triangle BCD$에서

$\overline{BE}:\overline{BD}=\overline{EF}:\overline{DC}$이므로

$2:(2+3)=\overline{EF}:12$

$5\overline{EF}=24$

$\overline{EF}=\frac{24}{5}(\text{cm})$

따라서 $\triangle EBC=\frac{1}{2}\times 15\times \frac{24}{5}=36(\text{cm}^2)$

답 ⑤

03 삼각형의 무게중심

소단원 실전 테스트

실전책 42~43쪽

01 ③	02 ①	03 ④	04 ④	05 ③
06 5	07 ①	08 ⑤	09 ②	10 ③
11 ④	12 ③	13 ②	14 36 cm^2	15 ①
16 ③				

01

$\triangle NMC=\frac{1}{2}\triangle AMC$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\times 24=6(\text{cm}^2)$

답 ③

02

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}$

$x=\frac{1}{3}\times 9=3$

$\overline{AD}$가 $\triangle ABC$의 중선이므로

$\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$y=\frac{1}{2}\times 8=4$

따라서 $x+y=3+4=7$

답 ①

03

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{DC}=\frac{3}{2}\overline{GC}=\frac{3}{2}\times 5=\frac{15}{2}(\text{cm})$

$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 점 D는 $\triangle ABC$의 외심이다.

$\overline{AB}=2\overline{DC}=2\times\frac{15}{2}=15(\text{cm})$

답 ④

04

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 18=6(\text{cm})$

점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times 6=4(\text{cm})$

답 ④

05

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{BM}$은 $\triangle ABC$의 중선이다.

$\overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

$\triangle BCM$에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{BM} /\!/ \overline{DN}$이므로

$\overline{NC}=\frac{1}{2}\overline{MC}=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm})$

따라서 $\overline{AN}=\overline{AC}-\overline{NC}=12-3=9(\text{cm})$

답 ③

06

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{2}\overline{AG}$

$x=\frac{1}{2}\times 4=2$ … 1단계

$\triangle ABD$에서 $\overline{BE}=\overline{EA}$, $\overline{EF}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AD}$

$y=\frac{1}{2}\times(4+2)=3$ … 2단계

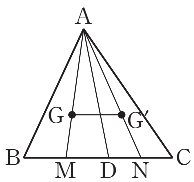
따라서 $x+y=2+3=5$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	40 %
2단계	y의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$x+y$의 값을 구한 경우	20 %

답 5

07

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$을 그으면 두 점 G, G′이 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$의 무게중심이므로 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$은 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$의 중선이다.



따라서

$\overline{MN}=\overline{MD}+\overline{DN}$

$=\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{DC}$

$=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 24$

$=12(\text{cm})$

$\triangle AGG'$과 $\triangle AMN$에서

$\overline{AG}:\overline{AM}=2:3$,

$\overline{AG'}:\overline{AN}=2:3$,

$\angle MAN$은 공통이므로

$\triangle AGG' \backsim \triangle AMN$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{GG'}:\overline{MN}=2:3$이므로

$\overline{GG'}:12=2:3$

$3\overline{GG'}=24$

$\overline{GG'}=8(\text{cm})$

답 ①

08

$\triangle FGE$와 $\triangle DGB$에서

$\angle EFG=\angle BDG$(엇각),

$\angle FGE=\angle DGB$(맞꼭지각)이므로

$\triangle FGE \backsim \triangle DGB$(AA 닮음)

이때 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GF}:\overline{GD}=\overline{GE}:\overline{GB}=1:2$

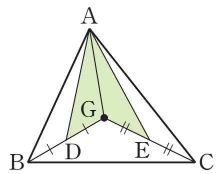
따라서

$\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{GD}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{6}\overline{AD}=\frac{1}{6}\times 30=5(\text{cm})$

답 ⑤

09

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$를 그으면 색칠한 부분의 넓이는



$\triangle ADG+\triangle AGE$

$=\frac{1}{2}\triangle ABG+\frac{1}{2}\triangle AGC$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times 24=8(\text{cm}^2)$

답 ②

10

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$\overline{BG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\triangle EGD=\frac{1}{2}\triangle EBG=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{12}\triangle ABC$

따라서

$\triangle EGD:\triangle GBC=\frac{1}{12}\triangle ABC:\frac{1}{3}\triangle ABC=1:4$

답 ③

11

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 72=12(\text{cm}^2)$

점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

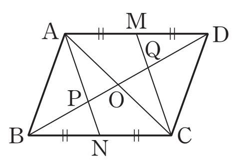
$\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$

따라서 $\triangle GBG'=\frac{2}{3}\triangle GBD=\frac{2}{3}\times 12=8(\text{cm}^2)$

답 ④

12

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BN}=\overline{NC}$, $\overline{AM}=\overline{MD}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이다.



따라서 $\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}$, $\overline{OQ}=\frac{1}{3}\overline{OD}$이므로

$\overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{OQ}$

$=\frac{1}{3}\overline{BO}+\frac{1}{3}\overline{OD}$

$=\frac{1}{3}\overline{BD}$

$=\frac{1}{3}\times18$

$=6(cm)$

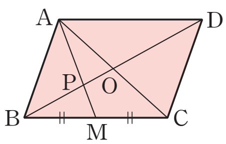
답 ③

13

$\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로
두 점 P, Q는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이다.
△APQ와 △AMN에서
$\overline{AP}:\overline{AM}=2:3$,
$\overline{AQ}:\overline{AN}=2:3$,
∠MAN은 공통이므로
△APQ∽△AMN(SAS 닮음)
따라서 $\overline{PQ}:\overline{MN}=2:3$이므로
$2:\overline{MN}=2:3$
$\overline{MN}=3(cm)$

답 ②

14



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$가 만나는 점을 O라 하면
$\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{AO}=\overline{OC}$이므로 점 P는 △ABC의 무게중심이다. … 1단계
따라서
□ABCD$=2$△ABC

$=2\times6$△PBM

$=12$△PBM

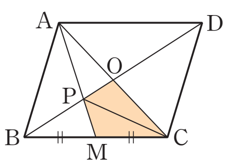
$=12\times3$

$=36(cm^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	점 P가 △ABC의 무게중심임을 구한 경우	50 %
2단계	□ABCD의 넓이를 구한 경우	50 %

답 $36\ cm^2$

15



$\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$이므로 점 P는 △ABC의 무게중심이다. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PC}$를 그으면
□PMCO=△PMC+△PCO

$=\frac{1}{6}$△ABC$+\frac{1}{6}$△ABC

$=\frac{1}{3}$△ABC

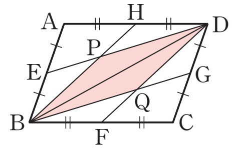
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$□ABCD

$=\frac{1}{6}$□ABCD

$=\frac{1}{6}\times120=20(cm^2)$

답 ①

16



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
$\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{AH}=\overline{HD}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$, $\overline{CG}=\overline{GD}$이므로 두 점 P, Q는 각각 △ABD, △DBC의 무게중심이다.
따라서
□PBQD=△PBD+△DBQ

$=\frac{1}{3}$△ABD$+\frac{1}{3}$△DBC

$=\frac{1}{3}$□ABCD

$=\frac{1}{3}\times48=16(cm^2)$

답 ③

중단원 실전 테스트

실전책 44~47쪽

01 ②	02 ④	03 ③	04 ⑤	05 ①
06 ②	07 ⑤	08 ④	09 ③	10 ②
11 ⑤	12 ④	13 ③	14 ②	15 ⑤
16 ①	17 8 cm	18 27 cm	19 4 cm	20 $\frac{45}{4}$ cm
21 12 cm	22 4 cm	23 3 cm	24 3 cm	25 $10\ cm^2$

01

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로
$(2x+2):3=(5x-2):4$
$15x-6=8x+8$
$7x=14$
$x=2$

답 ②

02

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이므로
$(12-x):x=6:3$
$6x=36-3x$
$9x=36$
$x=4$
$\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로
$6:3=y:3$
$y=6$

따라서 $x+y=4+6=10$

답 ④

03

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로

$x:6=18:9$

$x:6=2:1$

$x=12$

$\overline{CG}:\overline{CB}=\overline{FG}:\overline{AB}$이므로

$12:18=y:12$

$2:3=y:12$

$3y=24$

$y=8$

따라서 $x-y=12-8=4$

답 ③

04

$\angle AMN=\angle ABC$이므로

$x=45$

$\overline{BC}=2\overline{MN}$이므로

$y=2\times6=12$

따라서 $x+y=45+12=57$

답 ⑤

05

$\triangle DBC$에서 $\overline{BE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{DC}=2\overline{EF}$

$x=2\times3=6$

$\triangle AEG$에서

$\overline{ED}=\overline{DA}$, $\overline{AC}=\overline{CG}$이므로

$\overline{EG}=2\overline{DC}$

$3+y=2\times6$

$y=9$

따라서 $x+y=6+9=15$

답 ①

06

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=10:12=5:6$

따라서 $\overline{BD}=\frac{5}{11}\times11=5(\text{cm})$

답 ②

07

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$7:5=\overline{BD}:\overline{CD}$

따라서 $\triangle ABC:\triangle ACD=\overline{BC}:\overline{CD}=2:5$이므로

$\triangle ABC:20=2:5$

$5\triangle ABC=40$

$\triangle ABC=8(\text{cm}^2)$

답 ⑤

08

$6:x=9:(9+6)$

$6:x=3:5$

$3x=30$

$x=10$

답 ④

09

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EG}$이므로

$\overline{EG}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{BA}$

$3:x=6:(6+4)$, $3:x=3:5$

$x=5$

$\triangle DBC$에서 $\overline{GF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{GF}:\overline{BC}=\overline{DG}:\overline{DB}$

또 ABD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EG}$이므로

$\overline{DG}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{AB}=4:(4+6)=2:5$

$y:15=2:5$, $5y=30$

$y=6$

따라서 $y-x=6-5=1$

답 ③

10

$\triangle AOD\backsim\triangle COB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{OA}:\overline{OC}=\overline{AD}:\overline{CB}=6:12=1:2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{EO}:12=1:(1+2)$

$3\overline{EO}=12$

$\overline{EO}=4(\text{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{OF}$이므로

$\overline{OF}:6=2:(2+1)$

$3\overline{OF}=12$

$\overline{OF}=4(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{EO}+\overline{OF}=4+4=8(\text{cm})$

답 ②

11

$\triangle ABE\backsim\triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=12:6=2:1$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{EF}:12=1:(1+2)$

$3\overline{EF}=12$

$\overline{EF}=4(\text{cm})$

$\triangle DBC$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{BF}:15=4:6$

$6\overline{BF}=60$

$\overline{BF}=10(\text{cm})$

따라서 $\triangle EBF=\frac{1}{2}\times10\times4=20(\text{cm}^2)$

답 ⑤

12

$\overline{AD}$가 $\triangle ABC$의 중선이므로

$\triangle ABD=\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times28=14(\text{cm}^2)$

$\triangle EBD=\triangle ABD-\triangle ABE=14-9=5(\text{cm}^2)$

$\overline{ED}$가 $\triangle EBC$의 중선이므로

$\triangle EDC=\triangle EBD=5(\text{cm}^2)$

답 ④

13

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AD}=\frac{3}{2}\overline{AG}$

$x=\frac{3}{2}\times12=18$

$\overline{AD}$가 $\triangle ABC$의 중선이므로

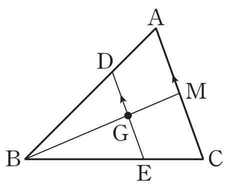
$\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$y=\frac{1}{2}\times14=7$

따라서 $x+y=18+7=25$

답 ③

14



오른쪽 그림과 같이 직선 BG와 $\overline{AC}$의 교점을 M이라 하자.

$\triangle ABC$에서 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로

$\overline{DE}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{BC}=\overline{BG}:\overline{BM}$

이때 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$16:\overline{AC}=2:3$

$2\overline{AC}=48$

$\overline{AC}=24(\text{cm})$

답 ②

15

$\overline{FE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\triangle AFE \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이고

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 닮음비는 $2:3$이다.

넓이의 비가 $2^2:3^2=4:9$이므로

$\triangle AFE=\frac{4}{9}\triangle ABC=\frac{4}{9}\times36=16(\text{cm}^2)$

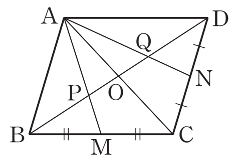
그런데 $\triangle DEF$는 $\triangle AFE$와 밑변의 길이가 같고 높이는

$\frac{1}{2}$이므로

$\triangle DEF=\frac{1}{2}\triangle AFE=\frac{1}{2}\times16=8(\text{cm}^2)$

답 ⑤

16



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하자.

$\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이다.

따라서 $\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}$, $\overline{OQ}=\frac{1}{3}\overline{OD}$이므로

$\overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{OQ}=\frac{1}{3}\overline{BO}+\frac{1}{3}\overline{OD}=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times15=5(\text{cm})$

답 ①

17

$\overline{GE}:\overline{FC}=\overline{AG}:\overline{AF}=\overline{AD}:\overline{AB}$이므로

$\overline{GE}:\overline{FC}=\overline{AD}:\overline{AB}$에서

$\overline{GE}:10=12:15$

$\overline{GE}:10=4:5$

$5\overline{GE}=40$

$\overline{GE}=8(\text{cm})$

답 8 cm

18

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

$\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times15=\frac{15}{2}(\text{cm})$

$\overline{RS}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

$\overline{SP}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times15=\frac{15}{2}(\text{cm})$

따라서 □PQRS의 둘레의 길이는

$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}+\overline{SP}=6+\frac{15}{2}+6+\frac{15}{2}=27(\text{cm})$

답 27 cm

19

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=12:6=2:1$ … 1단계

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{ED}$이므로

$\overline{ED}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{BC}=2:(2+1)=2:3$ … 2단계

$\overline{ED}:6=2:3$

$3\overline{ED}=12$

$\overline{ED}=4(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BD}:\overline{CD}=2:1$임을 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{ED}:\overline{AC}=2:3$임을 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{ED}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 4 cm

실전책

20

$\triangle$DBC에서 $\overline{PF} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{PF} : 15 = 6 : (6+4)$

$\overline{PF} : 15 = 3 : 5$

$5\overline{PF} = 45$

$\overline{PF} = 9(\text{cm})$

따라서 $\overline{QF} = \frac{1}{2}\overline{PF} = \frac{1}{2} \times 9 = \frac{9}{2}(\text{cm})$

$\triangle$ACD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{QF}$이므로

$\frac{9}{2} : \overline{AD} = 4 : (4+6)$

$\frac{9}{2} : \overline{AD} = 2 : 5$

$2\overline{AD} = \frac{45}{2}$

$\overline{AD} = \frac{45}{4}(\text{cm})$

답 $\frac{45}{4}$ cm

21

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 21 : 28 = 3 : 4$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$이므로

$4 : (4+3) = \overline{EF} : 21$

$7\overline{EF} = 84$

$\overline{EF} = 12(\text{cm})$

답 12 cm

22

점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD}$

점 G′은 $\triangle$GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'} = \frac{2}{3}\overline{GD} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{2}{9}\overline{AD}$

따라서

$$\begin{aligned}\overline{AG'} &= \overline{AG} + \overline{GG'} \\ &= \frac{2}{3}\overline{AD} + \frac{2}{9}\overline{AD} \\ &= \frac{8}{9}\overline{AD} \\ &= 16(\text{cm})\end{aligned}$$

이므로 $\overline{AD} = 18(\text{cm})$

$\overline{GG'} = \frac{2}{9}\overline{AD} = \frac{2}{9} \times 18 = 4(\text{cm})$

답 4 cm

23

점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{BE} = \frac{3}{2}\overline{BG} = \frac{3}{2} \times 4 = 6(\text{cm})$ … 1단계

$\triangle$EBC에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{EF} = \overline{FC}$이므로

$\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BE} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BE}$의 길이를 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{DF}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 3 cm

24

점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG} : \overline{GE} = 2 : 1$

점 G′이 $\triangle$DBC의 무게중심이므로

$\overline{DG'} : \overline{G'E} = 2 : 1$

또한 $\angle$AED는 공통이므로

$\triangle AED \backsim \triangle GEG'$(SAS 닮음)

따라서 $\overline{EG} : \overline{EA} = \overline{GG'} : \overline{AD}$에서

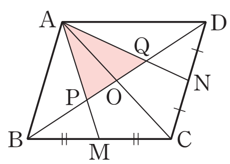
$1 : (1+2) = \overline{GG'} : 9$

$3\overline{GG'} = 9$

$\overline{GG'} = 3(\text{cm})$

답 3 cm

25



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하자.

