

이 책의 차례

1	빠른 정답	2
2	정답과 풀이	
1	기본 도형	5
2	작도와 합동	14
3	다각형	20
4	원과 부채꼴	27
5	다면체와 회전체	33
6	입체도형의 겹넓이와 부피	38
7	자료의 정리와 해석	44



1. 기본 도형

필수 확인 문제

8~13쪽

- | | | | | |
|---------|-----------|------------|---------|---------|
| 1 ①, ④ | 2 ㄱ, ㄴ, ㄷ | 3 24 | 4 ③ | 5 20 cm |
| 6 60 cm | 7 ④ | 8 66° | 9 ③ | 10 72° |
| 11 45° | 12 ① | 13 60 | 14 6쌍 | 15 3 |
| 16 ③ | 17 ③, ④ | 18 민영 | 19 ①, ④ | 20 6 |
| 21 ㄱ과 ㄷ | 22 ㄱ, ㄴ | 23 ㄴ, ㄷ, ㄹ | 24 4 | 25 ①, ③ |
| 26 8 | 27 ㄴ, ㄴ | 28 ①, ④ | 29 28 | 30 ②, ⑤ |
| 31 ⑤ | 32 ② | 33 81° | 34 ② | 35 ④ |
| 36 52° | | | | |

고난도 대표 유형

14~19쪽

- | | | | | |
|-----------|--------|--------|---------------------|------|
| 1 ㄴ, ㄷ, ㄹ | 2 -1 | 3 19 | 4 $\frac{1}{8}$ | 5 9 |
| 6 65° | 7 70° | 8 35° | 9 ④ | 10 6 |
| 11 10 | 12 ③ | 13 12 | 14 $180^\circ - 2x$ | |
| 15 20 | 16 60° | 17 65° | 18 200° | |

고난도 실전 문제

20~25쪽

- | | | | | |
|----------------|----------------------|------------|-----------------------|--------------------|
| 1 ㄱ, ㄴ, ㄹ | 2 -30 | 3 12 | 4 2:1 | 5 $\frac{3}{2}$ cm |
| 6 32 cm, 16 cm | 7 108° | 8 72° | 9 36° | |
| 10 ③ | 11 114° | 12 589 | 13 135° | 14 100 |
| 15 66° | 16 10 | 17 ③, ④ | 18 $\frac{60}{13}$ cm | 19 ②, ⑤ |
| 20 10 | 21 26 | 22 12 | 23 ④ | 24 3 |
| 25 10 | 26 꼬인 위치에 있다., 평행하다. | 27 ㄱ, ㄷ, ㄹ | | |
| 28 ㄴ, ㄴ | 29 112° | 30 53° | 31 47° | 32 149° |
| 33 180° | 34 15° | 35 135° | 36 ④ | |

2. 작도와 합동

필수 확인 문제

30~33쪽

- | | | | |
|-------------|----------------------------|------------|--------|
| 1 ㉠ - ㉡ - ㉢ | 2 ㄴ | 3 ㄴ, ㄷ | 4 ④, ⑤ |
| 5 ⑤ | 6 ③ | 7 ④ | 8 ④ |
| 10 ①, ③ | 11 ②, ④ | 12 ①, ⑤ | 13 7 |
| 15 ㄱ, ㄴ, ㄷ | 16 풀이 참조 | 17 ㄱ, ㄴ, ㄷ | 18 ⑤ |
| 20 52° | 21 $\triangle EDC, SAS$ 합동 | | |

고난도 대표 유형

34~37쪽

- 1 ③, ④ 2 (1) ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ (2) $\overline{AB}, \overline{PR}, \overline{PQ}$ (3) 동
 위각의 크기가 같면 두 직선이 평행하다. 3 4 4 6개
 5 ㄷ 6 2개 7 125° 8 ③ 9 120°
 10 ①, ③ 11 9 cm 12 16 cm²

고난도 실전 문제

38~41쪽

- | | | |
|---------|-------------------------|---------------------------------------|
| 1 ①, ④ | 2 ㉠ - ㉡ - ㉢ - ㉣ - ㉤ - ㉥ | 3 ④ |
| 4 ㄴ, ㄴ | 5 ⑤ | 6 영준 7 8 8 16 |
| 9 ④ | 10 ㄱ, ㄷ | 11 3 12 3 13 15° |
| 14 25° | 15 55 | 16 54 cm ² 17 ⑤ 18 ㄷ, ㄴ |
| 19 정삼각형 | 20 33 cm | 21 90° 22 36° 23 ③ |

