수학 마스터
중학 수학 내신 만점 실력서

고난도 시그마 Σ 중학 수학 2-1 정답과 풀이

이 책의 차례

빠른 정답

1. 유리수와 순환소수

필수 확인 문제 7~9쪽

1 ③, ④　2 ①, ⑤　3 ④　4 ①　5 ③

6 6　7 10　8 47　9 ④　10 109

11 99　12 154　13 ②, ④　14 ㄱ, ㄷ　15 ②

16 ②　17 $1.4\dot{8}$　18 $0.2\dot{5}$

고난도 대표 유형 10~11쪽

1 ①　2 9　3 131　4 103　5 4

6 99

고난도 실전 문제 12~13쪽

1 ㄱ, ㄹ　2 ④　3 ①　4 15　5 31

6 56　7 4　8 2　9 10　10 30

11 $0.\dot{1}\dot{8}$　12 ⑤

2. 식의 계산

필수 확인 문제 18~23쪽

1 ①, ⑤　2 ④　3 4　4 25　5 15

6 17　7 ④　8 ⑤　9 2　10 ⑤

11 ④　12 16　13 ⑤　14 $-\frac{3}{x^6y^2}$

15 $12a^7b^5$　16 ⑤　17 64　18 ②

19 $-12x^4y^2$　20 ④　21 27배　22 ⑤　23 -6

24 2　25 ②　26 ③　27 $5x^2+7x-9$

28 ④　29 $-6x^3y^6+3x^4y^3$　30 $6x^2-5xy$

31 ④　32 $8x-16$　33 $-3x-9y$　34 ④

35 7　36 ③

고난도 대표 유형 24~29쪽

1 14　2 17　3 19　4 1　5 4

6 9　7 107　8 $\frac{9}{2}\pi a^3b^2$　9 0

10 $5x^2-5x+6$　11 $-a-b+8$

12 $-x^2+8x$　13 -6

14 $A=-12xy^2+6xy$, $B=2xy-x$　15 $2x^2+xy-3y^2$

16 $43x^2+11xy-12y^2$　17 32　18 1

고난도 실전 문제 30~35쪽

1 ③　2 30　3 5　04 ③　5 12

6 ⑤　7 12　8 4　9 ③　10 9

11 16　12 ②　13 ②　14 $48x^8y^{21}$　15 $\frac{3}{2}$배

16 x^5y　17 $3a^2b$　18 ②　19 $-\frac{2}{3}x^8y^2$

20 $9x^2+3xy+y^2$

21 $A=-3a^2+a-5$, $B=5a^2-10a+2$

22 $-2x+5y$　23 3　24 -10

25 $8x^3y^2-4x^2y^3$　26 $4xy+x+y$　27 $5a+b$

28 $6ab+\frac{3}{5}b^2$　29 $-2x+y$

30 $-6x^2-30x$　31 $\frac{11}{5}$　32 $\frac{1}{2}$　33 $\frac{7}{3x}$

34 $\frac{29}{15}$　35 1　36 $-3x+4$

3. 일차부등식

필수 확인 문제 40~43쪽

1 ①, ② 2 ④ 3 ⑤ 4 ② 5 ④
6 14 7 ② 8 ④ 9 ⑤ 10 ②
11 $x<\frac{1}{a}$ 12 3 13 19, 20, 21 14 ③
15 96점 16 ③ 17 ④ 18 23명 19 ①
20 12 cm 21 ② 22 1.2 km 23 ① 24 90 g

고난도 대표 유형 44~47쪽

1 ④ 2 6 3 -4 4 $\frac{22}{3}$ 5 $a<-4$
6 5 7 19명 8 5.5 km 9 5
10 4초 이상 6초 이하 11 6 km 12 120 g

고난도 실전 문제 48~51쪽

1 0, 1, 2 2 ④ 3 ②, ④ 4 ④
05 $\frac{ad}{c}<\frac{bd}{c}$ 6 3 7 $A>13$ 8 3
9 4 10 -1 11 $a\geq 1$ 12 $\frac{10}{3}$ 13 ②
14 80분 15 ⑤ 16 44시간 17 45분
18 60000원 19 7장 20 33 21 6분 22 2.1 km
23 15 % 24 2 %

4. 연립방정식

필수 확인 문제 56~61쪽

1 ①, ③ 2 ① 3 8 4 ② 5 (4, 2)
6 -21 7 11 8 64 9 ㄱ, ㄹ 10 ④
11 ⑤ 12 3 13 ⑤ 14 2 15 ③
16 $a=3$, $b=\frac{1}{3}$ 17 ① 18 ④ 19 73
20 ③ 21 6 22 ④ 23 25살 24 20
25 25명 26 남학생 수: 100, 여학생 수: 80
27 A 제품: 40000원, B 제품: 12000원
28 36일 29 24분 30 ⑤ 31 50분 32 ②
33 200 m 34 ④ 35 소금물 A: 13 %, 소금물 B: 5 %
36 200 g

고난도 대표 유형 62~67쪽

1 $a\neq 16$, $b\neq 3$ 2 4 3 $a=-9$, $b=11$
4 7 5 $x=-2$, $y=7$ 6 4
7 -1 8 -9 9 $\frac{7}{4}$ 10 3 11 $-\frac{12}{5}$
12 -8 13 37 14 7 15 384
16 6시간 17 125 m 18 300 g

고난도 실전 문제 68~73쪽

1 ㄱ, ㄹ 2 2 3 2 4 ② 5 -27
6 3 7 ④ 8 $-\frac{9}{2}$ 9 2 10 -4
11 $x=-1$, $y=6$ 12 3 13 4 14 ③
15 ② 16 ① 17 -1 18 2 19 ①
20 2 21 8 22 178 23 21 24 ④
25 4 26 50명 27 50분 28 ⑤ 29 19시간
30 18시간 31 ③ 32 ① 33 ④ 34 650 m
35 10 % 36 480 g

5. 일차함수와 그 그래프

필수 확인 문제 (79~83쪽)

1 ①, ⑤	**2** 4	**3** 5	**4** 12	**5** ③
6 ⑤	**7** 0	**8** 1	**9** 1	**10** 12
11 -4	**12** ④	**13** -1	**14** 2	**15** ②
16 ㄱ, ㄴ	**17** 제3사분면	**18** ⑤	**19** 2	
20 $-\frac{1}{2}$	**21** 9	**22** ②	**23** -1	**24** 10
25 ③	**26** ②	**27** -3	**28** $\frac{9}{2}$	**29** 22 cm
30 15분	**31** 12초			

고난도 대표 유형 (84~89쪽)

1 $\frac{11}{2}$	**2** 54	**3** ③	**4** $-\frac{1}{3}$	**5** 4
6 $\frac{3}{8}$	**7** 10	**8** 1	**9** 4	
10 제1, 4사분면		**11** ①, ③	**12** -9	**13** 7
14 8	**15** 7	**16** 3초	**17** $\frac{27}{4}$시간	
18 12000				

고난도 실전 문제 (90~95쪽)

1 12	**2** ②	**3** 0	**4** 15	**5** ①, ③
6 ①	**7** -5	**8** -3	**9** 16	**10** $-\frac{1}{2}$
11 ③	**12** ③	**13** 1	**14** -4	**15** 2
16 6	**17** 2	**18** $\frac{5}{2}$	**19** ①	
20 제2사분면		**21** 1	**22** ②, ⑤	**23** ㄴ, ㄷ
24 14	**25** 8	**26** 5	**27** $-\frac{2}{3}$	**28** ⑤
29 $\frac{81}{4}$	**30** 1	**31** $\frac{9}{2}$	**32** $(2, 2)$	**33** 6시간
34 $\frac{432}{59}$	**35** 10 km	**36** $\frac{40}{3}$초		

6. 일차함수와 일차방정식

필수 확인 문제 (100~103쪽)

1 ①	**2** 6	**3** 1	**4** $(-4, -6)$	
5 ③, ⑤	**6** 4	**7** ㄴ, ㄹ	**8** ①, ④	**9** 2
10 4	**11** $-5<k<4$		**12** $\frac{7}{4}$	**13** ①
14 4	**15** $\frac{9}{2}$	**16** 6	**17** -9	**18** -8
19 -2	**20** 3	**21** ③	**22** 9	**23** 2
24 ③				

고난도 대표 유형 (104~107쪽)

1 -1	**2** 2개	**3** 10	**4** 제3사분면	**5** 1
6 5	**7** $\frac{9}{2}$	**8** $\frac{1}{2}$	**9** $\frac{25}{2}$	**10** 7
11 $-\frac{15}{7}$	**12** 20개월			

고난도 실전 문제 (108~111쪽)

1 6	**2** 8	**3** 2	**4** -11	**5** 1
6 $-\frac{23}{3}$	**7** ②	**8** 제3사분면	**9** ⑤	
10 $a<-\frac{3}{4}$ 또는 $a>1$		**11** -1	**12** ①	**13** -4
14 $(-5, 0)$	**15** 제2사분면		**16** $y=2$	**17** 0
18 2	**19** $\frac{1}{5}$	**20** -2	**21** 3배	
22 6	**23** $-\frac{1}{4}$	**24** 16분		

1. 유리수와 순환소수

필수 확인 문제 7~9쪽

1 ③, ④	**2** ①, ⑤	**3** ④	**4** ①	**5** ③
6 6	**7** 10	**8** 47	**9** ④	**10** 109
11 99	**12** 154	**13** ②, ④	**14** ㄱ, ㄷ	**15** ②
16 ②	**17** $1.4\dot{8}$	**18** $0.2\dot{5}$		

1 ① 모든 순환소수는 유리수이다.
② 순환하지 않는 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
⑤ $0.3\times0.\dot{3}=\frac{3}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{1}{10}=0.1$과 같이 유한소수와 순환소수의 곱이 항상 순환소수가 되는 것은 아니다.
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

2 ② $1.33\cdots=1.\dot{3}$
③ $2.342342\cdots=2.\dot{3}4\dot{2}$
④ $0.369369\cdots=0.\dot{3}6\dot{9}$
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

3 $\frac{3}{11}=0.272727\cdots$에서 순환마디는 27이므로 $x=2$
$\frac{11}{7}=1.571428571428\cdots$에서 순환마디는 571428이므로 $y=6$
따라서 $x+y=2+6=8$

4 ① $\frac{1}{3}=0.333\cdots=0.\dot{3}$ ➡ 순환마디: 3
② $\frac{5}{3}=1.666\cdots=1.\dot{6}$ ➡ 순환마디: 6
③ $\frac{1}{6}=0.1666\cdots=0.1\dot{6}$ ➡ 순환마디: 6
④ $\frac{5}{12}=0.41666\cdots=0.41\dot{6}$ ➡ 순환마디: 6
⑤ $\frac{4}{15}=0.2666\cdots=0.2\dot{6}$ ➡ 순환마디: 6
따라서 순환마디가 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다.

5 $0.\dot{2}7\dot{9}$의 순환마디를 이루는 숫자는 2, 7, 9의 3개이다.
이때 $40=3\times13+1$이므로 소수점 아래 40번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 2이다.
즉, $a=2$
또 $80=3\times26+2$이므로 소수점 아래 80번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자인 7이다.
즉, $b=7$
따라서 $a+b=2+7=9$

6 $\frac{5}{13}=0.384615384615\cdots=0.\dot{3}8461\dot{5}$ …… ❶
따라서 순환마디를 이루는 숫자는 3, 8, 4, 6, 1, 5의 6개이다. …… ❷
이때 $100=6\times16+4$이므로 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환마디의 네 번째 숫자인 6이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ $\frac{5}{13}$를 순환소수로 나타내기	40 %
❷ 순환마디를 이루는 숫자의 개수 구하기	20 %
❸ 소수점 아래 100번째 자리의 숫자 구하기	40 %

7 $\frac{1}{a}$이 유한소수가 되려면 a는 소인수가 2 또는 5로만 이루어진 수이어야 한다.
(ⅰ) 2만 소인수로 가질 때, a는 2, 4, 8, 16, 32의 5개
(ⅱ) 5만 소인수로 가질 때, a는 5, 25의 2개
(ⅲ) 2와 5를 모두 소인수로 가질 때, a는 10, 20, 40의 3개
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 자연수 a의 개수는
$5+2+3=10$

8 $\frac{36}{80}=\frac{9}{20}=\frac{9}{2^2\times5}=\frac{9\times5}{2^2\times5\times5}=\frac{45}{10^2}=\frac{450}{10^3}=\frac{4500}{10^4}=\cdots$
따라서 $a=45$, $n=2$일 때 $a+n$의 값이 가장 작으므로
$a+n=45+2=47$

9 $\frac{1}{5}=\frac{7}{35}$, $\frac{3}{7}=\frac{15}{35}$이므로 두 분수 $\frac{1}{5}$과 $\frac{3}{7}$ 사이의 분수 중에서 분모가 35인 것은 $\frac{8}{35}$, $\frac{9}{35}$, $\frac{10}{35}$, $\cdots$, $\frac{14}{35}$이다.
이때 $35=5\times7$이므로 이 중에서 소수로 나타낼 때 순환소수가 되려면 분자가 7의 배수가 아니어야 한다.
따라서 $\frac{8}{35}$, $\frac{9}{35}$, $\frac{10}{35}$, $\frac{11}{35}$, $\frac{12}{35}$, $\frac{13}{35}$의 6개이다.

10 $\frac{x}{900}=\frac{x}{2^2\times3^2\times5^2}$이고 분수 $\frac{x}{900}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되므로 x는 9의 배수이어야 한다. …… ❶
따라서 가장 작은 한 자리 자연수 x는 9이다. …… ❷
이때 $\frac{x}{900}=\frac{9}{900}=\frac{1}{100}$이므로 $y=100$ …… ❸
따라서 $x+y=9+100=109$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ x가 9의 배수임을 알기	30 %
❷ x의 값 구하기	30 %
❸ y의 값 구하기	30 %
❹ $x+y$의 값 구하기	10 %

11 $\frac{25}{180}=\frac{5}{36}=\frac{5}{2^2\times3^2}$, $\frac{13}{143}=\frac{1}{11}$이므로 두 분수에 각각 자연수 a를 곱하여 두 분수 모두 유한소수로 나타내려면 a는 9와 11의 공배수, 즉 99의 배수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 99이다.

12 $\frac{60}{2^4\times5^2\times7\times11}=\frac{3}{2^2\times5\times7\times11}$이므로
$\frac{60}{2^4\times5^2\times7\times11}\times a$, 즉 $\frac{3}{2^2\times5\times7\times11}\times a$가 유한소수가 되려면 a는 7×11의 배수이어야 한다.

따라서 77의 배수 중 가장 작은 세 자리 자연수는 154이다.

13 ② x의 순환마디는 370이다.
④, ⑤ $x=0.370370370\cdots$ ...... ㉠
㉠의 양변에 1000을 곱하면
$1000x=370.370370370\cdots$ ...... ㉡
㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면 $999x=370$, $x=\frac{370}{999}$
즉, 분수로 나타낼 때 이용하면 가장 편리한 식은 $1000x-x$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

14 ㄴ. $1000x-x=5205$
따라서 바르게 짝 지어진 것은 ㄱ, ㄷ이다.

15 $2.\dot{1}\dot{5}=\frac{215-2}{99}=\frac{213}{99}=\frac{71}{33}$
따라서 $\frac{a}{33}=\frac{71}{33}$이므로 $a=71$

16 ① $0.\dot{3}0\dot{2}=0.302302302\cdots$, $0.3\dot{0}\dot{2}=0.3020202\cdots$이므로
$0.\dot{3}0\dot{2}>0.3\dot{0}\dot{2}$
② $\frac{4}{5}=0.8$, $0.\dot{8}=0.888\cdots$이므로 $\frac{4}{5}<0.\dot{8}$
③ $\frac{1}{15}=0.0\dot{6}$
④ $2.\dot{5}=2.555\cdots$이므로 $2.\dot{5}>2.5$
⑤ $0.\dot{3}=0.333\cdots$, $0.\dot{3}\dot{0}=0.303030\cdots$이므로 $0.\dot{3}>0.\dot{3}\dot{0}$
따라서 옳은 것은 ②이다.

17 $\frac{161-16}{90}-x=\frac{1}{3}\times\frac{36-3}{90}$이므로 $\frac{145}{90}-x=\frac{11}{90}$
따라서 $x=\frac{145}{90}-\frac{11}{90}=\frac{134}{90}=1.4\dot{8}$

18 아린이는 분모를 제대로 보았으므로
$0.4\dot{1}=\frac{41-4}{90}=\frac{37}{90}$에서 처음 기약분수의 분모는 90이다.
하진이는 분자를 제대로 보았으므로
$0.\dot{2}\dot{3}=\frac{23}{99}$에서 처음 기약분수의 분자는 23이다.
따라서 처음 기약분수는 $\frac{23}{90}$이므로 순환소수로 나타내면 $0.2\dot{5}$이다.

고난도 대표 유형 10~11쪽

1 ①	2 9	3 131	4 103	5 4
6 99				

1 ㄱ. 기약분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 순환소수로 나타낼 수 있다.
ㄴ. 무한소수 중에서 순환소수가 아닌 소수는 유리수가 아니다.
ㄷ. 순환소수는 유한소수로 나타낼 수 없지만 유리수이다.
ㄹ. 기약분수의 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있으면 순환소수로 나타낼 수 있다.
따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

2 $\frac{3}{44}=0.06818181\cdots=0.06\dot{8}\dot{1}$이므로 소수점 아래 순환하지 않는 숫자는 2개이고, 순환마디를 이루는 숫자는 2개이다.
$101=2+2\times49+1$이므로 $f(101)$은 순환마디의 첫 번째 숫자인 8이다.
$200=2+2\times99$이므로 $f(200)$은 순환마디의 두 번째 숫자인 1이다.
따라서 $f(101)+f(200)=8+1=9$

3 $\frac{a}{280}=\frac{a}{2^3\times5\times7}$이므로 유한소수가 되려면 a는 7의 배수이어야 한다.
또한 $\frac{a}{280}$를 기약분수로 나타내면 $\frac{13}{b}$이므로 a는 13의 배수이어야 한다.
즉, a는 7과 13의 공배수이고 두 자리 자연수이므로 $a=91$
이때 $\frac{a}{280}=\frac{91}{280}=\frac{13}{40}$이므로 $b=40$
따라서 $a+b=91+40=131$

4 $1+\frac{1}{10}+\frac{4}{10^3}+\frac{4}{10^5}+\frac{4}{10^7}+\cdots$
$=1+(0.1+0.004+0.00004+0.0000004+\cdots)=1.1\dot{0}\dot{4}$
$1.1\dot{0}\dot{4}$를 기약분수로 나타내면 $1.1\dot{0}\dot{4}=\frac{1104-11}{990}=\frac{1093}{990}$
따라서 $a=1093$, $b=990$이므로
$a-b=1093-990=103$

5 $\frac{2}{9}\times\frac{x}{900}=\left(\frac{y}{90}\right)^2$, $2x=y^2$
이때 x, y는 $x>y$인 한 자리 자연수이므로 $x=8$, $y=4$
따라서 $x-y=8-4=4$

6 $1.2\dot{2}\dot{4}=\frac{1224-12}{990}=\frac{1212}{990}=\frac{202}{165}=\frac{2\times101}{3\times5\times11}$에 어떤 자연수 x를 곱하면 유한소수가 되므로 x는 $3\times11=33$의 배수이어야 한다.
따라서 곱할 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는 99이다.

고난도 실전 문제 12~13쪽

1 ㄱ, ㄹ	2 ④	3 ①	4 15	5 31
6 56	7 4	8 2	9 10	10 30
11 $0.\dot{1}\dot{8}$	12 ⑤			

1 ㄴ. $0.\dot{3}+(-0.\dot{3})=0$과 같이 무한소수가 아닌 경우가 있다.
ㄷ. $0.\dot{2}+(-0.\dot{2})=0$과 같이 순환소수가 아닌 경우가 있다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

2 ① $<3.3\dot{4}>=0.3\dot{4}$, $<100\times3.3\dot{4}>=0.\dot{4}$
② $<7.\dot{1}3\dot{2}>=0.\dot{1}3\dot{2}$, $<100\times7.\dot{1}3\dot{2}>=0.\dot{2}1\dot{3}$
③ $<13.13\dot{4}>=0.13\dot{4}$, $<100\times13.13\dot{4}>=0.\dot{4}$
④ $<16.\dot{4}\dot{5}>=0.\dot{4}\dot{5}$, $<100\times16.\dot{4}\dot{5}>=0.\dot{4}\dot{5}$
⑤ $<22.2\dot{7}\dot{3}>=0.2\dot{7}\dot{3}$, $<100\times22.2\dot{7}\dot{3}>=0.\dot{3}\dot{7}$
따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ④이다.

3 $\frac{2}{13}=0.153846153846\cdots=0.\dot{1}5384\dot{6}$
이므로 순환마디를 이루는 숫자는 1, 5, 3, 8, 4, 6의 6개이다.
따라서 $18=6\times3$에서 순환마디가 3번 반복되므로
$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(18)$
$=(1+5+3+8+4+6)\times3=27\times3=81$

4 $0.a\dot{b}cdef\dot{g}$의 순환마디는 $bcdefg$의 6개 숫자이고, 소수점 아래 순환하지 않는 숫자가 1개이다.
$35=1+6\times5+4$이므로 소수점 아래 35번째 자리의 숫자는 순환마디의 네 번째 숫자인 e이다.
이때 35번째 자리의 숫자부터 40번째 자리의 숫자까지 차례대로 쓰면 e, f, g, b, c, d이므로
$e=6$, $f=3$, $g=1$, $b=7$, $c=4$, $d=5$
따라서 $b+d+f=7+5+3=15$

5 $x=\frac{10a-15}{28}=\frac{5(2a-3)}{2^2\times7}$이므로
유한소수가 되려면 $2a-3$은 7의 배수가 되어야 한다.
즉, $2a-3=7$, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, $\cdots$이므로
$a=5$, $\frac{17}{2}$, 12, $\frac{31}{2}$, 19, $\frac{45}{2}$, 26, $\frac{59}{2}$, $\cdots$
따라서 $10<a<20$을 만족시키는 모든 자연수 a의 값의 합은
$12+19=31$

6 조건 (나)에서 $\frac{a}{450}=\frac{a}{2\times3^2\times5^2}$이고, 분수 $\frac{a}{450}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되므로 a는 9의 배수이어야 한다.
이때 조건 (가)에서 $30<a<60$이므로 $a=36$, 45, 54
조건 (다)에서
$a=36$이면 $\frac{a}{450}=\frac{36}{450}=\frac{2}{25}$에서 $b=25$, $c=2$이므로
$a+b+c=36+25+2=63$
$a=45$이면 $\frac{a}{450}=\frac{45}{450}=\frac{1}{10}$에서 $b=10$, $c=1$이므로
$a+b+c=45+10+1=56$
$a=54$이면 $\frac{a}{450}=\frac{54}{450}=\frac{3}{25}$에서 $b=25$, $c=3$이므로
$a+b+c=54+25+3=82$
따라서 $a+b+c$의 최솟값은 56이다.

7 정n각형의 한 변의 길이는 $\frac{2}{n}$ m이다.
이때 n은 $3\le n<10$인 자연수이므로 정n각형의 한 변의 길이가 순환소수가 되려면 $n=3$, 6, 7, 9
따라서 정n각형의 한 변의 길이를 순환소수로 나타낼 수 있는 것은 4개이다.

8 $\frac{9}{10^2}-\frac{3}{10^3}+\frac{3}{10^4}-\frac{3}{10^5}+\frac{3}{10^6}-\frac{3}{10^7}+\cdots$
$=\left(\frac{90}{10^3}-\frac{3}{10^3}\right)+\left(\frac{30}{10^5}-\frac{3}{10^5}\right)+\left(\frac{30}{10^7}-\frac{3}{10^7}\right)+\cdots$
$=\frac{87}{10^3}+\frac{27}{10^5}+\frac{27}{10^7}+\cdots$
$=0.087+0.00027+0.0000027+\cdots$
$=0.0872727\cdots=0.08\dot{7}\dot{2}$
이때 $100=2+2\times49$이므로 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환마디 72의 두 번째 숫자인 2이다.

9 $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3\times10}+\frac{1}{3\times10^2}+\frac{1}{3\times10^3}+\cdots$
$=1+\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^3}+\cdots\right)$
$=1+\frac{1}{3}\times1.\dot{1}=1+\frac{1}{3}\times\frac{10}{9}$
$=1+\frac{10}{27}=\frac{37}{27}$
따라서 $a=37$, $b=27$이므로 $a-b=37-27=10$

10 x에 $0.\dot{2}\dot{1}$을 곱해야 할 것을 잘못하여 $0.2\dot{1}$을 곱하였더니 바르게 계산한 결과보다 $0.\dot{0}\dot{3}$만큼 작게 나왔으므로
$x\times0.2\dot{1}=x\times0.\dot{2}\dot{1}-0.\dot{0}\dot{3}$ …… ❶
$x\times\frac{19}{90}=x\times\frac{21}{99}-\frac{3}{99}$ …… ❷
$x\times\frac{21}{99}-x\times\frac{19}{90}=\frac{3}{99}$
$\left(\frac{210}{990}-\frac{209}{990}\right)x=\frac{3}{99}$, $\frac{1}{990}x=\frac{3}{99}$
따라서 $x=30$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구하는 식 세우기	40 %
❷ ❶의 식에서 순환소수를 분수로 나타내기	20 %
❸ x의 값 구하기	40 %

11 $0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{4}$에서 $\frac{10a+b}{99}+\frac{10b+a}{99}=\frac{4}{9}$
$11(a+b)=44$, $a+b=4$
이때 a, b는 $a>b$인 한 자리의 자연수이므로 $a=3$, $b=1$
따라서 $0.\dot{a}\dot{b}-0.\dot{b}\dot{a}=\frac{31}{99}-\frac{13}{99}=\frac{18}{99}=0.\dot{1}\dot{8}$

12 $1.\dot{5}\dot{1}=\frac{151-1}{99}=\frac{150}{99}=\frac{50}{33}=\frac{2\times5^2}{3\times11}$이므로
$1.\dot{5}\dot{1}\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면
$a=3\times11\times2\times k^2$ (k는 자연수)의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은
$3\times11\times2\times1^2=66$

2. 식의 계산

필수 확인 문제 18~23쪽

1 ①, ⑤	2 ④	3 4	4 25	5 15
6 17	7 ④	8 ⑤	9 2	10 ⑤
11 ④	12 16	13 ⑤	14 $-\frac{3}{x^6y^2}$	
15 $12a^7b^5$	16 ⑤	17 64	18 ②	
19 $-12x^4y^2$	20 ④	21 27배	22 ⑤	23 -6
24 2	25 ②	26 ③	27 $5x^2+7x-9$	
28 ④	29 $-6x^3y^6+3x^4y^3$		30 $6x^2-5xy$	
31 ④	32 $8x-16$	33 $-3x-9y$		34 ④
35 7	36 ③			

1 ① $\left(-\frac{y^2}{x^3}\right)^5=-\frac{y^{2\times5}}{x^{3\times5}}=-\frac{y^{10}}{x^{15}}$

② $a^{10}\div a^5=a^{10-5}=a^5$

③ $(a^3)^3=a^{3\times3}=a^9$

④ $(x^3y^2)^4=x^{3\times4}y^{2\times4}=x^{12}y^8$

⑤ $x^3\times y^2\times x^4\times y^8=x^{3+4}y^{2+8}=x^7y^{10}$

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

2 ① $6-\square=2$이므로 $\square=4$

② $a^2\div(a^3)^2=a^2\div a^6=\frac{1}{a^4}$이므로 $\square=4$

③ $x^{\square}\times x^3\div(x^2)^2=x^{\square}\times x^3\div x^4=x^{\square+3-4}=x^{\square-1}$이므로

$\square-1=3$, $\square=4$

④ $4\times\square=8$이므로 $\square=2$

⑤ $\left(\frac{a}{b^{\square}}\right)^3=\frac{a^3}{b^{\square\times3}}$이므로 $\square\times3=12$, $\square=4$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

3 $(2^3)^4\times(2^a)^5=2^{12}\times2^{5a}=2^{12+5a}$

이때 $2^{12+5a}=2^{32}$이므로 $12+5a=32$, $5a=20$

따라서 $a=4$

4 $5^{6(x-1)}\div25^{3x-4}=5^{6x-6}\div(5^2)^{3x-4}$

$=5^{6x-6}\div5^{6x-8}$

$=5^{6x-6-(6x-8)}$

$=5^2=25$

5 $\left(\frac{x^ay^2}{bz}\right)^3=\frac{x^{3a}y^6}{b^3z^3}$ …… ❶

즉, $\frac{x^{3a}y^6}{b^3z^3}=\frac{x^{12}y^c}{8z^d}$이므로

$3a=12$, $b^3=8=2^3$, $c=6$, $d=3$

따라서 $a=4$, $b=2$, $c=6$, $d=3$이므로 …… ❷

$a+b+c+d=4+2+6+3=15$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 주어진 식의 좌변 간단히 하기	40 %
❷ a, b, c, d의 값 구하기	40 %
❸ $a+b+c+d$의 값 구하기	20 %