$\overline{AO} = \overline{OC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{CN} = \overline{ND}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle$ABC, $\triangle$ACD의 무게중심이다. … 1단계

$$\begin{aligned}\triangle APQ &= \triangle APO + \triangle AOQ \\ &= \frac{1}{6}\triangle ABC + \frac{1}{6}\triangle ACD \\ &= \frac{1}{6}\square ABCD \\ &= \frac{1}{6} \times 60 \\ &= 10(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

… 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	두 점 P, Q는 각각 $\triangle$ABC, $\triangle$ACD의 무게중심임을 구한 경우	50 %
2단계	$\triangle$APQ의 넓이를 구한 경우	50 %

답 10 cm^2

중단원 서술형 대비

실전책 48~51쪽

Level 1 01 풀이 참조　02 풀이 참조　03 풀이 참조　04 풀이 참조

Level 2 05 2 cm　06 40　07 $\frac{5}{2}$ cm　08 36 cm^2　09 4 cm　10 12 cm　11 18 cm　12 3 cm　13 12 cm　14 64　15 4 cm　16 6 cm^2

Level 3 17 2 cm　18 5 cm　19 $\frac{15}{4}$ cm　20 16 cm^2　21 12 cm　22 12 cm^2

01

□DBFE의 한 변의 길이를 x cm라 하자.

△ABC에서 $\overline{DE} /\!/ \boxed{\overline{BC}}$이므로

$\overline{AD} : \boxed{\overline{AB}} = \overline{DE} : \overline{BC}$ … 1단계

$(10-x) : \boxed{10} = x : 6$

$60-6x=\boxed{10}x$, $x=\boxed{\frac{15}{4}}$ … 2단계

따라서 □DBFE의 둘레의 길이는

$4\times\boxed{\frac{15}{4}}=\boxed{15}$(cm) … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$임을 구한 경우	40 %
2단계	□DBFE의 한 변의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	□DBFE의 둘레의 길이를 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

02

$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{CF}=\overline{FA}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\boxed{\overline{AC}}=\frac{1}{2}\times 12=\boxed{6}$(cm) … 1단계

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\boxed{\overline{AB}}=\frac{1}{2}\times 10=\boxed{5}$(cm) … 2단계

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\boxed{\overline{BC}}=\frac{1}{2}\times 14=\boxed{7}$(cm) … 3단계

따라서 △DEF의 둘레의 길이는

$\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{DF}=6+5+7=\boxed{18}$(cm) … 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{DE}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{EF}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{DF}$의 길이를 구한 경우	30 %
4단계	△DEF의 둘레의 길이를 구한 경우	10 %

답 풀이 참조

03

$4 : x = 8 : \boxed{12}$이므로

$8x=\boxed{48}$, $x=\boxed{6}$ … 1단계

$(8+12) : 12 = y : \boxed{9}$이므로

$12y=\boxed{180}$, $y=\boxed{15}$ … 2단계

따라서 $x+y=\boxed{6}+\boxed{15}=\boxed{21}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	40 %
2단계	y의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$x+y$의 값을 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

04

점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG} : \overline{GD} = \boxed{2} : 1$, $x : 4 = \boxed{2} : 1$, $x=\boxed{8}$ … 1단계

$\overline{AD}$가 △ABC의 중선이므로

$\overline{BD}=\boxed{\overline{DC}}$, $y=\boxed{6}$ … 2단계

따라서 $x+y=\boxed{8}+\boxed{6}=\boxed{14}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	40 %
2단계	y의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$x+y$의 값을 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

05

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ … 1단계

$6 : 3 = 4 : \overline{EC}$

$6\overline{EC}=12$

$\overline{EC}=2$(cm) … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$를 구한 경우	60 %
2단계	$\overline{EC}$의 길이를 구한 경우	40 %

답 2 cm

06

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AG} : \overline{AF} = \overline{GE} : \overline{FC}$에서

$x : (x+2) = 3 : 4$

$4x=3x+6$

$x=6$ … 1단계

$\overline{DG} : \overline{BF} = \overline{AG} : \overline{AF} = \overline{GE} : \overline{FC}$에서

$5 : y = 3 : 4$

$3y=20$

$y=\frac{20}{3}$ … 2단계

따라서 $xy=6\times\frac{20}{3}=40$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	40 %
2단계	y의 값을 구한 경우	40 %
3단계	xy의 값을 구한 경우	20 %

답 40

07

$\overline{AF}:\overline{FD}=4:1$이므로

$8:\overline{FD}=4:1$

$4\overline{FD}=8$

$\overline{FD}=2(cm)$ … 1단계

$\triangle ABD$에서 $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BD}$이므로

$\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{AF}:\overline{FD}=4:1$ … 2단계

$\triangle ABC$에서 $\overline{ED}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}:\overline{DC}=\overline{AE}:\overline{EB}=4:1$ … 3단계

따라서 $10:\overline{DC}=4:1$이므로

$4\overline{DC}=10$

$\overline{DC}=\frac{5}{2}(cm)$ … 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{FD}$의 길이를 구한 경우	20 %
2단계	$\overline{AE}:\overline{EB}=4:1$임을 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{AD}:\overline{DC}=4:1$임을 구한 경우	30 %
4단계	$\overline{DC}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 $\frac{5}{2}$ cm

08

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=12:8=3:2$이므로 … 1단계

$\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{CD}=3:2$

따라서 $\triangle ABD=\frac{3}{5}\triangle ABC=\frac{3}{5}\times60=36(cm^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BD}:\overline{CD}=3:2$임을 구한 경우	50 %
2단계	$\triangle ABD$의 넓이를 구한 경우	50 %

답 36 cm²

09

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로 … 1단계

$6:\overline{AC}=9:6$

$9\overline{AC}=36$

$\overline{AC}=4(cm)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$임을 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{AC}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 4 cm

10

$\triangle EBC$에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{FD}\,/\!/\,\overline{EC}$이므로

$\overline{EC}=2\overline{FD}=2\times8=16(cm)$ … 1단계

$\triangle AFD$에서 $\overline{AG}=\overline{GD}$, $\overline{EG}\,/\!/\,\overline{FD}$이므로

$\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{FD}=\frac{1}{2}\times8=4(cm)$ … 2단계

따라서 $\overline{CG}=\overline{EC}-\overline{EG}=16-4=12(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{EC}$의 길이를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{EG}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{CG}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 12 cm

11

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times8=4(cm)$ … 1단계

$\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times10=5(cm)$ … 2단계

$\overline{RS}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times8=4(cm)$ … 3단계

$\overline{SP}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times10=5(cm)$ … 4단계

따라서 □PQRS의 둘레의 길이는

$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}+\overline{SP}=4+5+4+5=18(cm)$ … 5단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{PQ}$의 길이를 구한 경우	20 %
2단계	$\overline{QR}$의 길이를 구한 경우	20 %
3단계	$\overline{RS}$의 길이를 구한 경우	20 %
4단계	$\overline{SP}$의 길이를 구한 경우	20 %
5단계	□PQRS의 둘레의 길이를 구한 경우	20 %

답 18 cm

12

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{MN}\,/\!/\,\overline{BC}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MQ}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times16=8(cm)$ … 1단계

$\triangle ABD$에서

$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MP}\,/\!/\,\overline{AD}$이므로

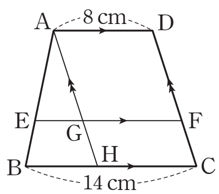
$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times10=5(cm)$ … 2단계

따라서 $\overline{PQ}=\overline{MQ}-\overline{MP}=8-5=3(cm)$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{MQ}$의 길이를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{MP}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{PQ}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 3 cm

13



오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$에 평행한 직선과 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$의 교점을 각각 G, H라 하자.

$\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=8(\text{cm})$이고 … 1단계

$\overline{BH}=14-8=6(\text{cm})$

$\overline{AE}=2\overline{EB}$에서 $\overline{AE}:\overline{EB}=2:1$이고

$\triangle ABH$에서

$2:(2+1)=\overline{EG}:6$

$3\overline{EG}=12$

$\overline{EG}=4(\text{cm})$ … 2단계

따라서 $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=4+8=12(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{GF}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{EG}$의 길이를 구한 경우	50 %
3단계	$\overline{EF}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 12 cm

14

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=8:16=1:2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로

$x:8=2:(1+2)$

$3x=16$

$x=\dfrac{16}{3}$ … 1단계

$y:18=2:(1+2)$

$3y=36$

$y=12$ … 2단계

따라서 $xy=\dfrac{16}{3}\times 12=64$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	40 %
2단계	y의 값을 구한 경우	40 %
3단계	xy의 값을 구한 경우	20 %

답 64

15

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\dfrac{1}{3}\overline{AD}=\dfrac{1}{3}\times 36=12(\text{cm})$ … 1단계

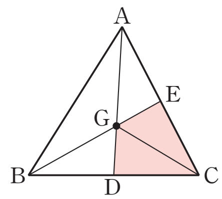
점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{G'D}=\dfrac{1}{3}\overline{GD}=\dfrac{1}{3}\times 12=4(\text{cm})$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{GD}$의 길이를 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{G'D}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 4 cm

16



오른쪽 그림과 같이 $\overline{GC}$를 그으면 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\square GDCE=\triangle GDC+\triangle GCE$ … 1단계

$=\dfrac{1}{6}\triangle ABC+\dfrac{1}{6}\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{3}\times 18=6(\text{cm}^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	□GDCE를 두 삼각형의 합으로 표현한 경우	50 %
2단계	□GDCE의 넓이를 구한 경우	50 %

답 6 cm^2

17

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{CE}$이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=8:12=2:3$

따라서 $\overline{CE}=\dfrac{3}{5}\overline{AC}=\dfrac{3}{5}\times 10=6(\text{cm})$ … 1단계

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}:\overline{DC}=\overline{AF}:\overline{CF}$이므로

$\overline{AF}:\overline{CF}=12:8=3:2$

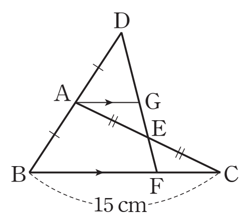
따라서 $\overline{CF}=\dfrac{2}{5}\overline{AC}=\dfrac{2}{5}\times 10=4(\text{cm})$ … 2단계

$\overline{EF}=\overline{CE}-\overline{CF}=6-4=2(\text{cm})$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{CE}$의 길이를 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{CF}$의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{EF}$의 길이를 구한 경우	20 %

답 2 cm

18



오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선과 $\overline{DF}$의 교점을 G라 하자.

$\triangle AEG$와 $\triangle CEF$에서

$\angle AEG=\angle CEF$(맞꼭지각)

$\angle GAE=\angle FCE$(엇각)

$\overline{AE}=\overline{CE}$

이므로 $\triangle AEG\equiv\triangle CEF$(ASA 합동) … 1단계

따라서 $\overline{AG}=\overline{CF}$

$\triangle DBF$에서 $\overline{BA}=\overline{AD}$, $\overline{AG}\,/\!/\,\overline{BF}$이므로

$\overline{BF}=2\overline{AG}=2\overline{CF}$

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=2\overline{CF}+\overline{CF}=3\overline{CF}$ … 2단계

$3\overline{CF}=15$

$\overline{CF}=5(\text{cm})$ … 3단계

실전책

단계	채점 기준	비율
1단계	$\triangle AEG \equiv \triangle CEF$임을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{BC}=3\overline{CF}$임을 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{CF}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 5 cm

19

$\triangle AOD \backsim \triangle COB$(AA 닮음)이므로

$\overline{AO} : \overline{CO} = \overline{AD} : \overline{CB} = 6 : 10 = 3 : 5$ … 1단계

$\triangle ABC$에서 $3 : (3+5) = \overline{EO} : 10$이므로

$8\overline{EO} = 30$

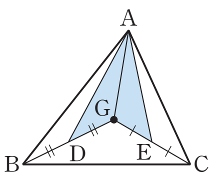
$\overline{EO} = \frac{15}{4}$(cm) … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AO} : \overline{CO} = 3 : 5$임을 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{EO}$의 길이를 구한 경우	50 %

답 $\frac{15}{4}$ cm

20

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$를 그으면 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로



색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ADG + \triangle AGE$ … 1단계

$= \frac{1}{2}\triangle ABG + \frac{1}{2}\triangle AGC$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ABC + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ABC$

$= \frac{1}{6}\triangle ABC + \frac{1}{6}\triangle ABC$

$= \frac{1}{3}\triangle ABC$

$= \frac{1}{3} \times 48$

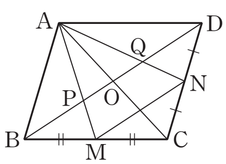
$= 16(\text{cm}^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	색칠한 부분의 넓이를 두 삼각형의 넓이의 합으로 표현한 경우	50 %
2단계	색칠한 부분의 넓이를 구한 경우	50 %

답 16 cm^2

21

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하자.