3. 다각형

필수 확인 문제

46~49쪽

- | | | | | |
|-----------|---------|--------|--------|----------|
| 1 ①, ② | 2 19 | 3 230 | 4 55 | 5 정팔각형 |
| 6 20 | 7 132 | 8 55° | 9 85° | 10 ② |
| 11 34° | 12 80° | 13 369 | 14 40° | 15 ④ |
| 16 20 | 17 310° | 18 ⑤ | 19 54 | 20 2340° |
| 21 112.5° | 22 150° | 23 36° | 24 15° | |

고난도 대표 유형

50~53쪽

- | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|-------|
| 1 16 | 2 360° | 3 58° | 4 56° | 5 99° |
| 6 10° | 7 315° | 8 665° | 9 540° | 10 35 |
| 11 126° | 12 6° | | | |

고난도 실전 문제

54~57쪽

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 32 | 2 8 | 3 45번 | 4 180° | 5 30° |
| 6 85° | 7 55° | 8 42° | 9 ③ | 10 180° |
| 11 720° | 12 540° | 13 274° | 14 540° | 15 360° |
| 16 104° | 17 정구각형 | 18 ④ | 19 153° | 20 108° |
| 21 27 | 22 123° | 23 6 | | |

4. 원과 부채꼴

필수 확인 문제

62~65쪽

- 1** ③, ⑤ **2** 180° **3** 120° **4** $x=18, y=20$
5 ④ **6** 48 cm **7** 36° **8** 105° **9** 15 cm^2
10 ① **11** ④ **12** 18° **13** $54\pi \text{ cm}^2$
14 $16\pi \text{ cm}^2$ **15** $200\pi \text{ cm}^2$ **16** $20\pi \text{ cm}^2$ **17** 126
18 ③ **19** $(10\pi+10)\text{cm}$ **20** $27\pi \text{ cm}^2$ **21** ②
22 $6\pi \text{ cm}$ **23** $\frac{25}{2}\pi \text{ cm}^2$ **24** $20\pi \text{ cm}^2$

고난도 대표 유형

66~69쪽

- 1** 60° **2** 10 cm **3** 20 cm^2 **4** 0
5 $(16\pi+80)\text{cm}$ **6** 174 **7** $45\pi \text{ cm}^2$ **8** $\frac{24}{5}\pi$
9 $(24\pi+48)\text{cm}^2$ **10** $(9+9\pi)\text{cm}^2$ **11** $6\pi \text{ cm}$
12 $(\frac{164}{5}\pi+30)\text{m}^2$

고난도 실전 문제

70~73쪽

- 1** ② **2** 112° **3** 54° **4** ③ **5** 20°
6 24 cm **7** 120° **8** 8 cm **9** 63 cm^2 **10** 288°
11 20 cm^2 **12** ④ **13** 4 **14** $(2\pi+48)\text{cm}^2$
15 $(256+32\pi)\text{cm}^2$ **16** $36\pi \text{ cm}$ **17** $\frac{5}{3}\pi \text{ cm}$ **18** $\frac{45}{4}\pi \text{ cm}^2$
19 $4\pi \text{ cm}^2$ **20** $(27\pi+36)\text{cm}^2$ **21** $(4\pi+8)\text{cm}^2$
22 16π cm **23** $76\pi \text{ m}^2$

5. 다면체와 회전체

필수 확인 문제

78~81쪽

- 1** 4 **2** 11 **3** 20 **4** 36 **5** 2
6 ①, ③ **7** ②, ④ **8** 36 **9** ② **10** ④
11 36 **12** ③ **13** 2 **14** ③ **15** ②, ⑤
16 ② **17** ② **18** ⑤ **19** 정사각형 **20** 84
21 ③ **22** 150° **23** ④ **24** ②

고난도 대표 유형

82~85쪽

- 1** 172 **2** 34 **3** 6개 **4** 74 **5** 32 cm
6 60° **7** ③ **8** ④, ⑤ **9** 2 : 1 **10** 668
11 8 **12** 20초

고난도 실전 문제

86~89쪽

- 1** 60 **2** 216 **3** 40 **4** 46 **5** ④
6 ⑤ **7** 80 **8** ② **9** 120° **10** 4
11 144° **12** ③ **13** ⑤ **14** ②
15 $(28+4\pi)\text{cm}$ **16** $40\pi \text{ cm}^2$ **17** $264\pi \text{ cm}^2$
18 ② **19** ④ **20** 3배 **21** $1800\pi \text{ cm}^2$
22 $(36\pi-72)\text{cm}^2$