6 $5^4+5^4+5^4+5^4+5^4=5\times5^4=5^5$이므로 $x=5$

$5^3\times5^3\times5^3\times5^3=5^{3+3+3+3}=5^{12}$이므로 $y=12$

따라서 $x+y=5+12=17$

7 $8^{15}\times9^5=(2^3)^{15}\times(3^2)^5=2^{45}\times3^{10}$

$=(2^7)^6\times2^3\times(3^5)^2=8A^6B^2$

8 $A=5^{x-1}=5^x\div5$이므로 $5^x=5A$

따라서 $25^x=(5^2)^x=(5^x)^2=(5A)^2=25A^2$

9 $5^x(5^2+5+1)=775$이므로

$5^x\times31=775$, $5^x=25$

따라서 $x=2$

10 $2^9\times3^2\times5^7=(2^7\times5^7)\times2^2\times3^2=36\times(2\times5)^7=36\times10^7$

따라서 $2^9\times3^2\times5^7$은 9자리 자연수이므로 $n=9$

11 $2^6\times4^2\times5^8=2^6\times(2^2)^2\times5^8=2^6\times2^4\times5^8$

$=2^{10}\times5^8=(2^8\times5^8)\times2^2$

$=4\times(2\times5)^8=4\times10^8$

따라서 $2^6\times4^2\times5^8$은 9자리 자연수이므로 $n=9$

12 $\frac{20^5\times3^9}{6^5}=\frac{(2^2\times5)^5\times3^9}{(2\times3)^5}=\frac{2^{10}\times5^5\times3^9}{2^5\times3^5}$

$=2^5\times5^5\times3^4=3^4\times(2\times5)^5$

$=81\times10^5$

즉, $\frac{20^5\times3^9}{6^5}$은 7자리 자연수이므로 $n=7$

이때 각 자리의 숫자의 합은 $8+1=9$이므로 $m=9$

따라서 $n+m=7+9=16$

13 $(-2xy)^3\times(-xy^2)\times(3x^2y)^2=-8x^3y^3\times(-xy^2)\times9x^4y^2$

$=72x^8y^7$

즉, $72x^8y^7=ax^by^c$이므로 $a=72$, $b=8$, $c=7$

따라서 $a+b+c=72+8+7=87$

14 $-8xy^3\div(-3x^2y)^2\div\left(\frac{2}{3}xy\right)^3$

$=-8xy^3\div(9x^4y^2)\div\left(\frac{8}{27}x^3y^3\right)$

$=-8xy^3\times\frac{1}{9x^4y^2}\times\frac{27}{8x^3y^3}$

$=-\frac{3}{x^6y^2}$

15 (정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(3a^2b^3)^2\times\frac{4a^3}{b}$

$=\frac{1}{3}\times9a^4b^6\times\frac{4a^3}{b}$

$=12a^7b^5$

16 $\frac{2}{3}x^2y\div\frac{1}{4}xy^2\times(-3x^3y^4)=\frac{2}{3}x^2y\times\frac{4}{xy^2}\times(-3x^3y^4)$

$=-8x^4y^3$

즉, $-8x^4y^3=ax^by^c$이므로

$a=-8$, $b=4$, $c=3$

따라서 $a+b+c=-8+4+3=-1$

17 $(x^2y)^3\times6xy^2\div3x^3=x^6y^3\times6xy^2\times\frac{1}{3x^3}$

$=2x^4y^5$

$x=-1$, $y=2$를 대입하면

$2\times(-1)^4\times2^5=64$

18 $\boxed{}=8x^8y^3\div(-2x^3y^2)^3\times(3xy^2)^2$

$=8x^8y^3\div(-8x^9y^6)\times9x^2y^4$

$=8x^8y^3\times\left(-\frac{1}{8x^9y^6}\right)\times9x^2y^4$

$=-9xy$

19 어떤 식을 A라 하면

$A\times(-2x^2y^3)=24x^6y^5$이므로

$A=24x^6y^5\div(-2x^2y^3)=-\frac{24x^6y^5}{2x^2y^3}=-12x^4y^2$

20 $(2x^2y)^a\div3x^4y^2\times12x^6y^2=2^ax^{2a}y^a\div3x^4y^2\times12x^6y^2$

$=2^ax^{2a}y^a\times\frac{1}{3x^4y^2}\times12x^6y^2$

$=2^{a+2}x^{2a+2}y^a$

즉, $2^{a+2}x^{2a+2}y^a=bx^4y^c$이므로

$2^{a+2}=b$, $2a+2=4$, $a=c$

$2a+2=4$에서 $2a=2$, $a=1$

$b=2^{a+2}$에서 $b=2^{1+2}=2^3=8$

$a=c$에서 $c=1$

따라서 $a+b+c=1+8+1=10$

21 (구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times(ab)^3=\frac{4}{3}\pi a^3b^3$ …… ❶

(원기둥의 부피)$=\pi\times(3ab)^2\times4ab$

$=\pi\times9a^2b^2\times4ab$

$=36\pi a^3b^3$ …… ❷

$36\pi a^3b^3\div\frac{4}{3}\pi a^3b^3=36\pi a^3b^3\times\frac{3}{4\pi a^3b^3}=27$

따라서 원기둥의 부피는 구의 부피의 27배이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 구의 부피 구하기	40 %
❷ 원기둥의 부피 구하기	40 %
❸ 원기둥의 부피는 구의 부피의 몇 배인지 구하기	20 %

22 $\frac{2x-3y}{6}+\frac{3x+2y}{4}-\frac{5x-7y}{3}$

$=\frac{4x-6y+9x+6y-20x+28y}{12}$

$=\frac{-7x+28y}{12}=-\frac{7}{12}x+\frac{7}{3}y$

따라서 $a=-\frac{7}{12}$, $b=\frac{7}{3}$이므로

$a+b=-\frac{7}{12}+\frac{7}{3}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}$

23 $5x-\{7x+2y-(3x-y)+4y\}$

$=5x-(7x+2y-3x+y+4y)$

$=5x-(4x+7y)$

$=x-7y$

따라서 $a=1$, $b=-7$이므로

$a+b=1+(-7)=-6$

24 $3(x^2-2x+1)-(2x^2+x-5)$

$=3x^2-6x+3-2x^2-x+5$

$=x^2-7x+8$

따라서 $a=1$, $b=-7$, $c=8$이므로

$a+b+c=1+(-7)+8=2$

25 $\boxed{}-(4x^2+3x-1)=-5x^2+2x+7$에서

$\boxed{}=-5x^2+2x+7+(4x^2+3x-1)$

$=-5x^2+2x+7+4x^2+3x-1=-x^2+5x+6$

26 어떤 다항식을 A라 하면

$A-(x^2+x+4)=5x^2-2x-3$

$A=5x^2-2x-3+(x^2+x+4)$

$=5x^2-2x-3+x^2+x+4=6x^2-x+1$

따라서 바르게 계산한 식은

$6x^2-x+1+(x^2+x+4)$

$=6x^2-x+1+x^2+x+4$

$=7x^2+5$

27 어떤 다항식을 A라 하면

$A+(-x^2-3x+2)=3x^2+x-5$ …… ❶

$A=3x^2+x-5-(-x^2-3x+2)$

$=3x^2+x-5+x^2+3x-2$

$=4x^2+4x-7$ …… ❷

따라서 바르게 계산한 식은

$4x^2+4x-7-(-x^2-3x+2)$

$=4x^2+4x-7+x^2+3x-2$

$=5x^2+7x-9$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 잘못 계산한 식 세우기	20 %
❷ 어떤 다항식 구하기	40 %
❸ 바르게 계산한 식 구하기	40 %

28 $4x(x+1)+(3x+5)\times(-2x)$
$=4x^2+4x-6x^2-10x$
$=-2x^2-6x$
따라서 $a=-2$, $b=-6$이므로
$a-b=-2-(-6)=4$

29 어떤 다항식을 A라 하면
$A\div\frac{1}{3}xy^2=-18x^2y^4+9x^3y$이므로
$A=(-18x^2y^4+9x^3y)\times\frac{1}{3}xy^2$
$=-18x^2y^4\times\frac{1}{3}xy^2+9x^3y\times\frac{1}{3}xy^2$
$=-6x^3y^6+3x^4y^3$

30 $3x(x-y)-(4xy^2-6x^2y)\div2y$
$=3x^2-3xy-(2xy-3x^2)$
$=3x^2-3xy-2xy+3x^2$
$=6x^2-5xy$

31 (직육면체의 부피)$=(3xy)^2\times(2x+5y)$
$=9x^2y^2\times(2x+5y)$
$=18x^3y^2+45x^2y^3$

32 $2x-3y+5=2x-3(7-2x)+5$
$=2x-21+6x+5=8x-16$

33 $-3(2A-B)=-6A+3B$
$=-6(-x+2y)+3(-3x+y)$
$=6x-12y-9x+3y$
$=-3x-9y$

34 $x:y=2:3$에서 $2y=3x$, 즉 $y=\frac{3}{2}x$이므로
$5x-2y+4=5x-2\times\frac{3}{2}x+4=5x-3x+4=2x+4$

35 $5x-y=3x+5y$에서 $2x=6y$, 즉 $x=3y$이므로
$\frac{x+4y}{x-2y}=\frac{3y+4y}{3y-2y}=\frac{7y}{y}=7$

36 $x+2y=3$에서 $x=3-2y$이므로
$2x+y+\{x+2y-(4x+y)\}=2x+y+(x+2y-4x-y)$
$=2x+y+(-3x+y)$
$=2x+y-3x+y$
$=-x+2y$
$=-(3-2y)+2y$
$=-3+2y+2y$
$=4y-3$

고난도 대표 유형 24~29쪽

1 14	**2** 17	**3** 19	**4** 1	**5** 4
6 9	**7** 107	**8** $\frac{9}{2}\pi a^3b^2$	**9** 0	
10 $5x^2-5x+6$		**11** $-a-b+8$		
12 $-x^2+8x$		**13** -6		
14 $A=-12xy^2+6xy$, $B=2xy-x$			**15** $2x^2+xy-3y^2$	
16 $43x^2+11xy-12y^2$		**17** 32	**18** 1	

1 $20\times24\times28\times36=(2^2\times5)\times(2^3\times3)\times(2^2\times7)\times(2^2\times3^2)$
$=2^9\times3^3\times5\times7$
따라서 $a=9$, $b=3$, $c=1$, $d=1$이므로
$a+b+c+d=9+3+1+1=14$

2 $(xy^2)^4\div\left(\frac{x}{y^2}\right)^3\times x^5\div y^3=x^4y^8\times\frac{y^6}{x^3}\times x^5\times\frac{1}{y^3}=x^6y^{11}$
따라서 $a=6$, $b=11$이므로 $a+b=6+11=17$

3 $(x^3)^a\times(y^2)^5\times y^3=x^{3a}\times y^{10}\times y^3=x^{3a}y^{13}$
즉, $x^{3a}y^{13}=x^{18}y^b$이므로 $3a=18$, $b=13$
따라서 $a=6$, $b=13$이므로 $a+b=6+13=19$

4 $8^{2x}(4\times8^x)=2048$이므로 $4\times8^{3x}=2048$
$8^{3x}=512=2^9=(2^3)^3=8^3$, $3x=3$
따라서 $x=1$

5 $a=(3^4)^9=3^{36}$
3, 3^2, 3^3, 3^4, …의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 순서대로 반복된다.
$36=4\times9$이므로 3^{36}의 일의 자리의 숫자는 3^4의 일의 자리의 숫자와 같은 1이다.
$b=3^5\times9^8=3^5\times(3^2)^8=3^5\times3^{16}=3^{21}$
$21=4\times5+1$이므로 3^{21}의 일의 자리의 숫자는 3의 일의 자리의 숫자와 같은 3이다.
따라서 $<a>=1$, $<b>=3$이므로
$<a>+<b>=1+3=4$

6 $\frac{4^6\times15^7}{18^3}=\frac{(2^2)^6\times(3\times5)^7}{(2\times3^2)^3}=\frac{(2^2)^6\times3^7\times5^7}{2^3\times(3^2)^3}$
$=\frac{2^{12}\times3^7\times5^7}{2^3\times3^6}=2^9\times3\times5^7$
$=3\times2^2\times(2\times5)^7=12\times10^7$
따라서 $\frac{4^6\times15^7}{18^3}$은 9자리 자연수이므로
$n=9$

7 $ax^7y^5\times\left(-\frac{xy^2}{2}\right)^b=ax^7y^5\times\left(-\frac{1}{2}\right)^b\times x^b\times y^{2b}$
$=a\times\left(-\frac{1}{2}\right)^b\times x^{7+b}y^{5+2b}=24x^9y^c$
$7+b=9$이므로 $b=2$
$c=5+2b$이므로 $c=5+2\times2=9$

$a \times \left(-\frac{1}{2}\right)^b = 24$이므로 $\frac{1}{4}a=24$, $a=96$

따라서 $a+b+c=96+2+9=107$

8 $(\text{물의 부피}) = \left\{\pi \times \left(\frac{3ab^2}{2}\right)^2\right\} \times \frac{10a}{3b^2} \times \frac{3}{5}$

$= \pi \times \frac{9a^2b^4}{4} \times \frac{10a}{3b^2} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{2}\pi a^3 b^2$

9 $(-2x^3y^2)^a \div 12x^by^5 \times 3x^5y^4$

$= (-2)^a x^{3a}y^{2a} \times \frac{1}{12x^by^5} \times 3x^5y^4$

$= (-2)^a \times \frac{3}{12} \times x^{3a-b+5}y^{2a-5+4}$

$= (-2)^a \times \frac{1}{4} \times x^{3a-b+5}y^{2a-1} = cx^9y^7$

$(-2)^a \times \frac{1}{4} = c$, $3a-b+5=9$, $2a-1=7$이므로

$2a-1=7$에서 $2a=8$, $a=4$

$3a-b+5=9$에서 $12-b+5=9$, $b=8$

$(-2)^a \times \frac{1}{4} = c$에서 $c=(-2)^4 \times \frac{1}{4} = 4$

따라서 $a-b+c=4-8+4=0$

10 어떤 식을 A라 하면

$A+(-x^2+3x-5)=3x^2+x-4$이므로

$A=3x^2+x-4-(-x^2+3x-5)$

$=3x^2+x-4+x^2-3x+5$

$=4x^2-2x+1$

따라서 바르게 계산한 식은

$4x^2-2x+1-(-x^2+3x-5)$

$=4x^2-2x+1+x^2-3x+5$

$=5x^2-5x+6$

11 $A+(a+5b-3)=-a+4b+1$에서

$A=-a+4b+1-(a+5b-3)=-2a-b+4$

$B-(-2a+b-1)=3a-b+5$에서

$B=3a-b+5+(-2a+b-1)=a+4$

따라서 $A+B=(-2a-b+4)+(a+4)=-a-b+8$

12 $5x^2-[-3x+x^2+\{4x^2-3x-(-x^2+2x)\}]$

$=5x^2-\{-3x+x^2+(4x^2-3x+x^2-2x)\}$

$=5x^2-(-3x+x^2+5x^2-5x)$

$=5x^2-(6x^2-8x)$

$=5x^2-6x^2+8x=-x^2+8x$

13 $2x(x-3xy)-\{12x^4-(-3xy)^2\} \div \frac{3}{2}x^2$

$=2x^2-6x^2y-(12x^4-9x^2y^2) \times \frac{2}{3x^2}$

$=2x^2-6x^2y-8x^2+6y^2$

$=-6x^2-6x^2y+6y^2$

따라서 $a=-6$, $b=-6$, $c=6$이므로

$a+b+c=-6+(-6)+6=-6$

14 주어진 전개도로 정육면체를 만들었을 때, $3x^2y$가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 식은 $2y-1$이므로

마주 보는 면에 적힌 두 식의 곱은 $3x^2y \times (2y-1) = 6x^2y^2-3x^2y$

$A \times \left(-\frac{1}{2}x\right) = 6x^2y^2-3x^2y$에서

$A=(6x^2y^2-3x^2y) \div \left(-\frac{1}{2}x\right)$

$=(6x^2y^2-3x^2y) \times \left(-\frac{2}{x}\right) = -12xy^2+6xy$

$B \times 3xy = 6x^2y^2-3x^2y$에서

$B=(6x^2y^2-3x^2y) \div 3xy = 2xy-x$

15 $\{(x+y,\ 3y) ◎ (-x,\ x-y)\} - \{(2xy,\ -x+y) ◎ (-1,\ 3x)\}$

$=\{-x(x+y)+3y(x-y)\}$

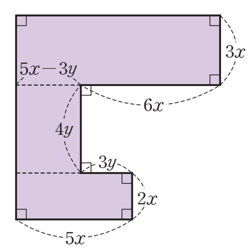
$\quad -\{(2xy)\times(-1)+3x(-x+y)\}$

$=(-x^2-xy+3xy-3y^2)-(-2xy-3x^2+3xy)$

$=(-x^2+2xy-3y^2)-(-3x^2+xy)$

$=-x^2+2xy-3y^2+3x^2-xy=2x^2+xy-3y^2$

16



위의 그림과 같이 보조선을 그으면 구하는 도형의 넓이는

$\{(5x-3y)+6x\} \times 3x + (5x-3y) \times 4y + 5x \times 2x$

$=3x(11x-3y)+20xy-12y^2+10x^2$

$=33x^2-9xy+20xy-12y^2+10x^2$

$=43x^2+11xy-12y^2$

17 $3A-[-A+2B+\{5A-B+C-(2B-C)\}]$

$=3A-\{-A+2B+(5A-B+C-2B+C)\}$

$=3A-\{-A+2B+(5A-3B+2C)\}$

$=3A-(4A-B+2C)=-A+B-2C$

$=-(x^2-2x+3)+(3x^2-1)-2\left(\frac{1}{2}x^2-x+2\right)$

$=-x^2+2x-3+3x^2-1-x^2+2x-4=x^2+4x-8$

따라서 $a=1$, $b=-4$, $c=-8$이므로

$abc=1\times(-4)\times(-8)=32$

18 $\frac{1}{xy+x+1}+\frac{1}{yz+y+1}+\frac{1}{zx+z+1}$

$=\frac{1}{xy+x+1}+\frac{x}{x(yz+y+1)}+\frac{xy}{xy(zx+z+1)}$

$=\frac{1}{xy+x+1}+\frac{x}{xyz+xy+x}+\frac{xy}{x^2yz+xyz+xy}$

$=\frac{1}{xy+x+1}+\frac{x}{1+xy+x}+\frac{xy}{x+1+xy}$

$=\frac{xy+x+1}{xy+x+1}=1$

고난도 실전 문제

30~35쪽

1 ③	**2** 30	**3** 5	**04** ③	**5** 12
6 ⑤	**7** 12	**8** 4	**9** ③	**10** 9
11 16	**12** ②	**13** ②	**14** $48x^8y^{21}$	**15** $\frac{3}{2}$배
16 x^5y	**17** $3a^2b$	**18** ②	**19** $-\frac{2}{3}x^8y^2$	
20 $9x^2+3xy+y^2$				
21 $A=-3a^2+a-5$, $B=5a^2-10a+2$				
22 $-2x+5y$		**23** 3	**24** -10	
25 $8x^3y^2-4x^2y^3$		**26** $4xy+x+y$		**27** $5a+b$
28 $6ab+\frac{3}{5}b^2$		**29** $-2x+y$		
30 $-6x^2-30x$		**31** $\frac{11}{5}$	**32** $\frac{1}{2}$	**33** $\frac{7}{3x}$
34 $\frac{29}{15}$	**35** 1	**36** $-3x+4$		

1 $1\times2\times3\times\cdots\times11$
$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)\times11$
$=2^8\times(\text{홀수})$
따라서 $a=8$

2 $(6^4\times6^4\times6^4)^2=(6^{4+4+4})^2=(6^{12})^2=6^{24}$
$=(2\times3)^{24}=2^{24}\times3^{24}$
이므로 $a=24$, $b=24$
$144^3=(2^4\times3^2)^3=2^{12}\times3^6$
이므로 $c=12$, $d=6$
따라서 $a+b-c-d=24+24-12-6=30$

3 (좌변)$=(-1)^n\times(-2)^{m+n-4}$
$=(-1)^n\times(-1)^{m+n-4}\times2^{m+n-4}$
$=(-1)^{m+2n-4}\times2^{m+n-4}$
(우변)$=-(2^2)^4\times(-2)^3=(-2^8)\times(-2^3)=2^{11}$
우변이 양수이므로 $m+2n-4$는 짝수이어야 한다.
이때 $2n$, 4가 짝수이므로 m은 짝수이어야 한다.
4보다 큰 짝수 m에 대하여
$m+n-4=11$, 즉 $m+n=15$를 만족시키는 자연수 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)은 $(6, 9)$, $(8, 7)$, $(10, 5)$, $(12, 3)$, $(14, 1)$의 5개이다.

4 $\left(\frac{25}{3}\right)^{a+3b}\times\left(\frac{3}{25}\right)^{-a+b}=\frac{5^{2a+6b}}{3^{a+3b}}\times\frac{3^{-a+b}}{5^{-2a+2b}}$
$=\frac{3^{-a+b}}{3^{a+3b}}\times\frac{5^{2a+6b}}{5^{-2a+2b}}$
이때 a, b는 자연수이므로
$-a+b<a+b<a+3b$이고
$-2a+2b<2a+2b<2a+6b$
따라서 주어진 식은
$\frac{5^{2a+6b-(-2a+2b)}}{3^{(a+3b)-(-a+b)}}=\frac{5^{4a+4b}}{3^{2a+2b}}=\frac{(5^{a+b})^4}{(3^{a+b})^2}=\frac{y^4}{x^2}$

5 $(x^ay^bz^c)^d=x^{ad}y^{bd}z^{cd}=x^{12}y^6z^9$이므로
$ad=12$, $bd=6$, $cd=9$
이때 가장 큰 자연수 d는 12, 6, 9의 최대공약수인 3이므로
$d=3$ …… ❶
따라서 $a=4$, $b=2$, $c=3$이므로 …… ❷
$a+b+c+d=4+2+3+3=12$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ d의 값 구하기	50 %
❷ a, b, c의 값 구하기	30 %
❸ $a+b+c+d$의 값 구하기	20 %

6 $\frac{2^5+2^5+2^5+2^5}{27}\times\frac{3^4+3^4+3^4}{8^2+8^2+8^2+8^2}$
$=\frac{4\times2^5}{3^3}\times\frac{3\times3^4}{4\times8^2}=\frac{2^5}{3^3}\times\frac{3\times3^4}{(2^3)^2}$
$=\frac{2^5}{3^3}\times\frac{3^5}{2^6}=\frac{9}{2}$

7 $5^{200}<n^{400}<3^{600}$에서
$(5^2)^{100}<(n^4)^{100}<(3^6)^{100}$이므로
$5^2<n^4<3^6$, $25<n^4<729$
이때 $2^4=16$, $3^4=81$, $4^4=256$, $5^4=625$, $6^4=1296$이므로
주어진 부등식을 만족시키는 자연수 n은 3, 4, 5이다.
따라서 모든 자연수 n의 값의 합은
$3+4+5=12$

8 $2^{x+3}+3\times2^x+2^x=2^x\times2^3+3\times2^x+2^x$
$=2^x(2^3+3+1)$
$=2^x\times12$
즉, $2^x\times12=192$이므로
$2^x=16=2^4$
따라서 $x=4$

9 $9^{200}\div3^{100}=(3^2)^{200}\div3^{100}=3^{400-100}=3^{300}$
3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 순서대로 반복된다.
이때 $300=4\times75$이므로 3^{300}의 일의 자리의 숫자는 1이다.
한편 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6이 순서대로 반복된다.
이때 $50=4\times12+2$이므로 2^{50}의 일의 자리의 숫자는 4이다.
따라서 $9^{200}\div3^{100}+2^{50}$의 일의 자리의 숫자는
$1+4=5$

10 (주어진 식)$=(5\times2^6)\times(4\times5^8)$
$=2^6\times2^2\times5\times5^8$
$=2^8\times5^9$
$=5\times(2^8\times5^8)$
$=5\times10^8$
따라서 5×10^8은 9자리 자연수이므로
$n=9$

11 $10\times15\times20\times25\times30$

$=(2\times5)\times(3\times5)\times(2^2\times5)\times5^2\times(2\times3\times5)$

$=2^4\times3^2\times5^6$

$=(2^4\times5^4)\times3^2\times5^2$

$=225\times(2\times5)^4$

$=225\times10^4$ …… ❶

이때 주어진 수는 7자리 자연수이므로

$m=7$ …… ❷

각 자리의 숫자의 합은

$n=2+2+5=9$ …… ❸

따라서

$m+n=7+9=16$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ 주어진 수를 $a\times10^k$(a, k는 자연수) 꼴로 나타내기	40 %
❷ m의 값 구하기	30 %
❸ n의 값 구하기	20 %
❹ $m+n$의 값 구하기	10 %

12 $2^8\times5^6\times7^a=(2^6\times5^6)\times2^2\times7^a$

$=2^2\times7^a\times(2\times5)^6$

$=2^2\times7^a\times10^6$

$2^8\times5^6\times7^a$이 9자리 자연수가 되려면 $2^2\times7^a$이 세 자리 자연수가 되어야 한다.

$a=1$일 때, $2^2\times7^a=2^2\times7=28$

$a=2$일 때, $2^2\times7^a=2^2\times7^2=196$

$a=3$일 때, $2^2\times7^a=2^2\times7^3=1372$

따라서 자연수 a의 값은 2이다.

13 $ax^4y^3\times(-3xy)^b=ax^4y^3\times(-3)^b\times x^by^b$

$=a\times(-3)^b\times x^{b+4}y^{b+3}$

즉, $a\times(-3)^b\times x^{b+4}y^{b+3}=18x^6y^c$이므로

$a\times(-3)^b=18$, $b+4=6$, $b+3=c$

$b+4=6$에서 $b=2$

$a\times(-3)^b=18$에서

$a\times(-3)^2=18$, $9a=18$, $a=2$

$b+3=c$에서 $c=2+3=5$

따라서 $a-b+c=2-2+5=5$

14 어떤 식을 A라 하면

$(-2x^3y^6)^2\div A=\dfrac{x^4y^3}{3}$이므로

$A=(-2x^3y^6)^2\div\dfrac{x^4y^3}{3}=4x^6y^{12}\times\dfrac{3}{x^4y^3}=12x^2y^9$

따라서 바르게 계산하면

$(-2x^3y^6)^2\times12x^2y^9=4x^6y^{12}\times12x^2y^9=48x^8y^{21}$

15 변 AC를 회전축으로 하여 1회전 시켰을 때 생기는 회전체는 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3xy$, 높이가 $2xy$인 원뿔이다.

이 원뿔의 부피를 P라 하면

$P=\dfrac{1}{3}\pi\times(3xy)^2\times2xy$

$=\dfrac{1}{3}\pi\times9x^2y^2\times2xy$

$=6\pi x^3y^3$

변 BC를 회전축으로 하여 1회전 시켰을 때 생기는 회전체는 밑면인 원의 반지름의 길이가 $2xy$, 높이가 $3xy$인 원뿔이다.

이 원뿔의 부피를 Q라 하면

$Q=\dfrac{1}{3}\pi\times(2xy)^2\times3xy$

$=\dfrac{1}{3}\pi\times4x^2y^2\times3xy$

$=4\pi x^3y^3$

이때 $\dfrac{P}{Q}=\dfrac{6\pi x^3y^3}{4\pi x^3y^3}=\dfrac{3}{2}$이므로 P는 Q의 $\dfrac{3}{2}$배이다.

16 세 수 x^3y, xy^2, y^2의 최소공배수는 x^3y^2이다.

따라서 한 모서리의 길이가 x^3y^2인 정육면체를 만들기 위해 필요한 직육면체의 개수는

$(x^3y^2\div x^3y)\times(x^3y^2\div xy^2)\times(x^3y^2\div y^2)=y\times x^2\times x^3$

$=x^5y$

17 (원기둥 모양의 물통에 담긴 물의 부피)

$=\pi\times(12a^2b^2)^2\times\dfrac{a^2}{3b}\times\dfrac{3}{4}$

$=\pi\times144a^4b^4\times\dfrac{a^2}{3b}\times\dfrac{3}{4}$

$=36\pi a^6b^3$

(구 모양의 물통에 가득 담긴 물의 부피)$=\dfrac{4}{3}\pi x^3$

이때 $\dfrac{4}{3}\pi x^3=36\pi a^6b^3$이므로

$x^3=36\pi a^6b^3\div\dfrac{4}{3}\pi$

$=36\pi a^6b^3\times\dfrac{3}{4\pi}$

$=27a^6b^3$

$=(3a^2b)^3$

따라서 $x=3a^2b$

18 $\boxed{}=9x^6y^3\div(3x^2y^3)^2\times(-2xy^2)^3$

$=9x^6y^3\div9x^4y^6\times(-8x^3y^6)$

$=9x^6y^3\times\dfrac{1}{9x^4y^6}\times(-8x^3y^6)$

$=-8x^5y^3$

19 $\boxed{}=(-2x^5y^4)^3\div(-3xy^2)^2\div\dfrac{4}{3}x^5y^6$

$=-8x^{15}y^{12}\div9x^2y^4\div\dfrac{4}{3}x^5y^6$

$=-8x^{15}y^{12}\times\dfrac{1}{9x^2y^4}\times\dfrac{3}{4x^5y^6}$

$=-\dfrac{2}{3}x^8y^2$

20

$x^2+2xy+y^2$	(가)	$2x^2-xy$
$4x^2+3xy+y^2$	(나)	
A		

$x^2+2xy+y^2+$(가)$=4x^2+3xy+y^2$이므로

(가)$=4x^2+3xy+y^2-(x^2+2xy+y^2)$

$=4x^2+3xy+y^2-x^2-2xy-y^2$

$=3x^2+xy$

(가)$+2x^2-xy=$(나)이므로

(나)$=(3x^2+xy)+2x^2-xy=5x^2$

따라서

$A=4x^2+3xy+y^2+$(나)

$=4x^2+3xy+y^2+5x^2$

$=9x^2+3xy+y^2$

21

$(+)$ →, $(-)$ ↓

$4a^2-2a+3$	A	a^2-a-2
(가)	$2a^2-5a$	B
a^2+3a+1		

$4a^2-2a+3+A=a^2-a-2$이므로

$A=a^2-a-2-(4a^2-2a+3)$

$=a^2-a-2-4a^2+2a-3$

$=-3a^2+a-5$

$4a^2-2a+3-$(가)$=a^2+3a+1$이므로

(가)$=4a^2-2a+3-(a^2+3a+1)$

$=4a^2-2a+3-a^2-3a-1$

$=3a^2-5a+2$

따라서

$B=$(가)$+2a^2-5a$

$=(3a^2-5a+2)+2a^2-5a$

$=5a^2-10a+2$

22 $5x-4y-\{-3x+2y-(2x-\boxed{})\}=12x-11y$

$5x-4y-(-3x+2y-2x+\boxed{})=12x-11y$

$5x-4y-(-5x+2y+\boxed{})=12x-11y$

$5x-4y+5x-2y-\boxed{}=12x-11y$

$10x-6y-\boxed{}=12x-11y$

따라서

$\boxed{}=10x-6y-(12x-11y)$

$=10x-6y-12x+11y$

$=-2x+5y$

23 (주어진 식)$=\dfrac{8x^2y^2-4xy^2+y^2}{y^2}+(-6x^2-2x)$

$=8x^2-4x+1-6x^2-2x$

$=2x^2-6x+1$

따라서 $a=2$, $b=1$이므로 $a+b=2+1=3$

24 세 쌍의 마주 보는 면은 각각 B와 $\dfrac{2}{3}ab^4$, A와 $-2ab^4$, $\dfrac{1}{2}a^5b^6$과 $12a^2-8b$이다.