$\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이다. … 1단계

$\overline{BO}=3\overline{PO}$, $\overline{OD}=3\overline{OQ}$이므로

$\overline{BD}=\overline{BO}+\overline{OD}=3\overline{PO}+3\overline{OQ}=3\overline{PQ}$

$=3\times 8=24$(cm) … 2단계

$\triangle DBC$에서

$\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로

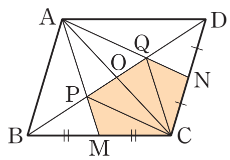
$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 24=12$(cm) … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	두 점 P, Q가 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심임을 구한 경우	40 %
2단계	$\overline{BD}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{MN}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 12 cm

22

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{PC}$, $\overline{QC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하자.



$\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이다. … 1단계

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle PMC + \triangle PCO + \triangle QOC + \triangle QCN$

$= \frac{1}{6}\triangle ABC + \frac{1}{6}\triangle ABC + \frac{1}{6}\triangle ACD + \frac{1}{6}\triangle ACD$

$= \frac{1}{3}\triangle ABC + \frac{1}{3}\triangle ACD$

$= \frac{1}{3}\square ABCD$

$= \frac{1}{3}\times 36 = 12(\text{cm}^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	두 점 P, Q가 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심임을 구한 경우	40 %
2단계	색칠한 부분의 넓이를 구한 경우	60 %

답 12 cm^2

3. 피타고라스 정리

01 피타고라스 정리

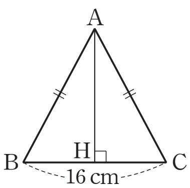
소단원 실전 테스트

실전책 52~53쪽

01 50 cm	**02** 117 cm^2	**03** 5 cm	**04** ④	**05** 9 : 34
06 96 cm^2	**07** 12 cm^2	**08** 174	**09** 230π cm^3	
10 20 cm	**11** 30 cm^2	**12** 11, 12, 13		

01

점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\frac{1}{2}\times 16\times\overline{AH}=120$, $\overline{AH}=15(cm)$

직각삼각형 ABH에서

$\overline{AB}^2=8^2+15^2=289=17^2$

$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=17$ cm

따라서 삼각형 ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=17+16+17=50(cm)$

답 50 cm

02

직각삼각형 ABD에서 $\overline{BD}^2=9^2+6^2=117$

따라서 구하는 정사각형의 넓이는 117 cm^2이다.

답 117 cm^2

03

$\overline{AD}=\overline{CD}=13$ cm

직각삼각형 ABD에서

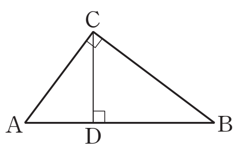
$\overline{BD}^2=13^2-12^2=25=5^2$

$\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=5$ cm

답 5 cm

04

직각삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하면



∠A는 공통,

∠ACB= $\boxed{① \angle ADC}$ =90°이므로

$\boxed{② \triangle ABC}\backsim\triangle ACD$(AA 닮음)

$\boxed{③ \overline{AC}^2}=\overline{AB}\times\overline{AD}$

같은 방법으로 $\triangle ABC\backsim\triangle CBD$(AA 닮음)이므로

$\overline{BC}^2=\overline{AB}\times\boxed{④ \overline{BD}}$

$$\boxed{③ \overline{AC}^2}+\overline{BC}^2=\overline{AB}\times\overline{AD}+\overline{AB}\times\boxed{④ \overline{BD}}$$
$$=\overline{AB}\times(\overline{AD}+\boxed{④ \overline{BD}})=\boxed{⑤ \overline{AB}^2}$$

답 ④

05

$\overline{AB}=3k$, $\overline{BC}=5k$라 하면 직각삼각형 ABC에서

$P=\overline{AB}^2=(3k)^2=9k^2$

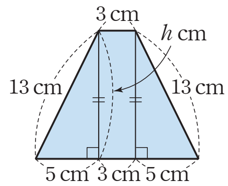
$R=\overline{AC}^2=(3k)^2+(5k)^2=34k^2$

따라서 $P:R=9k^2:34k^2=9:34$

답 9 : 34

06

등변사다리꼴의 높이를 h cm라 하면 윗변의 두 꼭짓점에서 아랫변에 수선의 발을 내리면 오른쪽 그림과 같다.



피타고라스 정리에 의하여

$h^2=13^2-5^2=144=12^2$

$h>0$이므로 $h=12$ … 1단계

따라서 등변사다리꼴의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(3+13)\times 12=96(cm^2)$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	높이를 구한 경우	60 %
2단계	넓이를 구한 경우	40 %

답 96 cm^2

07

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}^2=3^2+1^2=10$

직각삼각형 ACD에서

$\overline{AD}^2=\overline{AC}^2+1^2=11$

직각삼각형 ADE에서

$\overline{AE}^2=\overline{AD}^2+1^2=12$

따라서 $\square AEFG=\overline{AE}^2=12(cm^2)$

답 12 cm^2

08

삼각형 ABC, APQ, ABQ, APC에서

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{BC}^2+\overline{PQ}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2+\overline{AP}^2+\overline{AQ}^2$$
$$=\overline{BQ}^2+\overline{CP}^2$$

$15^2+7^2=x^2+10^2$

$x^2=225+49-100=174$

답 174

09

밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r^2=13^2-10^2=69$ … 1단계

따라서 물의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi r^2\times 10=\frac{1}{3}\times\pi\times 69\times 10=230\pi(cm^3)$ … 2단계

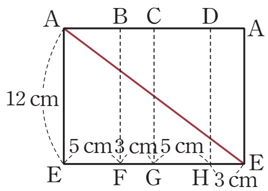
실전책

단계	채점 기준	비율
1단계	밑면의 반지름의 길이의 제곱을 구한 경우	50 %
2단계	부피를 구한 경우	50 %

답 $230\pi\ \text{cm}^3$

10

주어진 직육면체의 전개도의 일부는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 최단 거리를 x cm라 하면

$x^2=12^2+16^2=400=20^2$

$x>0$이므로 $x=20$

따라서 최단 거리는 20 cm이다.

답 20 cm

11

주어진 막대 중 5 cm, 12 cm, 13 cm을 골랐을 때, $5^2+12^2=13^2$이므로 직각삼각형이 만들어진다. 이때 빗변의 길이가 13 cm이므로 만들어진 직각삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times12=30(\text{cm}^2)$

답 $30\ \text{cm}^2$

12

$\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\angle B>90^\circ$이기 위해서는

$x^2>6^2+8^2$, $x^2>100$ …… ①

또한 삼각형의 세 변의 길이가 6 cm, 8 cm, x cm이기 위해서는 $8-6<x<8+6$

$2<x<14$ …… ②

①, ②를 모두 만족시키는 자연수 x는 11, 12, 13이다.

답 11, 12, 13

중단원 실전 테스트

실전책 54~55쪽

01 ①	02 ②	03 ④	04 ③	05 ②
06 ④	07 2 cm	08 $10\ \text{cm}^2$	09 $924\pi\ \text{cm}^3$	
10 39, 89	11 $\frac{12}{5}$	12 풀이 참조		

01

직각삼각형 ABH에서

$\overline{BH}^2=20^2-12^2=256=16^2$

$\overline{BH}>0$이므로 $\overline{BH}=16$ cm

직각삼각형 AHC에서

$\overline{CH}^2=\left(\frac{25}{2}\right)^2-12^2=\frac{49}{4}=\left(\frac{7}{2}\right)^2$

$\overline{CH}>0$이므로 $\overline{CH}=\frac{7}{2}$ cm

따라서 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=16+\frac{7}{2}=\frac{39}{2}(\text{cm})$

답 ①

02

유클리드의 증명에 의하여

$\triangle ABE\equiv\triangle AFC$이므로

$\triangle ACE=\triangle ABE=\triangle ACF=\triangle APF$이고

$\triangle BHA\equiv\triangle BCG$이므로

$\triangle BCH=\triangle BHA=\triangle BCG=\triangle BGP$

따라서 $\square ACDE=\square AFQP$, $\square BCIH=\square BGQP$

답 ②

03

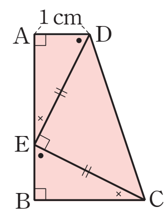
$\triangle ADE\equiv\triangle BEC$에서

$\overline{CE}=\overline{DE}$이고

$\angle CED=180^\circ-\angle AED-\angle BEC$

$=180^\circ-\angle AED-\angle ADE=90^\circ$

이므로 삼각형 CDE는 오른쪽 그림과 같이 직각이등변삼각형이다.



$\frac{1}{2}\times\overline{DE}\times\overline{CE}=\frac{1}{2}\times\overline{DE}^2=\frac{5}{2}$이므로

$\overline{DE}^2=5$

직각삼각형 ADE에서

$\overline{AE}^2=\overline{DE}^2-1^2=5-1=4=2^2$

$\overline{AE}>0$이므로 $\overline{AE}=2$ cm

$\overline{BC}=\overline{AE}=2$ cm이고

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}=2+1=3(\text{cm})$이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(1+2)\times3=\frac{9}{2}(\text{cm}^2)$

답 ④

04

삼각형 ABO, BCO, CDO, DAO에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2$

$=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$

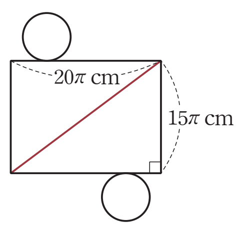
$10^2+7^2=4^2+x^2$

$x^2=100+49-16=133$

답 ③

05

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times10=20\pi(\text{cm})$이므로 주어진 원기둥의 전개도는 오른쪽 그림과 같다.



최단 거리를 x cm라 하면 피타고라스 정리에 의하여

$x^2=(20\pi)^2+(15\pi)^2$
$\quad=625\pi^2=(25\pi)^2$
$x>0$이므로 $x=25\pi$이고 최단 거리는 25π cm이다.

답 ②

06

① $2^2+4^2=20\neq5^2$
② $4^2+8^2=80\neq10^2$
③ $5^2+12^2=169\neq15^2$
④ $7^2+24^2=625=25^2$이므로 직각삼각형이다.
⑤ $9^2+30^2=981\neq31^2$

답 ④

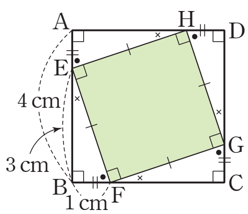
07

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}^2=1^2+1^2=2$
직각삼각형 ACD에서
$\overline{AD}^2=\overline{AC}^2+1^2=2+1=3$
직각삼각형 ADE에서
$\overline{AE}^2=\overline{AD}^2+1^2=3+1=4=2^2$
$\overline{AE}>0$이므로 $\overline{AE}=2$ cm

답 2 cm

08

삼각형 AEH, BFE, CGF, DHG에 대하여
$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=1$ cm,
$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$,
$\overline{AH}=\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{DG}=3$ cm이므로

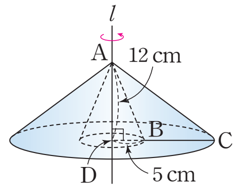


$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF$
$\equiv\triangle DHG$(SAS 합동)
따라서 $\overline{HE}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$
또한
$\angle HEF=180^\circ-\angle AEH-\angle BEF$
$=180^\circ-\angle AEH-\angle AHE=90^\circ$
같은 방법으로
$\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$
따라서 사각형 EFGH는 정사각형이므로
$\square EFGH=\overline{EF}^2=1^2+3^2=10(\text{cm}^2)$

답 10 cm^2

09

직각삼각형 ABD에서
$\overline{AD}^2=13^2-5^2=144=12^2$
$\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=12$ cm
직각삼각형 ACD에서
$\overline{CD}^2=20^2-\overline{AD}^2=20^2-12^2=256=16^2$
$\overline{CD}>0$이므로 $\overline{CD}=16$ cm
따라서 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 그 부피는



$\frac{1}{3}\times\pi\times16^2\times12-\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12$
$=1024\pi-100\pi$
$=924\pi(\text{cm}^3)$

답 924π cm^3

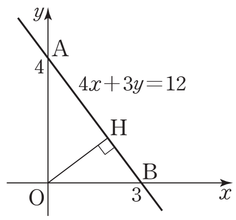
10

(i) 8이 빗변의 길이인 경우
$x^2=8^2-5^2=39$
(ii) x가 빗변의 길이인 경우
$x^2=5^2+8^2=89$

답 39, 89

11

$4x+3y=12$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 4이다. ··· 1단계



직각삼각형 AOB에서
$\overline{AB}^2=4^2+3^2=25=5^2$
$\overline{AB}>0$이므로
$\overline{AB}=5$ ··· 2단계
삼각형 AOB에서
$\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{1}{2}\times5\times\overline{OH}$
$\overline{OH}=\frac{12}{5}$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x절편, y절편을 구한 경우	30 %
2단계	직각삼각형의 빗변의 길이를 구한 경우	40 %
3단계	$\overline{OH}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 $\frac{12}{5}$

12

색칠한 부분의 넓이는
$\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{b}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{c}{2}\right)^2$
$=\frac{1}{2}ab+\frac{\pi}{8}a^2+\frac{\pi}{8}b^2-\frac{\pi}{8}c^2$ ··· 1단계
이때 피타고라스 정리에 의하여 $a^2+b^2=c^2$이므로
$\frac{1}{2}ab+\frac{\pi}{8}a^2+\frac{\pi}{8}b^2-\frac{\pi}{8}c^2$
$=\frac{1}{2}ab+\frac{\pi}{8}(a^2+b^2-c^2)$
$=\frac{1}{2}ab$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	색칠한 부분의 넓이에 대한 식을 세운 경우	60 %
2단계	피타고라스 정리를 사용하여 식을 정리한 경우	40 %

답 풀이 참조

중단원 서술형 대비

실전책 56~57쪽

Level 1 01 풀이 참조 02 풀이 참조

Level 2 03 14 04 60 cm^2 05 $\frac{20}{3}$ cm

06 13π cm^2 07 16π cm^2 08 $\frac{16}{9}$, $\frac{34}{9}$

Level 3 09 $\frac{468}{5}$ cm^2 10 $\frac{3}{2}$ cm 11 800

01

직각삼각형 ABD에서

$\boxed{x^2}=17^2-15^2=64=8^2$

$x>0$이므로 $x=\boxed{8}$ … 1단계

직각삼각형 BCD에서

$y^2=\boxed{10}^2-x^2=\boxed{36}$

$y>0$이므로 $y=\boxed{6}$ … 2단계

따라서 $x-y=\boxed{2}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	x의 값을 구한 경우	40 %
2단계	y의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$x-y$의 값을 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

02

점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

직각삼각형 CDH에서

$\overline{DH}^2=\boxed{13}^2-5^2=\boxed{144}$

$\overline{DH}>0$이므로 $\overline{AB}=\overline{DH}=\boxed{12}$ … 1단계

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+10^2=\boxed{244}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AB}$의 길이를 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{AC}^2$의 값을 구한 경우	50 %

답 풀이 참조

03

직각을 낀 두 변의 길이를 a, b라 하면(단, a, b는 자연수)

$a^2+b^2=1^2+8^2=65$ … 1단계

이를 만족시키는 자연수의 순서쌍 (a, b)를 구하면

$(1, 8)$, $(4, 7)$, $(7, 4)$, $(8, 1)$이다.