6. 입체도형의 겉넓이와 부피

필수 확인 문제

94~97쪽

- 1 ④ 2 244 cm^2 3 9 4 $(48\pi + 78) \text{ cm}^2$
 5 $256\pi \text{ cm}^2$ 6 $216\pi \text{ cm}^2$ 7 119 cm^2 8 8 cm
 9 $600\pi \text{ cm}^2$ 10 $\frac{1}{9}$ 배 11 $72\pi \text{ cm}^2$ 12 ① 13 33 cm^2
 14 5 15 $24\pi \text{ cm}^2$ 16 $215\pi \text{ cm}^2$ 17 $\frac{20}{3}$
 18 $\frac{9}{2}$ 19 4 20 ② 21 105 cm^3 22 ①
 23 $252\pi \text{ cm}^3$ 24 $30\pi \text{ cm}^3$

고난도 대표 유형

98~101쪽

- 1 8960 cm^2 2 $(72\pi + 24) \text{ cm}^2$ 3 $\frac{1}{4} \text{ cm}$ 4 57 cm^3
 5 500 cm^3 6 4바퀴 7 9 8 4번 9 52분
 10 264 11 18 12 45

고난도 실전 문제

102~105쪽

- 1 28 2 42 3 $(100\pi^2 - 150\pi) \text{ cm}^2$ 4 1 : 2
 5 835 cm^3 6 ① 7 7 8 ⑤ 9 $63\pi \text{ cm}^3$
 10 $250\pi \text{ cm}^3$ 11 10 12 $(100\pi + 200) \text{ cm}^3$
 13 357 cm^2 14 4바퀴 15 $\frac{25}{2}$ 16 3 17 ③
 18 52초 19 11 cm 20 $48\pi \text{ cm}^3$ 21 ②
 22 $\frac{224}{3}\pi \text{ cm}^3$ 23 2 24 32 cm

7. 자료의 정리와 해석

필수 확인 문제

111~116쪽

- 1 ④ 2 244 mm 3 ② 4 1 5 ③
 6 8 7 ③ 8 8 9 ④ 10 25개
 11 민수네 모두, 3명 12 40 % 13 88권 14 ㄱ, ㄷ
 15 ① 16 8.5초 17 43 18 70 19 3
 20 ④ 21 80점 22 80분 이상 100분 미만 23 ⑤
 24 41 25 15 % 26 3 27 20 28 ③
 29 12 30 0.25 31 8곳 32 ㄷ, ㄹ 33 ④

고난도 대표 유형

117~121쪽

- 1 14 2 52 % 3 ④ 4 6 5 21
 6 7 7 20 8 $\frac{5}{2}$ 배 9 ④ 10 80
 11 30 12 404 13 75명 14 4 %, 24 %
 15 4

고난도 실전 문제

122~127쪽

- 1 ㄱ, ㄴ, ㄷ 2 40 3 30 4 28세 5 5
 6 1 7 ② 8 9.5세 9 16 10 13
 11 7시간 12 17 13 10명 14 32개 15 11
 16 24 % 17 40개 18 13 19 10 % 20 ②
 21 30 % 22 0.52 23 40 24 13배 25 18
 26 2학년이 16명 더 많다. 27 ③ 28 37



1. 기본 도형

필수 확인 문제

8~13쪽

- | | | | | |
|---------|-----------|------------|---------|---------|
| 1 ①, ④ | 2 ㄱ, ㄴ, ㅅ | 3 24 | 4 ③ | 5 20 cm |
| 6 60 cm | 7 ④ | 8 66° | 9 ③ | 10 72° |
| 11 45° | 12 ① | 13 60 | 14 6쌍 | 15 3 |
| 16 ③ | 17 ③, ④ | 18 민영 | 19 ①, ④ | 20 6 |
| 21 ㄱ과 ㄷ | 22 ㄱ, ㄴ | 23 ㄴ, ㄷ, ㄹ | 24 4 | 25 ①, ③ |
| 26 8 | 27 ㄴ, ㄹ | 28 ①, ④ | 29 28 | 30 ②, ⑤ |
| 31 ⑤ | 32 ② | 33 81° | 34 ② | 35 ④ |
| 36 52° | | | | |