마주 보는 면에 적힌 두 식의 곱은

$\dfrac{1}{2}a^5b^6\times(12a^2-8b)=6a^7b^6-4a^5b^7$이므로

$A=(6a^7b^6-4a^5b^7)\div(-2ab^4)=-3a^6b^2+2a^4b^3$

$B=(6a^7b^6-4a^5b^7)\div\dfrac{2}{3}ab^4=9a^6b^2-6a^4b^3$

$A+2B=-3a^6b^2+2a^4b^3+2(9a^6b^2-6a^4b^3)$

$=-3a^6b^2+2a^4b^3+18a^6b^2-12a^4b^3$

$=15a^6b^2-10a^4b^3$

따라서 a^4b^3의 계수는 -10이다.

25 $P\triangle 2y=P\times(2y)^2=6x^3y^4$이므로

$P=6x^3y^4\div 4y^2=\dfrac{3}{2}x^3y^2$

$P\bullet Q=2\times\dfrac{3}{2}x^3y^2-Q=4x^2y^3-5x^3y^2$이므로

$3x^3y^2-Q=4x^2y^3-5x^3y^2$

따라서

$Q=3x^3y^2-(4x^2y^3-5x^3y^2)$

$=3x^3y^2-4x^2y^3+5x^3y^2$

$=8x^3y^2-4x^2y^3$

26 (직사각형 ABCD의 넓이)

=(사다리꼴 ABFE의 넓이)+(사다리꼴 EFCD의 넓이)

이므로 직사각형 ABCD의 가로의 길이를 $\boxed{}$라 하면

$\boxed{}\times 2xy=(8x^2y^2-4xy^2)+(6xy^2+2x^2y)$

$=8x^2y^2+2x^2y+2xy^2$

$\boxed{}=(8x^2y^2+2x^2y+2xy^2)\div 2xy$

$=\dfrac{8x^2y^2+2x^2y+2xy^2}{2xy}=4xy+x+y$

따라서 직사각형 ABCD의 가로의 길이는 $4xy+x+y$이다.

27 큰 직육면체의 높이와 작은 직육면체의 높이를 각각 x, y라 하면

(큰 직육면체의 부피)$=4a\times1\times x=12a^2+8ab$이므로

$x=(12a^2+8ab)\div 4a=\dfrac{12a^2+8ab}{4a}=3a+2b$ …… ❶

(작은 직육면체의 부피)$=3a\times1\times y=6a^2-3ab$이므로

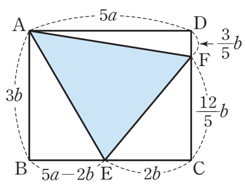
$y=(6a^2-3ab)\div 3a=\dfrac{6a^2-3ab}{3a}=2a-b$ …… ❷

따라서

$h=x+y=(3a+2b)+(2a-b)=5a+b$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 큰 직육면체의 높이 구하기	40 %
❷ 작은 직육면체의 높이 구하기	40 %
❸ 전체 높이 h 구하기	20 %

28 직사각형 ABCD의 넓이는



$5a\times3b=15ab$

$\triangle\text{ABE}=\frac{1}{2}\times(5a-2b)\times3b$

$=\frac{15}{2}ab-3b^2$

$\triangle\text{ECF}=\frac{1}{2}\times2b\times\frac{12}{5}b=\frac{12}{5}b^2$

$\triangle\text{AFD}=\frac{1}{2}\times5a\times\frac{3}{5}b=\frac{3}{2}ab$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$15ab-\left(\frac{15}{2}ab-3b^2+\frac{12}{5}b^2+\frac{3}{2}ab\right)$

$=15ab-\left(9ab-\frac{3}{5}b^2\right)$

$=15ab-9ab+\frac{3}{5}b^2=6ab+\frac{3}{5}b^2$

29 $A=\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}y$, $B=\frac{7}{9}x+\frac{1}{3}y$이므로

$A-\{2B-(2A-7B)\}$

$=A-(2B-2A+7B)$

$=A-(9B-2A)$

$=A-9B+2A$

$=3A-9B$

$=3\left(\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}y\right)-9\left(\frac{7}{9}x+\frac{1}{3}y\right)$

$=5x+4y-7x-3y=-2x+y$

30 $(P\blacktriangle Q)-(P\blacktriangledown Q)=P(P+Q)-P(P-Q)$

$=P^2+PQ-P^2+PQ$

$=2PQ$

$=2\times(-3x)\times(x+5)$

$=-6x(x+5)$

$=-6x^2-30x$

31 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$에서 $\frac{x+y}{xy}=5$

따라서 $x+y=5xy$이므로

$\frac{x+6xy+y}{2x-5xy+2y}=\frac{x+y+6xy}{2(x+y)-5xy}$

$=\frac{5xy+6xy}{2\times5xy-5xy}$

$=\frac{11xy}{5xy}=\frac{11}{5}$

32 $81^x\times27^2\div3^y=243$에서 $3^{4x}\times3^6\div3^y=3^5$

$3^{4x+6-y}=3^5$이므로 $4x+6-y=5$, $y=4x+1$

따라서

$2x-\{x-5y-(3x-7y)\}=2x-(-2x+2y)=4x-2y$

$=4x-2(4x+1)=-4x-2$

이므로 $\frac{b}{a}=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2}$

33 $x:y:z=1:2:3$에서

$x:y=1:2$이므로 $y=2x$

$x:z=1:3$이므로 $z=3x$

따라서

$\frac{x^2+y^2+z^2}{xyz}=\frac{x^2+(2x)^2+(3x)^2}{x\times2x\times3x}$

$=\frac{x^2+4x^2+9x^2}{6x^3}$

$=\frac{14x^2}{6x^3}=\frac{7}{3x}$

34 $\frac{1}{4a}-\frac{1}{4b}=5$에서 $\frac{b-a}{4ab}=5$

따라서 $b-a=20ab$이므로

(주어진 식)$=\frac{a(a-9ab-b)}{a(a+5ab-b)}=\frac{a-9ab-b}{a+5ab-b}$

$=\frac{-9ab-(b-a)}{5ab-(b-a)}=\frac{-9ab-20ab}{5ab-20ab}$

$=\frac{-29ab}{-15ab}=\frac{29}{15}$

35 $x:y=3:2$에서 $3y=2x$

$y:z=1:3$에서 $z=3y$

즉, $2x=3y=z$이므로 $x=\frac{1}{2}z$, $y=\frac{1}{3}z$

따라서

$\left(\frac{4}{3}x^2yz-\frac{1}{4}xy^2z+\frac{1}{6}xyz^2\right)\div\frac{3}{4}xyz^2$

$=\left(\frac{4}{3}x^2yz-\frac{1}{4}xy^2z+\frac{1}{6}xyz^2\right)\times\frac{4}{3xyz^2}$

$=\frac{16x}{9z}-\frac{y}{3z}+\frac{2}{9}$

$=\frac{16\times\frac{1}{2}z}{9z}-\frac{\frac{1}{3}z}{3z}+\frac{2}{9}$

$=\frac{8}{9}-\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=1$

36 $2x+3y=4$에서 $3y=4-2x$이므로

$y=\frac{4-2x}{3}$

따라서

$3x+5y-[x+5y-\{y-(3x-2y)\}]$

$=3x+5y-\{x+5y-(y-3x+2y)\}$

$=3x+5y-\{x+5y-(-3x+3y)\}$

$=3x+5y-(x+5y+3x-3y)$

$=3x+5y-(4x+2y)$

$=3x+5y-4x-2y$

$=-x+3y$

$=-x+3\times\frac{4-2x}{3}$

$=-x+4-2x$

$=-3x+4$

3. 일차부등식

필수 확인 문제 40~43쪽

1 ①, ②	2 ④	3 ⑤	4 ②	5 ④
6 14	7 ②	8 ④	9 ⑤	10 ②
11 $x<\frac{1}{a}$	12 3	13 19, 20, 21		14 ③
15 96점	16 ③	17 ④	18 23명	19 ①
20 12 cm	21 ②	22 1.2 km	23 ①	24 90 g

1 ③, ⑤ 등식이다.
④ 다항식이다.
따라서 부등식은 ①, ②이다.

2 ④ $5x\geq 40$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

3 ① $-(-3)+2=5<6$ (참)
② $2\times(-3)+7=1\geq 1$ (참)
③ $-3+2=-1<0$ (참)
④ $2-3\times(-3)=11>10$ (참)
⑤ $9-4\times(-3)=21\leq 20$ (거짓)
따라서 $x=-3$을 해로 갖지 않는 부등식은 ⑤이다.

4 ① $a>b$의 양변에 5를 더하면 $a+5>b+5$
② $a>b$의 양변에 -1을 곱하면 $-a<-b$
양변에 1을 더하면 $1-a<1-b$
③ $a>b$의 양변을 2로 나누면 $\frac{a}{2}>\frac{b}{2}$
양변에 6을 더하면 $\frac{a}{2}+6>\frac{b}{2}+6$
④ $a>b$의 양변에서 1을 빼면 $a-1>b-1$
양변을 3으로 나누면 $\frac{a-1}{3}>\frac{b-1}{3}$
⑤ $a>b$의 양변에 -4를 곱하면 $-4a<-4b$
양변에서 5를 빼면 $-4a-5<-4b-5$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

5 $10-3a<10-3b$의 양변에서 10을 빼면 $-3a<-3b$
양변을 -3으로 나누면 $a\boxed{>}b$
$\frac{2a-5}{4}\geq\frac{2b-5}{4}$의 양변에 4를 곱하면 $2a-5\geq 2b-5$
양변에 5를 더하면 $2a\geq 2b$
양변을 2로 나누면 $a\boxed{\geq}b$

6 $-3<x\leq 4$의 양변에 -2를 곱하면 $-8\leq -2x<6$
양변에 3을 더하면 $-5\leq -2x+3<9$
따라서 $m=-5$, $M=9$이므로
$M-m=9-(-5)=14$

7 ㄱ. 미지수가 없다.
ㄴ. 차수가 1이 아니다.
ㄷ. $x+7\geq 3x-1$에서 $-2x+8\geq 0$이므로 일차부등식이다.
ㄹ. $x^2+x\leq x^2-4$에서 $x+4\leq 0$이므로 일차부등식이다.
ㅁ. $2(x-1)>2x+1$에서 $-3>0$이므로 미지수가 없다.
ㅂ. $5x-8<x(x+3)$에서 $-x^2+2x-8<0$이므로 차수가 1이 아니다.
따라서 일차부등식인 것은 ㄷ, ㄹ의 2개이다.

8 $ax-1-2x>-x+3$에서
$ax-1-2x+x-3>0$, $(a-1)x-4>0$
이 부등식이 일차부등식이 되려면 $a-1\neq 0$이므로 $a\neq 1$

9 $2(x+4)-3<5(x-1)+4$에서
$2x+8-3<5x-5+4$, $2x+5<5x-1$
$2x-5x<-1-5$, $-3x<-6$
따라서 $x>2$이므로 수직선 위에 바르게 나타낸 것은 ⑤이다.

10 $3-x>5(x-3)$에서
$3-x>5x-15$, $-6x>-18$, $x<3$
따라서 일차부등식을 만족시키는 자연수 x의 값은 1, 2이므로 구하는 합은 $1+2=3$

11 $3ax-2>1$에서 $3ax>3$, $ax>1$
이때 $a<0$이므로 $x<\frac{1}{a}$

12 $\frac{x}{3}-\frac{a-x}{6}\leq\frac{3}{2}$의 양변에 6을 곱하면
$2x-(a-x)\leq 9$, $3x\leq a+9$, $x\leq\frac{a+9}{3}$
일차부등식의 해가 $x\leq 4$이므로
$\frac{a+9}{3}=4$, $a+9=12$, $a=3$

13 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면
$(x-1)+x+(x+1)>57$, $3x>57$, $x>19$
따라서 x의 값 중 가장 작은 자연수는 20이므로
구하는 세 자연수는 19, 20, 21이다.

14 아이스크림을 x개 산다고 하면 과자는 $(12-x)$개 살 수 있으므로
$1000x+800(12-x)\leq 11000$, $200x+9600\leq 11000$
$200x\leq 1400$, $x\leq 7$
따라서 아이스크림은 최대 7개까지 살 수 있다.

15 네 번째 시험에서 x점을 받았다고 하면
$\frac{88\times 3+x}{4}\geq 90$, $264+x\geq 360$, $x\geq 96$
따라서 96점 이상을 받아야 한다.

16 주차 시간이 x $(x>30)$분이라 하면
$3500+60(x-30)\leq 8000$, $3500+60x-1800\leq 8000$
$60x\leq 6300$, $x\leq 105$
따라서 최대 105분까지 주차할 수 있다.

17 정가를 x원이라 하면 $\left(1-\frac{15}{100}\right)x-6800 \geq 6800 \times \frac{20}{100}$

$0.85x-6800 \geq 1360$, $0.85x \geq 8160$, $x \geq 9600$

따라서 정가를 9600원 이상으로 정해야 한다.

18 전시회의 입장객 수를 x명이라 하면

$2800 \times (1-0.25) \times 30 < 2800x$ …… ❶

$63000 < 2800x$, $x > \frac{45}{2}=22.5$ …… ❷

따라서 23명 이상이면 30명의 단체 입장료를 내는 것이 유리하다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 부등식 세우기	50 %
❷ 부등식 풀기	30 %
❸ 몇 명 이상이면 30명의 단체 입장료를 내는 것이 유리한지 구하기	20 %

19 가장 긴 변의 길이가 $x+8$이므로

$x+8<(x+2)+(x+4)$, $x+8<2x+6$, $x>2$

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

20 직사각형의 가로의 길이를 x cm라 하면 둘레의 길이가 60 cm이므로 세로의 길이는 $(30-x)$ cm이다.

이때 세로의 길이가 가로의 길이보다 6 cm 이상 길어야 하므로

$(30-x)-x \geq 6$, $-2x \geq -24$, $x \leq 12$

따라서 가로의 길이는 12 cm 이하이어야 한다.

21 영화관에서 가게까지의 거리를 x m라 하면

$\frac{x}{90}+10+\frac{x}{110} \leq 50$, $\frac{2}{99}x \leq 40$, $x \leq 1980$

따라서 최대 1980 m 떨어져 있는 가게에 갔다 올 수 있다.

22 하진이가 분속 40 m로 걸어간 거리를 x m라 하면

분속 80 m로 뛰어간 거리는 $(2000-x)$ m이므로

$\frac{x}{40}+\frac{2000-x}{80} \leq 40$, $2x+(2000-x) \leq 3200$, $x \leq 1200$

따라서 하진이가 분속 40 m로 걸어간 거리는 최대 1.2 km이다.

23 7 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면

$\frac{12}{100} \times 150+\frac{7}{100} \times x \geq \frac{10}{100} \times (150+x)$

$7x+1800 \geq 10x+1500$, $-3x \geq -300$, $x \leq 100$

따라서 7 %의 소금물을 최대 100 g까지 섞을 수 있다.

24 소금을 x g 넣는다고 하면

$\frac{15}{100} \times 420+x \geq \frac{30}{100} \times (420+x)$ …… ❶

$6300+100x \geq 12600+30x$, $x \geq 90$ …… ❷

따라서 소금을 90 g 이상 넣어야 한다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 부등식 세우기	50 %
❷ 부등식 풀기	30 %
❸ 소금을 몇 g 이상 넣어야 하는지 구하기	20 %

고난도 대표 유형

44~47쪽

1 ④	2 6	3 -4	4 $\frac{22}{3}$	5 $a<-4$
6 5	7 19명	8 5.5 km	9 5	
10 4초 이상 6초 이하		11 6 km	12 120 g	

1 수직선 위에서 a, b, c, d의 대소 관계는 $a<b<0<c<d$

① $b<d$의 양변에 음수 a를 곱하면 $ab>ad$

② $b<c$의 양변을 음수 a로 나누면 $\frac{b}{a}>\frac{c}{a}$

③ $b<d$의 양변에서 c를 빼면 $b-c<d-c$

양변을 음수 a로 나누면 $\frac{b-c}{a}>\frac{d-c}{a}$

④ $a<b$의 양변에 d를 더하면 $a+d<b+d$

$c>b$이므로 $c-b>0$

$a+d<b+d$의 양변을 양수 $c-b$로 나누면

$\frac{a+d}{c-b}<\frac{b+d}{c-b}$

⑤ $a+b<0$, $c+d>0$이므로 $a+b<c+d$

$a<d$이므로 $a-d<0$

$a+b<c+d$의 양변을 음수 $a-d$로 나누면

$\frac{a+b}{a-d}>\frac{c+d}{a-d}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

2 $\frac{x-1}{2} \geq 2.5$이므로 $x-1 \geq 5$, $x \geq 6$

따라서 가장 작은 정수는 6이다

3 $a(x-3)>3(x-2a+3)$에서

$ax-3a>3x-6a+9$, $(a-3)x>-3a+9$

이때 $a<3$이므로 $a-3<0$

$x<\frac{-3a+9}{a-3}$이므로 $x<\frac{-3(a-3)}{a-3}$, $x<-3$

따라서 가장 큰 정수 x는 -4이다.

4 $3(x-8)<5(x-3)+3$에서

$3x-24<5x-12$, $-2x<12$, $x>-6$

$0.3(x-a)+2<0.4(x+1)$에서

$3(x-a)+20<4(x+1)$, $3x-3a+20<4x+4$

$-x<3a-16$, $x>-3a+16$

이때 두 일차부등식의 해가 서로 같으므로

$-3a+16=-6$, $-3a=-22$

따라서 $a=\frac{22}{3}$

5 $x=4$가 일차부등식 $x-a \leq \frac{5x-3a}{4}$의 해가 아니므로

$x=4$는 일차부등식 $x-a>\frac{5x-3a}{4}$의 해이다.

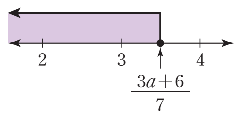
즉, $4-a>\frac{20-3a}{4}$이므로

$16-4a>20-3a$, $-a>4$, $a<-4$

6 $\frac{x-a}{2} \le 1-\frac{2}{3}x$의 양변에 6을 곱하면

$3x-3a \le 6-4x$, $7x \le 3a+6$, $x \le \frac{3a+6}{7}$

이 부등식을 만족시키는 자연수 x가 3개가 되도록 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$3 \le \frac{3a+6}{7} < 4$에서 $\frac{3a+6}{7}=3$일 때, a의 값이 가장 작으므로

$3a+6=21$, $3a=15$, $a=5$

7 여학생을 x명이라 하면

(전체 평균 키)$=\frac{(\text{남학생 키의 합})+(\text{여학생 키의 합})}{(\text{남학생 수})+(\text{여학생 수})}$이므로

$\frac{20\times165+x\times155}{20+x}>160$, $3300+155x>3200+160x$

$-5x>-100$, $x<20$

따라서 여학생은 최대 19명이다.

8 네 사람이 버스를 타고 가는 데 드는 요금은

$1700\times4=6800$(원)

택시를 타고 x km $(x>2)$를 간다고 하면 택시 요금은 125 m마다 100원씩 추가되므로 1 km마다 $8\times100=800$(원)씩 추가된다. 즉, 네 사람이 택시를 타고 가는 데 드는 요금은

$4000+800(x-2)$(원)

버스를 타는 것보다 택시를 타는 것이 유리하려면

$4000+800(x-2)<6800$, $800x<4400$

$x<\frac{4400}{800}$, $x<5.5$

따라서 5.5 km 미만까지 이동할 때이다.

9 기본 할인된 가격을 구하면

(A 쇼핑몰)$=10000\times30\times\left(1-\frac{8}{100}\right)=276000$(원)

(B 쇼핑몰)$=9000\times30=270000$(원)

B 쇼핑몰의 추가 할인율을 x %라 할 때, 추가 할인된 가격을 구하면

(A 쇼핑몰)$=276000-19500=256500$(원)

(B 쇼핑몰)$=270000\times\left(1-\frac{x}{100}\right)$

이때 B 쇼핑몰에서 사는 것이 유리하려면

$256500>270000\times\left(1-\frac{x}{100}\right)$

$256500>270000-2700x$, $2700x>13500$, $x>5$

따라서 a의 값은 5이다.

10 점 P가 점 B를 출발한 지 $x\,(0\le x\le6)$초 후의 $\overline{BP}$, $\overline{PC}$의 길이는 각각 $2x$ cm, $(12-2x)$cm이다.

삼각형 MPD의 넓이는

$\square$ABCD$-\triangle$AMD$-\triangle$MBP$-\triangle$PCD이므로

$12\times8-\frac{1}{2}\times12\times4-\frac{1}{2}\times2x\times4-\frac{1}{2}\times(12-2x)\times8$

$=96-24-4x-(48-8x)=4x+24$

삼각형 MPD의 넓이가 40 cm^2 이상이므로

$4x+24\ge40$, $4x\ge16$, $x\ge4$

따라서 점 P가 움직인 시간의 범위는 4초 이상 6초 이하이다.

11 아린이의 속력을 시속 x km라 하면 서로 반대 방향으로 돌았을 때 20분, 즉 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$시간 만에 처음 만나므로 호수의 둘레의 길이는 $\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}\right)$ km이다.

또 같은 방향으로 돌았을 때 늦어도 40분, 즉 $\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$시간 이내에 처음으로 만나려면 $\frac{2}{3}$시간 동안 두 사람이 이동한 거리의 차가 호수의 둘레의 길이 이상이어야 하므로

$\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}\times2\ge\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$, $2x-4\ge x+2$, $x\ge6$

따라서 아린이의 속력은 시속 6 km 이상이다.

12 농도가 6 %인 소금물 300 g에 들어 있는 소금의 양은

$300\times\frac{6}{100}=18$ (g)

물을 x g 증발시킨다고 하면

$\frac{18}{300-x}\times100\ge10$

$1800\ge3000-10x$, $10x\ge1200$, $x\ge120$

따라서 최소 120 g의 물을 증발시켜야 한다.

고난도 실전 문제

48~51쪽

1 0, 1, 2	**2** ④	**3** ②, ④	**4** ④	
05 $\frac{ad}{c}<\frac{bd}{c}$		**6** 3	**7** $A>13$	**8** 3
9 4	**10** -1	**11** $a\ge1$	**12** $\frac{10}{3}$	**13** ②
14 80분	**15** ⑤	**16** 44시간	**17** 45분	
18 60000원	**19** 7장	**20** 33	**21** 6분	**22** 2.1 km
23 15 %	**24** 2 %			

1 절댓값이 2보다 크지 않은 정수는 -2, -1, 0, 1, 2이므로

$-2\times(-2+3)=-2<-5$ (거짓)

$-2\times(-1+3)=-4<-5$ (거짓)

$-2\times(0+3)=-6<-5$ (참)

$-2\times(1+3)=-8<-5$ (참)

$-2\times(2+3)=-10<-5$ (참)

따라서 부등식을 만족시키는 x의 값은 0, 1, 2이다.

2 $3x+2=8$에서 $3x=6$, $x=2$
각 부등식에 $x=2$를 대입하면
① $7-2\times2=3<3$ (거짓) ② $\frac{2}{2}+5=6>7$ (거짓)
③ $4\times(2+1)=12\leq9$ (거짓) ④ $0.6\times2-0.2=1\geq1$ (참)
⑤ (좌변)$=16-3\times2=10$, (우변)$=5\times2=10$에서
$10<10$ (거짓)
따라서 구하는 부등식은 ④이다.

3 수직선 위에서 a, b, c, d의 대소 관계는 $a<0<b<c<d$
① $b>0$이므로 $a<d$의 양변에 b를 곱하면 $ab<bd$
② $c<d$이므로 $-c>-d$
양변에 a를 더하면 $a-c>a-d$
③ $a<0$이므로 $b<c$의 양변을 a로 나누면 $\frac{b}{a}>\frac{c}{a}$
④ $b<d$이므로 $b-d<0$
$a<d$의 양변에 $b-d$를 곱하면 $a(b-d)>d(b-d)$
⑤ $a<c$이므로 $c-a>0$
$b<d$의 양변을 $c-a$로 나누면 $\frac{b}{c-a}<\frac{d}{c-a}$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

4 ① $-2a+3<-2b+3$의 양변에서 3을 빼면 $-2a<-2b$
양변을 -2로 나누면 $a>b$
②, ③, ⑤ $a>b$, $a+b<0$에서 $a>0$이므로 $b<0$
$|a|<|b|$이므로 $a^2<b^2$
④ $a>0$이므로 $a>b$의 양변을 a로 나누면 $1>\frac{b}{a}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

5 $cd<0$이므로 c와 d의 부호는 다르다.
이때 $d<c$이므로 $d<0$, $c>0$
$a>b$의 양변에 음수 d를 곱하면 $ad<bd$
양변을 양수 c로 나누면 $\frac{ad}{c}<\frac{bd}{c}$

6 $\frac{x-5}{2}$를 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 수가 7이므로
$6.5\leq\frac{x-5}{2}<7.5$
각 변에 2를 곱하면 $13\leq x-5<15$
각 변에 5를 더하면 $18\leq x<20$
각 변에서 3을 빼면 $15\leq x-3<17$
각 변을 5로 나누면 $3\leq\frac{x-3}{5}<3.4$
따라서 $\left\langle\frac{x-3}{5}\right\rangle=3$

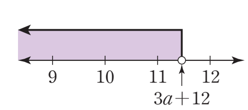
7 $-3(x+1)-1>8-x$에서
$-3x-4>8-x$, $-2x>12$, $x<-6$
양변에 -2를 곱하면 $-2x>12$
양변에 1을 더하면 $-2x+1>13$
따라서 $A>13$

8 $a(x-3)<b(x-2)-a$에서 $ax-3a<bx-2b-a$
$ax-bx<2a-2b$, $(a-b)x<2(a-b)$
이때 $a<0<b$에서 $a-b<0$이므로
양변을 음수 $a-b$로 나누면 $x>2$
따라서 가장 작은 정수 x는 3이다.

9 $0.\dot{3}(ax-2)\geq0.5(x-3)+b$에서
$\frac{1}{3}(ax-2)\geq\frac{1}{2}(x-3)+b$
양변에 6을 곱하면
$2(ax-2)\geq3(x-3)+6b$, $2ax-4\geq3x-9+6b$
즉, $(2a-3)x\geq6b-5$의 해가 $x\geq-1$이므로
$2a-3>0$이고 $x\geq\frac{6b-5}{2a-3}$
이때 $\frac{6b-5}{2a-3}=-1$이므로
$6b-5=-2a+3$, $2a+6b=8$, $a+3b=4$

10 $\frac{x-7}{4}-\frac{4x-9}{3}<1-x$의 양변에 12를 곱하면
$3(x-7)-4(4x-9)<12(1-x)$
$3x-21-16x+36<12-12x$, $-x<-3$, $x>3$
$-7+5(x+a)>5x+3a(1+x)$에서
$-7+5x+5a>5x+3a+3ax$
$-3ax>7-2a$, $3ax<-7+2a$
이때 두 일차부등식의 해가 같으므로
$a<0$이고, $x>\frac{-7+2a}{3a}$
이때 $\frac{-7+2a}{3a}=3$이므로
$-7+2a=9a$, $-7a=7$, $a=-1$

11 $x=-1$이 일차부등식 $\frac{a(x+3)}{2}+3>5a+\frac{x-2}{3}$의 해가 아니므로
$x=-1$은 일차부등식 $\frac{a(x+3)}{2}+3\leq5a+\frac{x-2}{3}$의 해이다.
즉, $a+3\leq5a-1$이므로
$-4a\leq-4$, $a\geq1$

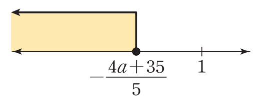
12 $0.2(x+3)+\frac{3}{5}>0.3(x-a)$의 양변에 10을 곱하면
$2(x+3)+6>3(x-a)$, $2x+12>3x-3a$
$-x>-3a-12$, $x<3a+12$
이 부등식을 만족시키는 자연수 x가 11개가 되도록 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.