이때 직각을 낀 두 변의 길이가 1, 8인 경우 주어진 직각삼각형과 합동이므로 직각을 낀 두 변의 길이는 4, 7이다. … 2단계

따라서 직각삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times4\times7=14$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	피타고라스 정리를 이용해 식을 세운 경우	20 %
2단계	직각을 낀 두 변의 길이를 구한 경우	50 %
3단계	직각삼각형의 넓이를 구한 경우	30 %

답 14

04

$\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$이므로

$\overline{AD}=8\times\frac{3}{2}=12(cm)$ … 1단계

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$($\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로),

$\overline{BD}=\overline{CD}$($\overline{AD}$가 중선이므로),

$\overline{AD}$는 공통이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle ACD$(SSS 합동)

$\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$이고 $\triangle ACD$는 직각삼각형이다.

… 2단계

직각삼각형 ACD에서

$\overline{CD}^2=13^2-12^2=25=5^2$

$\overline{CD}>0$이므로 $\overline{CD}=5$ cm이고 $\overline{BC}=10$ cm … 3단계

따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times12=60(cm^2)$ … 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AD}$의 길이를 구한 경우	20 %
2단계	$\triangle ACD$가 직각삼각형인 것을 설명한 경우	30 %
3단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	30 %
4단계	$\triangle ABC$의 넓이를 구한 경우	20 %

답 60 cm^2

05

$\triangle ABH$와 $\triangle CBA$에서

$\angle B$는 공통, $\angle AHB=\angle CAB=90^\circ$이므로

$\triangle ABH\backsim\triangle CBA$(AA 닮음) … 1단계

$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BH}:\overline{BA}$

$5:\overline{CB}=3:5$, $3\overline{CB}=25$

$\overline{CB}=\frac{25}{3}(cm)$ … 2단계

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}^2=\left(\frac{25}{3}\right)^2-5^2=\frac{400}{9}=\left(\frac{20}{3}\right)^2$

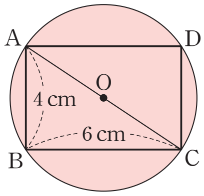
$\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=\frac{20}{3}$ cm … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	닮음인 삼각형을 찾은 경우	40 %
2단계	대응변의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	$\overline{AC}$의 길이를 구한 경우	30 %

답 $\frac{20}{3}$ cm

06

점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이다.



직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}^2=4^2+6^2=52$ ··· 1단계

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=\pi\times\frac{\overline{AC}^2}{4}$

$=\pi\times\frac{52}{4}$

$=13\pi(\text{cm}^2)$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	지름의 길이의 제곱을 구한 경우	50 %
2단계	원의 넓이를 구한 경우	50 %

답 13π cm^2

07

$\overline{PD}=\overline{AD}=20$ cm

직각삼각형 PCD에서

$\overline{CP}^2=20^2-16^2=144=12^2$

$\overline{CP}>0$이므로 $\overline{CP}=12$ cm ··· 1단계

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

△PCD의 넓이에서

$\frac{1}{2}\times r\times(12+16+20)=\frac{1}{2}\times12\times16$

$24r=96$, $r=4$

따라서 내접원의 넓이는 $\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{CP}$의 길이를 구한 경우	50 %
2단계	내접원의 넓이를 구한 경우	50 %

답 16π cm^2

08

$\overline{AB}=5k$, $\overline{BC}=3k$라 하자.

(i) $\overline{AB}$가 빗변인 경우

$\overline{AC}^2=(5k)^2-(3k)^2=16k^2$

$\frac{\overline{AC}^2}{\overline{BC}^2}=\frac{16k^2}{9k^2}=\frac{16}{9}$ ··· 1단계

(ii) $\overline{AC}$가 빗변인 경우

$\overline{AC}^2=(5k)^2+(3k)^2=34k^2$

$\frac{\overline{AC}^2}{\overline{BC}^2}=\frac{34k^2}{9k^2}=\frac{34}{9}$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{AB}$가 빗변일 때 값을 구한 경우	50 %
2단계	$\overline{AC}$가 빗변일 때 값을 구한 경우	50 %

답 $\frac{16}{9}$, $\frac{34}{9}$

09

△BCE와 △CDF에서

∠BEC=∠CFD=90°,

∠B=180°−∠BCD=∠DCF이므로

△BCE ∽ △CDF(AA 닮음) ··· 1단계

$\overline{BE}:\overline{CF}=\overline{CE}:\overline{DF}$

$5:3=\overline{CE}:\frac{36}{5}$, $3\overline{CE}=36$

$\overline{CE}=12$(cm) ··· 2단계

직각삼각형 BCE에서 $\overline{BC}^2=5^2+12^2=169=13^2$

$\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=13$ cm

따라서 □ABCD$=13\times\frac{36}{5}=\frac{468}{5}(\text{cm}^2)$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	닮음인 삼각형을 설명한 경우	40 %
2단계	$\overline{CE}$의 길이를 구한 경우	30 %
3단계	평행사변형 ABCD의 넓이를 구한 경우	30 %

답 $\frac{468}{5}$ cm^2

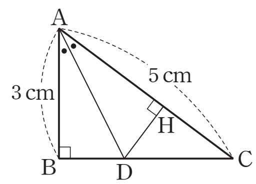
10

△ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}^2=5^2-3^2=16=4^2$

$\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=4$ cm ··· 1단계

점 D에서 변 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.



삼각형 ABD와 AHD에서

∠ABD=∠AHD=90°,

$\overline{AD}$는 공통,

∠DAB=∠DAH이므로

△ABD≡△AHD(RHA 합동)

즉, $\overline{BD}=\overline{DH}$

삼각형 ADC에서

$\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times3=\frac{1}{2}\times5\times\overline{DH}=\frac{1}{2}\times5\times\overline{BD}$

$\overline{CD}=\frac{5}{3}\overline{BD}$ ··· 2단계

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=\frac{8}{3}\overline{BD}$이고 $\overline{BC}=4$ cm이므로

$\frac{8}{3}\overline{BD}=4$, $\overline{BD}=\frac{3}{2}$(cm) ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$\overline{BC}$의 길이를 구한 경우	30 %
2단계	$\overline{CD}$를 $\overline{BD}$의 길이를 이용해 나타낸 경우	60 %
3단계	$\overline{BD}$의 길이를 구한 경우	10 %

답 $\frac{3}{2}$ cm

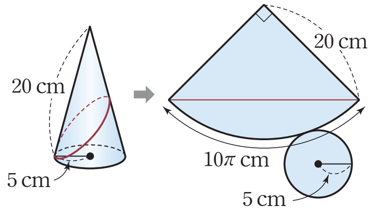
11

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times5=10\pi(\text{cm})$

전개도에서 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $y°$라 하면

$2\pi\times20\times\frac{y}{360}=10\pi$, $y=90$ … 1단계

원뿔의 전개도는 다음 그림과 같다.



최단 거리 x cm는 직각을 낀 두 변의 길이가 20 cm인 직각이등변삼각형의 빗변의 길이와 같다.

따라서 $x^2=20^2+20^2=800$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 구한 경우	60 %
2단계	x^2의 값을 구한 경우	40 %

답 800

Ⅵ. 확률

1. 경우의 수

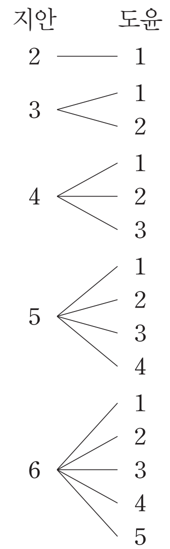
01~02 경우의 수 / 여러 가지 경우의 수

소단원 실전 테스트 실전책 58~59쪽

01 15	02 10	03 7	04 216	05 4
06 12	07 24	08 36	09 10	10 380
11 15	12 21	13 9	14 144	

01

지안이가 이기는 경우는 다음과 같은 수형도로 나타낼 수 있다.



따라서 구하는 경우의 수는

$1+2+3+4+5=15$

답 15

02

산을 고르는 경우의 수는 6, 강 및 바다를 고르는 경우의 수는 4이므로 구하는 경우의 수는 $6+4=10$

답 10

03

집에서 다른 장소를 거치지 않고 도서관에 가는 경우의 수는 3 … 1단계

집에서 편의점을 거쳐 도서관에 가는 경우의 수는

$2\times2=4$ … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $3+4=7$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	다른 장소를 거치지 않는 경우의 수를 구한 경우	20 %
2단계	편의점을 거치는 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	집에서 도서관을 가는 경우의 수를 구한 경우	40 %

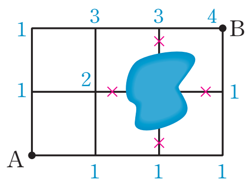
답 7

04
주사위를 던질 때마다 나올 수 있는 수는 각각 1부터 6까지 여섯 가지이므로 구하는 경우의 수는

$6\times6\times6=216$

답 216

05
경우의 수의 합을 이용하여 각 점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구하면 다음 그림과 같다.



따라서 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 4이다.

답 4

06
남학생과 여학생이 번갈아 서기 위해서는

남학생 — 여학생 — 남학생 — 여학생 — 남학생

순서로 서야 한다.

남학생 세 명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이고

각각에 대하여 여학생을 남학생 사이에 세우는 경우의 수는 $2\times1=2$이므로

구하는 경우의 수는 $6\times2=12$

답 12

07
남학생 세 명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이고

여학생 두 명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $2\times1=2$이다.

또한 남학생과 여학생이 서는 순서를 정하는 경우의 수가 $2\times1=2$이므로 구하는 경우의 수는

$6\times2\times2=24$

답 24

08
홀수가 되기 위하여 일의 자리에 올 수 있는 카드는 1, 3, 5 세 가지이다. 각각에 대하여 십의 자리에 올 수 있는 카드는 1, 2, 3, 4, 5 중 일의 자리에 온 카드를 제외한 네 가지, 백의 자리에 올 수 있는 카드는 십의 자리와 일의 자리에 온 카드를 제외한 세 가지이므로 구하는 경우의 수는

$3\times4\times3=36$

답 36

09
십의 자리의 숫자가 1 또는 3인 경우, 일의 자리에 올 수 있는 카드는 1, 3, 5, 7, 9 중 십의 자리에 사용한 카드를 제외한 네 가지이므로 경우의 수는 $2\times4=8$ … 1단계

십의 자리의 숫자가 5인 경우, 일의 자리에 올 수 있는 카드는 1, 3의 두 가지이므로 경우의 수는 2 … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $8+2=10$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	십의 자리가 1 또는 3인 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	십의 자리가 5인 경우의 수를 구한 경우	30 %
3단계	57보다 작은 자연수의 개수를 구한 경우	40 %

답 10

10
허들 넘기 종목에 출전할 학생을 뽑는 경우의 수는 20

훌라후프 종목에 출전할 수 있는 학생은 20명 중 허들 넘기 종목에 출전한 학생 한 명을 제외한 19명이므로 경우의 수는 19

따라서 구하는 경우의 수는

$20\times19=380$

답 380

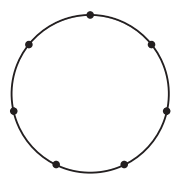
11
A, B를 사은품으로 받는 경우와 B, A를 사은품으로 받는 경우는 같은 경우이므로 6종 중 자격이 같은 2종을 뽑는 경우의 수와 같다.

따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{6\times5}{2}=15$

답 15

12
7명이 모두 서로 악수할 때 악수를 하는 횟수는 그림과 같이 원 위의 점 7개 중 2개를 연결해 만들 수 있는 선분의 개수와 같다.



따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{7\times6}{2}=21$

[다른 풀이]

구하는 경우의 수는 칠각형의 변의 개수와 칠각형의 대각선의 개수의 합과 같으므로

$7+\frac{7\times4}{2}=7+14=21$

답 21

13
5개의 점 중 3개를 택하는 경우의 수는

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

이 중 반원의 지름 위의 점 3개를 택하는 한 가지 경우에는 삼각형이 만들어지지 않으므로 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$10-1=9$

답 9

14

A 영역에 칠할 수 있는 색은 네 가지
B 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역에 칠한 색을 제외한 세 가지
C 영역에 칠할 수 있는 색은 A, B 영역에 칠한 색을 제외한 두 가지
D 영역에 칠할 수 있는 색은 C 영역에 칠한 색을 제외한 세 가지
E 영역에 칠할 수 있는 색은 C, D 영역에 칠한 색을 제외한 두 가지
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times3\times2=144$

답 144

중단원 실전 테스트

실전책 60~63쪽

01 ④	02 ②	03 ③	04 ⑤	05 ④
06 ①	07 ⑤	08 ①	09 ④	10 ④
11 ③	12 ③	13 ②	14 ③	15 ①
16 ①	17 ③	18 4가지	19 6	20 11
21 6	22 144	23 2	24 96	25 240

01

5의 배수를 뽑는 경우는 5, 10, 15, 20, 25, 30의 여섯 가지이고, 7의 배수를 뽑는 경우는 7, 14, 21, 28의 네 가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $6+4=10$

답 ④

02

주사위를 던져 나온 눈의 수를 a라 하면 $\frac{a}{12}=\frac{a}{2^2\times3}$가 유한소수가 되기 위해서는 a는 3의 배수이어야 한다. 따라서 a가 될 수 있는 경우는 3, 6의 두 가지이다.

답 ②

03

주사위에서 나오는 두 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 곱이 6인 경우는 (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)의 네 가지이고 곱이 8인 경우는 (2, 4), (4, 2)의 두 가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4+2=6$

답 ③

04

선택할 수 있는 투수의 경우의 수는 12이고 각각에 대해 선택할 수 있는 포수의 경우의 수는 3이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $12\times3=36$

답 ⑤

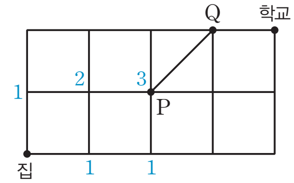
05

각 칸에 점을 찍는 것과 찍지 않는 것 두 가지 경우가 있다.
따라서 경우의 수는
$2\times2\times2\times2\times2\times2=2^6=64$

답 ④

06

삼각형에서 한 변의 길이는 다른 두 변의 길이의 합보다 항상 작다. 따라서 최단 거리로 가기 위해서는 아래 그림의 선분 PQ를 반드시 지나야 한다.