- 1 ① 도형의 기본 요소에는 점, 선, 면이 있다.
④ 선과 면이 만나면 교점 또는 교선이 생긴다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.
- 2 ㄴ. $\overline{AC} = \overline{CA}$, $\overline{BC} = \overline{CB}$
ㄷ. \overline{AC} , \overline{BC} 는 방향은 같으나 시작점이 다르므로 다른 반직선이다.
ㄹ. \overline{CB} , \overline{CD} 는 시작점은 같으나 방향이 다르므로 다른 반직선이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㅅ이다.
- 3 서로 다른 직선은 \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{BD} , \overline{CD} 의 6개이므로 $a=6$
서로 다른 반직선은 \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BA} , \overline{BC} , \overline{BD} , \overline{CA} , \overline{CB} , \overline{CD} , \overline{DA} , \overline{DB} , \overline{DC} 의 12개이므로 $b=12$
선분은 \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{BD} , \overline{CD} 의 6개이므로 $c=6$
따라서 $a+2b-c=6+24-6=24$

- 4 $\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 18 - 10 = 8(\text{cm})$
점 M은 \overline{AB} 의 중점이므로
 $\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$
따라서 $\overline{MC} = \overline{MB} + \overline{BC} = 4 + 10 = 14(\text{cm})$
- 5 $\overline{AN} = 4\overline{AM} = 4\overline{MC} = 4 \times 5 = 20(\text{cm})$ ①
 $\overline{AC} = 2\overline{MC} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$ ②
 $\overline{CN} = \overline{AN} - \overline{AC} = 20 - 10 = 10(\text{cm})$ ③
따라서 $\overline{CB} = 2\overline{CN} = 2 \times 10 = 20(\text{cm})$ ④

채점 기준	비율
① \overline{AN} 의 길이 구하기	30 %
② \overline{AC} 의 길이 구하기	20 %
③ \overline{CN} 의 길이 구하기	30 %
④ \overline{CB} 의 길이 구하기	20 %

- 6 점 M은 \overline{BC} 의 중점이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{MC} = 2 \times 18 = 36(\text{cm})$
 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $3\overline{AB} = 2\overline{BC}$

$$\overline{AB} = \frac{2}{3}\overline{BC} = \frac{2}{3} \times 36 = 24(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = 24 + 36 = 60(\text{cm})$$

- 7 $70 - x + 90 + y + 50 = 180$ 이므로 $-x + y = -30$
따라서 $x - y = 30$
- 8 $\angle AOB + \angle BOC = 90^\circ$, $\angle BOC + \angle COD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle AOB = \angle COD = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$
따라서
 $\angle BOC = \angle AOC - \angle AOB$
 $= 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$
- 9 $\angle AOC : \angle COB = 2 : 3$ 이므로
 $\angle COB = 180^\circ \times \frac{3}{2+3} = 180^\circ \times \frac{3}{5} = 108^\circ$
 $\angle COB = \angle COD + \angle DOB$ 이므로
 $3x + (x + 28) = 108$, $4x = 80$
따라서 $x = 20$
- 10 $\angle AOC = \frac{3}{2}\angle COD$, $\angle EOB = \frac{3}{2}\angle DOE$ 이므로
 $\angle AOB = \angle AOC + \angle COD + \angle DOE + \angle EOB$
 $= \frac{3}{2}\angle COD + \angle COD + \angle DOE + \frac{3}{2}\angle DOE$
 $= \frac{5}{2}(\angle COD + \angle DOE) = 180^\circ$
따라서 $\angle COD + \angle DOE = 180^\circ \times \frac{2}{5} = 72^\circ$ 이므로
 $\angle COE = 72^\circ$
- 11 $\angle AOB : \angle AOC = 6 : 7$ 에서
 $6\angle AOC = 7\angle AOB$ 이므로
 $\angle AOC = \frac{7}{6}\angle AOB = \frac{7}{6} \times 90^\circ = 105^\circ$
 $\angle AOC + \angle COE = 180^\circ$ 이므로
 $105^\circ + \angle COE = 180^\circ$, $\angle COE = 75^\circ$
 $\angle COE = \angle COD + \angle DOE$
 $= \angle COD + \frac{3}{2}\angle COD$
 $= \frac{5}{2}\angle COD = 75^\circ$
따라서 $\angle COD = 30^\circ$, $\angle BOC = 105^\circ - 90^\circ = 15^\circ$ 이므로
 $\angle BOD = \angle BOC + \angle COD = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$
- 12 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
 $(3x - 10) + (110 - 2x) + (x + 20) = 180$
 $2x + 120 = 180$, $2x = 60$
따라서 $x = 30$
- 13 $(2x - 11) + 90 + 43 = 180$ 이므로
 $2x = 58$, $x = 29$ ①
맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
 $3y + 40 = 90 + 43$, $3y = 93$, $y = 31$ ②
따라서 $x + y = 29 + 31 = 60$ ③