$11<3a+2\leq12$에서 $3a+2=12$일 때, a의 값이 가장 크므로
$3a=10$, $a=\frac{10}{3}$

13 $\frac{x-2a}{5}\geq0.7x+3.5$의 양변에 10을 곱하면
$2(x-2a)\geq7x+35$, $2x-4a\geq7x+35$

$-5x \geq 4a+35$, $x \leq -\frac{4a+35}{5}$

이 부등식을 만족시키는 자연수 x가 존재하지 않으므로 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$-\frac{4a+35}{5} < 1$에서

$4a+35 > -5$, $4a > -40$, $a > -10$

14 물탱크 전체의 양을 1로 놓으면

A 호스로 한 시간 동안 채우는 양은 $\frac{1}{3}$이고,

B 호스로 한 시간 동안 채우는 양은 $\frac{1}{4}$이다.

두 호스 A, B를 동시에 사용한 시간을 x시간이라 하면

$\frac{1}{3}(2-x)+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)x \geq 1$

양변에 12를 곱하면 $8-4x+7x \geq 12$, $3x \geq 4$, $x \geq \frac{4}{3}$

따라서 최소 $\frac{4}{3}$시간, 즉 80분 이상이어야 한다.

15 A가 B보다 높은 점수가 나온 횟수를 x라 하면 낮은 점수가 나온 횟수는 $30-x$이므로

$5x-2(30-x) > 2\{5(30-x)-2x\}$

$7x-60 > 300-14x$, $21x > 360$, $x > \frac{120}{7} = 17.1\cdots$

따라서 A가 B보다 높은 점수가 18번 이상 나와야 한다.

16 대호네 가족의 왕복 기차 요금은

$(50000 \times 3 + 50000 \times 0.5) \times 2 = 350000$(원)

자동차를 $x(x>24)$시간 동안 빌린다고 하면 자동차를 빌리는 비용은

$125000 + 125000 \times 0.05 \times (x-24) = 6250x - 25000$(원)

왕복 교통비가 600000원 이하가 되게 하려면

$350000 + (6250x - 25000) \leq 600000$

$6250x \leq 275000$, $x \leq 44$

따라서 최대 44시간 동안 자동차를 빌릴 수 있다.

17 종민이의 한 달 통화 시간을 x분이라 하면 두 요금제 A, B에서의 휴대폰 요금은

(A 요금제)$= 19000 \times \left(1-\frac{5}{100}\right) + 1.5 \times 60x$

$= 18050 + 90x$(원)

(B 요금제)$= 14000 + 3 \times 60x = 14000 + 180x$(원)

요금이 저렴한 쪽이 유리하므로

$18050 + 90x > 14000 + 180x$, $-90x > -4050$, $x < 45$

따라서 한 달 통화 시간이 45분 미만이어야 한다.

18 상품의 원가를 x원이라 하면

$\left(1+\frac{20}{100}\right)x - 3000 - x \geq x \times \frac{15}{100}$

$1.2x - 3000 - x \geq 0.15x$, $0.05x \geq 3000$, $x \geq 60000$

따라서 원가는 60000원 이상이다.

19 색종이를 x장 붙인다고 하면 직사각형의 가로의 길이는

$8+7(x-1) = 7x+1$ (cm)

이때 직사각형 모양의 띠의 넓이는 $8(7x+1)$ cm^2이므로

$8(7x+1) \geq 400$, $7x+1 \geq 50$, $7x \geq 49$, $x \geq 7$

따라서 색종이는 최소 7장이 필요하다.

20 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times x \times 40 = 20x$ (cm^2)

$\triangle DEC = \frac{1}{2} \times (x+8) \times 32 = 16(x+8)$($cm^2$)

$\triangle AFD = \triangle ABC - \square FBCD$

$\triangle FEB = \triangle DEC - \square FBCD$

이때 삼각형 AFD의 넓이가 삼각형 FEB의 넓이보다 크므로

$20x - \square FBCD > 16(x+8) - \square FBCD$

$20x > 16(x+8)$, $4x > 128$, $x > 32$

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 33이다.

21 하진이가 출발한 지 x분 후에 두 사람 사이의 거리가 처음으로 100 m 이하가 되었다고 하면 도윤이가 움직인 거리는 $(400+20x)$ m, 하진이가 움직인 거리는 $70x$ m이므로

$(400+20x) - 70x \leq 100$, $-50x \leq -300$, $x \geq 6$

따라서 하진이가 출발한 지 6분 후에 도윤이와 하진이 사이의 거리가 처음으로 100 m 이하가 된다.

22 역에서 상점까지의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{3} + \frac{15}{60} + \frac{x}{2} \leq 2$, $\frac{x}{3} + \frac{1}{4} + \frac{x}{2} \leq 2$

$4x + 3 + 6x \leq 24$, $10x \leq 21$, $x \leq 2.1$

따라서 2.1 km 이내의 상점을 이용해야 한다.

23 처음 소금물의 농도를 x %라 하면

(나중 소금물의 양)$= 500 - 140 + 80 = 440$ (g)이므로

$\frac{x}{100} \times 500 + \frac{30}{100} \times 80 \geq \frac{1.5x}{100} \times 440$

$50x + 240 \geq 66x$, $-16x \geq -240$, $x \leq 15$

따라서 처음 소금물의 농도는 15 % 이하이다.

24 처음 소금물의 농도를 x %라 하면

(처음 소금물에 들어 있는 소금의 양)

$= \frac{x}{100} \times 300 = 3x$ (g)

(10 %의 소금물 60 g에 들어 있는 소금의 양)

$= \frac{10}{100} \times 60 = 6$ (g)

(나중 소금물의 양)$= 300 + 90 + 60 = 450$ (g)이므로

$\frac{3x+6}{450} \times 100 \leq \frac{4}{3}x$, $\frac{2x+4}{3} \leq \frac{4}{3}x$

$2x + 4 \leq 4x$, $-2x \leq -4$, $x \geq 2$

따라서 처음 소금물의 농도는 2 % 이상이다.

4. 연립방정식

필수 확인 문제 56~61쪽

1 ①, ③	**2** ①	**3** 8	**4** ②	**5** (4, 2)
6 −21	**7** 11	**8** 64	**9** ㄱ, ㄹ	**10** ④
11 ⑤	**12** 3	**13** ⑤	**14** 2	**15** ③
16 $a=3$, $b=\frac{1}{3}$		**17** ①	**18** ④	**19** 73
20 ③	**21** 6	**22** ④	**23** 25살	**24** 20
25 25명	**26** 남학생 수: 100, 여학생 수: 80			
27 A 제품: 40000원, B 제품: 12000원				
28 36일	**29** 24분	**30** ⑤	**31** 50분	**32** ②
33 200 m	**34** ④	**35** 소금물 A: 13 %, 소금물 B: 5 %		
36 200 g				

1 ② x, y가 분모에 있으므로 일차방정식이 아니다.
④ $2x+y=2(x+1)$에서 $y-2=0$이므로 미지수가 1개이다.
⑤ $x^2+y=x^2-3$에서 $y+3=0$이므로 미지수가 1개이다.
따라서 미지수가 2개인 일차방정식은 ①, ③이다.

2 $(3-a)x+2y-1=2x-y+4$에서 $(1-a)x+3y-5=0$
이 식이 미지수가 2개인 일차방정식이 되려면 $1-a\neq0$
따라서 $a\neq1$

3 $x=a$, $y=-1$을 $\frac{1}{5}x-y=3$에 대입하면
$\frac{1}{5}a+1=3$, $\frac{1}{5}a=2$, $a=10$
$x=5$, $y=b$를 $\frac{1}{5}x-y=3$에 대입하면 $1-b=3$, $b=-2$
따라서 $a+b=10-2=8$

4 $x=-2$, $y=5$를 각 일차방정식에 대입하여 등식이 성립하는 것을 고르면 된다.
ㄱ. $4\times(-2)+5=-3$
ㄴ. $-2+2\times5=8\neq9$
ㄷ. $6\times(-2)-5-7=-24\neq0$
ㄹ. $8\times(-2)+5\times5=9$
따라서 ㄱ과 ㄹ로 연립방정식을 만들면 해가 $(-2, 5)$가 된다.

5 x, y가 자연수일 때,
$x+4y=12$의 해는 $(4, 2)$, $(8, 1)$
$5x+2y=24$의 해는 $(2, 7)$, $(4, 2)$
따라서 연립방정식의 해는 $(4, 2)$이다.

6 $x=-4$, $y=2$를 $2x+7y=a$에 대입하면
$-8+14=a$, $a=6$ …… ❶
$x=-4$, $y=2$를 $3x-by=-5$에 대입하면
$-12-2b=-5$, $-2b=7$, $b=-\frac{7}{2}$ …… ❷
따라서 $ab=6\times\left(-\frac{7}{2}\right)=-21$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ ab의 값 구하기	20 %

7 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로
연립방정식 $\begin{cases} x-2y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ -2x+y=-9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같다.
㉠×2+㉡을 하면 $-3y=3$, $y=-1$
$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $x+2=6$, $x=4$
$x=4$, $y=-1$을 $4x+5y=a$에 대입하면
$a=4\times4+5\times(-1)=11$

8 $x : y=5 : 3$에서 $3x=5y$, $x=\frac{5}{3}y$
$x=\frac{5}{3}y$를 $3x+2y=84$에 대입하면
$5y+2y=84$, $7y=84$, $y=12$
$y=12$를 $x=\frac{5}{3}y$에 대입하면 $x=\frac{5}{3}\times12=20$
따라서 $(x-y)^2=(20-12)^2=64$

9 ㄱ. ㉠을 $x=y+3$으로 변형한 후 ㉡에 대입하면
$3(y+3)+2y=4$, $5y=-5$, $y=-1$
$y=-1$을 $x=y+3$에 대입하면 $x=2$
ㄴ. ㉠을 $y=x-3$으로 변형한 후 ㉡에 대입하면
$3x+2(x-3)=4$, $5x=10$, $x=2$
이므로 x의 값을 먼저 구할 수 있다.
ㄷ. ㉠의 양변에 2를 곱하면 $2x-2y=6$
이 식과 ㉡을 변끼리 빼면 $-x-4y=2$이므로 y를 없앨 수 없다.
ㄹ. ㉠의 양변에 3을 곱하면 $3x-3y=9$
이 식과 ㉡을 변끼리 빼면 $-5y=5$, $y=-1$이므로 y의 값을 구할 수 있다.
ㅁ. 이 연립방정식의 해는 $x=2$, $y=-1$이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

10 ㉠×3을 하면 $9x+6y=21$
㉡×2를 하면 $10x-2ay=22$
㉠×3+㉡×2를 하면 $19x+(6-2a)y=43$
이때 y가 없어지려면 y의 계수가 0이어야 하므로
$6-2a=0$, $-2a=-6$, $a=3$

11 $\begin{cases} 4x-y=13 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+7y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡×2를 하면 $-15y=15$, $y=-1$
$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $4x+1=13$, $4x=12$, $x=3$
따라서 $a=3$, $b=-1$이므로

$\begin{cases} 3x+y=16 & \cdots\cdots \text{㉢} \\ -x+3y=-12 & \cdots\cdots \text{㉣} \end{cases}$

㉢+㉣×3을 하면 $10y=-20$, $y=-2$

$y=-2$를 ㉣에 대입하면 $-x-6=-12$, $x=6$

12 세 일차방정식의 해는 연립방정식

$\begin{cases} 3x-4(x+2y)=5 \\ 2(x-y)=3-5y \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} -x-8y=5 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 2x+3y=3 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$의 해와 같다.

㉠×2+㉡을 하면 $-13y=13$, $y=-1$

$y=-1$을 ㉡에 대입하면 $2x-3=3$, $2x=6$, $x=3$

$x=3$, $y=-1$을 $ax-4y=13$에 대입하면

$3a+4=13$, $3a=9$, $a=3$

13 괄호를 풀어 정리하면 $\begin{cases} 2x-5y=-7 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x+2y=10 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $-9y=-27$, $y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면 $x+6=10$, $x=4$

14 $\begin{cases} \frac{x}{5}+\frac{y}{2}=1 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 0.2x-1.3y=4.6 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠×10, ㉡×10을 하면

$\begin{cases} 2x+5y=10 & \cdots\cdots \text{㉢} \\ 2x-13y=46 & \cdots\cdots \text{㉣} \end{cases}$ ······ ❶

㉢−㉣을 하면 $18y=-36$, $y=-2$

$y=-2$를 ㉢에 대입하면

$2x-10=10$, $2x=20$, $x=10$ ······ ❷

따라서 $x+ay=6$에서 $10-2a=6$

$-2a=-4$, $a=2$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식의 계수를 정수로 고치기	20 %
❷ 연립방정식 풀기	60 %
❸ a의 값 구하기	20 %

15 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x+4y}{3}=\frac{7}{2} \\ \frac{2x-y+1}{5}=\frac{7}{2} \end{cases}$의 해와 같다.

즉, $\begin{cases} 2x+8y=21 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 4x-2y=33 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$에서

㉠×2−㉡을 하면 $18y=9$, $y=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하면 $2x+4=21$, $2x=17$, $x=\frac{17}{2}$

따라서 $a=\frac{17}{2}$, $b=\frac{1}{2}$이므로 $a+b=\frac{17}{2}+\frac{1}{2}=9$

16 연립방정식 $\begin{cases} ax-2y=2 \\ \frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=b \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} ax-2y=2 \\ 3x-2y=6b \end{cases}$의 해가 무수히 많으므로 $a=3$, $6b=2$

따라서 $a=3$, $b=\frac{1}{3}$

17 연립방정식 $\begin{cases} (2a-1)x+3y=1 \\ \frac{x+3}{3}-\frac{y+1}{2}=b \end{cases}$의 해는

$\begin{cases} (2a-1)x+3y=1 \\ 2x+6-3y-3=6b \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} (2a-1)x+3y=1 \\ -2x+3y=-6b+3 \end{cases}$의 해와 같다.

이 연립방정식의 해가 없으므로

$2a-1=-2$, $-6b+3\neq1$

따라서 $a=-\frac{1}{2}$, $b\neq\frac{1}{3}$

18 $\begin{cases} ax-4(y+3)=5x \\ \frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y=b+1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} (a-5)x-4y=12 \\ \frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y=b+1 & \cdots\cdots \text{㉠} \end{cases}$

두 일차방정식의 y의 계수를 같게 하기 위해 ㉠×6을 하면

$\begin{cases} (a-5)x-4y=12 \\ 3x-4y=6(b+1) \end{cases}$

이때 $a-5=3$, $12=6(b+1)$이면 $a=8$, $b=1$

즉, $a=8$, $b=1$이면 해가 무수히 많고,

$a=8$, $b\neq1$이면 해가 없다.

또 $a\neq8$이면 x의 계수가 다르므로 해가 1개이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

19 처음 자연수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면 $\begin{cases} x+y=10 \\ 10y+x=10x+y-36 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=10 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x-y=4 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=14$, $x=7$

$x=7$을 ㉠에 대입하면 $7+y=10$, $y=3$

따라서 처음 자연수는 73이다.

20 처음 사려던 왕만두의 개수를 x, 찐빵의 개수를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=8 \\ 2000x+1800y=(1800x+2000y)+400 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x-y=2 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=10$, $x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $5+y=8$, $y=3$

따라서 처음 사려던 왕만두는 5개이다.

21 맞힌 3점짜리 문항을 x개, 맞힌 4점짜리 문항을 y개라 하면 맞힌 5점짜리 문항은 $y-4$개이므로

$\begin{cases} x+y+(y-4)=20 \\ 3x+4y+5(y-4)=79 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+2y=24 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 3x+9y=99 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠×3−㉡을 하면 $-3y=-27$, $y=9$

$y=9$를 ㉠에 대입하면 $x+18=24$, $x=6$

따라서 맞힌 3점짜리 문항은 6개이다.

22 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면

$\begin{cases} x=y+10 \\ 2(x+y)=140 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x=y+10 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x+y=70 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $(y+10)+y=70$, $2y=60$, $y=30$
$y=30$을 ㉠에 대입하면 $x=30+10=40$
따라서 직사각형의 가로의 길이는 40 cm, 세로의 길이는 30 cm이므로 넓이는
$40\times30=1200\ (\text{cm}^2)$

23 현재 세훈이의 나이를 x살, 아버지의 나이를 y살이라 하면
$\begin{cases} x+y=53 \\ y+10=2(x+10)+1 \end{cases}$ …… ❶
즉, $\begin{cases} x+y=53 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=2x+11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉡을 ㉠에 대입하면 $x+(2x+11)=53$, $3x=42$, $x=14$
$x=14$를 ㉡에 대입하면 $y=28+11=39$ …… ❷
따라서 현재 세훈이는 14살, 아버지는 39살이므로
나이의 차는 $39-14=25$(살) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 세우기	30 %
❷ 연립방정식 풀기	50 %
❸ 현재 세훈이와 아버지의 나이의 차 구하기	20 %

24 현정이가 이긴 횟수를 x, 동하가 이긴 횟수를 y라 하면
$\begin{cases} 3x-2y=30 & \cdots\cdots ㉠ \\ -2x+3y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×2+㉡×3을 하면 $5y=75$, $y=15$
$y=15$를 ㉠에 대입하면 $3x-30=30$, $3x=60$, $x=20$
따라서 현정이가 이긴 횟수는 20이다.

25 A동의 참석자 수를 x, B동의 참석자 수를 y라 하면
$\begin{cases} x+y=40 \\ \frac{2}{5}x+\frac{1}{3}y=15 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=40 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+5y=225 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×5−㉡을 하면 $-x=-25$, $x=25$
$x=25$를 ㉠에 대입하면 $25+y=40$, $y=15$
따라서 A동의 참석자는 25명이다.

26 작년 남학생 수를 x, 여학생 수를 y라 하면
$\begin{cases} x+y=180 \\ -0.06x+0.05y=-2 \end{cases}$
즉, $\begin{cases} x+y=180 & \cdots\cdots ㉠ \\ -6x+5y=-200 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×5−㉡을 하면 $11x=1100$, $x=100$
$x=100$을 ㉠에 대입하면 $100+y=180$, $y=80$
따라서 작년 남학생 수는 100, 여학생 수는 80이다.

27 A 제품의 원가를 x원, B 제품의 원가를 y원이라 하면
$\begin{cases} x+y=52000 \\ \frac{30}{100}x-\frac{20}{100}y=9600 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=52000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=96000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×2+㉡을 하면 $5x=200000$, $x=40000$
$x=40000$을 ㉠에 대입하면 $40000+y=52000$, $y=12000$
따라서 A 제품의 원가는 40000원, B 제품의 원가는 12000원이다.

28 전체 일의 양을 1이라 하고 한솔이와 다정이가 하루에 작업할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면
$\begin{cases} 9(x+y)=1 \\ 6x+10y=1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=\frac{1}{9} & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=\frac{1}{2} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×5−㉡을 하면 $2x=\frac{1}{18}$, $x=\frac{1}{36}$
$x=\frac{1}{36}$을 ㉠에 대입하면 $\frac{1}{36}+y=\frac{1}{9}$, $y=\frac{1}{12}$
따라서 한솔이가 혼자 작업하면 36일이 걸린다.

29 물통에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하고 A, B 두 호스로 1분 동안 채울 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하면
$\begin{cases} 8x+8y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+10y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡×2를 하면 $-12y=-1$, $y=\frac{1}{12}$
$y=\frac{1}{12}$을 ㉠에 대입하면 $8x+\frac{2}{3}=1$, $8x=\frac{1}{3}$, $x=\frac{1}{24}$
따라서 A 호스만으로 이 물통을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 24분이다.

30 정현이가 버스를 타고 간 거리를 x km, 걸어간 거리를 y km라 하면
$\begin{cases} x+y=10 \\ \frac{x}{48}+\frac{y}{4}=\frac{2}{3} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+12y=32 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡을 하면 $-11y=-22$, $y=2$
$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x+2=10$, $x=8$
따라서 정현이가 버스를 타고 간 거리는 8 km이다.

31 누나가 출발한 지 x분 후, 동생이 출발한 지 y분 후에 누나와 동생이 동시에 도서관에 도착했다고 하면
$\begin{cases} x=y+30 \\ 80x=200y \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x=y+30 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x=5y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 ㉡에 대입하면 $2(y+30)=5y$, $3y=60$, $y=20$
$y=20$을 ㉠에 대입하면 $x=20+30=50$
따라서 누나가 도서관까지 가는 데 걸린 시간은 50분이다.

32 현우의 속력을 분속 x m, 석주의 속력을 분속 y m라 하면
$\begin{cases} 5x+5y=800 \\ 16x-16y=800 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=160 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=50 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠+㉡을 하면 $2x=210$, $x=105$
$x=105$를 ㉠에 대입하면 $105+y=160$, $y=55$
따라서 현우의 속력은 분속 105 m, 석주의 속력은 분속 55 m이다.

33 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 초속 y m라 하면
$\begin{cases} x+1300=50y & \cdots\cdots ㉠ \\ x+700=30y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡을 하면 $600=20y$, $y=30$

$y=30$을 ㉡에 대입하면 $x+700=900$, $x=200$
따라서 이 기차의 길이는 200 m이다

34 7 %의 소금물을 x g, 12 %의 소금물을 y g 섞는다고 하면

$$\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{7}{100}x+\frac{12}{100}y=\frac{9}{100}\times 500 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} x+y=500 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x+12y=4500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 7-$㉡을 하면 $-5y=-1000$, $y=200$
$y=200$을 ㉠에 대입하면 $x+200=500$, $x=300$
따라서 섞어야 하는 7 %의 소금물의 양은 300 g이다.

35 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times 100+\frac{y}{100}\times 300=\frac{7}{100}\times 400 \\ \frac{x}{100}\times 300+\frac{y}{100}\times 100=\frac{11}{100}\times 400 \end{cases} \quad \cdots\cdots ❶$$

즉, $\begin{cases} x+3y=28 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=44 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $8y=40$, $y=5$
$y=5$를 ㉠에 대입하면 $x+15=28$, $x=13$ …… ❷
따라서 소금물 A의 농도는 13 %, 소금물 B의 농도는 5 %이다.
…… ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 세우기	30 %
❷ 연립방정식 풀기	50 %
❸ 두 소금물 A, B의 농도 구하기	20 %

36 합금 A는 x g, 합금 B는 y g이 필요하다고 하면

$$\begin{cases} \frac{30}{100}x+\frac{10}{100}y=85 \\ \frac{20}{100}x+\frac{30}{100}y=115 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} 3x+y=850 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=1150 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $7x=1400$, $x=200$
$x=200$을 ㉠에 대입하면 $600+y=850$, $y=250$
따라서 합금 A는 200 g이 필요하다.

고난도 대표 유형 62~67쪽

1 $a\neq16$, $b\neq3$		2 4	3 $a=-9$, $b=11$	
4 7	5 $x=-2$, $y=7$		6 4	
7 -1	8 -9	9 $\frac{7}{4}$	10 3	11 $-\frac{12}{5}$
12 -8	13 37	14 7	15 384	
16 6시간	17 125 m	18 300 g		

1 $ax-3(y+2x)+b=2(5x-by)+3y-2a$를 정리하면
$(a-6-10)x+(-3+2b-3)y=-2a-b$
$(a-16)x+(2b-6)y=-2a-b$
따라서 $a-16\neq0$, $2b-6\neq0$이므로 $a\neq16$, $b\neq3$

2 (가)에 의해 $x>0$이면 $y<0$이고, $x<0$이면 $y>0$이다.
(i) $x>0$, $y<0$일 때
$4x-3y>0$이므로 $4x-3y+51>0$
즉, $4x-3y+51=0$을 만족시키는 두 정수 x, y는 존재하지 않는다.
(ii) $x<0$, $y>0$일 때
$4x-3y+51=0$을 만족시키는 정수 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $(-3, 13)$, $(-6, 9)$, $(-9, 5)$, $(-12, 1)$의 4개이다.

3 하진이가 제대로 본 방정식 $3x+by=-2$에 $x=3$, $y=-1$을 대입하면 $9-b=-2$, $b=11$
도윤이가 제대로 본 방정식 $ax-2y=8$에 $x=-2$, $y=5$를 대입하면 $-2a-10=8$, $2a=-18$, $a=-9$

4 $(5-2x)\bullet(3x+y)=-24$에서
$3(5-2x)-(3x+y)=-24$이므로
$15-6x-3x-y=-24$
즉, $9x+y=39$를 만족시키는 10보다 작은 자연수 x, y는
$x=4$, $y=3$
따라서 $x+y=4+3=7$

5 $x=b$, $y=4$를 $3x+y=7$에 대입하면
$3b+4=7$, $3b=3$, $b=1$
$x=1$, $y=4$를 $5x-2y=a$에 대입하면
$5-8=a$, $a=-3$

$\begin{cases} ax+by=13 \\ bx-ay=19 \end{cases}$에서 $\begin{cases} -3x+y=13 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=19 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $-10x=20$, $x=-2$
$x=-2$를 ㉠에 대입하면 $6+y=13$, $y=7$

6 $x : y=3 : 2$에서 $x=\frac{3}{2}y$이므로 주어진 연립방정식의 해는

연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=16 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=\frac{3}{2}y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같다.

㉡을 ㉠에 대입하면 $3y+y=16$, $4y=16$, $y=4$
$y=4$를 ㉡에 대입하면 $x=6$
$x=6$, $y=4$를 $3x-ay=a-2$에 대입하면
$18-4a=a-2$, $5a=20$, $a=4$

7 두 연립방정식의 해는 연립방정식 $\begin{cases} x+5y=17 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=-18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
의 해와 같다.

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $13y=52$, $y=4$
$y=4$를 ㉠에 대입하면 $x+20=17$, $x=-3$
$x=-3$, $y=4$를 $ax+y=b$, $x+by=a$에 각각 대입하면
$\begin{cases} -3a+4=b \\ -3+4b=a \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 3a+b=4 & \cdots\cdots ㉢ \\ a-4b=-3 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$
㉢$\times 4+$㉣을 하면 $13a=13$, $a=1$
$a=1$을 ㉢에 대입하면 $3+b=4$, $b=1$
따라서 $2a-3b=2-3=-1$

8 x의 값이 y의 값의 2배이므로 $x=2y$
$0.3\dot{1}+0.\dot{7}y=7$에서 $\frac{28}{90}x+\frac{7}{9}y=7$이므로 $2x+5y=45$
$2x+5y=45$에 $x=2y$를 대입하면
$4y+5y=45$, $9y=45$, $y=5$
$y=5$를 $x=2y$에 대입하면 $x=10$
$x=10$, $y=5$를 $\frac{2x-y+a}{3}=\frac{1}{5}x$에 대입하면
$\frac{20-5+a}{3}=2$, $a+15=6$, $a=-9$

9 $\begin{cases} (9x-2):(3x+4y)=1:3 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{x-y}{3}+\frac{y}{2}=\frac{5}{12} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠에서 $3x+4y=27x-6$이므로 $24x-4y=6$
㉡에서 $4(x-y)+6y=5$이므로 $4x+2y=5$
$\begin{cases} 24x-4y=6 \\ 4x+2y=5 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 12x-2y=3 & \cdots\cdots ㉢ \\ 4x+2y=5 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$
㉢+㉣을 하면 $16x=8$, $x=\frac{1}{2}$
$x=\frac{1}{2}$을 ㉣에 대입하면 $2+2y=5$, $2y=3$, $y=\frac{3}{2}$
따라서 $m=\frac{1}{2}$, $n=\frac{3}{2}$이므로
$m^2-mn+n^2=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}+\frac{9}{4}=\frac{7}{4}$

10 $\frac{4x-3y-1}{2}=\frac{1}{5}y-5=\frac{4x-y-23}{5}$에서
$\begin{cases} \frac{4x-3y-1}{2}=\frac{1}{5}y-5 \\ \frac{1}{5}y-5=\frac{4x-y-23}{5} \end{cases}$이므로
$\begin{cases} 20x-17y=-45 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$-$㉡$\times 17$을 하면 $-14x=-28$, $x=2$
$x=2$를 ㉡에 대입하면 $4-y=-1$, $y=5$
$x=2$, $y=5$를 $x-ay=-13$에 대입하면
$2-5a=-13$, $5a=15$, $a=3$

11 연립방정식 $\begin{cases} 4x-y=10 \\ bx-2y=1 \end{cases}$의 해 x, y에 대하여
연립방정식 $\begin{cases} 8x-5y=20 \\ 3x+ay=-1 \end{cases}$의 해는 $x+2$, $y+2$이므로
$\begin{cases} 8x-5y=20 \\ 3x+ay=-1 \end{cases}$의 x 대신 $x+2$, y 대신 $y+2$를 대입하면
$\begin{cases} 8(x+2)-5(y+2)=20 \\ 3(x+2)+a(y+2)=-1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 8x-5y=14 \\ 3x+ay=-2a-7 \end{cases}$
이때 연립방정식 $\begin{cases} 8x-5y=14 \\ 3x+ay=-2a-7 \end{cases}$, $\begin{cases} 4x-y=10 \\ bx-2y=1 \end{cases}$의 해가
서로 같으므로 $\begin{cases} 8x-5y=14 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$-$㉡$\times 2$를 하면 $-3y=-6$, $y=2$
$y=2$를 ㉡에 대입하면 $4x-2=10$, $4x=12$, $x=3$
$x=3$, $y=2$를 $3x+ay=-2a-7$, $bx-2y=1$에 각각 대입하면
$9+2a=-2a-7$에서 $4a=-16$, $a=-4$
$3b-4=1$에서 $3b=5$, $b=\frac{5}{3}$
따라서 $\frac{a}{b}=-4\times\frac{3}{5}=-\frac{12}{5}$

12 $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y+1}{2}=-2 \\ 2(x+y)=7-by \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 2x-3y=-9 \\ 2x+(2+b)y=7 \end{cases}$의 해가 없으므로
$2+b=-3$, $b=-5$
$\begin{cases} 4x-5y=6 \\ 0.2x-(a+1)y=0.3 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 4x-5y=6 \\ 2x-(10a+10)y=3 \end{cases}$의 해가 무수히 많으므로
$20a+20=5$, $20a=-15$, $a=-\frac{3}{4}$
따라서 $4a+b=-3-5=-8$

13 큰 수를 x, 작은 수를 y라 하면 $\begin{cases} x+y=67 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=3y+7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉡을 ㉠에 대입하면 $3y+7+y=67$, $4y=60$, $y=15$
$y=15$를 ㉡에 대입하면 $x=45+7=52$
따라서 두 수의 차는 $52-15=37$

14 윤재가 이긴 횟수를 x, 진 횟수를 y라 하면 은영이가 이긴 횟수는 y, 진 횟수는 x이다.
또한 두 사람이 비긴 횟수는 $19-(x+y)$이므로
$\begin{cases} 5x-3y-2(19-x-y)=3 \\ -3x+5y-2(19-x-y)=11 \end{cases}$
즉, $\begin{cases} 7x-y=41 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+7y=49 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times 7+$㉡을 하면 $48x=336$, $x=7$
$x=7$을 ㉠에 대입하면 $49-y=41$, $y=8$
따라서 윤재가 이긴 횟수는 7이다.