집에서 점 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3이고 점 Q에서 학교까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 1이므로 구하는 경우의 수는 $3\times1=3$

답 ①

07

5명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로
$5\times4\times3\times2\times1=120$

답 ⑤

08

가장 먼저 연설을 한 학생이 생일이 가장 빠를 경우의 수는 5명을 한 줄로 세울 때 생일이 가장 빠른 학생을 제일 앞에 세우고 그 뒤에 4명을 순서대로 세우는 경우의 수와 같으므로
$4\times3\times2\times1=24$

답 ①

09

A 상자에서 십의 자리 숫자를, B 상자에서 일의 자리 숫자를 뽑는 경우의 수는
$5\times5=25$
A 상자에서 일의 자리 숫자를, B 상자에서 십의 자리 숫자를 뽑는 경우의 수는 0이 십의 자리 숫자가 될 수 없으므로 $5\times4=20$이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $25+20=45$

답 ④

10

5의 배수가 되기 위해서는 일의 자리 숫자가 0 또는 5이어야 한다.
일의 자리 숫자가 0인 경우는 B 상자에서 0을 뽑은 경우이므로 십의 자리 숫자가 될 수 있는 숫자는 A 상자에서 뽑을 수 있는 1, 3, 5, 7, 9 중 하나로 경우의 수는 5이다.

일의 자리 숫자가 5인 경우는 A상자에서 5를 뽑은 경우이므로 십의 자리 숫자가 될 수 있는 숫자는 B 상자에서 뽑을 수 있는 공 중 0을 제외한 2, 4, 6, 8 중 하나로 경우의 수는 4이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $5+4=9$

답 ④

11
400명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수이므로
$\frac{400\times399}{2}=79800$

답 ③

12
5명 중 다른 자격의 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 $5\times4=20$

답 ③

13
선분 AB와 선분 BA는 같은 선분이므로 구하는 경우의 수는
$\frac{6\times5}{2}=15$

답 ②

14
점 A가 삼각형의 꼭짓점 중 하나인 경우는 점 B, C, D, E 중 삼각형의 나머지 두 개의 점을 뽑는 경우이므로 구하는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$

답 ③

15
A 영역에 칠할 수 있는 색은 네 가지
B 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역에 칠한 색 한 가지를 제외한 세 가지
C 영역에 칠할 수 있는 색은 A, B 영역에 칠한 색 두 가지를 제외한 두 가지
D 영역에 칠할 수 있는 색은 A, B, C 영역에 칠한 색 세 가지를 제외한 한 가지
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$

답 ①

16
정사면체의 각 면은 모두 다른 면과 서로 이웃해 있으므로 각 면을 칠할 때 다른 면에 칠한 색은 사용할 수 없다. 따라서 구하는 경우의 수는 $5\times4\times3\times2=120$

답 ①

17
$2a+b=13$인 순서쌍 (a, b)를 구하면
$(6, 1)$, $(5, 3)$, $(4, 5)$
따라서 구하는 경우의 수는 3

답 ③

18
지불하는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

천 원짜리(장)	3	8	3	8
오천 원짜리(장)	1	0	3	2
만 원짜리(장)	1	1	0	0

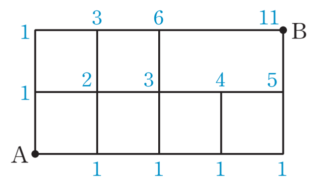
따라서 구하는 경우의 수는 4

답 4가지

19
네 가지 중 자격이 같은 두 가지를 뽑는 경우의 수이므로
$\frac{4\times3}{2}=6$

답 6

20
도로망 위의 각 점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 11

답 11

21
네 사람 중 좌석 번호에 맞는 자리에 앉을 학생을 뽑는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$이다. 맞는 자리에 앉을 학생 2명을 뽑으면 나머지 두 학생은 자리를 바꾸어 앉게 되므로 구하는 경우의 수는 6이다.

답 6

22
A 영역에 칠할 수 있는 색은 네 가지
B 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역에 칠한 색을 제외한 세 가지
C 영역에 칠할 수 있는 색은 A, B 영역에 칠한 색을 제외한 두 가지
D 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역에 칠한 색을 제외한 세 가지
E 영역에 칠할 수 있는 색은 A, D 영역에 칠한 색을 제외한 두 가지
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times3\times2=144$

답 144

23

연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=3 \\ 2x+y=1 \end{cases}$이 해가 없기 위해서는

$\frac{a}{2}=b\neq 3$ … 1단계

따라서 이를 만족시키는 순서쌍 (a, b)를 구하면 $(2, 1)$, $(4, 2)$로 경우의 수는 2이다. … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	해가 없을 조건을 구한 경우	50 %
2단계	경우의 수를 구한 경우	50 %

답 2

24

만의 자리에 올 수 있는 카드는 0을 제외한 네 장이고 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에 올 수 있는 카드는 각각 다섯 장의 카드 중 먼저 사용한 카드를 제외한 네 장, 세 장, 두 장, 한 장이다. … 1단계

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times4\times3\times2\times1=96$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	각 자리에 올 수 있는 숫자 카드의 개수를 구한 경우	50 %
2단계	자연수의 개수를 구한 경우	50 %

답 96

25

두 모음 u와 e를 한 묶음으로 보았을 때, 다섯 개를 나열하는 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$ … 1단계

u와 e가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는 $2\times120=240$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	두 모음을 한 묶음으로 보고 나열한 경우	50 %
2단계	모음이 서로 이웃하게 나열되는 경우의 수를 구한 경우	50 %

답 240

중단원 서술형 대비

실전책 64~67쪽

Level 1 01 풀이 참조 02 풀이 참조 03 풀이 참조 04 풀이 참조

Level 2 05 3 06 9 07 ㄷ, ㄴ, ㄱ 08 21 09 30 10 20 11 36 12 72 13 30 14 55 15 18 16 84

Level 3 17 5 18 360 19 24 20 9 21 144 22 30

01

주사위의 눈의 수의 합이 짝수가 되기 위해서는 두 눈이 모두 짝수이거나 두 눈이 모두 홀수이어야 한다.

두 눈이 모두 짝수인 경우의 수: $\boxed{3}\times\boxed{3}=\boxed{9}$ … 1단계

두 눈이 모두 홀수인 경우의 수: $\boxed{3}\times\boxed{3}=\boxed{9}$ … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $\boxed{9}+\boxed{9}=\boxed{18}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	두 눈이 모두 짝수인 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	두 눈이 모두 홀수인 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	눈의 수의 합이 짝수인 경우의 수를 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

02

4의 배수가 나오는 경우는 4, 8, 12이므로 경우의 수는 $\boxed{3}$이다. … 1단계

5의 배수가 나오는 경우는 5, 10이므로 경우의 수는 $\boxed{2}$이다. … 2단계

따라서 4의 배수 또는 5의 배수가 나오는 경우의 수는

$\boxed{3}+\boxed{2}=\boxed{5}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	4의 배수인 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	5의 배수인 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	4의 배수 또는 5의 배수인 경우의 수를 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

03

십의 자리 일의 자리

1, 2, 3, 4 — 0

$\boxed{1}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ — 2

$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ — 4

… 1단계

따라서 만들 수 있는 두 자리의 자연수 중 짝수의 개수는

$4+3+3=\boxed{10}$이다. … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	짝수인 경우를 모두 구한 경우	60 %
2단계	짝수의 개수를 구한 경우	40 %

답 풀이 참조

04

남학생 세 명을 한 묶음으로 보고 한 줄로 세우는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=\boxed{24}$이다. ··· 1단계

남학생 세 명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3\times2\times1=\boxed{6}$이다. ··· 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $\boxed{24}\times\boxed{6}=\boxed{144}$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	남학생을 한 묶음으로 보고 세우는 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	남학생이 자리를 바꾸는 경우의 수를 구한 경우	30 %
3단계	남학생 세 명이 이웃하게 서는 경우의 수를 구한 경우	40 %

답 풀이 참조

05

두 점 $(11, 0)$, $\left(0, \frac{11}{2}\right)$을 지나는 직선의 방정식을 구하면

$y=-\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$ ··· 1단계

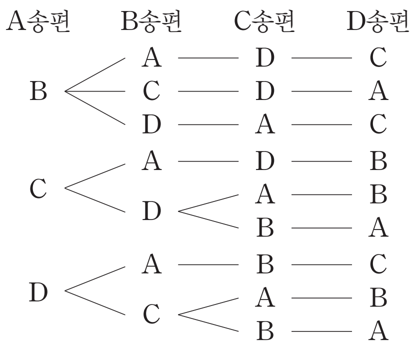
이 직선 위에 있는 점 (a, b)를 구하면 $(1, 5)$, $(3, 4)$, $(5, 3)$으로 경우의 수는 3 ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	직선의 방정식을 구한 경우	50 %
2단계	경우의 수를 구한 경우	50 %

답 3

06

자신이 빚은 송편을 자신이 먹지 않는 경우의 수를 수형도로 그리면 다음과 같다.



··· 1단계

따라서 구하는 경우의 수는 9이다. ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	경우를 모두 구한 경우	80 %
2단계	경우의 수를 구한 경우	20 %

답 9

07

ㄱ. 갈 때는 비행기, 올 때는 버스를 타는 사건의 경우의 수는

$3\times4=12$ ··· 1단계

ㄴ. 갈 때는 기차, 올 때는 비행기를 타는 사건의 경우의 수는

$5\times3=15$ ··· 2단계

ㄷ. 갈 때와 올 때 각각 다른 기차를 타는 사건의 경우의 수는

$5\times4=20$ ··· 3단계

따라서 사건을 경우의 수가 큰 것부터 나열하면

ㄷ, ㄴ, ㄱ ··· 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	ㄱ의 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	ㄴ의 경우의 수를 구한 경우	30 %
3단계	ㄷ의 경우의 수를 구한 경우	30 %
4단계	크기 순으로 나열한 경우	10 %

답 ㄷ, ㄴ, ㄱ

08

1기에 선택한 프로그램이 1, 2기에 모두 같은 프로그램이 개설된 내일은 코딩왕, 영어로 떠나는 세계여행, 수학으로 바라보는 세상, 스크린 속 사회 이야기 네 가지인 경우 2기에 선택할 수 있는 프로그램은 1기에 선택한 프로그램을 제외한 네 가지이다. 이 경우의 수는 $4\times4=16$ ··· 1단계

1기에 선택한 프로그램이 영상 제작 입문인 경우 2기에 선택할 수 있는 프로그램은 다섯 가지이므로 이 경우의 수는 5 ··· 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $16+5=21$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	1, 2기에 모두 개설된 프로그램을 선택하는 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	1기에만 개설된 프로그램을 선택하는 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	경우의 수를 구한 경우	20 %

답 21

09

(i) 눈의 수의 차가 1인 경우

$(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(5, 6)$, $(6, 5)$의 열 가지이다.

(ii) 눈의 수의 차가 2인 경우

$(1, 3)$, $(3, 1)$, $(2, 4)$, $(4, 2)$, $(3, 5)$, $(5, 3)$, $(4, 6)$, $(6, 4)$의 여덟 가지이다.

(iii) 눈의 수의 차가 3인 경우

$(1, 4)$, $(4, 1)$, $(2, 5)$, $(5, 2)$, $(3, 6)$, $(6, 3)$의 여섯 가지이다.

(iv) 눈의 수의 차가 4인 경우

$(1, 5)$, $(5, 1)$, $(2, 6)$, $(6, 2)$의 네 가지이다.

(v) 눈의 수의 차가 5인 경우

$(1, 6)$, $(6, 1)$의 두 가지이다.

(vi) 눈의 수의 차가 6인 경우는 없다. ··· 1단계

따라서 구하는 경우의 수는 $10+8+6+4+2=30$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	눈의 수의 차에 따른 경우를 구한 경우	80 %
2단계	구하는 경우의 수를 구한 경우	20 %

[다른 풀이]

첫 번째와 두 번째 나온 눈의 수의 차에 따라 세 번째 눈의 수가 정해진다.

첫 번째와 두 번째 눈이 나오는 경우의 수는 $6\times6=36$ … 1단계

이 때 차는 0에서 5까지 나올 수 있으며 차가 0인 경우는 세 번째 나오는 눈의 수가 정해지지 않으므로 차가 0, 즉 첫 번째와 두 번째 나온 눈의 수가 같은 경우 6가지는 제외하여야 한다.

따라서 구하는 경우의 수는 $36-6=30$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	주사위를 두 번 던지는 경우의 수를 구한 경우	50 %
2단계	제외해야 하는 경우를 제외한 모든 경우의 수를 구한 경우	50 %

답 30

10

A에서 B를 거쳐 D로 가는 경우의 수는 $2\times3=6$

A에서 C를 거쳐 D로 가는 경우의 수는 $2\times2=4$ … 1단계

A에서 B, C를 차례로 거쳐 D로 가는 경우의 수는 $2\times1\times2=4$

A에서 C, B를 차례로 거쳐 D로 가는 경우의 수는

$2\times1\times3=6$ … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는

$6+4+4+6=20$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	A에서 한 장소를 거쳐 D까지 가는 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	A에서 B, C를 모두 거쳐 D까지 가는 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	A에서 D까지 가는 경우의 수를 구한 경우	20 %

답 20

11

알파벳 중 모음은 O, U, E이고 자음은 H, S이다.