채점 기준	비율
① x 의 값 구하기	40 %
② y 의 값 구하기	40 %
③ $x+y$ 의 값 구하기	20 %

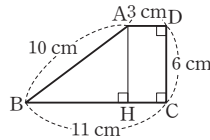
14 직선 l 과 m , 직선 l 과 n , 직선 n 과 m 으로 만들어지는 맞꼭지각이 각각 2쌍이므로
 $2 \times 3 = 6$ (쌍)

15 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
 $x + 50 = 4x + 5$ 에서 $3x = 45$, $x = 15$
 $(2y + 1) + (4x + 5) = 90$ 이므로
 $(2y + 1) + (60 + 5) = 90$, $2y + 66 = 90$
 $2y = 24$, $y = 12$
 따라서 $x - y = 15 - 12 = 3$

16 ③ 점 B에서 직선 CD에 내린 수선의 발은 점 O이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

17 ③ \overline{AB} 와 수직으로 만나는 선분은 없다.

④ 점 A와 \overline{BC} 사이의 거리는 점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발 H까지의 거리와 같으므로 \overline{AH} 의 길이와 같다.



$\overline{AH} = \overline{DC} = 6$ cm

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

18 지훈: \overline{AE} 와 \overline{BC} 가 수직으로 만나지 않으므로 수직이등분선이 아니다.

은수: 점 B와 \overline{AC} 사이의 거리는 \overline{BC} 의 길이와 같으므로 12 cm이다.

민영: 점 C에서 \overline{AB} 에 내린 수선의 발은 점 D이다.
 따라서 옳게 말한 학생은 민영이다.

19 ① \overline{AB} 와 \overline{CD} 는 한 점에서 만난다.

④ \overline{BC} 와 \overline{CD} 는 한 점에서 만나지만 수직은 아니다.
 따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

20 \overline{FE} 와 한 점에서 만나는 직선은 \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DE} , \overline{FG} , \overline{GA} 의 6개이므로 $a = 6$

\overline{FE} 와 평행한 직선은 없으므로 $b = 0$
 따라서 $a + 10b = 6$

21 ㄱ. \overline{AB} 와 \overline{OD} 는 한 점에서 만난다.

ㄴ. \overline{BO} 와 \overline{BF} 는 일치한다.

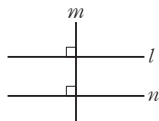
ㄷ. \overline{AH} 와 \overline{CD} 는 한 점에서 만난다.

ㄹ. \overline{CD} 와 \overline{HG} 는 평행하다.

따라서 위치 관계가 같은 것은 한 점에서 만나는 ㄱ과 ㄷ이다.

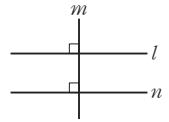
22 ㄴ. $l \perp m$, $m \perp n$ 이면

$l \parallel n$



ㄷ. $l \perp m$, $l \parallel n$ 이면

$m \perp n$



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

23 ㄴ. 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 1개이다

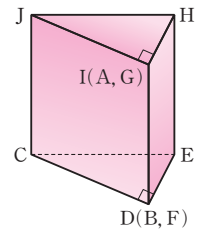
ㄷ. 서로 다른 세 점을 지나는 직선은 없을 수도 있다.

ㄹ. 한 직선 위에 있지 않은 점을 지나고 이 직선과 수직인 직선은 1개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

24 세 점으로 정해지는 평면은 평면 ABC, 평면 ABD, 평면 ACD, 평면 BCD의 4개이다.

25 주어진 전개도로 만든 삼각기둥은 오른쪽 그림과 같다.



① 모서리 CD와 모서리 AJ는 평행하다.

③ 모서리 CD와 모서리 BE는 한 점에서 만난다.

따라서 모서리 CD와 꼬인 위치에 있는 모서리가 아닌 것은 ①, ③이다.

26 모서리 PR과 만나는 모서리는 \overline{BP} , \overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RC} , \overline{AB} , \overline{AC} 의 6개이고 모서리 PR과 평행한 모서리는 없다.