15 작년 여학생 수를 x, 남학생 수를 y라 하면
$\begin{cases} x+y=600 \\ -\frac{4}{100}x+\frac{14}{100}y=12 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ -2x+7y=600 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times 2+$㉡을 하면 $9y=1800$, $y=200$
$y=200$을 ㉠에 대입하면 $x+200=600$, $x=400$
따라서 작년 여학생 수는 400이므로 올해 여학생 수는
$400\times\left(1-\frac{4}{100}\right)=400-16=384$

16 전체 일의 양을 1로 놓으면 A가 1시간 동안 하는 일의 양은 $\frac{1}{18}$이다.

B, C가 1시간 동안 하는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{18}+x+y\right)\times2=1 \\ \left(\frac{1}{18}+x\right)\times\frac{3}{2}+\left(\frac{1}{18}+y\right)\times2=1 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} 9x+9y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+4y=\frac{29}{18} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times3$을 하면 $-3y=-\frac{5}{6}$, $y=\frac{5}{18}$

$y=\frac{5}{18}$를 ㉠에 대입하면 $9x+\frac{5}{2}=4$, $9x=\frac{3}{2}$, $x=\frac{1}{6}$

따라서 B가 혼자서 이 일을 할 때 걸리는 시간은 6시간이다.

17 정지한 물에서의 배의 속력을 분속 x m, 강물의 속력을 분속 y m라 하면

$\begin{cases} 15(x-y)=1500 \\ 10(x+y)=1500 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=100 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=150 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $2x=250$, $x=125$

$x=125$를 ㉡에 대입하면 $125+y=150$, $y=25$

따라서 정지한 물에서의 배의 속력은 분속 125 m이다.

18 12 %의 소금물의 양을 x g, 20 %의 소금물의 양을 y g이라 하면 더 넣은 물의 양은 $\frac{1}{2}x$ g이므로

$$\begin{cases} x+y+\frac{1}{2}x=600 \\ \frac{12}{100}\times x+\frac{20}{100}\times y=\frac{11}{100}\times600 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} 3x+2y=1200 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=1650 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-3y=-450$, $y=150$

$y=150$을 ㉠에 대입하면

$3x+300=1200$, $3x=900$, $x=300$

따라서 12 %의 소금물의 양은 300 g이다.

고난도 실전 문제

68~73쪽

1 ㄱ, ㄹ	**2** 2	**3** 2	**4** ②	**5** -27
6 3	**7** ④	**8** $-\frac{9}{2}$	**9** 2	**10** -4
11 $x=-1$, $y=6$		**12** 3	**13** 4	**14** ③
15 ②	**16** ①	**17** -1	**18** 2	**19** ①
20 2	**21** 8	**22** 178	**23** 21	**24** ④
25 4	**26** 50명	**27** 50분	**28** ⑤	**29** 19시간
30 18시간	**31** ③	**32** ①	**33** ④	**34** 650 m
35 10 %	**36** 480 g			

1 $(a-2)x^2+\frac{b+1}{3}x-y+\frac{c-1}{2}=0$에서

$a-2=0$, $\frac{b+1}{3}\neq0$이어야 하므로 $a=2$, $b\neq-1$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

2 $x=1$, $y=-2$를 $(4a+b)x-(a-2b)y=0$에 대입하면

$4a+b+2a-4b=0$

$6a-3b=0$, $b=2a$ ······ ❶

$b=2a$를 $ax+by=5a$에 대입하면

$ax+2ay=5a$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$x+2y=5$ ······ ❷

따라서 x, y가 자연수인 해는 $(1, 2)$, $(3, 1)$의 2개이다. ······ ❸

채점 기준	비율
❶ a, b 사이의 관계식 구하기	40 %
❷ x, y의 일차방정식 구하기	40 %
❸ 자연수인 해의 개수 구하기	20 %

3 (i) $x>y$일 때

$x▲y=x$이므로

$x=2x-3y+5$, $-x+3y=5$를 만족시키는 10보다 작은 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $(1, 2)$, $(4, 3)$, $(7, 4)$이다.

이때 $x>y$를 만족시키는 것은 $(4, 3)$, $(7, 4)$이다.

(ii) $x<y$일 때

$x▲y=y$이므로

$y=2x-3y+5$, 즉 $2x-4y=-5$를 만족시키는 10보다 작은 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는 없다.

(i), (ii)에서 순서쌍 (x, y)의 개수는 2이다.

4 $x=2a$, $y=a-1$을 $x+3y=7$에 대입하면

$2a+3(a-1)=7$, $5a=10$, $a=2$

즉, $2a=4$, $a-1=1$이므로 주어진 연립방정식의 해는 $(4, 1)$이다.

$x=4$, $y=1$, $a=2$를 $bx-4ay=12$에 대입하면

$4b-8=12$, $4b=20$, $b=5$

따라서 $a-b=2-5=-3$

5 주어진 연립방정식에서 x와 y를 서로 바꾸면

$\begin{cases} 9x+2y=a & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+3y=-7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

$x=-2$, $y=b$를 ㉡에 대입하면

$2+3b=-7$, $3b=-9$, $b=-3$ ······ ❶

$x=-2$, $y=-3$을 ㉠에 대입하면

$-18-6=a$, $a=-24$ ······ ❷

따라서 $a+b=-24+(-3)=-27$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ b의 값 구하기	40 %
❷ a의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

6 $\begin{cases} 2x-3y=-10 \\ 3x+y=12 \end{cases}$에서 잘못 본 두 상수항을 각각 a, b라고 하면

$x=5$를 $\begin{cases} 2x-3y=a \\ 3x+y=b \end{cases}$에 대입하면 $\begin{cases} 10-3y=a \\ 15+y=b \end{cases}$

잘못 보고 푼 두 방정식의 상수항의 합이 29이므로

$(10-3y)+(15+y)=29$, $-2y=4$, $y=-2$

$y=-2$를 두 방정식에 각각 대입하면

$10+6=a$에서 $a=16$

$15-2=b$에서 $b=13$

따라서 두 방정식의 상수항의 차는

$16-13=3$

7 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=14 \\ by=(a-1)x-1 \end{cases}$의 해가 $x=3$, $y=1$이므로

$\begin{cases} 3a+b=14 & \cdots\cdots ㉠ \\ b=3a-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$3a+(3a-4)=14$, $6a=18$, $a=3$

$a=3$을 ㉡에 대입하면 $b=9-4=5$

$\begin{cases} (a+2)x-by=9 \\ bx+ay=-7 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 5x-5y=9 & \cdots\cdots ㉢ \\ 5x+3y=-7 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢−㉣을 하면 $-8y=16$, $y=-2$

$y=-2$를 ㉢에 대입하면

$5x+10=9$, $5x=-1$, $x=-\frac{1}{5}$

따라서 $p=-\frac{1}{5}$, $q=-2$이므로

$5pq=5\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times(-2)=2$

8 $x=2$, $y=-1$을 $(a+b)x+(a-2b)y=0$에 대입하면

$2(a+b)-(a-2b)=0$, $a+4b=0$, $a=-4b$

$ax-2b=12by-4a$에 $a=-4b$를 대입하면

$-4bx-2b=12by+16b$, $4bx+12by=-18b$

따라서 $x+3y=-\frac{9}{2}$

9 x의 절댓값이 y의 절댓값의 3배이고 $y<0$이므로

$x=3y$ $(x<0)$ 또는 $x=-3y$ $(x>0)$

(i) $x=3y$, $x-3y=12$를 연립하면

$0\neq12$이므로 만족시키는 x, y의 값은 없다.

(ii) $x=-3y$, $x-3y=12$를 연립하면

$-6y=12$, $y=-2$

$y=-2$를 $x=-3y$에 대입하면 $x=6$

$x=6$, $y=-2$를 $ax+y=10$에 대입하면

$6a-2=10$, $6a=12$, $a=2$

10 네 일차방정식의 공통인 해는 연립방정식

$\begin{cases} -4x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같다.

㉠×2−㉡을 하면 $-9x=9$, $x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면 $4+y=8$, $y=4$

$x=-1$, $y=4$를 $5x+by=3$, $ax-3y=-6$에 각각 대입하면

$-5+4b=3$에서 $4b=8$, $b=2$

$-a-12=-6$에서 $a=-6$

따라서 $a+b=-6+2=-4$

11 주어진 연립방정식에서 a와 b를 서로 바꾸면

$\begin{cases} bx+ay=3 \\ ax+by=17 \end{cases}$

이 연립방정식에 $x=6$, $y=-1$을 대입하면

$\begin{cases} -a+6b=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6a-b=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×6+㉡을 하면 $35b=35$, $b=1$

$b=1$을 ㉠에 대입하면 $-a+6=3$, $a=3$

따라서 처음 연립방정식은 $\begin{cases} 3x+y=3 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+3y=17 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢×3−㉣을 하면 $8x=-8$, $x=-1$

$x=-1$을 ㉢에 대입하면 $-3+y=3$, $y=6$

따라서 처음 연립방정식의 해는 $x=-1$, $y=6$이다.

12 연립방정식 $\begin{cases} bx+ay=7 \\ 5x-2y=-5 \end{cases}$의 해를 $x=m$, $y=n$이라 하면

$\begin{cases} 3x-y=2 \\ ax+by=17 \end{cases}$의 해는 $x=m+2$, $y=n+2$이다.

$x=m$, $y=n$을 $5x-2y=-5$에 대입하면

$5m-2n=-5$ $\cdots\cdots$ ㉠

$x=m+2$, $y=n+2$를 $3x-y=2$에 대입하면

$3(m+2)-(n+2)=2$

$3m-n=-2$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠−㉡×2를 하면 $-m=-1$, $m=1$

$m=1$을 ㉡에 대입하면 $3-n=-2$, $n=5$

따라서 연립방정식 $\begin{cases} bx+ay=7 \\ 5x-2y=-5 \end{cases}$의 해는 $x=1$, $y=5$이고

$\begin{cases} 3x-y=2 \\ ax+by=17 \end{cases}$의 해는 $x=3$, $y=7$이다. $\cdots\cdots$ ❶

$x=1$, $y=5$를 $bx+ay=7$에 대입하고,

$x=3$, $y=7$을 $ax+by=17$에 대입하면

$\begin{cases} 5a+b=7 & \cdots\cdots ㉢ \\ 3a+7b=17 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢×7−㉣을 하면

$32a=32$, $a=1$

$a=1$을 ㉢에 대입하면

$5+b=7$, $b=2$ $\cdots\cdots$ ❷

따라서 $a+b=1+2=3$ $\cdots\cdots$ ❸

채점 기준	비율
❶ 두 연립방정식의 해 구하기	50 %
❷ a, b의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	10 %

13 $xy<0$이고 $|x|:|y|=8:3$이므로

$y=-\frac{3}{8}x$ ...... ㉠

$0.\dot{3}x+0.\dot{5}y=1$에서

$\frac{1}{3}x+\frac{5}{9}y=1$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$\frac{1}{3}x-\frac{5}{24}x=1$, $\frac{1}{8}x=1$, $x=8$

$x=8$을 ㉠에 대입하면 $y=-3$

$x=8$, $y=-3$을 $\frac{x+2}{5}-\frac{y-1}{2}=a$에 대입하면

$a=2-(-2)=4$

14 $\begin{cases}(3x+2y+7):5=(y+3):2 & \cdots\cdots ㉠\\ 0.15x-0.07y=0.1 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠의 비례식을 정리하고, ㉡×100을 하면

$\begin{cases}2(3x+2y+7)=5(y+3)\\ 15x-7y=10\end{cases}$

즉, $\begin{cases}6x-y=1 & \cdots\cdots ㉢\\ 15x-7y=10 & \cdots\cdots ㉣\end{cases}$

㉢×7−㉣을 하면 $27x=-3$, $x=-\frac{1}{9}$

$x=-\frac{1}{9}$을 ㉢에 대입하면 $-\frac{2}{3}-y=1$, $-y=\frac{5}{3}$, $y=-\frac{5}{3}$

따라서 $m=-\frac{1}{9}$, $n=-\frac{5}{3}$이므로

$9(m-n)=9\left\{-\frac{1}{9}-\left(-\frac{5}{3}\right)\right\}=9\times\frac{14}{9}=14$

15 $\begin{cases}8^{x+y}\times4^{x+3y}=2 & \cdots\cdots ㉠\\ 5^{3x-y}\div5^7=1 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $8^{x+y}=(2^3)^{x+y}=2^{3x+3y}$,

$4^{x+3y}=(2^2)^{x+3y}=2^{2x+6y}$이므로

$2^{3x+3y+2x+6y}=2$, $2^{5x+9y}=2$

즉, $5x+9y=1$ ...... ㉢

㉡에서 $3x-y=7$ ...... ㉣

㉢+㉣×9를 하면 $32x=64$, $x=2$

$x=2$를 ㉣에 대입하면 $6-y=7$, $y=-1$

따라서 $x=2$, $y=-1$을 $2x+ay=6$에 대입하면

$4-a=6$, $a=-2$

참고

m, n이 자연수일 때, $m=n$이면 $a^m\div a^n=1$

16 주어진 방정식의 해는 연립방정식

$\begin{cases}\frac{3x-y}{2}=\frac{5x+y-2}{3}\\ \frac{3x-y}{2}=\frac{x-5y-4}{5}\end{cases}$

즉, $\begin{cases}x+5y=4 & \cdots\cdots ㉠\\ 13x+5y=-8 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$의 해와 같다.

㉠−㉡을 하면 $-12x=12$, $x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면

$-1+5y=4$, $5y=5$, $y=1$

따라서 주어진 방정식을 풀면 $x=-1$, $y=1$이다.

17 주어진 방정식의 해는 연립방정식

$\begin{cases}2x+y=8 & \cdots\cdots ㉠\\ ax+3y+5=8 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$의 해와 같다. ...... ❶

이때 $x:y=3:2$이므로

$2x=3y$ ...... ㉢ ...... ❷

㉢을 ㉠에 대입하면 $3y+y=8$, $4y=8$, $y=2$

$y=2$를 ㉢에 대입하면

$2x=6$, $x=3$ ...... ❸

$x=3$, $y=2$를 ㉡에 대입하면

$3a+6+5=8$, $3a=-3$

따라서 $a=-1$ ...... ❹

채점 기준	비율
❶ 해가 같은 연립방정식으로 나타내기	10 %
❷ 해의 조건을 식으로 나타내기	10 %
❸ 연립방정식의 해 구하기	50 %
❹ a의 값 구하기	30 %

18 연립방정식 $\begin{cases}3ax+by=1\\ 2x-y=3\end{cases}$의 해 x, y에 대하여

연립방정식 $\begin{cases}5x-2y=6\\ ax+by=-21\end{cases}$의 해는 $3x$, $3y$이므로

$\begin{cases}5x-2y=6\\ ax+by=-21\end{cases}$의 x 대신 $3x$, y 대신 $3y$를 대입하면

$\begin{cases}15x-6y=6\\ 3ax+3by=-21\end{cases}$, 즉 $\begin{cases}5x-2y=2\\ ax+by=-7\end{cases}$

이때 $\begin{cases}5x-2y=2\\ ax+by=-7\end{cases}$, $\begin{cases}3ax+by=1\\ 2x-y=3\end{cases}$의 해가 서로 같으므로

$\begin{cases}5x-2y=2 & \cdots\cdots ㉠\\ 2x-y=3 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $x=-4$

$x=-4$를 ㉡에 대입하면 $-8-y=3$, $y=-11$

$x=-4$, $y=-11$을 $3ax+by=1$, $ax+by=-7$에 각각 대입하면

$-12a-11b=1$ ...... ㉢

$-4a-11b=-7$ ...... ㉣

㉢−㉣을 하면 $-8a=8$, $a=-1$

$a=-1$을 ㉢에 대입하면

$12-11b=1$, $11b=11$, $b=1$

따라서 $a^2+b^2=1+1=2$

19 $\frac{7}{2}x-\frac{5}{6}y=-\frac{2}{3}$의 양변에 6을 곱하면

$21x-5y=-4$

따라서 연립방정식 $\begin{cases} 21x-5y=-4 \\ 21x-5y=k+1 \end{cases}$ 의 해가 없으려면

$k+1\neq-4$, 즉 $k\neq-5$이어야 한다.

20 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

$(3a-5)x+(a-2b)y=1$의 양변에 4를 곱하여 정리하면

$(12a-20)x+(4a-8b)y=4$

즉, $5(2a-b+1)x+2(b-a)y=(12a-20)x+(4a-8b)y$

이므로

$10a-5b+5=12a-20$에서 $2a+5b=25$

$2b-2a=4a-8b$에서 $6a-10b=0$, $3a-5b=0$

$\begin{cases} 2a+5b=25 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3a-5b=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $5a=25$, $a=5$

$a=5$를 ㉠에 대입하면 $10+5b=25$, $5b=15$, $b=3$

따라서 $a-b=5-3=2$

21 해가 무수히 많을 때는

$\frac{6a}{12}=\frac{3}{b}=1$에서 $a=2$, $b=3$

해가 존재하지 않을 때는

$\frac{6a}{12}=\frac{3}{b}\neq1$에서 $6ab=36$, $6a\neq12$, $b\neq3$이므로

$ab=6$, $a\neq2$, $b\neq3$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 6)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$의 3개이다.

따라서 $A=2+3=5$, $B=3$이므로

$A+B=5+3=8$

22 처음 수의 백의 자리의 숫자를 x, 십의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+y+8=16 \\ 100y+10x+8=4(100x+10y+8)+6 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ -13x+2y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $15x=15$, $x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $1+y=8$, $y=7$

따라서 처음 세 자리 자연수는 178이다.

23 윤재가 맞힌 문제 수를 x, 틀린 문제 수를 y라 하면

$\begin{cases} x=3y \\ 100x-60y=1680 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x=3y & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-3y=84 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $15y-3y=84$, $12y=84$, $y=7$

$y=7$을 ㉠에 대입하면 $x=21$

따라서 윤재가 맞힌 문제 수는 21이다.

24 서현이가 이긴 횟수를 x, 지연이가 이긴 횟수를 y라 하면

$\begin{cases} 5x-3y=49 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3x+5y=-7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3+㉡×5를 하면 $16y=112$, $y=7$

$y=7$을 ㉠에 대입하면 $5x-21=49$, $5x=70$, $x=14$

따라서 가위바위보를 한 총 횟수는

$14+7=21$

25 구입한 당근의 개수를 x, 오이의 개수를 y라 하면

$\begin{cases} 2+x+y+1=12 \\ 3400+800x+1200y+2500=14700 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=22 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $-y=-4$, $y=4$

$y=4$를 ㉠에 대입하면 $x+4=9$, $x=5$

따라서 어머니가 구입한 오이는 4개이다.

26 반대표의 수를 x, 찬성표의 수를 y라 하면

$\begin{cases} x=\frac{1}{3}y-6 \\ x=\frac{16}{100}(x+y) \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 3x-y=-18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 21x-4y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4−㉡을 하면

$-9x=-72$, $x=8$

$x=8$을 ㉠에 대입하면

$24-y=-18$, $y=42$

따라서 투표에 참여한 사람은

$x+y=8+42=50$(명)

27 어제 유산소 운동 시간을 x분, 근력 운동 시간을 y분이라 하면

$\begin{cases} 0.12x+0.2y=0.15(x+y) \\ 1.15(x+y)=92 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} -3x+5y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=80 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×5를 하면

$-8x=-400$, $x=50$

$x=50$을 ㉡에 대입하면

$50+y=80$, $y=30$

따라서 어제 유산소 운동 시간은 50분이다.

28 A 제품의 원가를 x원, B 제품의 원가를 y원이라 하면

A 제품의 판매 가격은 $x\times\frac{120}{100}\times\frac{95}{100}=\frac{114}{100}x$(원),

B 제품의 판매 가격은 $y\times\frac{110}{100}\times\frac{95}{100}=\frac{209}{200}y$(원)

이므로

$\begin{cases} x+y=50000 \\ \frac{114}{100}x+\frac{209}{200}y=50000+5100 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=50000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 228x+209y=11020000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×209−㉡을 하면

$-19x=-570000$, $x=30000$

29 전체 일의 양을 1이라 하고 성준이가 1시간에 할 수 있는 일의 양을 x, 민수가 1시간에 할 수 있는 일의 양을 y라 하면

$\begin{cases} 3(x+y)+5x=1 \\ 4(x+y)+7y=1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 8x+3y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+11y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면

$-19y=-1,\ y=\frac{1}{19}$

$y=\frac{1}{19}$을 ㉠에 대입하면

$8x+\frac{3}{19}=1,\ 8x=\frac{16}{19},\ x=\frac{2}{19}$

따라서 민수가 혼자 이 일을 한다면 19시간이 걸린다.

30 물통에 물이 가득 차 있을 때의 물의 양을 1이라 하고 A, B 호스로 1시간 동안 뺄 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 4(x+y)+2x=1 \\ 3x=y \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 6x+4y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=3x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$6x+12x=1,\ 18x=1,\ x=\frac{1}{18}$

$x=\frac{1}{18}$을 ㉡에 대입하면 $y=\frac{1}{6}$

따라서 A 호스만으로 물을 모두 뺀다면 18시간이 걸린다.

31 연서의 속력을 초속 x m, 윤아의 속력을 초속 y m라 하면

$\begin{cases} x:y=4:7 \\ 50(x+y)=1100 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 7x-4y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=22 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×4를 하면

$11x=88,\ x=8$

$x=8$을 ㉡에 대입하면

$8+y=22,\ y=14$

따라서 연서의 속력은 초속 8 m이다.

32 근영이의 속력을 분속 x m, 정훈이의 속력을 분속 y m라 하면

$\begin{cases} 6x=5y \\ 15y-15x=270 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 6x=5y & \cdots\cdots ㉠ \\ y=x+18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$6x=5(x+18),\ x=90$

$x=90$을 ㉡에 대입하면

$y=90+18=108$

따라서 근영이의 속력은 분속 90 m이다.

33 강물의 속력을 분속 x m, 두 선착장 사이의 거리를 y m라 하면

$\begin{cases} 30(20+x)=y \\ 45(20-x)=y \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 30x-y=-600 & \cdots\cdots ㉠ \\ 45x+y=900 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $75x=300,\ x=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면

$180+y=900,\ y=720$

따라서 두 선착장 사이의 거리는 720 m이다.

34 다리의 길이를 x m, 화물 열차의 속력을 초속 y m라 하면 특급 열차의 속력은 초속 $2y$ m이므로

$\begin{cases} x+250=20y & \cdots\cdots ㉠ \\ x+160=2y\times 9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $90=2y,\ y=45$

$y=45$를 ㉠에 대입하면

$x+250=900,\ x=650$

따라서 다리의 길이는 650 m이다.

35 두 소금물 A, B를 1 : 4의 비율로 섞을 때, 소금물 A의 양을 a g이라 하면 소금물 B의 양은 $4a$ g이고,

두 소금물 A, B를 2 : 3의 비율로 섞을 때, 소금물 A의 양을 $2b$ g이라 하면 소금물 B의 양은 $3b$ g이다. (단, $a\neq 0$, $b\neq 0$)

따라서 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$\begin{cases} \frac{x}{100}\times a+\frac{y}{100}\times 4a=\frac{14}{100}\times(a+4a) \\ \frac{x}{100}\times 2b+\frac{y}{100}\times 3b=\frac{13}{100}\times(2b+3b) \end{cases}$ $\cdots\cdots$ ❶

즉, $\begin{cases} x+4y=70 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=65 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면

$5y=75,\ y=15$

$y=15$를 ㉠에 대입하면

$x+60=70,\ x=10$ $\cdots\cdots$ ❷

따라서 소금물 A의 농도는 10 %이다. $\cdots\cdots$ ❸

채점 기준	비율
❶ 연립방정식 세우기	40 %
❷ 연립방정식 풀기	50 %
❸ 소금물 A의 농도 구하기	10 %

36 더 넣은 소금의 양을 x g라 하면 더 넣은 물의 양은 $8x$ g이고

2 %의 소금물의 양은 $8x\times\frac{3}{2}=12x\,(\mathrm{g})$

9 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} 12x+y+8x+x=1300 \\ \frac{2}{100}\times 12x+\frac{9}{100}\times y+x=\frac{7}{100}\times 1300 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} 21x+y=1300 & \cdots\cdots ㉠ \\ 124x+9y=9100 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×9−㉡을 하면

$65x=2600,\ x=40$

$x=40$을 ㉠에 대입하면

$840+y=1300,\ y=460$

따라서 2 %의 소금물의 양은

$12\times 40=480\,(\mathrm{g})$

5. 일차함수와 그 그래프

필수 확인 문제 79~83쪽

1 ①, ⑤	**2** 4	**3** 5	**4** 12	**5** ③
6 ⑤	**7** 0	**8** 1	**9** 1	**10** 12
11 -4	**12** ④	**13** -1	**14** 2	**15** ②
16 ㄱ, ㄴ	**17** 제3사분면	**18** ⑤	**19** 2	
20 $-\frac{1}{2}$	**21** 9	**22** ②	**23** -1	**24** 10
25 ③	**26** ②	**27** -3	**28** $\frac{9}{2}$	**29** 22 cm
30 15분	**31** 12초			

1 ① 자연수 2의 약수는 1, 2와 같이 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지지 않으므로 함수가 아니다.
② $xy=30$에서 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.
③ $y=500-x$에서 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.
④ $y=x^2$에서 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.
⑤ 어떤 달에 태어난 학생이 한 명이 아닌 여러 명인 경우에는 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지지 않으므로 함수가 아니다.
따라서 y가 x에 대한 함수가 아닌 것은 ①, ⑤이다.

2 ㄱ. $y=\frac{10}{x}$에서 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.
ㄴ. 사각형의 모양에 따라 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지지 않으므로 함수가 아니다.
ㄷ. $x=\frac{10}{100}y$, $y=10x$에서 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.
ㄹ. 자연수 x의 배수는 무수히 많으므로 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지지 않으므로 함수가 아니다.
ㅁ. $y=3x$에서 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.
ㅂ. 키가 x cm인 사람의 몸무게 y kg은 하나로 정해지지 않으므로 함수가 아니다.
ㅅ. $y=\frac{70}{100}x$에서 x의 값 하나에 대하여 y의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.
따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅅ의 4개이다.

3 $f_1(a)=\left[\frac{a}{1}\right]=1$이므로 $a=1$
따라서 $f_2(b)=\left[\frac{b}{2}\right]=1$을 만족시키는 정수 b는 2, 3이므로
모든 정수 b의 값의 합은 $2+3=5$

4 자연수 5보다 작은 소수는 2, 3이므로
$f(5)=2$ …… ❶
자연수 10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이므로
$f(10)=4$ …… ❷
자연수 15보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13이므로
$f(15)=6$ …… ❸
따라서 $f(5)+f(10)+f(15)=2+4+6=12$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $f(5)$의 값 구하기	30 %
❷ $f(10)$의 값 구하기	30 %
❸ $f(15)$의 값 구하기	30 %
❹ $f(5)+f(10)+f(15)$의 값 구하기	10 %

5 $y=x(2ax+3)-3bx+2$에서
$y=2ax^2+(3-3b)x+2$가 x에 대한 일차함수이려면
$2a=0$, $3-3b\neq0$
따라서 $a=0$, $b\neq1$

6 ① $y=\pi x^2$
② $xy=20$에서 $y=\frac{20}{x}$
③ $xy=100$에서 $y=\frac{100}{x}$
④ $y=\left(\frac{x}{2}\right)^2$에서 $y=\frac{x^2}{4}$
⑤ $y=\frac{1}{2}(2x+x)\times2$에서 $y=3x$
따라서 y가 x에 대한 일차함수인 것은 ⑤이다.