제일 앞에 올 모음을 결정하는 경우의 수는 3이고 제일 뒤에 올 자음을 결정하는 경우의 수는 2이다. … 1단계

이때 3개의 알파벳을 사이에 나열하는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$ … 2단계

따라서 제일 앞에는 모음이, 제일 뒤에는 자음이 오는 경우의 수는

$3\times2\times6=36$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	제일 앞과 제일 뒤에 올 알파벳을 결정하는 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	나머지 알파벳을 나열하는 경우의 수를 구한 경우	30 %
3단계	경우의 수를 구한 경우	40 %

답 36

12

남학생이 앞에 오고 남학생과 여학생을 번갈아 세우는 경우의 수는 $3\times3\times2\times2\times1\times1=36$ … 1단계

여학생이 앞에 오고 여학생과 남학생을 번갈아 세우는 경우의 수는 $3\times3\times2\times2\times1\times1=36$ … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $36+36=72$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	남학생이 앞에 오는 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	여학생이 앞에 오는 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	번갈아 세우는 경우의 수를 구한 경우	20 %

답 72

13

일의 자리 숫자가 2, 4인 경우, 백의 자리에 올 수 있는 카드는 다섯 장 중 일의 자리에 온 카드와 0을 제외한 세 가지이고 십의 자리에 올 수 있는 카드는 다섯 장 중 일의 자리와 백의 자리에 사용한 카드를 제외한 세 가지이므로 구하는 경우의 수는

$2\times3\times3=18$ … 1단계

일의 자리 숫자가 0인 경우, 백의 자리에 올 수 있는 카드는 다섯 장 중 일의 자리에 온 카드를 제외한 네 가지이고 십의 자리에 올 수 있는 카드는 다섯 장 중 일의 자리와 백의 자리에 사용한 카드를 제외한 세 가지이므로 구하는 경우의 수는

$4\times3=12$ … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $18+12=30$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	일의 자리 숫자가 2, 4인 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	일의 자리 숫자가 0인 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	짝수의 개수를 구한 경우	20 %

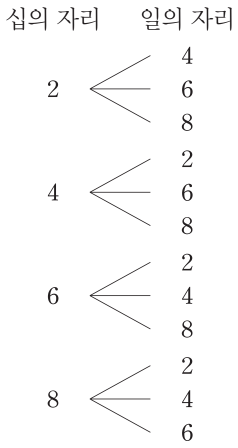
답 30

14

두 장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는

$4\times3=12$ … 1단계

따라서 중앙값은 크기 순으로 나열했을 때 여섯 번째와 일곱 번째 값의 평균이다. 수형도를 이용하여 만들 수 있는 두 자리의 자연수를 작은 것부터 크기 순으로 나열하면



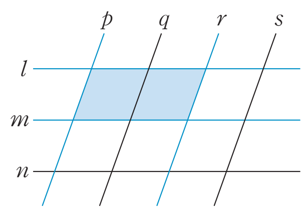
따라서 중앙값은 여섯 번째 값인 48과 일곱 번째 값인 62의 평균인 55이다. … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수를 구한 경우	40 %
2단계	중앙값을 구한 경우	60 %

답 55

15

평행한 두 쌍의 대변을 각각 고르면 평행사변형이 만들어진다. 예를 들어 l과 m, p와 r을 고르면 다음 그림과 같이 평행사변형이 만들어진다.



l, m, n 중 한 쌍을 고르는 경우의 수는 셋 중 자격이 같은 대표 둘을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\dfrac{3\times2}{2}=3$

(l과 m, l과 n, m과 n) … 1단계

p, q, r, s 중 한 쌍을 고르는 경우의 수는 넷 중 자격이 같은 대표 둘을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\dfrac{4\times3}{2}=6$

(p와 q, p와 r, p와 s, q와 r, q와 s, r과 s) … 2단계

따라서 만들 수 있는 평행사변형의 개수는 두 쌍을 각각 선택하는 경우의 수이므로 $3\times6=18$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	l, m, n 중 한 쌍을 택하는 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	p, q, r, s 중 한 쌍을 택하는 경우의 수를 구한 경우	30 %
3단계	평행사변형의 개수를 구한 경우	40 %

답 18

16

A 영역에 색을 칠한 후 B 영역과 D 영역에 같은 색이 칠해지는지 다른 색이 칠해지는지에 따라 C 영역에 칠할 수 있는 색의 개수가 달라진다.

(ⅰ) B 영역과 D 영역에 같은 색이 칠해지는 경우

A 영역에 칠할 수 있는 색은 네 가지

B, D 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역에 칠한 색을 제외한 세 가지

C 영역에 칠할 수 있는 색은 B 영역과 D 영역에 칠해진 색 하나를 제외한 세 가지

따라서 (ⅰ)의 경우의 수는 $4\times3\times3=36$ … 1단계

(ⅱ) B 영역과 D 영역에 다른 색이 칠해지는 경우

A 영역에 칠할 수 있는 색은 네 가지

B 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역에 칠한 색을 제외한 세 가지

D 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역과 B 영역에 칠한 색 두 개를 제외한 두 가지

C 영역에 칠할 수 있는 색은 B 영역과 D 영역에 칠해진 색 두 개를 제외한 두 가지

따라서 (ⅱ)의 경우의 수는 $4\times3\times2\times2=48$ … 2단계

네 영역을 칠하는 경우의 수는 $36+48=84$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	B 영역과 D 영역에 같은 색이 칠해지는 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	B 영역과 D 영역에 다른 색이 칠해지는 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	색칠하는 경우의 수를 구한 경우	20 %

답 84

17

두 일차함수 $y=ax+7$, $y=-x+b$의 그래프의 교점의 x좌표가 -1이므로 $x=-1$을 대입했을 때 y의 값이 같다.

즉, $-a+7=1+b$, $a+b=6$ … 1단계

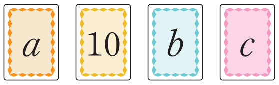
$a+b=6$인 주사위의 눈의 순서쌍 (a, b)를 구하면 $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$이므로 구하는 경우의 수는 5이다. … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	a, b의 관계식을 구한 경우	50 %
2단계	경우의 수를 구한 경우	50 %

답 5

18

네 카드를 큰 수부터 나열할 때, 두 번째 카드가 10이므로 다음과 같다.



이때 a가 될 수 있는 수는 11부터 20까지 10가지이다. … 1단계

b, c가 될 수 있는 경우의 수는 1부터 9까지의 수 중 2개를 고르면 $b>c$에 의하여 두 수 중 b와 c가 정해지므로 9개 중 자격이 같은 2개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$\frac{9\times8}{2}=36$ … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times36=360$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	a가 될 수 있는 경우의 수를 구한 경우	20 %
2단계	b, c가 될 수 있는 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	두 번째로 큰 수가 10인 경우의 수를 구한 경우	40 %

답 360

19

3의 배수가 되기 위해서는 각 자리 수의 합이 3의 배수가 되어야 한다.

각 자리 수의 합이 3인 경우: 없음

각 자리 수의 합이 6인 경우: (1, 2, 3)

각 자리 수의 합이 9인 경우: (1, 3, 5), (2, 3, 4)

각 자리 수의 합이 12인 경우: (3, 4, 5)

각 자리 수의 합이 15 이상인 경우: 없음 … 1단계

따라서 (1, 2, 3), (1, 3, 5), (2, 3, 4), (3, 4, 5)를 사용하여 세 자리의 자연수를 만드는 경우의 수는 각각 $3\times2\times1=6$이므로 구하는 경우의 수는 $4\times6=24$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	각 자리 수의 합이 3의 배수가 되는 경우를 구한 경우	50 %
2단계	세 자리의 자연수 중 3의 배수의 개수를 구한 경우	50 %

답 24

20

세 명의 학생이 가위바위보를 할 때, 승부가 나지 않을 경우는 세 명이 모두 같은 것을 내거나 세 명이 모두 다른 것을 내는 경우이다.

세 명이 모두 같은 것을 내는 경우의 수는 3 … 1단계

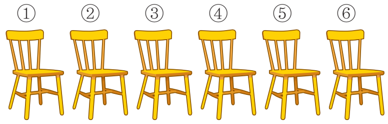
세 명이 모두 다른 것을 내는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$ … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는 $3+6=9$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	세 명이 모두 같은 것을 내는 경우의 수를 구한 경우	20 %
2단계	세 명이 모두 다른 것을 내는 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	승부가 나지 않는 경우의 수를 구한 경우	40 %

답 9

21



지수와 예현이 사이에 2명이 앉기 위해서 지수와 예현이는 ①과 ④ 자리, 또는 ②와 ⑤ 자리, 또는 ③과 ⑥ 자리에 앉아야 한다. 또한 각각의 경우에서 지수와 예현이가 자리를 바꾸는 경우는 $2\times1=2$(가지)이므로 지수와 예현이가 앉는 경우의 수는 $3\times2=6$ … 1단계

지수와 예현이를 제외한 네 명이 남은 네 자리에 앉는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$ … 2단계

따라서 지수와 예현이 사이에 2명이 앉는 경우의 수는

$6\times24=144$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	지수와 예현이가 앉는 경우의 수를 구한 경우	40 %
2단계	나머지 네 사람이 앉는 경우의 수를 구한 경우	30 %
3단계	지수와 예현이 사이에 2명이 앉는 경우의 수를 구한 경우	30 %

답 144

22

삼각형의 세 꼭짓점이 모두 한 직선 위에 있을 수 없으므로 삼각형이 만들어지는 경우는 한 직선에서 1개의 점, 다른 직선에서 2개의 점을 선택하는 경우이다.

(i) 직선 l에서 1개의 점, 직선 m에서 2개의 점을 고르는 경우

직선 l에서 1개의 점을 고르는 경우의 수는 3이고, 직선 m 위의 4개의 점 중 삼각형의 꼭짓점이 될 2개의 점을 고르는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$이므로 이때 만들어지는 삼각형의 개수는 $3\times6=18$ … 1단계

(ii) 직선 l에서 2개의 점, 직선 m에서 1개의 점을 고르는 경우

직선 l 위의 3개의 점 중 삼각형의 꼭짓점이 될 2개의 점을 고르는 경우의 수는 $\frac{3\times2}{2}=3$이고, 직선 m에서 1개의 점을 고르는 경우의 수는 4이므로 이때 만들어지는 삼각형의 개수는 $3\times4=12$ … 2단계

따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$18+12=30$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	직선 l에서 1개의 점을 골라 만드는 삼각형의 개수를 구한 경우	40 %
2단계	직선 m에서 1개의 점을 골라 만드는 삼각형의 개수를 구한 경우	40 %
3단계	삼각형의 개수를 구한 경우	20 %

답 30

01 ~02 확률의 뜻과 성질 / 확률의 계산

소단원 실전 테스트

실전책 68~69쪽

01 $\frac{3}{10}$ **02** 19개 이상 **03** $\frac{1}{3}$ **04** $\frac{1}{12}$

05 $\frac{3}{5}$ **06** ㄴ, ㄱ, ㄷ **07** $\frac{3}{4}$ **08** $\frac{11}{12}$

09 두 사건이 동시에 일어나는 경우가 있으므로, $\frac{5}{6}$ **10** $\frac{1}{6}$

11 $\frac{3}{8}$ **12** $\frac{11}{36}$ **13** $\frac{2}{27}$ **14** 0.06 **15** $\frac{9}{25}$

16 $\frac{1}{120}$

01

전체 학생 20명 중 운동 시간이 90분 이상인 학생은 6명이므로

구하는 확률은 $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

답 $\frac{3}{10}$

02

남은 50타수 중 x개의 안타를 친다고 할 때, 안타를 칠 확률은

$\frac{26+x}{150}\geq 0.3$

$26+x\geq 45$, $x\geq 19$

따라서 19개 이상의 안타를 쳐야 한다.

답 19개 이상

03

만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는

$4\times 3=12$

그중 33보다 큰 두 자리의 자연수는 34, 41, 42, 43의 네 가지이므로

구하는 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

04

전체 경우의 수는 $6\times 6=36$

$a+2b=9$인 경우를 순서쌍으로 구하면

(1, 4), (3, 3), (5, 2)

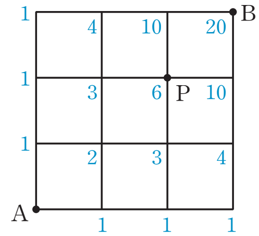
의 세 가지이므로

구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

답 $\frac{1}{12}$

05

먼저 전체 경우의 수를 구하면 오른쪽 그림과 같다.

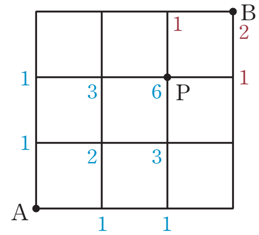


따라서 전체 경우의 수는 20이다.

이때 A 지점에서 P 지점까지 가는 최단 경로의 수는 6이고 P 지점에서 B 지점까지 최단 경로로 가는 경우의 수는 2이므로

A 지점에서 P 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 경로로 가는 경우의 수는

$6\times 2=12$



따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

답 $\frac{3}{5}$

06

ㄱ. 파란 공을 뽑을 확률은 $\frac{3}{5}$

ㄴ. 색깔 있는 공을 뽑을 확률은 1

ㄷ. 뽑은 공이 노란색일 확률은 0

따라서 일어날 확률이 높은 것부터 크기순으로 나열하면

ㄴ, ㄱ, ㄷ이다.

답 ㄴ, ㄱ, ㄷ

07

길이가 각각 4 cm, 6 cm, 8 cm, 10 cm인 막대 4개 중 3개를 뽑는 전체 경우의 수는 4이며 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 4 cm, 6 cm, 10 cm인 막대를 뽑는 경우 한 가지이다.

따라서 삼각형이 만들어질 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

답 $\frac{3}{4}$

08

주사위 2개를 동시에 던졌을 때 전체 경우의 수는 $6\times 6=36$이다. … 1단계

이때 나오는 눈의 수의 합이 될 수 있는 자연수는 2부터 12까지 열한 가지이다. 따라서

(눈의 수의 합이 11보다 작을 확률)

$=1-$(눈의 수의 합이 11 이상일 확률)

로 구하는 것이 편리하다.

(i) 눈의 수의 합이 11일 경우

(5, 6), (6, 5)의 두 가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$

(ii) 눈의 수의 합이 12일 경우

(6, 6)의 한 가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{36}$

실전책

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 눈의 수의 합이 11 이상일 확률은

$\frac{2}{36}+\frac{1}{36}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$이고

(눈의 수의 합이 11보다 작을 확률)

$=1-$(눈의 수의 합이 11 이상일 확률)

$=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	눈의 수의 합이 11 이상일 확률을 구한 경우	70 %

답 $\frac{11}{12}$

09

눈의 수가 홀수인 경우는 1, 3, 5의 세 가지이고 눈의 수가 6의 약수인 경우는 1, 2, 3, 6의 네 가지이다. 이때 1, 3은 홀수이면서 6의 약수이다. 두 사건이 동시에 일어나는 경우가 있으므로 확률의 합으로 답을 구할 수 없다. … 1단계

눈의 수가 홀수 또는 6의 약수일 경우는 1, 2, 3, 5, 6이므로

구하는 확률은 $\frac{5}{6}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	틀린 이유를 설명한 경우	60 %
2단계	올바른 답을 구한 경우	40 %

답 두 사건이 동시에 일어나는 경우가 있으므로, $\frac{5}{6}$

10

카드를 뽑는 전체 경우의 수는 12이다.

그중 점 P가 꼭짓점 E에 놓이기 위해서 뽑아야 하는 카드는

4 또는 9이므로 점 P가 꼭짓점 E에 놓일 확률은 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

답 $\frac{1}{6}$

11

전체 경우의 수는 $2\times2\times2=8$

$a+b=3$이므로

연립방정식 $\begin{cases} a+b=3 \\ a-b=-1 \end{cases}$을 풀면

$a=1$, $b=2$

앞면이 1번, 뒷면이 2번 나오는 경우는

(앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)의

세 가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{8}$

답 $\frac{3}{8}$

12

주사위를 한 번 던질 때 4의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$, 나오지 않을 확률은 $\frac{5}{6}$이므로

(4의 눈이 적어도 한 번은 나올 확률)

$=1-$(두 번 모두 4의 눈이 나오지 않을 확률)

$=1-\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}$

$=1-\frac{25}{36}=\frac{11}{36}$

답 $\frac{11}{36}$

13

두 사람이 가위바위보를 한 번 할 때 전체 경우의 수는 $3\times3=9$이고, 그중 비기는 경우의 수는 3이므로

승부가 날 확률은 $\frac{2}{3}$, 승부가 나지 않을 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

따라서 두 번째까지 승부가 나지 않고 세 번째에 승부가 날 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$

답 $\frac{2}{27}$

14

현진이가 과녁을 맞추지 못할 확률은 0.3, 민준이가 과녁을 맞추지 못할 확률은 0.2이다.