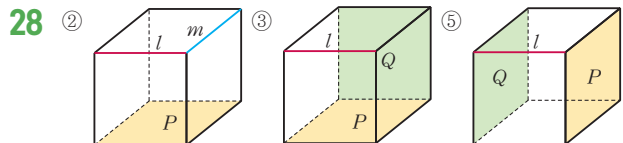
따라서 모서리 PR과 꼬인 위치에 있는 모서리는 \overline{AD} , \overline{BE} , \overline{CG} , \overline{QF} , \overline{EF} , \overline{FG} , \overline{GD} , \overline{DE} 의 8개이다.

27 ㄴ. 모서리 AB와 모서리 JK는 평행하다.

ㄷ. 면 BHIC와 수직인 면은 면 ABCDEF, 면 GHIJKL의 2개이다.

ㄹ. 서로 평행한 면은 면 ABCDEF와 면 GHIJKL, 면 ABHG와 면 EDJK, 면 BHIC와 면 FLKE, 면 CIJD와 면 AGLF의 4쌍이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄹ이다.



② $l \perp m$ 일 수도 있다.

③ $P \perp Q$ 일 수도 있다.

⑤ $P \parallel Q$ 이다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

29 점 A와 면 DEF 사이의 거리는 \overline{AD} 의 길이와 같고, $\overline{AD} = \overline{CF}$ 이므로 $a = 5$

점 C와 면 ADEB 사이의 거리는 \overline{BC} 의 길이와 같으므로 $b = 15$

점 D와 면 BEFC 사이의 거리는 \overline{DE} 의 길이와 같고, $\overline{DE} = \overline{AB}$ 이므로 $c = 8$

따라서 $a+b+c=5+15+8=28$

- 30 ② 면 BFHD와 평행한 모서리는 \overline{AE} , \overline{CG} 의 2개이다.
 ⑤ 모서리 DH와 수직으로 만나는 면은 면 ABCD, 면 EFGH
 이고 면 CGHD와 평행한 면은 면 ABFE이므로 두 가지를
 모두 만족하는 면은 존재하지 않는다.
 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

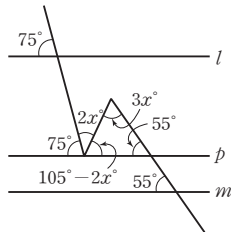
- 31 ⑤ $l \parallel m$ 이면 $\angle d = \angle h$ (동위각)
 이때 $\angle d = \angle h \neq 90^\circ$ 이면
 $\angle d + \angle h \neq 180^\circ$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

- 32 두 직선 l, m 이 직선 q 와 만나서 생긴 엇각의 크기가 서로 같으
 므로 $l \parallel m$ 이다.
 즉, $\angle x = 70^\circ$ (엇각)
 $\angle y + 100^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle y = 80^\circ$
 따라서 $\angle y - \angle x = 80^\circ - 70^\circ = 10^\circ$

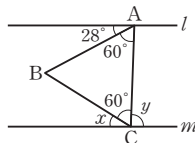
- 33 $\angle DCB = \angle ADC = 24^\circ$ (엇각)이고
 \overline{CD} 가 $\angle ACB$ 의 이등분선이므로
 $\angle DCB = \angle DCA = 24^\circ$
 즉, $\angle ACB = 24^\circ + 24^\circ = 48^\circ$ ①
 $\angle ABC = \angle DAB = 51^\circ$ (엇각) ②
 따라서 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 180° 이므로
 $\angle BAC = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB)$
 $= 180^\circ - (51^\circ + 48^\circ) = 81^\circ$ ③

채점 기준	비율
① $\angle ACB$ 의 크기 구하기	40 %
② $\angle ABC$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\angle BAC$ 의 크기 구하기	20 %

- 34 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m 에
 평행한 직선 p 를 그으면
 $(105 - 2x) + 3x + 55 = 180$ 이므로
 $160 + x = 180, x = 20$
 따라서 $2x = 40$



- 35 삼각형 ABC가 정삼각형이므로
 $\angle BAC = \angle BCA = 60^\circ$
 $l \parallel m$ 이므로
 $\angle y = 28^\circ + 60^\circ = 88^\circ$ (엇각)
 $\angle x = 180^\circ - (60^\circ + \angle y)$
 $= 180^\circ - (60^\circ + 88^\circ) = 32^\circ$
 따라서 $\angle y - \angle x = 88^\circ - 32^\circ = 56^\circ$