7 $f(a)=-3$이므로 $-3a+2a=-3$, $a=3$
따라서 $f(x)=-3x+6$이므로
$f(2)=-3\times2+6=0$

8 $f(-1)=2$이므로 $-a+b=2$ …… ㉠
$f(2)=8$이므로 $2a+b=8$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=4$
즉, $f(x)=2x+4$이다.
$f(k)=6$이므로 $2k+4=6$, $k=1$

9 일차함수 $y=ax-\frac{1}{4}$의 그래프는 점 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$을 지나므로
$\frac{3}{4}=\frac{a}{2}-\frac{1}{4}$, $-\frac{a}{2}=-1$, $a=2$ …… ❶
$y=2x-\frac{1}{4}$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2x-\frac{1}{4}+2$, 즉 $y=2x+\frac{7}{4}$
이 일차함수의 그래프가 점 $\left(k, -\frac{1}{4}\right)$을 지나므로
$-\frac{1}{4}=2k+\frac{7}{4}$, $-2k=2$, $k=-1$ …… ❷
따라서 $a+k=2-1=1$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ k의 값 구하기	50 %
❸ $a+k$의 값 구하기	10 %

10 일차함수 $y=3x$의 그래프를 y축의 방향으로 9만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3x+9$이다.
$y=3x+9$에 $y=0$을 대입하면 $x=-3$, $x=0$을 대입하면 $y=9$
따라서 x절편이 $a=-3$, y절편이 $b=9$이므로
$b-a=9-(-3)=12$

11 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 2이므로 $b=2$
즉, 일차함수 $y=ax+2$의 그래프의 x절편이 1이므로
$0=a+2$, $a=-2$
따라서 $ab=-2\times 2=-4$

12 일차함수 $y=ax+3$의 그래프의 x절편이 $\frac{3}{2}$이므로
$0=\frac{3}{2}a+3$, $-\frac{3}{2}a=3$, $a=-2$
즉, 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프가 점 $(k,\ 3k)$를 지나므로
$3k=-2k+3$, $5k=3$, $k=\frac{3}{5}$
따라서 $a+5k=-2+3=1$

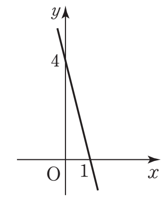
13 두 점 $(1,\ 2)$, $(2,\ a)$를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{a-2}{2-1}=a-2$ …… ㉠
두 점 $(2,\ a)$, $(3,\ -4)$를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{-4-a}{3-2}=-a-4$ …… ㉡
세 점이 한 직선 위에 있으므로 ㉠과 ㉡의 기울기가 같다.
따라서 $a-2=-a-4$이므로
$2a=-2$, $a=-1$

14 $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{2a}{3}=2$이므로 $a=3$
일차함수 $y=2x+b$의 그래프의 y절편은 b이므로 $b=-1$
따라서 $a+b=3+(-1)=2$

15 두 점 $(m+2,\ 2m-1)$, $(3m-2,\ m+1)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기를 구하면
$\frac{m+1-(2m-1)}{3m-2-(m+2)}=\frac{-m+2}{2m-4}=\frac{-(m-2)}{2(m-2)}=-\frac{1}{2}$

16 ㄷ. $y=-\frac{2}{3}x+2$이므로 $y=-\frac{2}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
ㄹ. 두 그래프의 기울기의 절댓값의 크기를 비교하면
$\left|-\frac{2}{3}\right|>\left|-\frac{1}{2}\right|$이므로 $y=-\frac{1}{2}x+2$의 그래프가 주어진 그래프보다 x축에 가깝다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

17 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 4이므로 $b=4$
일차함수 $y=ax+4$의 그래프가 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로
$0=-a+4$, $a=4$
따라서 $y=-bx+a$, 즉 $y=-4x+4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.

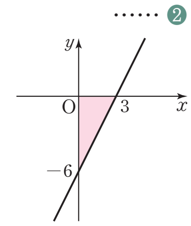


18 $a>0$, $b>0$, $m<0$, $n<0$이므로
① $m+n<0$ ② $a+b>0$ ③ $bm<0$ ④ $b-n>0$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

19 일차함수 $y=2ax-4$의 그래프가 두 점 $(-15,\ 0)$, $(0,\ 6)$을 지나는 직선과 평행하므로
$2a=\frac{0-6}{-15-0}$, $2a=\frac{2}{5}$, $a=\frac{1}{5}$
$y=\frac{2}{5}x-4$에 $y=0$을 대입하면 $x=10$이므로 $b=10$
따라서 $ab=\frac{1}{5}\times 10=2$

20 두 점 $(-3,\ a)$, $(4,\ -4-a)$를 지나는 일차함수의 그래프가 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프와 평행하므로 $y=-2x+k$로 놓으면 $\begin{cases} a=6+k \\ -4-a=-8+k \end{cases}$
두 식을 연립하여 풀면 $k=-1$, $a=5$
따라서 $y=-2x-1$에 $y=0$을 대입하면 $x=-\frac{1}{2}$이므로
x절편은 $-\frac{1}{2}$이다.

21 일차함수 $y=ax-6$의 그래프가 일차함수 $y=2x+1$의 그래프와 평행하므로 $a=2$ …… ❶
$y=2x-6$에서
$y=0$일 때, $0=2x-6$, $-2x=-6$, $x=3$
$x=0$일 때, $y=-6$
따라서 x절편은 3, y절편은 -6이다. …… ❷
오른쪽 그림에서 일차함수 $y=2x-6$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times 3\times 6=9$ …… ❸



채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	30 %
❷ x절편, y절편 구하기	40 %
❸ 도형의 넓이 구하기	30 %

22 일차함수 $y=-5x+2$의 그래프가 점 $(-1,\ a)$를 지나므로
$a=5+2=7$
일차함수 $y=-5x+2$의 그래프와 일차함수 $y=mx+14+b$의 그래프가 일치하므로 $-5=m$, $2=14+b$
따라서 $a=7$, $b=-12$, $m=-5$이므로
$a+b+m=7+(-12)+(-5)=-10$

23 기울기가 $\frac{6}{2}=3$이므로 일차함수의 식을 $y=3x+a$라 하자.
이 함수의 그래프가 점 $(-2,\ -3)$을 지나므로
$-3=-6+a$, $a=3$
$y=3x+3$에 $y=0$을 대입하면 $x=-1$
따라서 그래프의 x절편은 -1이다.

24 기울기가 -5인 일차함수의 식을 $y=-5x+a$라 하자.
이때 x절편이 2이므로 점 $(2,\ 0)$을 지난다.
즉, $0=-10+a$, $a=10$
따라서 y절편은 10이다.

25 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 일차함수 $y=-3x-7$의 그래프와 평행하면 기울기가 같으므로 $a=-3$
일차함수 $y=-3x+b$의 그래프가 일차함수 $y=2x+6$의 그래프와 y축에서 만나면 y절편이 6이므로 $b=6$
따라서 일차함수의 그래프의 식은 $y=-3x+6$이므로
① x절편은 2이다.
② 점 $(1,\ 3)$을 지난다.
④ x의 값의 증가량이 3일 때, y의 값의 증가량은 -9이다.
⑤ y축의 방향으로 -6만큼 평행이동하면 원점을 지난다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

26 두 점 $(-2,\ -3)$, $(1,\ 6)$을 지나는 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 $a=\frac{6+3}{1+2}=3$
일차함수 $y=3x+b$의 그래프가 점 $(1,\ 6)$을 지나므로
$6=3+b$, $b=3$
이때 일차함수 $y=3x+3$의 그래프가 점 $(m,\ m-1)$을 지나므로
$m-1=3m+3$, $-2m=4$, $m=-2$

27 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 점 $(1,\ 2)$를 지나므로
$2=a+b$ ⋯⋯ ㉠
x절편과 y절편의 비가 $2:1$이므로
x절편을 $2k$, y절편을 $k\ (k\neq0)$라고 하자.
일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(2k,\ 0)$, $(0,\ k)$를 지나므로
$a=\frac{k-0}{0-2k}=-\frac{1}{2}$
따라서 ㉠에 의하여 $b=\frac{5}{2}$이므로
$a-b=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}=-3$

28 두 점 $(5,\ 2)$, $(-2,\ -5)$를 지나는 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 $a=\frac{-5-2}{-2-5}=1$
일차함수 $y=x+b$의 그래프가 점 $(5,\ 2)$를 지나므로
$2=5+b$, $b=-3$
일차함수 $y=x-3$의 그래프에서 x절편은 3, y절편은 -3이므로
$A(3,\ 0)$, $B(0,\ -3)$
따라서 삼각형 AOB의 넓이는
$\frac{1}{2}\times3\times3=\frac{9}{2}$

29 용수철의 길이는 6 g의 물체를 매달 때마다 2 cm씩 일정하게 늘어나므로 1 g의 물체를 매달 때마다 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ (cm)씩 일정하게 늘어난다.
따라서 무게가 x g인 물체를 매달았을 때의 용수철의 길이를 y cm라 하면 $y=\frac{1}{3}x+15$
이때 $x=21$을 대입하면 $y=\frac{1}{3}\times21+15=22$
따라서 구하는 용수철의 길이는 22 cm이다.

30 수조 A의 마개를 열면 1분에 2 L씩 물이 흘러 나오므로
$y=31-2x$
수조 B의 마개를 열면 1분에 3 L씩 물이 흘러 나오므로
$y=46-3x$
$31-2x=46-3x$에서 $x=15$
따라서 A, B 두 수조에 남아 있는 물의 양이 같아지는 것은 15분 후이다.

31 점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후의 $\overline{BP}$의 길이는 $2x$ cm이므로 삼각형 ABP의 넓이를 $y\ cm^2$라 하면
$y=\frac{1}{2}\times2x\times20$, 즉 $y=20x$
$y=240$일 때, $240=20x$, $x=12$
따라서 점 P가 점 B를 출발한 지 12초 후이다.

고난도 대표 유형 84~89쪽

1 $\frac{11}{2}$	2 54	3 ③	4 $-\frac{1}{3}$	5 4
6 $\frac{3}{8}$	7 10	8 1	9 4	
10 제1, 4사분면		11 ①, ③	12 -9	13 7
14 8	15 7	16 3초	17 $\frac{27}{4}$시간	
18 12000				

1 $f\left(\frac{2+10}{2}\right)=\frac{f(2)+f(10)}{2}=\frac{5+3}{2}=4$이므로 $f(6)=4$

$f\left(\frac{2+6}{2}\right)=\frac{f(2)+f(6)}{2}=\frac{5+4}{2}=\frac{9}{2}$이므로 $f(4)=\frac{9}{2}$

$f(2)=f\left(\frac{4+0}{2}\right)=\frac{f(4)+f(0)}{2}=5$

이때 $f(4)=\frac{9}{2}$이므로

$\frac{9}{2}+f(0)=10$, $f(0)=\frac{11}{2}$

2 $m(4, f(x))=4$에서 $f(x)$는 4 이하인 자연수이다.

(i) $f(x)=1$일 때, x 이하의 소수가 1개인 자연수 x는 2

(ii) $f(x)=2$일 때, x 이하의 소수가 2개인 자연수 x는 3, 4

(iii) $f(x)=3$일 때, x 이하의 소수가 3개인 자연수 x는 5, 6

(iv) $f(x)=4$일 때, x 이하의 소수가 4개인 자연수 x는 7, 8, 9, 10

따라서 구하는 x의 값의 합은

$2+3+4+5+6+7+8+9+10=54$

3 $2x(3-3ax)+3bx-5cy=0$에서

$5cy=2x(3-3ax)+3bx$

즉, $5cy=-6ax^2+(6+3b)x$가 일차함수가 되려면

$-6a=0$, $6+3b\neq0$, $c\neq0$

따라서 $a=0$, $b\neq-2$, $c\neq0$

4 $f(2)=-1$에서 $2a+3=-1$이므로 $a=-2$

$g(-1)=2$에서 $-4+2b=2$이므로 $b=3$

따라서 $f(x)=-2x+3$, $g(x)=4x+6$이므로

$f(k)+1=g(k)$에서 $-2k+4=4k+6$

$6k=-2$, $k=-\frac{1}{3}$

5 일차함수 $y=3x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3x-2+a$

이 그래프가 점 $(-2, -3)$을 지나므로

$-3=-6-2+a$, $a=5$

$y=3x-2+a$, 즉 $y=3x+3$의 그래프가 점 $(3-b, b)$를 지나므로

$b=3(3-b)+3$, $b=9-3b+3$

$4b=12$, $b=3$

따라서 $ab=5\times3=15$의 약수는 1, 3, 5, 15의 4개이다.

6 사각형 OABC의 넓이가 $8\times8=64$이므로

사각형 OAED의 넓이는 $64\times\frac{9}{16}=36$

이때 일차함수 $y=ax+3$의 그래프의 y절편이 3이므로

점 D의 좌표는 $(0, 3)$

$\overline{AE}=k$라 하면 사각형 OAED의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(3+k)\times8=36$, $k=6$

따라서 일차함수 $y=ax+3$의 그래프가 점 E$(8, 6)$을 지나므로

$6=8a+3$, $8a=3$, $a=\frac{3}{8}$

7 두 방정식 $y=ax+b$와 $y=bx+a$를 연립하여 풀면

$ax+b=bx+a$에서 $(a-b)x=a-b$

이때 $a\neq b$이므로 $x=1$

따라서 점 C의 좌표는 $(1, 6)$

$x=1$, $y=6$을 $y=ax+b$에 대입하면

$a+b=6$ ...... ㉠

삼각형 ABC의 넓이가 1이고 A$(0, a)$, B$(0, b)$이므로

$\frac{1}{2}\times(a-b)\times1=1$

$a-b=2$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=2$

따라서 $3a-b=3\times4-2=10$

8 세 점이 한 직선 위에 있을 때 삼각형이 만들어지지 않으므로 어느 두 점을 잇는 직선의 기울기는 모두 같아야 한다.

즉, $\frac{(4a+3)-(-2a+1)}{3-(-1)}=\frac{3-(4a+3)}{1-3}$이므로

$\frac{3a+1}{2}=2a$, $3a+1=4a$, $a=1$

9 성준이는 기울기 a를 잘못 보았으므로 y절편 b는 바르게 보았고 하진이는 y절편 b를 잘못 보았으므로 기울기 a를 바르게 보았다.

성준이가 그린 일차함수의 식에서

$(\text{기울기})=\frac{-5-3}{2-(-2)}=-2$

$y=-2x+b$의 그래프가 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$3=4+b$, $b=-1$

하진이가 그린 일차함수의 기울기는

$\frac{7-(-3)}{3-(-2)}=2$이므로 $a=2$

원래의 일차함수 $y=ax+b$, 즉 $y=2x-1$의 그래프가 점 (c, c)를 지나므로

$c=2c-1$, $c=1$

따라서 $a-b+c=2-(-1)+1=4$

10 $a^2bc>0$이므로 $bc>0$이다.

이때 b, c의 부호는 같으므로

$\frac{b}{a}>0$, $\frac{c}{a}>0$ 또는 $\frac{b}{a}<0$, $\frac{c}{a}<0$

(i) $\frac{b}{a}>0$, $\frac{c}{a}>0$일 때

일차함수 $y=-\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}$의 그래프는 기울기가 음수이고 y절편이 양수이므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.

(ii) $\frac{b}{a}<0$, $\frac{c}{a}<0$일 때

$y=-\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}$의 그래프는 기울기가 양수이고 y절편이 음수이므로 제1, 3, 4사분면을 지난다.

(i), (ii)에서 일차함수 $y=-\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}$의 그래프가 반드시 지나는 사분면은 제1, 4사분면이다.

11 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 $-c$만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax+b-c$
① $a>0$일 때, 오른쪽 위로 향하는 직선이다.
③ $x=2$를 대입하면 $y=2a+b-c$이므로 지나는 점은 $(2,\ 2a+b-c)$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.

12 일차함수 $y=-(2k-1)x+2$의 그래프는 일차함수 $y=3x+1$의 그래프와 평행하므로 기울기가 같다.
$-(2k-1)=3$에서 $-2k+1=3$, $k=-1$
일차함수 $y=-(2k-1)x+2$, 즉 $y=3x+2$와 일차함수 $y=ax-3$의 그래프가 x축 위에서 만나면 두 일차함수의 x절편이 같다.
$y=3x+2$의 x절편은 $-\frac{2}{3}$이므로 $0=-\frac{2}{3}a-3$
따라서 $a=-\frac{9}{2}$이므로 $2a=-9$

13 $\frac{f(q)-f(p)}{q-p}$는 두 점 $(p,\ f(p))$, $(q,\ f(q))$를 지나는 직선의 기울기이므로 $a=5$
$y=5x+b$에서 $f(2)=2$이므로 $10+b=2$, $b=-8$
따라서 $f(x)=5x-8$이므로
$f(3)=15-8=7$

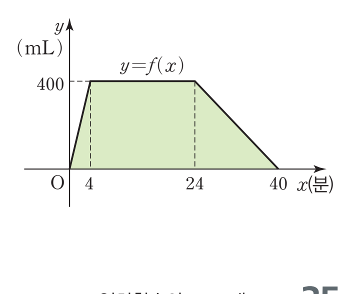
14 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{101-10}{38-3}=\frac{13}{5}$이므로
$y=\frac{13}{5}x+b$에 $x=3$, $y=10$을 대입하면
$10=\frac{13}{5}\times3+b$, $b=\frac{11}{5}$
따라서 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은
$y=\frac{13}{5}x+\frac{11}{5}$
양변에 5를 곱하면 $5y=13x+11$이고 $13x+11$은 5의 배수이어야 한다.
이때 $3\le x\le38$, $10\le y\le101$이므로
$x=3,\ 8,\ 13,\ 18,\ 23,\ 28,\ 33,\ 38$
따라서 구하는 점의 개수는 8이다.

15 두 점 $(0,\ 5)$, $(a,\ -10)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\frac{-10-5}{a-0}=-\frac{15}{a}$이므로
일차함수의 식은 $y=-\frac{15}{a}x+5$
이 그래프의 x절편이 $\frac{a}{3}$이고 이 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 10이므로
$\frac{1}{2}\times\frac{a}{3}\times5=10$, $a=12$
일차함수 $y=-\frac{5}{4}x+5$의 그래프가 점 $(8,\ b)$를 지나므로
$b=-10+5=-5$
따라서 $a+b=12+(-5)=7$

16 점 P가 출발한 지 x초 후의 삼각형 ABP와 삼각형 DPC의 넓이의 합을 $y\ \mathrm{cm}^2$라 하자.
점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후의 $\overline{\mathrm{BP}}$의 길이는 $4x$ cm이므로 $\overline{\mathrm{PC}}$의 길이는 $(28-4x)$cm이다.
$y=\triangle\mathrm{ABP}+\triangle\mathrm{DPC}$
$=\frac{1}{2}\times4x\times16+\frac{1}{2}\times(28-4x)\times20$
$=-8x+280$
$y=256$일 때, $256=-8x+280$이므로
$8x=24$, $x=3$
따라서 삼각형 ABP와 삼각형 DPC의 넓이의 합이 256 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 3초 후이다.

17 주어진 그래프에서 속력은 직선의 기울기와 같으므로 아린이의 속력은 시속 $\frac{7}{6}$ km, 하진이의 속력은 시속 $\frac{3}{2}$ km이다.
아린이와 하진이 사이의 거리가 2 km가 되는 것은 두 직선의 y좌표의 차가 2가 될 때이므로 두 사람이 출발한 지 x시간 후라 하면
$\frac{3}{2}x-\frac{7}{6}x=2$, $\frac{1}{3}x=2$, $x=6$
출발한 지 6시간 후부터 아린이의 속력은 시속
$\frac{7}{6}+3=\frac{25}{6}$ (km)가 되므로 아린이가 속력을 올린 후 하진이를 추월하는 데 걸리는 시간을 t시간이라 하면
$\frac{25}{6}t-\frac{3}{2}t=2$, $\frac{8}{3}t=2$, $t=\frac{3}{4}$
따라서 아린이가 하진이를 추월하게 되는 것은 출발한 지
$6+\frac{3}{4}=\frac{27}{4}$(시간) 후이다.

18 1분에 100 mL씩 욕조에 물을 채우므로 욕조에 400 ml의 물을 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{400}{100}=4$(분)이다.
즉, $0\le x\le4$일 때 $f(x)=100x$
목욕 시간이 20분이므로 $4\le x\le24$일 때, $f(x)=400$
목욕을 한 후 2분에 50 mL씩 물을 빼내므로 욕조에 있는 400 mL의 물을 빼내는데 걸리는 시간은 $\frac{400}{25}=16$(분)이다.
즉, $24\le x\le40$일 때 $f(x)=-25x+1000$
따라서 $f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\{40+(24-4)\}\times400$
$=\frac{1}{2}\times60\times400=12000$

고난도 실전 문제

90~95쪽

1 12	2 ②	3 0	4 15	5 ①, ③
6 ①	7 -5	8 -3	9 16	10 $-\frac{1}{2}$
11 ③	12 ③	13 1	14 -4	15 2
16 6	17 2	18 $\frac{5}{2}$	19 ①	
20 제2사분면		21 1	22 ②, ⑤	23 ㄴ, ㄷ
24 14	25 8	26 5	27 $-\frac{2}{3}$	28 ⑤
29 $\frac{81}{4}$	30 1	31 $\frac{9}{2}$	32 $(2, 2)$	33 6시간
34 $\frac{432}{59}$	35 10 km	36 $\frac{40}{3}$초		

1 $k=3$일 때 $3+2=5$, $3+3=6$
$k=4$일 때 $4+2=6$, $4+3=7$
$k=5$일 때 $5+2=7$, $5+3=8$
$k=6$일 때 $6+2=8$, $6+3=9$
$k=6$일 때 k에 대응하는 y의 값이 없으므로 함수가 될 수 없다.
따라서 k가 될 수 있는 값은 3, 4, 5이므로 모든 정수 k의 합은
$3+4+5=12$

2 $\frac{x}{2}=3$에서 $x=6$이므로 $f\left(\frac{x}{2}\right)=x-3$에 $x=6$을 대입하면
$f(3)=6-3=3$
$2x+1=-2$에서 $x=-\frac{3}{2}$이므로 $g(2x+1)=x+5$에
$x=-\frac{3}{2}$을 대입하면 $g(-2)=-\frac{3}{2}+5=\frac{7}{2}$
따라서 $f(3)-g(-2)=3-\frac{7}{2}=-\frac{1}{2}$

3 $f(x)f(y)=f(x+y)+f(x-y)$에서
$x=1$, $y=0$을 대입하면 $f(1)f(0)=f(1+0)+f(1-0)$이므로
$2f(0)=2+2=4$, $f(0)=2$
$x=1$, $y=1$을 대입하면
$f(1)f(1)=f(1+1)+f(1-1)$이므로
$4=f(2)+2$, $f(2)=2$
따라서 $f(0)-f(2)=2-2=0$

4 $4^1=4$, $4^2=16$, $4^3=64$, $\cdots$이므로 4^x의 일의 자리의 숫자는 4, 6이 순서대로 반복되어 나타난다.
또한 7^x의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1이 순서대로 반복되어 나타남을 알 수 있다.
$4+7=11$, $6+9=15$, $4+3=7$, $6+1=7$이므로 자연수 x에 대하여 $f(x)+g(x)$의 값은 11, 15, 7, 7이 순서대로 반복되어 나타난다.
따라서 $f(x)+g(x)$의 최댓값은 15이다.

5 ① $y=\pi\times6^2\times\frac{x}{360}=\frac{\pi}{10}x$
② $\frac{1}{2}xy=10$이므로 $y=\frac{20}{x}$
③ 양초의 길이가 1분에 $\frac{1}{5}$ cm씩 줄어들므로 $y=20-\frac{1}{5}x$
④ $y=\frac{2000}{x}$
⑤ $y=\frac{x(x-3)}{2}$이므로 $y=\frac{x^2-3x}{2}$
따라서 y가 x에 대한 일차함수인 것은 ①, ③이다.

6 $2x(5-2ax)-b(5x+1)+cy=0$에서
$10x-4ax^2-5bx-b+cy=0$
$cy=4ax^2+(5b-10)x+b$
이 함수가 x에 대한 일차함수가 되려면
$c\neq0$, $4a=0$, $5b-10\neq0$
따라서 $a=0$, $b\neq2$, $c\neq0$

7 $f\left(\frac{3}{-a+1}\right)=(a-1)\times\frac{3}{-a+1}+b=-3+b$이므로
$-3+b=3$, $b=6$
$f(x)=(a-1)x+6$이고 $f(-2)=8$이므로
$-2(a-1)+6=8$, $-2a=0$, $a=0$
따라서 $f(x)=-x+6$이므로
$f(k)=11$에서 $-k+6=11$, $k=-5$

8 일차함수 $y=-3x+6$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3x+6+a$이고 점 $(a-2,\ a+3)$을 지나므로
$a+3=-3(a-2)+6+a$, $3a=9$, $a=3$
따라서 $f(a)=f(3)=-9+6=-3$

9 점 A의 x좌표를 $a\left(0<a<\frac{18}{5}\right)$라 하면
$\mathrm{A}(a,\ 2a)$, $\mathrm{B}(a,\ 0)$
$\overline{\mathrm{AB}}=2a$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$에서 $\overline{\mathrm{BC}}=2a$
따라서 $\mathrm{C}(3a,\ 0)$이므로 $\mathrm{D}(3a,\ 2a)$
이때 점 D는 일차함수 $y=-\frac{4}{3}x+12$의 그래프 위의 점이므로
$2a=-4a+12$, $6a=12$, $a=2$
따라서 사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\overline{\mathrm{AB}}=2a=4$이므로 넓이는 16이다.

10 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프의 x절편이 $\frac{1}{2}$이므로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$을 지난다.
즉, $0=\frac{1}{2}a+b$이므로 $b=-\frac{1}{2}a$
일차함수 $y=3x-1$의 y절편이 -1이므로 일차함수 $y=bx+a$의 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지난다.
즉, $a=-1$이므로 $b=\frac{1}{2}$
따라서 $a+b=-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

11 일차함수 $y=ax+3$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax+3+b$

이 그래프의 x절편이 1이므로

$0=a+3+b$ ...... ㉠

또 일차함수 $y=2bx+3$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2bx+3+a$ ...... ㉡

㉠에서 $3+a=-b$이므로 이것을 ㉡에 대입하면 $y=2bx-b$

$y=0$일 때, $0=2bx-b$, $-2bx=-b$, $x=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 x절편은 $\frac{1}{2}$이다.

12 일차함수 $y=-ax+5$의 그래프가 점 $(3,\ -4)$를 지나므로

$-4=-3a+5$에서 $3a=9$, $a=3$

즉, 일차함수 $y=-3x+5$의 그래프가 점 $(b,\ -1)$을 지나므로

$-1=-3b+5$에서 $3b=6$, $b=2$

따라서 일차함수 $y=-bx+2a$, 즉 $y=-2x+6$의 그래프의 x절편은 3이다.

13 일차함수 $y=-ax+1$의 그래프를 y축의 방향으로 $-b$만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-ax+1-b$

이 일차함수의 그래프의 x절편이 -1이므로

$0=a+1-b$, $a=b-1$

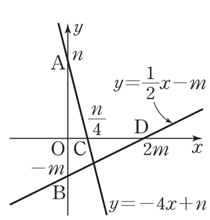
일차함수 $y=bx-1$의 그래프를 y축의 방향으로 $-a$만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=bx-1-a$

$y=0$일 때, $0=bx-1-a$이므로 $-bx=-1-a$, $x=\frac{a+1}{b}$

따라서 구하는 x절편은

$\frac{a+1}{b}=\frac{(b-1)+1}{b}=1$

14 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-m$과 $y=-4x+n$의 그래프의 x절편과 y절편을 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AO}:\overline{BO}=2:1$이면 $n:m=2:1$ 이므로 $n=2m$

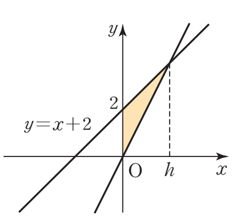
$\overline{CD}=6$이면 $2m-\frac{n}{4}=6$이므로

$2m=n$을 대입하면 $n-\frac{n}{4}=6$, $\frac{3}{4}n=6$, $n=8$

따라서 $m=4$, $n=8$이므로 $m-n=-4$

15 (i) $a>1$일 때

두 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 색칠한 부분의 넓이가 4이므로 삼각형의 밑변을 2, 높이를 h라 하면 $\frac{1}{2}\times2\times h=4$, $h=4$

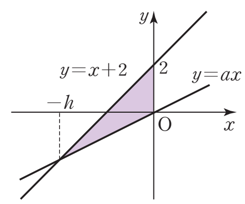
$x=4$를 $y=x+2$에 대입하면 $y=6$

따라서 일차함수 $y=ax$의 그래프가 점 $(4,\ 6)$을 지나므로

$4a=6$, $a=\frac{3}{2}$

(ii) $0<a<1$일 때

두 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 색칠한 부분의 넓이가 4이므로 삼각형의 밑변을 2, 높이를 h라 하면 $\frac{1}{2}\times2\times h=4$, $h=4$

$x=-4$를 $y=x+2$에 대입하면 $y=-2$

따라서 일차함수 $y=ax$의 그래프가 점 $(-4,\ -2)$를 지나므로 $-4a=-2$, $a=\frac{1}{2}$

(i), (ii)에서 구하는 모든 양수 a의 값의 합은

$\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$

16 $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$이므로 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는

$\frac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)}=\frac{-18}{6}=-3$ ...... ❶

$f(x)=-3x+b$라 하면 $f\left(\frac{2}{3}\right)=1$이므로

$1=-2+b$, $b=3$ ...... ❷

따라서 일차함수 $f(x)=-3x+3$에서

$f(-1)=3+3=6$ ...... ❸

채점 기준	비율
❶ 일차함수의 그래프의 기울기 구하기	40 %
❷ 일차함수의 그래프의 y절편 구하기	30 %
❸ $f(-1)$의 값 구하기	30 %

참고

두 점 $(-2,\ f(-2))$, $(4,\ f(4))$를 지나는 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)}=\frac{-18}{6}=-3$에서 -3임을 알 수 있다.