따라서 두 사람이 모두 과녁을 맞추지 못할 확률은

$0.3\times0.2=0.06$

답 0.06

15

다섯 개의 보기 중 정답 한 개를 고르는 객관식 문제에서 임의로 답을 선택했을 때 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$, 맞히지 못할 확률은 $\frac{4}{5}$이다.

(적어도 한 문제를 맞힐 확률)

$=1-$(두 문제를 모두 맞히지 못할 확률)

$=1-\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}$

$=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$

답 $\frac{9}{25}$

16

첫 번째 사람이 당첨될 확률은 $\frac{3}{10}$

두 번째 사람이 당첨될 확률은 $\frac{2}{9}$

세 번째 사람이 당첨될 확률은 $\frac{1}{8}$

따라서 세 사람이 모두 당첨될 확률은

$\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{120}$

답 $\frac{1}{120}$

중단원 실전 테스트

실전책 70~73쪽

01 ④	02 ⑤	03 ②	04 ⑤	05 ④
06 ③	07 ⑤	08 ④	09 ③	10 ①
11 ④	12 ②	13 ⑤	14 ①	15 ②
16 ③	17 ②	18 $\frac{24}{25}$	19 $\frac{5}{12}$	20 0
21 $\frac{1}{4}$	22 $\frac{7}{95}$	23 $\frac{2}{5}$	24 $\frac{2}{5}$	25 $\frac{5}{18}$

01

자음이 적힌 카드는 C, N, G, R, T, L, T, N으로 8장이므로

자음이 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$

답 ④

02

상품을 받는 사람은 $1+3+5=9$(명)이므로 구하는 확률은

$\frac{9}{500}$

답 ⑤

03

막대 4개 중 3개를 임의로 뽑는 경우는 4가지

직각삼각형이 만들어지는 경우는 3 cm, 4 cm, 5 cm를 뽑는 1가지

따라서 직각삼각형이 만들어질 확률은 $\frac{1}{4}$

답 ②

04

정사각형의 네 변의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$, $4k$라 하면 과녁 전체의 넓이는

$(4k)^2=16k^2$

검은 영역의 넓이는

$\{(4k)^2-(3k)^2\}+\{(2k)^2-k^2\}$

$=7k^2+3k^2=10k^2$

따라서 검은 영역에 맞힐 확률은 $\frac{10k^2}{16k^2}=\frac{5}{8}$

답 ⑤

05

전체 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

A와 B 두 사람이 이웃하여 사진을 찍는 경우의 수는

$(3\times2\times1)\times2=12$

따라서 두 사람이 이웃하여 사진을 찍을 확률은 $\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$

답 ④

06

① $p=\frac{(\text{사건 } A\text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{모든 경우의 수})}$

② p의 값의 범위는 0보다 크거나 같고 1보다 작거나 같다.

④ 사건 A가 반드시 일어나지 않는 사건일 때 $p=0$이다.

⑤ 사건 A가 반드시 일어나는 사건일 때 $p=1$이다.

답 ③

07

(적어도 하나는 앞면이 나올 확률)

$=1-$(세 번 모두 뒷면이 나올 확률)

$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

답 ⑤

08

각 주머니에서 짝수인 공과 홀수인 공을 꺼낼 확률은 다음과 같다.

	짝수	홀수
A 주머니	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$
B 주머니	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$

(적힌 수의 곱이 짝수일 확률)

$=1-$(적힌 수의 곱이 홀수일 확률)

$=1-\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}$

$=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$

답 ④

09

3의 배수가 나올 경우는 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6개이므로 그 확률은 $\frac{6}{20}$

7의 배수가 나올 경우는 7, 14의 2개이므로 그 확률은 $\frac{2}{20}$

따라서 3의 배수 또는 7의 배수가 나올 확률은

$\frac{6}{20}+\frac{2}{20}=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

답 ③

10

전체 경우의 수는 $6\times6=36$이고, a와 b의 범위는 1 이상 6 이하이므로

$3\le2a+b\le18$

(i) $2a+b=15$일 확률

$2a+b=15$를 만족시키는 a, b의 순서쌍은

$(5, 5)$, $(6, 3)$이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$

(ii) $2a+b=16$일 확률

$2a+b=16$을 만족시키는 a, b의 순서쌍은

$(5, 6)$, $(6, 4)$이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$

실전책

(iii) $2a+b=17$일 확률

$2a+b=17$을 만족하는 a, b의 순서쌍은

$(6, 5)$이므로 그 확률은 $\frac{1}{36}$

(iv) $2a+b=18$일 확률

$2a+b=18$을 만족하는 a, b의 순서쌍은

$(6, 6)$이므로 그 확률은 $\frac{1}{36}$

(i)~(iv)에 의하여 $2a+b\geq 15$일 확률은

$\frac{2}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

답 ①

11

공에 적힌 수의 합이 짝수가 되기 위해서는 두 번 모두 짝수인 공을 뽑거나 두 번 모두 홀수인 공을 뽑아야 한다.

(i) 두 번 모두 짝수인 공을 뽑을 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$

(ii) 두 번 모두 홀수인 공을 뽑을 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$

따라서 공에 적힌 수의 합이 짝수일 확률은 $\frac{4}{25}+\frac{9}{25}=\frac{13}{25}$

답 ④

12

동전을 4번 던져 앞면이 나온 횟수를 x번, 뒷면이 나온 횟수를 $(4-x)$번이라 하면 소영이의 위치는 처음보다

$2x-(4-x)=3x-4$(칸)만큼 달라져 있다.

$3x-4=-1$, $3x=3$, $x=1$이므로 소영이가 처음보다 1칸 아래에 있기 위해서는 앞면이 1번, 뒷면이 3번 나와야 한다.

동전을 4번 던졌을 때 전체 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$이고 그중 앞면이 1번 나오는 경우의 수는 (앞, 뒤, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 뒤), (뒤, 뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤, 앞)의 4이므로

소영이가 처음보다 1칸 아래에 있을 확률은 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

답 ②

13

두 사람이 함께 아침 운동을 할 확률은

$\frac{6}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{14}$

답 ⑤

14

내일 비가 오고 모레 비가 오지 않을 확률은

$\frac{4}{5}\times\left(1-\frac{1}{6}\right)=\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}=\frac{2}{3}$

내일 비가 오지 않고 모레 비가 올 확률은

$\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{6}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{30}$

따라서 내일과 모레 중 하루만 비가 올 확률은

$\frac{2}{3}+\frac{1}{30}=\frac{20}{30}+\frac{1}{30}=\frac{21}{30}=\frac{7}{10}$

답 ①

15

전체 경우의 수는 $365\times365\times365$

그중 세 사람의 생일이 모두 다른 경우의 수는 $365\times364\times363$

따라서 구하는 확률은

$\frac{365\times364\times363}{365\times365\times365}=\frac{364\times363}{365\times365}$

[다른 풀이]

두 번째 사람의 생일이 첫 번째 사람의 생일과 다를 확률은 $\frac{364}{365}$

세 번째 사람의 생일이 첫 번째와 두 번째 사람의 생일과 다를 확률은 $\frac{363}{365}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{364}{365}\times\frac{363}{365}=\frac{364\times363}{365\times365}$

답 ②

16

빨간 공을 하나 꺼내고 다시 넣지 않았을 때, 전체 공의 개수는 $x+6-1=x+5$이고 빨간 공의 개수는 $x-1$이므로

$\frac{x-1}{x+5}=\frac{2}{5}$

$5x-5=2x+10$

$3x=15$, $x=5$

답 ③

17

A가 한 번 이길 확률은 $\frac{1}{2}$이고 A가 우승하기 위해서는 B와의 경기에서 한 번, 결승전에서 한 번, 모두 두 번 이겨야 하므로 그 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

답 ②

18

뽑힌 수를 x라 하면 $\frac{x}{105}=\frac{x}{3\times5\times7}$가 유한소수가 되기 위해서 x는 3×7, 즉 21의 배수가 되어야 한다.

1부터 100까지의 자연수 중 21의 배수는 21, 42, 63, 84의 네 가지이므로

(유한소수가 아닐 확률)

$=1-$(유한소수일 확률)

$=1-\frac{4}{100}=1-\frac{1}{25}=\frac{24}{25}$

답 $\frac{24}{25}$

19

주사위를 두 번 던졌을 때 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

그중 리안이의 눈이 더 클 경우는 다음과 같다.

리안	2	3	4	5	6
도연	1	1, 2	1, 2, 3	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4, 5

따라서 그 경우의 수는 15이므로 리안이의 눈이 더 클 확률은

$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

답 $\frac{5}{12}$

20

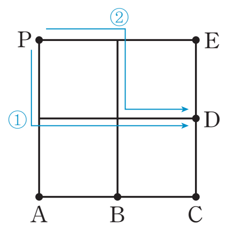
점 C에 도달하기 위해서는 네 점 A, B, D, E 중 하나를 반드시 지나므로 점 C에 도달하기 이전에 점 P는 멈춘다.

따라서 점 P가 점 C에 도달하여 멈추는 사건은 일어나지 않으며 그 확률은 0이다.

답 0

21

점 P가 점 D에 도달하여 멈추는 경우는 오른쪽 그림과 같은 두 경우가 있다.



각각의 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$이므로

점 P가 점 D에 도달하여 멈출 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

22

두 장을 차례로 뽑는 전체 경우의 수는 $20\times19=380$

적힌 수 중 큰 수가 15인 경우는

(15, 15보다 작은 수) ➡ 14가지

(15보다 작은 수, 15) ➡ 14가지

총 28가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{28}{380}=\frac{7}{95}$

답 $\frac{7}{95}$

23

A, B, C, D, E 다섯 사람 중 반장 한 명과 부반장 한 명을 뽑는 전체 경우의 수는 $5\times4=20$ ··· 1단계

그중 A가 반장도 부반장도 아닌 경우의 수는 A를 제외한 네 사람 중 반장과 부반장을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $4\times3=12$

(A가 반장 또는 부반장으로 뽑힐 확률)

$=1-$(A가 반장도 부반장도 아닌 확률)

$=1-\frac{12}{20}$

$=1-\frac{3}{5}$

$=\frac{2}{5}$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	A가 반장 또는 부반장으로 뽑힐 확률을 구한 경우	70 %

답 $\frac{2}{5}$

24

재윤이가 합격할 확률은 $\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$이고 해민이가 합격할 확률은 $\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$이다. ··· 1단계

(적어도 한 명은 합격할 확률)

$=1-$(두 사람이 다 합격하지 못할 확률)

$=1-\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)$

$=1-\frac{3}{5}$

$=\frac{2}{5}$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	각각 합격할 확률을 구한 경우	30 %
2단계	적어도 한 명이 합격할 확률을 구한 경우	70 %

답 $\frac{2}{5}$

25

주사위를 두 번 던졌을 때 모든 경우의 수는

$6\times6=36$ ··· 1단계

점 P의 위치가 꼭짓점 D이기 위해서는 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수의 합이 3 또는 7 또는 11인 경우이다. ··· 2단계

눈의 수의 합이 3인 경우는 (1, 2), (2, 1)의 두 가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$

눈의 수의 합이 7인 경우는 (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 여섯 가지이므로 그 확률은 $\frac{6}{36}$

눈의 수의 합이 11인 경우는 (5, 6), (6, 5)의 두 가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$ ··· 3단계

따라서 점 P의 위치가 꼭짓점 D일 확률은

$\frac{2}{36}+\frac{6}{36}+\frac{2}{36}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$ ··· 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	10 %
2단계	주어진 사건의 경우를 구한 경우	30 %
3단계	각 경우의 확률을 구한 경우	40 %
4단계	점 P의 위치가 꼭짓점 D일 확률을 구한 경우	20 %

답 $\frac{5}{18}$

중단원 서술형 대비

실전책 74~77쪽

Level 1	01 풀이 참조	02 풀이 참조	03 풀이 참조
	04 풀이 참조		
Level 2	05 2	06 $\frac{1}{2}$	07 $\frac{18}{25}$
	08 $\frac{3}{16}$	09 5	10 $\frac{6}{7}$
	11 $\frac{16}{25}$	12 $\frac{2}{45}$	13 $\frac{5}{216}$
	14 0.574	15 $\frac{32}{63}$	16 $\frac{3}{8}$
Level 3	17 $\frac{1}{9}$	18 $\frac{17}{18}$	19 0.72
	20 $\frac{1}{2}$	21 $\frac{44}{125}$	22 $\frac{19}{81}$

01

다온이네 반 전체 학생은

$8+7+4+5+6=\boxed{30}$(명)이고 ··· 1단계

그중 야구를 가장 좋아하는 학생은 7명이므로 다온이네 반 학생 중 한 명을 골랐을 때, 그 학생이 야구를 가장 좋아할 확률은

$\boxed{\frac{7}{30}}$이다. ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 학생 수를 구한 경우	50 %
2단계	확률을 구한 경우	50 %

답 풀이 참조

02

사건 A가 일어나는 경우의 수 a의 범위는

$\boxed{0}\le a\le\boxed{n}$ ··· 1단계

$n>0$이므로 $\frac{\boxed{0}}{n}\le\frac{a}{n}\le\frac{\boxed{n}}{n}$

즉, $\boxed{0}\le p\le\boxed{1}$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	a의 범위를 구한 경우	50 %
2단계	p의 범위를 구한 경우	50 %

답 풀이 참조

03

주사위를 두 번 던졌을 때 전체 경우의 수는 $6\times6=36$

그중 나온 눈의 수의 차가 4 이상인 경우는 눈의 수의 차가 4인 경우와 5인 경우이다.