- 36 직사각형에서 마주 보는 변은 서로 평행하므로
 $\angle ABC = \angle BCD = 64^\circ$ (엇각)
 또한, 접은 각의 크기는 같으므로

$$\angle ACB = \angle BCD = 64^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned} \angle CAB &= 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) \\ &= 180^\circ - (64^\circ + 64^\circ) = 52^\circ \end{aligned}$$

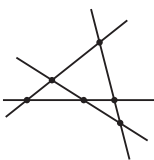
고난도 대표 유형

14~19쪽

1 ㄴ, ㄷ, ㄹ	2 -1	3 19	4 $\frac{1}{8}$	5 9
6 65°	7 70°	8 35°	9 ④	10 6
11 10	12 ③	13 12	14 $180^\circ - 2x$	
15 20	16 60°	17 65°	18 200°	

- 1 ㄱ. 원기둥에서 교선은 2개이고, 면은 두 밑면과 옆면의 3개이다.
 ㄴ. 교점이 생기는 경우는 선과 선 또는 선과 면이 만날 때이다.
 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.
- 2 점 A와 연결하여 만들 수 있는 직선은 5개, 점 B와 연결하여 만
 들 수 있는 직선은 5개, ..., 점 F와 연결하여 만들 수 있는 직선
 은 5개이다.
 6개의 점으로 만들 수 있는 직선은 $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ (개)이므로 $a = 15$
 반직선의 개수는 직선의 개수의 2배이므로 $b = 15 \times 2 = 30$
 선분은 $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ (개)이므로 $c = 15$
 따라서 $\frac{a}{3} - \frac{b}{10} - \frac{c}{5} = 5 - 3 - 3 = -1$
- 3 직선은 $\overline{PA}, \overline{PB}, \overline{PC}, \overline{PD}, \overline{AD}$ 의 5개이므로 $a = 5$
 반직선은 $\overline{PA}, \overline{AP}, \overline{PB}, \overline{BP}, \overline{PC}, \overline{CP}, \overline{PD}, \overline{DP}, \overline{AD}, \overline{DA}, \overline{BD}, \overline{DB}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{CA}, \overline{BA}$ 의 14개이므로 $b = 14$
 따라서 $a + b = 5 + 14 = 19$
- 4 세 점 M, N, P가 각각 $\overline{AB}, \overline{MB}, \overline{AN}$ 의 중점이므로
 $\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{MB} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{4} \overline{AB}$
 $\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AN} = \frac{1}{2} (\overline{AM} + \overline{MN})$
 $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{4} \overline{AB} \right)$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \overline{AB} = \frac{3}{8} \overline{AB}$
 $\overline{PM} = \overline{PN} - \overline{MN} = \frac{3}{8} \overline{AB} - \frac{1}{4} \overline{AB} = \frac{1}{8} \overline{AB}$
 따라서 $k = \frac{1}{8}$
- 5 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} - \overline{BC} = 15 - 3 = 12$ 이므로
 $\overline{MN} = \frac{1}{2} (\overline{AB} + \overline{CD}) + \overline{BC}$
 $= \frac{1}{2} \times 12 + 3 = 9$