17 점 $(0,\ 0)$은 규칙2에 의하여 점 $(0,\ 0)$으로 이동된다.

점 $(3,\ 2)$는 규칙1에 의하여 점 $(5,\ 1)$로 이동된다.

(i) $a+1>2$일 때

규칙1에 의하여 점 $(a+1,\ 2)$는 점 $(a+3,\ a-1)$로 이동된다.

이동시킨 세 점 $(0,\ 0)$, $(5,\ 1)$, $(a+3,\ a-1)$이 한 직선 위에 있으므로

$\frac{1}{5}=\frac{a-1}{a+3}$, $a+3=5a-5$, $a=2$

(ii) $a+1\le2$일 때

규칙2에 의하여 점 $(a+1,\ 2)$는 점 $(a+5,\ a-3)$으로 이동된다.

이동시킨 세 점 $(0,\ 0)$, $(5,\ 1)$, $(a+5,\ a-3)$이 한 직선 위에 있으므로

$\frac{1}{5}=\frac{a-3}{a+5}$, $a+5=5a-15$, $a=5$

이때 $a+1\le 2$이므로 $a=5$가 될 수 없다.

(i), (ii)에서 $a=2$

18 y절편이 2이므로 $\frac{a}{c}=2$에서 $\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$

x절편이 1이므로 $0=\frac{b}{a}+\frac{a}{c}$에서 $0=\frac{b}{a}+2$

따라서 $\frac{b}{a}=-2$이므로

$\frac{c-b}{a}=\frac{c}{a}-\frac{b}{a}=\frac{1}{2}-(-2)=\frac{5}{2}$

19 일차함수의 그래프가 제1, 2, 3사분면을 지나려면 기울기와 y절편 모두 양수이어야 한다.

(기울기)>0에서 $2a-5>0$, $a>\frac{5}{2}$

(y절편)>0에서 $a-1>0$, $a>1$

따라서 $a>\frac{5}{2}$이므로 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

20 $ab>0$이므로 a와 b의 부호는 같고 $a\ne 0$, $b\ne 0$이다. 즉, $\frac{a}{b}>0$ 이다.

$bc<0$이므로 b와 c의 부호는 다르고 $b\ne 0$, $c\ne 0$이다.

또한 a와 b의 부호가 같으므로 a와 c의 부호는 다르다. 즉, $\frac{c}{a}<0$ 이다.

따라서 일차함수 $y=\frac{a}{b}x+\frac{c}{a}$의 그래프는 제1, 3, 4사분면을 지나므로 지나지 않는 사분면은 제2사분면이다.

21 일차함수 $y=-ax+2ab$의 그래프가 제1, 3, 4사분면을 지나므로

(기울기)>0, (y절편)<0

즉, $-a>0$, $2ab<0$이므로

$a<0$, $b>0$

$ax-2a>bx-2b$에서 $(a-b)x>2(a-b)$

$a<0$, $b>0$에서 $a-b<0$이므로 $x<2$

따라서 $ax-2a>bx-2b$를 만족시키는 가장 큰 정수 x의 값은 1이다.

22 주어진 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 기울기가 음수, y절편이 양수이므로

$a<0$, $b>0$

또 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$을 지나므로

$\frac{1}{2}a+b=0$, $b=-\frac{1}{2}a$

$y=(a-b)x+a+b$에 $b=-\frac{1}{2}a$, 즉 $a=-2b$를 대입하면

$y=-3bx-b$

① x절편은 $-\frac{1}{3}$이다.

② y절편은 $-b<0$이므로 음수이다.

③ $y=-3bx-b$에서 $x=-2$일 때
$y=6b-b=5b$이므로 점 $(-2, 5b)$를 지난다.

④ $y=-3bx-b$의 그래프의 기울기는 $-3b<0$이므로 음수이다.
즉, 기울기가 음수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.

⑤ $y=(a-b)x+a+b=\left(a+\frac{1}{2}a\right)x+\frac{1}{2}a=\frac{3}{2}ax+\frac{1}{2}a$이므로 일차함수 $y=\frac{3}{2}ax$의 그래프를 평행이동한 직선이다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

23 주어진 그래프의 기울기는 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이고 y절편은 2이다.

ㄱ. 기울기가 같지 않으므로 평행하지 않다.

ㄴ. 기울기는 $\frac{1-5}{-8-0}=\frac{1}{2}$이고 y절편은 5, 즉 기울기는 같고 y절편은 같지 않으므로 평행하다.

ㄷ. 두 점 $(6, 0)$, $(0, -3)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{-3-0}{0-6}=\frac{1}{2}$이고 y절편은 -3이다.
즉, 기울기는 같고 y절편은 같지 않으므로 평행하다.

따라서 주어진 일차함수의 그래프와 평행한 직선은 ㄴ, ㄷ 이다.

24 두 일차함수의 그래프가 평행하므로 $a=2$

일차함수 $y=2x-4$의 그래프의 x절편이 2이므로 $\mathrm{A}(2, 0)$

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=4$이고 점 B가 x축 위에 있으므로

$\mathrm{B}(-2, 0)$ 또는 $\mathrm{B}(6, 0)$

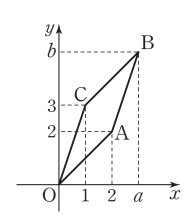
(i) $\mathrm{B}(-2, 0)$일 때
일차함수 $y=2x+b$의 그래프가 점 $(-2, 0)$을 지나므로
$0=-4+b$, $b=4$

(ii) $\mathrm{B}(6, 0)$일 때
일차함수 $y=2x+b$의 그래프가 점 $(6, 0)$을 지나므로
$0=12+b$, $b=-12$

(i), (ii)에서 $a-b=-2$ 또는 $a-b=14$이므로

가장 큰 값은 14이다.

25 오른쪽 그림에서 사각형 OABC는 평행사변형이므로



$\overline{\mathrm{OA}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CB}}$, $\overline{\mathrm{OC}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{AB}}$

$\overline{\mathrm{OA}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CB}}$에서 $\frac{2-0}{2-0}=\frac{b-3}{a-1}$

$a-1=b-3$, $a-b=-2$ ...... ㉠

$\overline{\mathrm{OC}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{AB}}$에서 $\frac{3-0}{1-0}=\frac{b-2}{a-2}$

$3(a-2)=b-2$, $3a-b=4$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=5$

따라서 $a+b=8$

26 (가)에 의하여 $a=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=7$

(나)에 의하여 두 일차함수 $y=mx-2$와 $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 같으므로 $b=-2$

따라서 $a+b=7+(-2)=5$

27 점 B를 지나는 직선의 기울기를 a, 두 직선의 y절편을 b라 하면 두 일차함수의 식은 각각 $y=\dfrac{2}{3}x+b$, $y=ax+b$이다.

세 점 A, B, C의 x좌표를 k $(k>0)$라 하면

$A\left(k,\ \dfrac{2}{3}k+b\right)$, $B(k,\ ak+b)$, $C(k,\ 0)$

이때 $3\overline{AB}=4\overline{OC}$이므로

$3\left\{\left(\dfrac{2}{3}k+b\right)-(ak+b)\right\}=4k$

$3\left(\dfrac{2}{3}-a\right)k=4k$, $\dfrac{2}{3}-a=\dfrac{4}{3}$, $a=-\dfrac{2}{3}$

따라서 점 B를 지나는 직선의 기울기는 $-\dfrac{2}{3}$이다.

28 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 A, C를 지나면 x의 값이 $2k(k>0)$만큼 증가할 때 y의 값은 k만큼 감소하므로 기울기는

$a=-\dfrac{k}{2k}=-\dfrac{1}{2}$

즉, 일차함수 $y=-\dfrac{1}{2}x+b$의 그래프가 점 $C(3,\ 3)$을 지나므로

$3=-\dfrac{3}{2}+b$, $b=\dfrac{9}{2}$

따라서 일차함수 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{9}{2}$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ⑤이다.

29 두 점 $(0,\ 0)$, $(3,\ 9)$를 지나는 직선의 방정식은

$y=3x$

두 점 $(3,\ 9)$, $(9,\ 0)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=\dfrac{0-9}{9-3}(x-9)$, $y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{27}{2}$

점 A는 직선 $y=3x$ 위에 있으므로 $A(k,\ 3k)(k>0)$라 하면 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 $3k$인 정사각형이다.

$D(4k,\ 3k)$이고 직선 $y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{27}{2}$이 점 D를 지나므로

$3k=-6k+\dfrac{27}{2}$, $k=\dfrac{3}{2}$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 $3k=\dfrac{9}{2}$이므로 사각형 ABCD의 넓이는 $\dfrac{81}{4}$이다.

30 일차함수의 그래프의 x절편이 -2이므로 점 $(-2,\ 0)$을 지난다.

즉, 세 점 $(2,\ -12)$, $(a,\ 6)$, $(-2,\ 0)$ 중 어느 두 점을 지나는 직선의 기울기가 모두 같으므로

$\dfrac{6-(-12)}{a-2}=\dfrac{0-(-12)}{-2-2}$, $\dfrac{18}{a-2}=-3$

$a-2=-6$, $a=-4$

이 일차함수의 그래프의 기울기는 -3이므로 일차함수의 식을 $y=-3x+n$이라 하면 이 그래프가 점 $(-2,\ 0)$을 지나므로

$0=6+n$, $n=-6$

즉, 일차함수 $y=-3x-6$의 그래프가 점 $(1,\ b)$를 지나므로

$b=-3-6=-9$

따라서 $2a-b=-8+9=1$

31 두 점 $(-1,\ 2)$, $(1,\ k)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기와 두 점 $(1,\ k)$, $(2,\ 2k-6)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 같으므로

$\dfrac{k-2}{2}=\dfrac{k-6}{1}$, $k-2=2k-12$, $k=10$

이때 세 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\dfrac{10-2}{2}=4$

일차함수 $y=4x+a$의 그래프가 점 $(-1,\ 2)$를 지나므로

$2=-4+a$, $a=6$

따라서 직선 $y=4x+6$이 x축과 만나는 점은 $\left(-\dfrac{3}{2},\ 0\right)$, y축과 만나는 점은 $(0,\ 6)$이므로 직선과 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

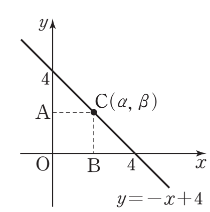
$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times6=\dfrac{9}{2}$

32 일차함수 $y=3x-12$의 그래프의 x절편은 4,

일차함수 $y=-\dfrac{2}{3}x+4$의 그래프의 y절편은 4이므로

두 점 $(4,\ 0)$, $(0,\ 4)$를 지나는 일차함수의 그래프의 식은

$y=-x+4$



오른쪽 그림과 같이 $y=-x+4$의 그래프의 제1사분면 위의 점을 $C(\alpha,\ \beta)$라 하면

$A(0,\ \beta)$, $B(\alpha,\ 0)$

이때 사각형 AOBC가 정사각형이므로

$\alpha=\beta$

즉, 점 $(\alpha,\ \alpha)$는 $y=-x+4$의 그래프 위의 점이므로

$\alpha=-\alpha+4$, $\alpha=2$

따라서 점 C의 좌표는 $(2,\ 2)$이다.

33 주어진 직선은 기울기가 $\dfrac{3-0}{280-70}=\dfrac{1}{70}$이고 점 $(70,\ 0)$을 지나므로 x와 y 사이의 관계식을 $y=\dfrac{1}{70}x+b$라 하고

$x=70$, $y=0$을 대입하면

$0=1+b$, $b=-1$

따라서 주어진 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$y=\dfrac{1}{70}x-1$ …… ❶

비행기에 화물, 사람, 연료를 합한 무게가 1000 kg이 되도록 비행할 때, 화물과 사람의 무게가 각각 173 kg, 337 kg이면 연료의 무게는

$1000-(173+337)=490$ (kg) …… ❷

즉, $x=490$일 때이므로

$y=\dfrac{1}{70}\times490-1=6$

따라서 최대 비행 시간은 6시간이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ x와 y 사이의 관계식 구하기	40 %
❷ 연료의 무게 구하기	30 %
❸ 최대 비행 시간 구하기	30 %

34 t초 후의 사각형 PBQD의 넓이는 사각형 ABCD의 넓이의 $\frac{3}{5}$이므로

$\frac{3}{5}\times 40\times 45=1080(\text{cm}^2)$

$\overline{\text{BD}}$를 그으면 □PBQD=△PBD+△QBD

$\overline{\text{PB}}=4t$, $\overline{\text{BQ}}=3t$라 하면

□PBQD=△PBD+△QBD

$=\frac{1}{2}\times 4t\times 40+\frac{1}{2}\times 3t\times 45$

$=80t+\frac{135}{2}t=\frac{295}{2}t$

이때 $\frac{295}{2}t=1080$이므로 $t=\frac{432}{59}$

35 P 지점을 지난 지 1시간 후에 자동차는 A 지점으로부터 90 km 떨어진 지점에 있었고, 1시간 30분 후에는 A 지점으로부터 130 km 떨어진 지점에 있었으므로 이 자동차는 30분 동안 40 km를 이동하였다.

자동차의 속력은 시속 $40\div\frac{1}{2}=80(\text{km})$이다.

P 지점이 A 지점으로부터 x km 떨어져 있다고 하면 자동차가 P 지점을 지난 지 1시간 후에 자동차는 A 지점으로부터 90 km 떨어진 지점에 있었으므로

$90=80\times 1+x$, $x=10$

따라서 P 지점은 A 지점으로부터 10 km 떨어져 있다.

36 물통 A는 80 L까지 초당 8 L씩 10초 동안 감소하고 그 이후는 초당 4 L씩 20초 동안 감소한다.

물통 B는 초당 5 L씩 일정하게 증가하므로 두 물통의 10초 이후 t초 동안 물의 양의 변화는

물통 A의 물의 양 : $80-4t$

물통 B의 물의 양 : $50+5t$

두 물통의 물의 높이가 같으므로 $80-4t=50+5t$

$9t=30$, $t=\frac{10}{3}$

따라서 두 물통의 물의 높이가 같아질 때까지 걸린 시간은

$10+\frac{10}{3}=\frac{40}{3}$(초)

6. 일차함수와 일차방정식

필수 확인 문제

100~103쪽

1 ①	**2** 6	**3** 1	**4** $(-4, -6)$	
5 ③, ⑤	**6** 4	**7** ㄴ, ㄹ	**8** ①, ④	**9** 2
10 4	**11** $-5<k<4$		**12** $\frac{7}{4}$	**13** ①
14 4	**15** $\frac{9}{2}$	**16** 6	**17** -9	**18** -8
19 -2	**20** 3	**21** ③	**22** 9	**23** 2
24 ③				

1 $3x-y-1=0$에서 $y=3x-1$이므로

① y절편은 -1이다.

② 일차함수 $y=3x$의 그래프와 평행하다.

③ 일차함수 $y=3x-1$의 그래프와 일치한다.

④ x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값은 3만큼 증가한다.

⑤ 제2사분면을 지나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ①이다.

2 $2x+by-5=0$에 $x=1$, $y=1$을 대입하면

$2+b-5=0$이므로 $b=3$

$2x+3y-5=0$에 $x=-2$, $y=a$를 대입하면

$-4+3a-5=0$이므로 $3a=9$, $a=3$

따라서 $a+b=3+3=6$

3 $ax+y+b=0$에서 $y=-ax-b$

두 점 $(-2, -1)$, $(1, 5)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{5-(-1)}{1-(-2)}=2$

소윤이가 그린 직선의 방정식을 $y=2x+c$라 하면

이 직선이 점 $(1, 5)$를 지나므로 $5=2+c$에서 $c=3$

즉, 소윤이가 그린 직선의 방정식은 $y=2x+3$이므로

소윤이가 제대로 본 b의 값은 -3이다.

두 점 $(2, 4)$, $(4, -2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{(-2)-4}{4-2}=-3$

이때 도윤이는 a를 제대로 보았으므로 $-a=-3$에서 $a=3$

따라서 일차방정식 $3x+y-3=0$의 그래프가

점 $(k, 0)$을 지나므로 $3k+0-3=0$에서 $k=1$

4 점 $(3, -6)$을 지나면서 x축에 평행한 직선은 $y=-6$

점 $(-4, 5)$를 지나면서 y축에 평행한 직선은 $x=-4$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(-4, -6)$

5 $4+2y=0$에서 $y=-2$이므로

① 점 $(3, -2)$를 지난다.

② 직선 $x=3$과 수직으로 만난다.

④ 직선 $y=2$와 평행하다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

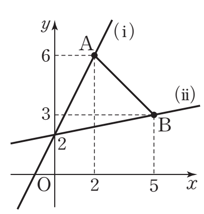
6 네 직선으로 둘러싸인 부분은 가로의 길이가 $2k$이고 세로의 길이가 7인 직사각형이므로 넓이는 $14k=56$
따라서 $k=4$

7 $2x+ay-b=0$에서 $y=-\frac{2}{a}x+\frac{b}{a}$
주어진 그래프에서 (기울기)>0, (y절편)<0이므로
$-\frac{2}{a}>0$, $\frac{b}{a}<0$, 즉 $a<0$, $b>0$
ㄷ. $ab<0$ ㅁ. $\frac{b}{2a}<0$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

8 $ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$
주어진 그래프에서 (기울기)<0, (y절편)<0이므로
$-\frac{a}{b}<0$, $-\frac{c}{b}<0$
즉, $\frac{a}{b}>0$, $\frac{c}{b}>0$이므로 a, b, c의 부호는 모두 같다.
따라서 $a>0$, $b>0$, $c>0$ 또는 $a<0$, $b<0$, $c<0$이므로
옳은 것은 ①, ④이다.

9 $x=-1$, $y=-2$를 $ax-y+b=0$에 대입하면
$-a+2+b=0$이므로 $b=a-2$
일차방정식 $y=ax+b=ax+(a-2)$의 그래프가 제2사분면을 지나지 않기 위해서는
$a>0$, $a-2\leq0$
따라서 $0<a\leq2$를 만족시키는 정수 a는 1, 2의 2개이다.

10 (i) 직선 $y=ax+2$가 점 A를 지날 때
$6=2a+2$이므로 $a=2$
(ii) 직선 $y=ax+2$가 점 B를 지날 때
$3=5a+2$이므로 $a=\frac{1}{5}$

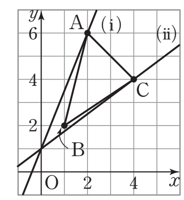


(i), (ii)에서 $\frac{1}{5}\leq a\leq2$
따라서 $m=\frac{1}{5}$, $n=2$이므로
$10m+n=10\times\frac{1}{5}+2=4$

참고
직선 $y=ax+2$는 a의 값에 관계없이 항상 점 $(0, 2)$를 지난다.

11 (i) 일차방정식 $x+2y-k=0$의 그래프가 점 $(0, 2)$를 지날 때
$x=0$, $y=2$를 대입하면
$0+4-k=0$이므로 $k=4$
(ii) 일차방정식 $x+2y-k=0$의 그래프가 점 $(-5, 0)$을 지날 때
$x=-5$, $y=0$을 대입하면
$-5+0-k=0$이므로 $k=-5$
(i), (ii)에서 $-5<k<4$

12 (i) 직선 $y=ax+1$이 점 A를 지날 때
$6=2a+1$이므로 $a=\frac{5}{2}$
(ii) 직선 $y=ax+1$이 점 C를 지날 때
$4=4a+1$이므로 $a=\frac{3}{4}$



(i), (ii)에서 $\frac{3}{4}\leq a\leq\frac{5}{2}$이므로 상수 a의 최댓값과 최솟값의 차는
$\frac{5}{2}-\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$

참고
직선 $y=ax+1$이 점 B를 지날 때의 기울기는 (ii)의 기울기보다 크고 (i)의 기울기보다 작으므로 점 B를 지나는 경우에는 a가 최댓값 또는 최솟값을 갖지 않는다.

13 연립방정식 $\begin{cases} x+y-6=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y+9=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서
㉠+㉡을 하면 $3x+3=0$, $x=-1$
$x=-1$을 ㉠에 대입하면
$-1+y-6=0$, $y=7$
따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(-1, 7)$이므로 점 $(-1, 7)$을 지나고 x축에 수직인 직선의 방정식은 $x=-1$이다.

14 $5x-y+3=0$에서 $y=5x+3$이므로 y절편은 3이다.
일차함수 $y=kx+k-1$의 그래프가 일차방정식 $5x-y+3=0$의 그래프와 y축 위에서 만나므로 일차함수 $y=kx+k-1$의 y절편은 3이다.
따라서 $k-1=3$이므로 $k=4$

15 두 직선이 점 $(2, -2)$를 지나므로 각 직선의 방정식에 $x=2$, $y=-2$를 대입하면
$2-2a=6$, $2b-2=4$이므로 $a=-2$, $b=3$
따라서 일차함수 $y=ax+b$, 즉 $y=-2x+3$의 그래프의 x절편은 $\frac{3}{2}$, y절편은 3이므로
x절편과 y절편의 곱은 $\frac{3}{2}\times3=\frac{9}{2}$

16 연립방정식 $\begin{cases} x-y+1=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y-1=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서
㉠−㉡을 하면 $-x+2=0$, $x=2$
$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2-y+1=0$, $y=3$
따라서 두 그래프의 교점의 좌표는 $(2, 3)$이고 이 점이 직선 $y=ax-9$ 위의 점이므로
$x=2$, $y=3$을 대입하면
$3=2a-9$, $2a=12$, $a=6$

17 세 직선 중 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선이 삼각형을 만들지 않는 경우는 세 직선이 한 점에서 만날 때이다.
연립방정식 $\begin{cases} 2x+4y+1=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y-4=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서
㉠−㉡을 하면 $5y+5=0$, $y=-1$
$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $2x-4+1=0$, $2x=3$, $x=\frac{3}{2}$

즉, 두 직선의 교점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$이다.

따라서 직선 $4x-3y+a=0$이 점 $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$을 지나므로

$6+3+a=0$, $a=-9$

참고

세 직선 $2x+4y+1=0$, $2x-y-4=0$, $4x-3y+a=0$의 기울기는 각각 $-\frac{1}{2}$, 2, $\frac{4}{3}$이므로 어느 두 직선도 평행하지 않다.

18 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠+㉡을 하면 $4x=8$, $x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2+2y=3$, $2y=1$, $y=\frac{1}{2}$

즉, 네 직선의 교점의 좌표는 $\left(2, \frac{1}{2}\right)$이다. ······ ❶

따라서 직선 $ax-6y=1$이 점 $\left(2, \frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$2a-3=1$, $2a=4$, $a=2$ ······ ❷

또 직선 $-x+by=-7$이 점 $\left(2, \frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$-2+\frac{1}{2}b=-7$, $\frac{1}{2}b=-5$, $b=-10$ ······ ❸

따라서 $a+b=2-10=-8$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ 네 직선의 교점의 좌표 구하기	30 %
❷ a의 값 구하기	30 %
❸ b의 값 구하기	30 %
❹ $a+b$의 값 구하기	10 %

19 $2x-ay=2$에서 $y=\frac{2}{a}x-\frac{2}{a}$

$bx+y=-1$에서 $y=-bx-1$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$\frac{2}{a}=-b$, $-\frac{2}{a}=-1$

따라서 $a=2$, $b=-1$이므로

$a+4b=2-4=-2$

20 $4x+3y=2$에서 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{2}{3}$

$(3k-1)x+6y=7$에서 $y=-\frac{3k-1}{6}x+\frac{7}{6}$

두 직선의 기울기는 같고 y절편은 다르면 연립방정식의 해가 존재하지 않으므로

$-\frac{4}{3}=-\frac{3k-1}{6}$, $\frac{2}{3}\neq\frac{7}{6}$이어야 한다.

따라서 $3k-1=8$이므로 $k=3$

21 $x+2y=4$에서 $y=-\frac{1}{2}x+2$

$ax-4y=b$에서 $y=\frac{a}{4}x-\frac{b}{4}$

두 그래프의 교점이 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$-\frac{1}{2}=\frac{a}{4}$, $2=-\frac{b}{4}$

따라서 직선 $y=ax+b$에서 $a=-2$, $b=-8$이므로

$y=-2x-8$

① y축의 방향으로 8만큼 평행이동하면 $y=-2x-8+8$, 즉 $y=-2x$이므로 원점을 지난다.

② x절편은 -4, y절편은 -8이므로 모두 음수이다.

③ 제1사분면을 지나지 않는다.

④ 기울기가 -2, y절편이 -8이므로 기울기가 y절편보다 크다.

⑤ 기울기가 음수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.

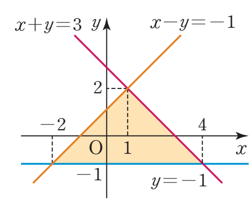
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

22 두 직선 $x+y=3$과 $y=-1$의 교점의 좌표는 $(4, -1)$

두 직선 $x-y=-1$과 $y=-1$의 교점의 좌표는 $(-2, -1)$

두 직선 $x+y=3$, $x-y=-1$의 교점의 좌표는 $(1, 2)$

따라서 세 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같으므로

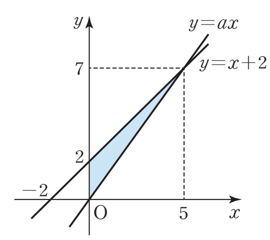


구하는 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times3=9$

23 (ⅰ) $a>1$일 때

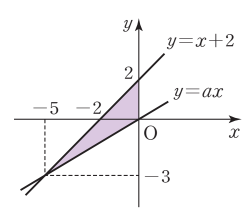
두 직선 $y=x+2$, $y=ax$가 제1사분면에서 만나고 두 직선과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 5이므로 교점의 x좌표는 5가 되어야 한다.



이때 교점의 y좌표는 7이므로 $a=\frac{7}{5}$

(ⅱ) $0<a<1$일 때

두 직선 $y=x+2$, $y=ax$가 제3사분면에서 만나고 두 직선과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 5이므로 교점의 x좌표는 -5가 되어야 한다.



이때 교점의 y좌표는 -3이므로 $a=\frac{3}{5}$

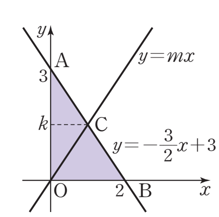
(ⅲ) $a\leq0$일 때

두 직선 $y=x+2$, $y=ax$와 y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이의 최댓값은 2이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 모든 상수 a의 값의 합은

$\frac{7}{5}+\frac{3}{5}=2$

24 오른쪽 그림에서



$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times2\times3=3$이므로

삼각형 COB의 넓이는

$\frac{1}{2}\triangle AOB=\frac{3}{2}$

즉, 점 C의 y좌표를 k라 하면

삼각형 COB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2\times k=\frac{3}{2}$, $k=\frac{3}{2}$

이때 점 C의 x좌표는 $y=\frac{3}{2}$을 $y=-\frac{3}{2}x+3$에 대입하면

$\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}x+3$, $\frac{3}{2}x=\frac{3}{2}$, $x=1$

따라서 직선 $y=mx$가 점 $\left(1, \frac{3}{2}\right)$을 지나므로 $m=\frac{3}{2}$

고난도 대표 유형

104~107쪽

1 -1	2 2개	3 10	4 제3사분면	5 1
6 5	7 $\frac{9}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{25}{2}$	10 7
11 $-\frac{15}{7}$	12 20개월			

1 y절편이 1이고 점 $(4, 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=mx+1$이라 하면

$5=4m+1$, $m=1$

점 $A(a+1, b)$가 직선 $y=x+1$ 위의 점이므로

$b=a+1+1=a+2$

두 점 $A(a+1, a+2)$, $B(2a-1, -a)$를 지나는 직선의 기울기가 4이므로

$\frac{-a-(a+2)}{2a-1-(a+1)}=4$, $\frac{-2a-2}{a-2}=4$

즉, $4a-8=-2a-2$이므로 $6a=6$, $a=1$

$a=1$을 $b=a+2$에 대입하면 $b=3$

따라서 점 A의 좌표가 $(2, 3)$이므로

$y=4x+k$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$3=8+k$, $k=-5$

따라서 $a+b+k=1+3-5=-1$

2 x절편을 a, y절편을 b라 하면 구하는 직선의 방정식은

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

이 직선이 점 $(1, 3)$을 지나므로

$\frac{1}{a}+\frac{3}{b}=1$에서 $b+3a=ab$

즉, $3a=ab-b=b(a-1)$이므로

$b=\frac{3a}{a-1}=3+\frac{3}{a-1}$

$a=2$일 때 $b=6$, $a=4$일 때 $b=4$

이 경우 a, b 모두 자연수가 된다.