눈의 수의 차가 4인 경우는 (1, 5), (5, 1), (2, 6), (6, 2)로

경우의 수는 $\boxed{4}$이므로 그 확률은 $\frac{\boxed{4}}{36}$이다. ··· 1단계

눈의 수의 차가 5인 경우는 (1, 6), (6, 1)로 경우의 수는 $\boxed{2}$이므로 그 확률은 $\frac{\boxed{2}}{36}$이다. ··· 2단계

따라서 눈의 수의 차가 4 이상일 확률은

$\frac{4}{36}+\frac{2}{36}=\frac{6}{36}=\boxed{\frac{1}{6}}$이다. ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	눈의 수의 차가 4일 확률을 구한 경우	40 %
2단계	눈의 수의 차가 5일 확률을 구한 경우	40 %
3단계	눈의 수의 차가 4 이상일 확률을 구한 경우	20 %

답 풀이 참조

04

소수가 적힌 부분이 나오는 경우는 2, 3, 5, 7, 11의 다섯 가지이므로 그 확률은 $\frac{\boxed{5}}{12}$이다. ··· 1단계

20의 약수가 적힌 부분이 나오는 경우는 1, 2, 4, 5, 10의 다섯 가지이므로 그 확률은 $\frac{\boxed{5}}{12}$이다. ··· 2단계

따라서 첫 번째에는 소수, 두 번째에는 20의 약수가 적힌 부분이 나올 확률은

$\frac{5}{12}\times\frac{5}{12}=\boxed{\frac{25}{144}}$이다. ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	소수가 나올 확률을 구한 경우	30 %
2단계	20의 약수가 나올 확률을 구한 경우	30 %
3단계	첫 번째에는 소수, 두 번째에는 20의 약수가 나올 확률을 구한 경우	40 %

답 풀이 참조

05

빨간 공이 나올 확률은

$\frac{5}{(\text{전체 공 개수})}=\frac{1}{3}$이므로 공은 총 15개이다. ··· 1단계

파란 공이 나올 확률은 $\frac{x}{15}=\frac{2}{5}$이므로

$x=6$ ··· 2단계

$5+6+y=15$이므로 $y=4$ ··· 3단계

따라서 $x-y=6-4=2$ ··· 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	공 전체의 개수를 구한 경우	30 %
2단계	x의 값을 구한 경우	30 %
3단계	y의 값을 구한 경우	30 %
4단계	$x-y$의 값을 구한 경우	10 %

답 2

06

언니가 학교를 들렀다가 도서관으로 가는 전체 경우의 수는

$3\times4=12$ … 1단계

하영이가 먼저 출발한 후 언니가 출발했을 때, 경로가 겹치지 않기 위해서 언니가 집에서 학교까지 갈 때 선택할 수 있는 길은 2가지, 학교에서 도서관까지 갈 때 선택할 수 있는 길은 3가지이다. 따라서 언니가 하영이와 겹치지 않게 길을 가는 경우의 수는

$2\times3=6$ … 2단계

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	길이 겹치지 않는 경우의 수를 구한 경우	50 %
3단계	확률을 구한 경우	20 %

답 $\frac{1}{2}$

07

만들 수 있는 비밀번호의 개수는

$10\times10\times10=1000$ … 1단계

각 자리의 숫자 중 겹치는 숫자가 없는 경우의 수는

$10\times9\times8=720$ … 2단계

따라서 각 자리의 숫자 중 겹치는 숫자가 없을 확률은

$\frac{720}{1000}=\frac{18}{25}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	겹치는 숫자가 없을 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	겹치는 숫자가 없을 확률을 구한 경우	30 %

답 $\frac{18}{25}$

08

전체 경우의 수는 $4\times4\times4\times4=256$ … 1단계

이웃하는 영역을 서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수는

$4\times3\times2\times2=48$ … 2단계

따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{256}=\frac{3}{16}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수를 구한 경우	40 %
3단계	서로 다른 색으로 칠할 확률을 구한 경우	30 %

답 $\frac{3}{16}$

09

$b-a$의 값이 최소가 되기 위해서는 b는 최소, a는 최대가 되어야 한다.

주어진 사건의 확률이 1이 되기 위해서는 $a\le1$

$b-a$의 값이 최소가 되기 위한 a의 값은 1이다. … 1단계

주어진 사건의 확률이 1이 되기 위해서는 $b\ge6$

$b-a$의 값이 최소가 되기 위한 b의 값은 6이다. … 2단계

따라서 $b-a$의 최솟값은 $6-1=5$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	$b-a$가 최소일 때 a의 값을 구한 경우	40 %
2단계	$b-a$가 최소일 때 b의 값을 구한 경우	40 %
3단계	$b-a$의 최솟값을 구한 경우	20 %

답 5

10

7곡 중 두 곡을 재생하는 전체 경우의 수는 $7\times6=42$ … 1단계

두 곡이 모두 한국 노래일 경우의 수는 $3\times2=6$이므로 그 확률은

$\frac{6}{42}=\frac{1}{7}$ … 2단계

(적어도 한 곡은 영어 노래일 확률)

$=1-$(두 곡이 모두 한국 노래일 확률)

$=1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	두 곡이 모두 한국 노래일 확률을 구한 경우	40 %
3단계	적어도 한 곡은 영어 노래일 확률을 구한 경우	30 %

답 $\frac{6}{7}$

11

세 사람이 풍선을 맞추지 못할 확률은 다음과 같다.

	아빠	지환	여동생
맞출 확률	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
맞추지 못할 확률	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$

… 1단계

(적어도 한 명은 풍선을 맞출 확률)

$=1-$(세 사람 모두 풍선을 맞추지 못할 확률)

$=1-\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}$

$=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	세 사람이 각각 풍선을 맞추지 못할 확률을 구한 경우	30 %
2단계	적어도 한 명은 풍선을 맞출 확률을 구한 경우	70 %

답 $\frac{16}{25}$

12

10장의 카드 중 서로 다른 두 장을 차례로 뽑는 경우의 수는

$10\times9=90$ ··· 1단계

$2x+y\le6$인 경우는 $2x+y=4$인 경우, $2x+y=5$인 경우, $2x+y=6$인 경우로 나눌 수 있다.

$2x+y=4$인 경우는 $(1,\ 2)$의 한 가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{90}$

$2x+y=5$인 경우는 $(1,\ 3)$, $(2,\ 1)$의 두 가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{90}$

$2x+y=6$인 경우는 $(1,\ 4)$의 한 가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{90}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{90}+\frac{2}{90}+\frac{1}{90}=\frac{4}{90}=\frac{2}{45}$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	전체 경우의 수를 구한 경우	30 %
2단계	$2x+y\le6$일 확률을 구한 경우	70 %

답 $\frac{2}{45}$

13

두 사람이 주사위를 각각 한 번씩 던졌을 때 전체 경우의 수는 $6\times6=36$이고 눈의 수가 같은 경우의 수는 6이므로 비길 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이고 승부가 날 확률은 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$이다. ··· 1단계

따라서 세 번째 게임에서 승부가 날 확률은

$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{216}$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	한 번 게임을 할 때 승부가 날 확률을 구한 경우	50 %
2단계	세 번째 게임에서 승부가 날 확률을 구한 경우	50 %

답 $\frac{5}{216}$

14

전구에 불이 들어오기 위해서는 병렬연결 부분에 있는 스위치 A와 B 중 적어도 한 개가 닫히고, 직렬연결 부분에 있는 스위치 B가 닫혀야 한다.

(스위치 A와 B 중 적어도 한 개가 닫힐 확률)

$=1-$(두 스위치가 모두 열릴 확률)

$=1-0.6\times0.3$

$=1-0.18=0.82$ ··· 1단계

따라서 병렬연결 부분에 있는 스위치 A와 B 중 적어도 한 개가 닫히고, 직렬연결 부분에 있는 스위치 B가 닫힐 확률은

$0.82\times0.7=0.574$ ··· 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	병렬연결 부분의 스위치가 닫힐 확률을 구한 경우	50 %
2단계	불이 들어올 확률을 구한 경우	50 %

답 0.574

15

(i) 주머니 A를 선택하고 검은 바둑돌이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}=\frac{2}{7}$ ··· 1단계

(ii) 주머니 B를 선택하고 검은 바둑돌이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}=\frac{2}{9}$ ··· 2단계

따라서 검은 바둑돌이 나올 확률은

$\frac{2}{7}+\frac{2}{9}=\frac{18}{63}+\frac{14}{63}=\frac{32}{63}$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	주머니 A에서 검은 바둑돌이 나올 확률을 구한 경우	30 %
2단계	주머니 B에서 검은 바둑돌이 나올 확률을 구한 경우	30 %
3단계	검은 바둑돌이 나올 확률을 구한 경우	40 %

답 $\frac{32}{63}$

16

(i) B는 3이 나오고 우승할 확률

A는 1이 나오고, B는 3, C는 2가 나와야 하므로

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ ··· 1단계

(ii) B는 4가 나오고 우승할 확률

A는 1이 나오고, B는 4, C는 어느 것이 나오든 상관없으므로

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{4}$ ··· 2단계

따라서 B가 우승할 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	B가 3이 나오고 우승할 확률을 구한 경우	40 %
2단계	B가 4가 나오고 우승할 확률을 구한 경우	40 %
3단계	B가 우승할 확률을 구한 경우	20 %

답 $\frac{3}{8}$

17

가위바위보를 한 번 할 때 두 사람의 위치의 차이가 3칸씩 달라지므로 소이가 재민이보다 6칸 위에 있기 위해서는 소이가 2번 이기고 한 번 비겨야 한다. ··· 1단계

(i) 처음에 비길 확률: $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

(ii) 두 번째에 비길 확률: $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

(iii) 마지막에 비길 확률: $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$ ··· 2단계

따라서 소이가 재민이보다 6칸 위에 있을 확률은

$\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$ ··· 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	6칸 차이가 나는 경우를 구한 경우	40 %
2단계	각 경우의 확률을 구한 경우	40 %
3단계	소이가 재민이보다 6칸 위에 있을 확률을 구한 경우	20 %

답 $\frac{1}{9}$

18

직선 PQ의 방정식은 $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$ … 1단계

따라서 $y=\frac{b}{a}x$의 그래프가 직선 PQ와 만나기 위해서는 $\frac{b}{a}\neq\frac{2}{3}$이어야 한다. … 2단계

주사위를 던지는 전체 경우의 수가 $6\times6=36$이고

$\frac{b}{a}=\frac{2}{3}$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 $(3, 2)$, $(6, 4)$의 두 가지이므로 구하는 확률은

$\left(\frac{b}{a}\neq\frac{2}{3}\text{일 확률}\right)$

$=1-\left(\frac{b}{a}=\frac{2}{3}\text{일 확률}\right)$

$=1-\frac{2}{36}=1-\frac{1}{18}=\frac{17}{18}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	직선 PQ의 방정식을 구한 경우	20 %
2단계	두 직선이 만날 조건을 구한 경우	20 %
3단계	두 직선이 만날 확률을 구한 경우	60 %

답 $\frac{17}{18}$

19

비가 온 날과 비가 오지 않은 날 각각 다음 날 비가 오지 않을 확률은 다음과 같다.

	비가 온 날	비가 오지 않은 날
다음 날 비가 올 확률	0.4	0.2
다음 날 비가 오지 않을 확률	0.6	0.8

… 1단계

월요일에 비가 왔을 때 수요일에 비가 오지 않는 경우는 화요일에 비가 오고 수요일에 비가 오지 않는 경우와 화요일에 비가 오지 않고 수요일에 비가 오지 않는 경우 두 가지가 있다.

(i) 화요일에 비가 오고 수요일에 비가 오지 않을 확률

$0.4\times0.6=0.24$

(ii) 화요일에 비가 오지 않고 수요일에 비가 오지 않을 확률

$0.6\times0.8=0.48$

따라서 수요일에 비가 오지 않을 확률은

$0.24+0.48=0.72$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	다음날 비가 오지 않을 확률을 구한 경우	30 %
2단계	수요일에 비가 오지 않을 확률을 구한 경우	70 %

답 0.72

20

연립방정식 $\begin{cases}3x-y=a\\x-y=-b\end{cases}$의 해를 구하면

$x=\frac{a+b}{2}$, $y=\frac{a+3b}{2}$ … 1단계

해가 모두 자연수이기 위해서는

$x=\frac{a+b}{2}$, $y=\frac{a+3b}{2}=\frac{a+b}{2}+b$이므로 $a+b$가 짝수이어야 한다. 즉, a, b가 모두 짝수이거나 모두 홀수이어야 한다.

a, b가 모두 짝수일 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

a, b가 모두 홀수일 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ … 2단계

단계	채점 기준	비율
1단계	연립방정식의 해를 구한 경우	40 %
2단계	해가 모두 자연수일 확률을 구한 경우	60 %

답 $\frac{1}{2}$

21

1반이 이길 확률, 즉 2반이 질 확률이 $\frac{3}{5}$이므로 2반이 이길 확률은 $\frac{2}{5}$이다.

(i) 2반이 두 번 연달아 이길 경우

2반이 두 번 연달아 이길 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$ … 1단계

(ii) 1반과 2반이 한 번씩 이기고 마지막 경기를 2반이 이길 경우

1반과 2반이 한 번씩 이길 때는 1반이 먼저 이기고 2반이 이기는 경우와 2반이 먼저 이기고 1반이 이기는 경우가 있으므로 그 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}$

따라서 1반과 2반이 한 번씩 이기고 마지막 경기를 2반이 이길 확률은

$\frac{12}{25}\times\frac{2}{5}=\frac{24}{125}$ … 2단계

따라서 피구 대항전에서 2반이 승리할 확률은

$\frac{4}{25}+\frac{24}{125}=\frac{20}{125}+\frac{24}{125}=\frac{44}{125}$ … 3단계

단계	채점 기준	비율
1단계	2반이 연달아 두 번 이길 확률을 구한 경우	40 %
2단계	세 번째 경기에서 2반이 승리할 확률을 구한 경우	40 %
3단계	2반이 승리할 확률을 구한 경우	20 %

답 $\frac{44}{125}$

22

전체 과녁의 넓이는 9π cm^2이므로

4점을 맞출 확률은 $\frac{\pi}{9\pi}=\frac{1}{9}$

3점을 맞출 확률은 $\frac{4\pi-\pi}{9\pi}=\frac{3\pi}{9\pi}=\frac{1}{3}$

2점을 맞출 확률은 $\frac{9\pi-4\pi}{9\pi}=\frac{5\pi}{9\pi}=\frac{5}{9}$ … 1단계

(ⅰ) 3점을 두 번 맞출 확률

3점을 두 번 맞혀 6점을 얻을 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ … 2단계

(ⅱ) 2점, 4점을 한 번씩 맞출 확률

2점 – 4점 순서로 맞출 경우와 4점 – 2점 순서로 맞출 경우 두 가지가 있으므로

$\frac{5}{9}\times\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\times\frac{5}{9}=\frac{5}{81}+\frac{5}{81}=\frac{10}{81}$ … 3단계

따라서 6점을 얻을 확률은

$\frac{1}{9}+\frac{10}{81}=\frac{9}{81}+\frac{10}{81}=\frac{19}{81}$ … 4단계

단계	채점 기준	비율
1단계	각 영역을 맞출 확률을 구한 경우	30 %
2단계	3점을 두 번 맞출 확률을 구한 경우	20 %
3단계	2점, 4점을 한 번씩 맞출 확률을 구한 경우	30 %
4단계	6점을 얻을 확률을 구한 경우	20 %

답 $\frac{19}{81}$