따라서 구하는 직선은 2개이다.

3 두 일차방정식 $ax-2y+6a=0$, $x=2$의 그래프의 교점을 A, 일차방정식 $ax-2y+6a=0$의 그래프가 x축과 만나는 점을 B라 하자.

$x=2$를 $ax-2y+6a=0$에 대입하면

$2a-2y+6a=0$, $2y=8a$

즉, $y=4a$이므로 $A(2, 4a)$

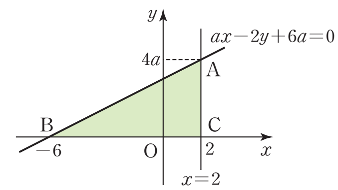
$y=0$을 $ax-2y+6a=0$에 대입하면

$ax+6a=0$, $ax=-6a$

즉, $x=-6$이므로 $B(-6, 0)$

일차방정식 $x=2$의 그래프가 x축과 만나는 점을 C라 하면

$C(2, 0)$



이때 삼각형 ABC의 넓이는 20이므로

$20=\frac{1}{2}\times8\times4a$, $a=\frac{5}{4}$

따라서 $8a=8\times\frac{5}{4}=10$

4 일차방정식 $ax+y=b$를 그래프로 하는 일차함수의 식은

$y=-ax+b$이므로 기울기는 $-a$, y절편은 b이다.

주어진 그래프의 기울기는 양수, y절편은 음수이므로

$-a>0$, $b<0$에서 $a<0$, $b<0$ ······ ㉠

일차방정식 $abx+2y-\frac{b}{a}=0$을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$y=-\frac{ab}{2}x+\frac{b}{2a}$이므로 기울기는 $-\frac{ab}{2}$, y절편은 $\frac{b}{2a}$이다.

㉠에 의하여 $-\frac{ab}{2}<0$, $\frac{b}{2a}>0$이므로

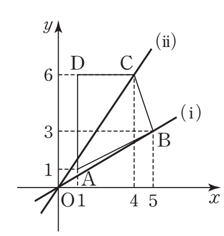
일차함수 $y=-\frac{ab}{2}x+\frac{b}{2a}$의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

5 (i) 직선 $y=ax$가 점 $B(5, 3)$을 지날 때

$3=5a$이므로 $a=\frac{3}{5}$

(ii) 직선 $y=ax$가 점 $C(4, 6)$을 지날 때

$6=4a$이므로 $a=\frac{3}{2}$



(i), (ii)에서 $\frac{3}{5}\le a\le\frac{3}{2}$이므로 정수 a의 값은 1이다.

6 연립방정식 $\begin{cases} x-y+2a=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠−㉡을 하면

$-2x+2a=0$, $2x=2a$, $x=a$

$x=a$를 ㉡에 대입하면

$3a-y=0$, $y=3a$

즉, 점 A의 좌표는 $(a, 3a)$이다.

$x-y+2a=0$에서 $y=x+2a$이므로 그래프의 y절편은 $2a$이다.

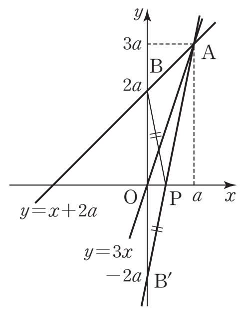
즉, B의 좌표는 $(0, 2a)$이다.

점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 $\mathrm{B'}$이라 하면

$\mathrm{B'}(0,\ -2a)$

이때 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{B'P}}\ge\overline{\mathrm{AB'}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 값이 최소가 되는 x축 위의 점 P는 두 점 A, $\mathrm{B'}$을 지나는 직선이 x축과 만나는 점이다.



두 점 A, $\mathrm{B'}$을 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{-2a-3a}{0-a}=5$이고

y절편은 $-2a$이므로 직선의 방정식은 $y=5x-2a$이다.

따라서 점 $\mathrm{P}(2,\ 0)$이 직선 $\mathrm{AB'}$ 위에 있으므로

$0=10-2a,\ a=5$

7 연립방정식 $\begin{cases}5x-y+7=0 & \cdots\cdots ㉠\\ x+2y-3=0 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$에서

㉠$\times2+$㉡을 하면 $11x+11=0,\ x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면 $-5-y+7=0,\ y=2$

점 $(-1,\ 2)$는 두 직선 $5x-y+7=0,\ x+2y-3=0$의 교점이다.

직선 $y=\dfrac{2}{3}x+1$의 x절편을 구하면

$y=0$일 때 $x=-\dfrac{3}{2}$이므로

직선 l은 두 점 $(-1,\ 2)$, $\left(-\dfrac{3}{2},\ 0\right)$을 지난다.

$(\text{기울기})=\dfrac{0-2}{-\dfrac{3}{2}-(-1)}=4$이므로

직선 l의 방정식을 $y=4x+k$라 하면

점 $(-1,\ 2)$를 지나므로 $2=-4+k,\ k=6$

따라서 직선 $y=4x+6$은 두 점 $\left(-\dfrac{3}{2},\ 0\right)$, $(0,\ 6)$을 지나므로

직선 l과 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times6=\dfrac{9}{2}$

8 (i) 세 직선 중 두 직선이 평행한 경우

두 직선 $x-y+1=0,\ ax+y-2=0$이 평행하거나 두 직선 $3x+y+7=0,\ ax+y-2=0$이 평행해야 하므로

$a=-1$ 또는 $a=3$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

두 직선 $x-y+1=0,\ 3x+y+7=0$의 교점을 직선 $ax+y-2=0$이 지나야 하므로

연립방정식 $\begin{cases}x-y+1=0 & \cdots\cdots ㉠\\ 3x+y+7=0 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$에서

㉠+㉡을 하면 $4x+8=0,\ x=-2$

$x=-2$를 ㉠에 대입하면

$-2-y+1=0,\ y=-1$

$x=-2,\ y=-1$을 $ax+y-2=0$에 대입하면

$-2a-1-2=0,\ a=-\dfrac{3}{2}$

(i), (ii)에서 구하는 모든 상수 a의 값의 합은

$(-1)+3+\left(-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$

9 연립방정식의 해가 무수히 많으려면 두 일차방정식의 그래프가 일치해야 하므로 기울기와 y절편이 각각 같아야 한다.

$\dfrac{5}{a}=-\dfrac{2}{b}=\dfrac{3}{6}$에서 $a=10,\ b=-4$

일차함수 $y=bx-a$, 즉 $y=-4x-10$의 그래프의 x절편은 $-\dfrac{5}{2}$이고 y절편은 -10이다.

따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{2}\times10=\dfrac{25}{2}$

10 연립방정식 $\begin{cases}ax-y=b & \cdots\cdots ㉠\\ bx-y=a & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$에서

㉠$-$㉡을 하면 $(a-b)x=b-a$

이때 $a\ne b$이므로 $x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면 $-a-y=b,\ y=-a-b$

연립방정식의 해가 $x=k,\ y=6$이므로

$k=-1,\ a+b=-6$ $\cdots\cdots$ ㉢

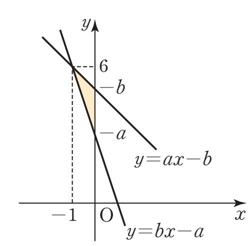
즉, 연립방정식의 해는 $x=-1,\ y=6$

$ax-y=b$에서 $y=ax-b$이므로 y절편이 $-b$이고, $bx-y=a$에서 $y=bx-a$이므로 y절편이 $-a$이다.

두 일차방정식 $ax-y=b$, $bx-y=a$의 그래프와 y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4이므로

$\dfrac{1}{2}\times\{-b-(-a)\}\times1=4$

$a-b=8$ $\cdots\cdots$ ㉣



㉢, ㉣을 연립하여 풀면

$a=1,\ b=-7$

따라서 $kab=-1\times1\times(-7)=7$

11 두 직선 $3x-y-9=0,\ x+2y-3=0$의 그래프의 x절편이 3이므로 두 그래프는 x축 위의 점 $\mathrm{C}(3,\ 0)$에서 만난다.

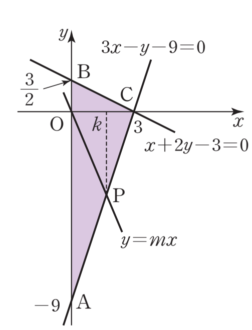
두 직선 $3x-y-9=0,\ x+2y-3=0$의 그래프가 y축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하면

$\mathrm{A}(0,\ -9)$, $\mathrm{B}\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$

세 직선으로 둘러싸인 도형은 삼각형 ABC이므로 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{3}{2}-(-9)\right\}\times3=\dfrac{63}{4}$

삼각형 OBC의 넓이는 $\dfrac{9}{4}$이고, 이 넓이는 삼각형 ABC의 넓이의 절반보다 작으므로 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선 $y=mx$의 기울기는 음수이다.



직선 $y=mx$와 직선 $3x-y-9=0$의 교점 P의 좌표를 $(k,\ mk)(k>0)$라 하자.
이때 삼각형 OAP의 넓이가 삼각형 ABC의 넓이의 절반이므로
$\frac{1}{2}\times 9\times k=\frac{1}{2}\times\frac{63}{4},\ k=\frac{7}{4}$
직선 $3x-y-9=0$이 점 $\mathrm{P}\left(\frac{7}{4},\ \frac{7}{4}m\right)$을 지나므로
$\frac{21}{4}-\frac{7}{4}m-9=0,\ \frac{7}{4}m=-\frac{15}{4},\ m=-\frac{15}{7}$
따라서 구하는 직선의 기울기는 $-\frac{15}{7}$이다.

12 x개월 동안 공장을 운영할 때의 수익을 y억 원이라 하면 수익이 매월 3억 원씩 증가하므로 수익을 나타내는 일차함수 그래프의 기울기는 3이다.
즉, 수익을 나타내는 일차함수의 식은
$y=3x$ …… ㉠
또 기업이 공장 운영을 시작할 때 20억 원의 초기 생산 비용이 들었고 생산 비용은 매월 2억 원씩 증가하므로 생산 비용을 나타내는 일차함수의 그래프의 기울기는 2, y절편은 20이다.
즉, 생산 비용을 나타내는 일차함수의 식은
$y=2x+20$ …… ㉡
생산 비용과 수익이 같아지는 때는 두 일차함수의 그래프의 교점의 x좌표와 같으므로
㉠을 ㉡에 대입하면 $3x=2x+20,\ x=20$
$x=20$을 ㉠에 대입하면 $y=60$
따라서 수익이 생산 비용 이상이 되려면 최소 20개월 동안 공장을 운영해야 한다.

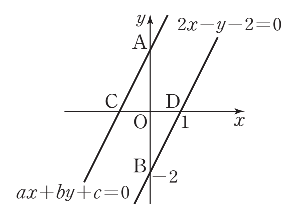
고난도 실전 문제 108~111쪽

1 6	**2** 8	**3** 2	**4** -11	**5** 1
6 $-\frac{23}{3}$	**7** ②	**8** 제3사분면	**9** ⑤	
10 $a<-\frac{3}{4}$ 또는 $a>1$	**11** -1	**12** ①	**13** -4	
14 $(-5,\ 0)$	**15** 제2사분면		**16** $y=2$	**17** 0
18 2	**19** $\frac{1}{5}$	**20** -2	**21** 3배	
22 6	**23** $-\frac{1}{4}$	**24** 16분		

1 두 점 $(-2,\ 1),\ (0,\ 2)$를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{2-1}{0-(-2)}=\frac{1}{2}$
구하는 직선의 방정식을 $y=\frac{1}{2}x+k$라 하면
점 $(-8,\ 0)$을 지나므로 $0=-4+k,\ k=4$
즉, $y=\frac{1}{2}x+4$이므로 $x-2y+8=0$
따라서 $a=-2,\ b=8$이므로 $a+b=-2+8=6$

2 일차방정식 $2x+y-6=0$의 그래프가 x축과 만나는 점은 $(3,\ 0)$, y축과 만나는 점은 $\mathrm{A}(0,\ 6)$이다.
이때 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$이므로 $\mathrm{B}(0,\ -6)$
또 두 일차방정식 $ax-y+b=0$과 $2x+y-6=0$의 그래프는 x축에서 만나므로 일차방정식 $ax-y+b=0$, 즉 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 두 점 $(3,\ 0),\ (0,\ -6)$을 지난다.
따라서 기울기는 $a=\frac{-6-0}{0-3}=2$, y절편은 $b=-6$이므로
$a-b=2-(-6)=8$

3 직선 $2x-y-2=0$의 x절편은 1, y절편은 -2이고, 직선 $ax+by+c=0$, 즉 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$에서 $bc<0$이므로
$(y\text{절편})=-\frac{c}{b}>0$
오른쪽 그래프에서 $\overline{\mathrm{AB}}=4$,
$\overline{\mathrm{OB}}=2$이므로 $\overline{\mathrm{OA}}=2$
또 두 그래프가 평행하므로
$\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OD}}$
따라서 $\overline{\mathrm{CD}}=2\overline{\mathrm{OD}}=2\times 1=2$



참고
직선 $ax+by+c=0$의 기울기는 $\frac{\overline{\mathrm{OA}}}{\overline{\mathrm{OC}}}$, 직선 $2x-y-2=0$의 기울기는 $\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OD}}}$이고, 두 직선의 기울기가 같으므로 $\frac{\overline{\mathrm{OA}}}{\overline{\mathrm{OC}}}=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OD}}}$
이때 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=2$이므로 $\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OD}}$이다.

4 직선 $y=\frac{1}{4}x-3$의 x절편은 12, 직선 $y=7x-6$의 y절편은 -6이므로 점 $(1,\ k)$를 지나는 직선의 x절편은 12, y절편은 -6이다.
이 직선은 두 점 $(12,\ 0),\ (0,\ -6)$을 지나므로
$(\text{기울기})=\frac{-6-0}{0-12}=\frac{1}{2}$
이때 y절편은 -6이므로 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{2}x-6$
이 직선이 점 $(1,\ k)$를 지나므로 $k=\frac{1}{2}-6=-\frac{11}{2}$
따라서 $2k=-11$

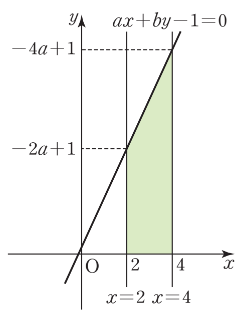
5 두 점 $(-3a+7,\ -4),\ (b-4,\ 2a)$를 지나는 직선은 직선 $x=2$에 평행하므로 y축에 평행한 직선이다.
즉, $-3a+7=b-4$이므로 $3a+b=11$ …… ㉠
두 점 $(2a,\ a-4),\ (3,\ b+5)$를 지나는 직선은 y축에 수직이므로 x축에 평행한 직선이다.
즉, $a-4=b+5$이므로 $a-b=9$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=5,\ b=-4$
따라서 $a+b=5-4=1$

참고
x축에 평행한 직선 위의 두 점의 y좌표는 같고, y축에 평행한 직선 위의 두 점의 x좌표는 같다.

6 $x=2$를 $ax+y-1=0$에 대입하면 $y=-2a+1$

$x=4$를 $ax+y-1=0$에 대입하면 $y=-4a+1$

네 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같이 밑변의 길이가 $-4a+1$, 윗변의 길이가 $-2a+1$, 높이가 2인 사다리꼴이 된다.



이때 네 직선으로 둘러싸인 사다리꼴의 넓이가 48이므로

$\frac{1}{2}\{(-2a+1)+(-4a+1)\}\times 2$

$=48$

$-6a+2=48$, $6a=-46$, $a=-\frac{23}{3}$

7 $ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

(기울기)$=-\frac{a}{b}>0$, (y절편)$=-\frac{c}{b}>0$이므로 $\frac{a}{b}<0$, $\frac{c}{b}<0$

즉, $a>0$, $b<0$, $c>0$ 또는 $a<0$, $b>0$, $c<0$ …… ㉠

$cx+ay+b=0$에서 $y=-\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$이므로 ㉠에 의하여

(기울기)$=-\frac{c}{a}<0$, (y절편)$=-\frac{b}{a}>0$

따라서 구하는 그래프는 ②이다.

8 점 $(-ac, ab)$가 제3사분면 위의 점이므로

$-ac<0$, $ab<0$에서 $ac>0$, $ab<0$

즉, $a>0$, $b<0$, $c>0$ 또는 $a<0$, $b>0$, $c<0$ …… ㉠

$ax-by-c=0$에서 $y=\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$이므로 ㉠에 의하여

(기울기)$=\frac{a}{b}<0$, (y절편)$=-\frac{c}{b}>0$

따라서 일차방정식 $ax-by-c=0$의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

9 $ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$이므로 $-\frac{a}{b}<0$, $\frac{c}{b}=0$

즉, $\frac{a}{b}>0$, $c=0$이므로

$a>0$, $b>0$, $c=0$ 또는 $a<0$, $b<0$, $c=0$

따라서 $cx-by+a=0$에서 $-by+a=0$, $y=\frac{a}{b}$

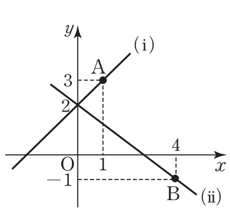
이때 $\frac{a}{b}>0$이므로 일차방정식 $cx-by+a=0$의 그래프는 제1, 2사분면을 지나고, 같은 사분면을 지나는 것은 ⑤이다.

10 (ⅰ) 일차함수 $y=ax+2$의 그래프가 점 A$(1, 3)$을 지날 때,

$3=a+2$, $a=1$

(ⅱ) 일차함수 $y=ax+2$의 그래프가 점 B$(4, -1)$을 지날 때,

$-1=4a+2$, $a=-\frac{3}{4}$

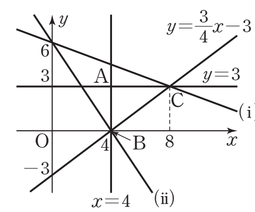


(ⅰ), (ⅱ)에서 일차함수 $y=ax+2$의 그래프가 $\overline{\text{AB}}$와 만나도록 하는 상수 a의 값의 범위는 $-\frac{3}{4}\le a\le 1$

따라서 $\overline{\text{AB}}$와 만나지 않도록 하는 상수 a의 값의 범위는

$a<-\frac{3}{4}$ 또는 $a>1$

11 세 직선 $x=4$, $y=3$, $y=\frac{3}{4}x-3$으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림의 삼각형 ABC이다.



이때 점 B와 점 C는 직선 $y=\frac{3}{4}x-3$ 위의 점이므로

B$(4, 0)$, C$(8, 3)$

(ⅰ) 직선 $y=kx+6$이 점 $(8, 3)$을 지날 때,

$3=8k+6$, $-8k=3$, $k=-\frac{3}{8}$

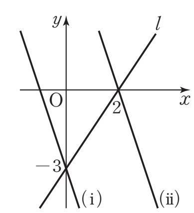
(ⅱ) 직선 $y=kx+6$이 점 $(4, 0)$을 지날 때,

$0=4k+6$, $-4k=6$, $k=-\frac{3}{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-\frac{3}{2}\le k\le -\frac{3}{8}$이므로 정수 k의 값은 -1이다.

12 $3x+y-a=0$에서 $y=-3x+a$

이때 직선의 기울기가 -3이므로 직선 $3x+y-a=0$이 직선 l과 제4사분면에서 만나려면 오른쪽 그림의 (ⅰ)과 (ⅱ) 사이에서 움직여야 한다.



(ⅰ) 직선 $3x+y-a=0$이 점 $(0, -3)$을 지날 때, $-3-a=0$, $a=-3$

(ⅱ) 직선 $3x+y-a=0$이 점 $(2, 0)$을 지날 때, $6-a=0$, $a=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-3<a<6$

13 점 $(0, -2)$는 직선 $bx-y+1=0$ 위의 점이 아니므로 두 직선 $x-2y+a=0$, $cx+dy+2=0$의 교점이다.

$x=0$, $y=-2$를 각각 직선의 방정식에 대입하면

$a=-4$, $d=1$

점 $(3, 4)$는 직선 $x-2y+a=0$, 즉 $x-2y-4=0$ 위의 점이 아니므로 두 직선 $bx-y+1=0$, $cx+y+2=0$의 교점이다.

$x=3$, $y=4$를 각각 직선의 방정식에 대입하면

$b=1$, $c=-2$

따라서 $a+b+c+d=-4+1-2+1=-4$

14 두 직선 $3x-5y+15=0$, $3x+10y+a=0$의 y절편은 각각 3, $-\frac{a}{10}$이므로

A$(0, 3)$, B$\left(0, -\frac{a}{10}\right)$ …… ❶

$a>0$이므로 $\overline{\text{OB}}=-\left(-\frac{a}{10}\right)=\frac{a}{10}$

$\overline{\text{OA}}=2\overline{\text{OB}}$에서

$3=2\times\frac{a}{10}$, $a=15$ …… ❷

두 직선 $3x-5y+15=0$, $3x+10y+15=0$의 교점의 좌표는

연립방정식 $\begin{cases} 3x-5y+15=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+10y+15=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같다.

㉠－㉡을 하면 $-15y=0$, $y=0$

$y=0$을 ㉠에 대입하면 $3x+15=0$, $x=-5$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(-5,\ 0)$이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 두 점 A, B의 좌표 구하기	30 %
❷ a의 값 구하기	30 %
❸ 두 직선의 교점의 좌표 구하기	40 %

15 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표가 $(2,\ -1)$이므로

연립방정식 $\begin{cases} 2ax+by=5 \\ bx-3ay=1 \end{cases}$의 해가 $x=2$, $y=-1$이다.

즉, $\begin{cases} 4a-b=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3a+2b=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $11a=11$, $a=1$

$a=1$을 ㉠에 대입하면 $4-b=5$, $b=-1$

따라서 직선 $y=ax+b$, 즉 $y=x-1$은 제2사분면을 지나지 않는다.

16 (i) 직선 l은 두 점 $(2,\ 0)$, $(0,\ -4)$를 지나므로 기울기는

$\frac{-4-0}{0-2}=2$, y절편은 -4

따라서 직선의 방정식은 $y=2x-4$

(ii) 직선 m은 두 점 $(4,\ 0)$, $(0,\ 8)$을 지나므로 기울기는

$\frac{8-0}{0-4}=-2$, y절편은 8

따라서 직선의 방정식은 $y=-2x+8$

(i), (ii)에서 점 A의 좌표는 연립방정식

$\begin{cases} y=2x-4 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-2x+8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같다.

㉠－㉡을 하면 $0=4x-12$, $x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $y=2$

따라서 A$(3,\ 2)$이고, 두 점 $(3,\ 2)$, $(-1,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은 $y=2$이다.

참고

두 점을 지나는 직선에서 두 점의 x좌표가 같으면 x축에 수직(y축에 평행)인 $x=p$ 꼴이고, 두 점의 y좌표가 같으면 y축에 수직(x축에 평행)인 $y=q$ 꼴이다.

17 세 직선의 교점으로 삼각형이 만들어지지 않으려면 세 직선이 모두 평행하거나 세 직선 중 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

이때 주어진 세 직선의 기울기가 모두 다르므로 세 직선은 한 점에서 만나야 한다.

$2x+y+3=0$, $2x-y+5=0$을 연립하여 해를 구하면

$x=-2$, $y=1$

$x=-2$, $y=1$을 $x+2y+a=0$에 대입하면

$-2+2+a=0$, $a=0$

18 서로 다른 세 직선 $ax+y=-3$, $x-2y=5$, $2x+by=7$, 즉 $y=-ax-3$, $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$, $y=-\frac{2}{b}x+\frac{7}{b}$에 의하여 좌표평면이 네 부분으로 나누어지려면 세 직선이 모두 평행해야 하므로

$-a=\frac{1}{2}=-\frac{2}{b}$

따라서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=-4$이므로

$ab=-\frac{1}{2}\times(-4)=2$

19 $3x-ky=y$에서 $3x-(k+1)y=0$

$2x+ky+3=y+3$에서 $2x+(k-1)y=0$

즉, 두 직선은 원점을 지나는 직선이다.

따라서 원점 이외의 다른 점에서 만나려면 두 직선은 일치해야 하므로

$\frac{3}{2}=-\frac{k+1}{k-1}$, $3k-3=-2k-2$, $5k=1$, $k=\frac{1}{5}$

20 두 직선 $x+2ay=1$, $3x-12y=-3+b$가 일치하므로

$\frac{1}{3}=-\frac{2a}{12}=\frac{1}{-3+b}$

즉, $a=-2$, $b=6$

이때 연립방정식 $\begin{cases} y=-2x-12 \\ y=mx+3 \end{cases}$의 해가 존재하지 않으므로

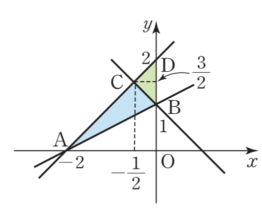
두 직선 $y=-2x-12$, $y=mx+3$은 평행해야 한다.

따라서 $m=-2$

21 두 직선 $x-y+2=0$,

$x-2y+2=0$의 교점은

A$(-2,\ 0)$



두 직선 $x+y=1$, $x-2y+2=0$의

교점은 B$(0,\ 1)$

두 직선 $x+y=1$, $x-y+2=0$의

교점은 C$\left(-\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right)$

직선 $x-y+2=0$과 y축이 만나는 점을 D$(0,\ 2)$라 하면

$\triangle ABC=\triangle ABD-\triangle BDC=\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

따라서 $\triangle ABC=\frac{3}{4}$, $\triangle BDC=\frac{1}{4}$이므로

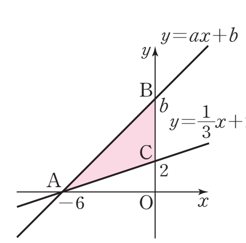
$3\triangle BDC=\triangle ABC$

즉, 삼각형 ABC의 넓이는 삼각형 BDC의 넓이의 3배가 된다.

22 $y=\frac{1}{3}x+2$에서 $y=0$일 때

$x=-6$, $x=0$일 때 $y=2$이므로

A$(-6,\ 0)$, C$(0,\ 2)$



또 B$(0,\ b)$이고 삼각형 BAC의 넓이가 12이므로 오른쪽 그림에서

$\frac{1}{2}\times(b-2)\times6=12$

$b-2=4$, $b=6$ …… ❶

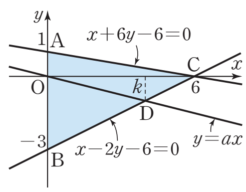
즉, 직선 $y=ax+6$이 점 $(-6,\ 0)$을 지나므로

$0=-6a+6$, $6a=6$, $a=1$ …… ❷

따라서 $ab=1\times6=6$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ b의 값 구하기	40 %
❷ a의 값 구하기	40 %
❸ ab의 값 구하기	20 %

23 직선 $x+6y-6=0$의 y절편, x절편은 각각 1, 6이고 직선 $x-2y-6=0$의 y절편, x절편은 각각 -3, 6이므로 오른쪽 그림에서



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times6=12$

원점을 지나는 직선의 방정식을 $y=ax$라 하고 두 직선 $x-2y-6=0$, $y=ax$의 교점 D의 x좌표를 k라 하면 직선 $y=ax$가 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하므로

$\triangle OBD=\frac{1}{2}\triangle ABC$에서

$\frac{1}{2}\times3\times k=\frac{1}{2}\times12$, $k=4$

점 D는 직선 $x-2y-6=0$ 위의 점이므로 $x=4$를 대입하면

$4-2y-6=0$, $y=-1$

따라서 직선 $y=ax$는 점 $D(4, -1)$을 지나므로

$-1=4a$, $a=-\frac{1}{4}$

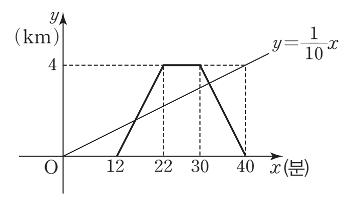
24 A 학생이 출발한 지 x분 후의 학교에서의 거리를 y km라 하면

$y=\frac{1}{10}x$

A 학생이 분속 $\frac{1}{10}$ km로 걸어서 학교에서 출발하여 도서관에 도착할 때까지 걸린 시간은 $4\div\frac{1}{10}=40$(분)

B 학생이 학교와 도서관 사이를 자전거를 타고 왕복하는 데 걸린 시간은 20분이고 도서관에서 8분 있다가 학교로 출발했으므로 B 학생이 A 학생보다 12분 늦게 학교에서 도서관으로 출발했음을 알 수 있다.

x와 y 사이의 관계를 나타낸 오른쪽 그래프에서 두 학생이 처음 만난 시간은 두 점 (12, 0)과 (22, 4)를 지나는 직선과



직선 $y=\frac{1}{10}x$의 교점의 x좌표이므로

$x=16$

즉, A 학생이 출발한 지 16분 후에 두 사람은 처음 만난다.

두 학생이 다시 만난 시간은 두 점 (30, 4), (40, 0)을 지나는 직선과 직선 $y=\frac{1}{10}x$의 교점의 x좌표이므로 $x=32$

즉, A 학생이 출발한 지 32분 후에 두 학생이 두 번째로 다시 만난다.

따라서 두 학생이 처음 만난 후 다시 만날 때까지 걸린 시간은 $32-16=16$(분)