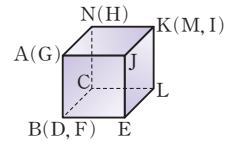


- 6 $\angle AOC = 6\angle COD$ 이므로
 $\angle COD = \frac{1}{6}\angle AOC = \frac{1}{6} \times 90^\circ = 15^\circ$
 $\angle DOB = \angle COB - \angle COD$
 $= 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$
 $\angle DOE = 2\angle EOB$ 에서 $\angle EOB = \frac{1}{2}\angle DOE$ 이므로
 $\angle DOB = \angle DOE + \angle EOB$
 $= \angle DOE + \frac{1}{2}\angle DOE$
 $= \frac{3}{2}\angle DOE$
 즉, $\angle DOE = \frac{2}{3}\angle DOB = \frac{2}{3} \times 75^\circ = 50^\circ$
 따라서
 $\angle COE = \angle COD + \angle DOE$
 $= 15^\circ + 50^\circ = 65^\circ$
- 7 시계의 20분을 가리키는 4와 6 사이의 각도는 60° 이다.
 시계의 시침은 1분에 0.5° 씩 움직이므로 6시를 가리킬 때부터 20분 동안 시침이 움직인 각도는 $0.5^\circ \times 20 = 10^\circ$
 따라서 구하는 각의 크기는 $60^\circ + 10^\circ = 70^\circ$
- 8 $\angle AOC = \angle BOD = 30^\circ$ (맞꼭지각)
 $\angle COE = \frac{3}{2}\angle AOC$ 이므로
 $\angle AOE = \angle AOC + \angle COE$
 $= \angle AOC + \frac{3}{2}\angle AOC$
 $= \frac{5}{2}\angle AOC = \frac{5}{2} \times 30^\circ = 75^\circ$
 $\angle EOB = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$
 $\angle EOF = 2\angle FOB$ 이므로
 $\angle EOB = \angle EOF + \angle FOB = 2\angle FOB + \angle FOB = 3\angle FOB$
 따라서 $\angle FOB = \frac{1}{3}\angle EOB = \frac{1}{3} \times 105^\circ = 35^\circ$
- 9 ④ 점 A와 \overline{DC} 사이의 거리는 5 cm이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.
- 10 오른쪽 그림과 같이 서로 다른 4개의 직선을 어느 두 직선도 평행하지 않고, 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않도록 그릴 때, 교점의 개수는 최대가 된다.
 따라서 구하는 교점의 최대 개수는 6이다.
- 
- 11 (i) 평면 P 위의 세 점 A, B, C로 정해지는 평면은 평면 P 의 1개이다.
 (ii) 평면 P 위의 두 점과 평면 P 밖의 한 점으로 정해지는 평면은 평면 ABD, 평면 ABE, 평면 BCD, 평면 BCE, 평면 ACD, 평면 ACE의 6개이다.

- (iii) 평면 P 위의 한 점과 평면 P 밖의 두 점으로 정해지는 평면은 평면 ADE, 평면 BDE, 평면 CDE의 3개이다.
 (i)~(iii)에 의하여 서로 다른 평면의 개수는
 $1 + 6 + 3 = 10$

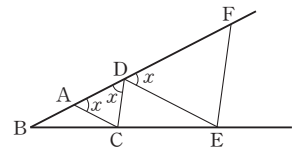
- 12 ③ 면 AEFB와 한 직선에서 만나는 면은 면 ABCD, 면 CDEF, 면 ADE, 면 BCF의 4개이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

- 13 주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.

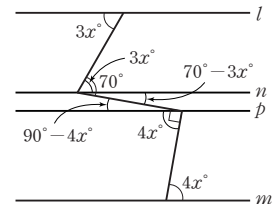


- 면 LEJK와 평행한 모서리는 \overline{AB} , \overline{AN} , \overline{BC} , \overline{CN} 의 4개이므로
 $a = 4$
 면 LEJK와 수직인 모서리는 \overline{GJ} , \overline{DE} , \overline{CL} , \overline{NM} 의 4개이므로
 $b = 4$
 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 \overline{CL} , \overline{EL} , \overline{JK} , \overline{NM} 의 4개이므로 $c = 4$
 따라서 $a + b + c = 4 + 4 + 4 = 12$

- 14 삼각형 ABC에서
 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로
 $\angle ADC = \angle DAC = x$
 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\angle FDE = \angle DAC = x$ (동위각)
 따라서 $\overline{DC} \parallel \overline{FE}$ 이므로
 $\angle DEF = \angle CDE$ (엇각)
 $= 180^\circ - x - x = 180^\circ - 2x$

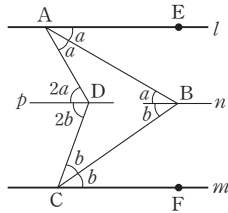


- 15 오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 지나고 두 직선 l, m 에 평행한 두 직선 n, p 를 각각 그으면
 $70 - 3x = 90 - 4x$ (엇각)
 따라서 $x = 20$



- 16 $\angle CAD = \angle a$, $\angle CBE = \angle b$ 라 하면
 $\angle BAC = 2\angle a$, $\angle ABC = 2\angle b$
 $\angle ABF = \angle DAB = 3\angle a$ (엇각)
 $\angle ABF + \angle ABE$ 는 평각이므로
 $3\angle a + 3\angle b = 180^\circ$, $\angle a + \angle b = 60^\circ$
 삼각형 ABC의 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $2\angle a + 2\angle b + \angle ACB = 180^\circ$
 따라서
 $\angle ACB = 180^\circ - 2(\angle a + \angle b)$
 $= 180^\circ - 2 \times 60^\circ = 60^\circ$

- 17 오른쪽 그림과 같이 두 점 B, D를 지나고 직선 l, m 에 평행한 직선을 각각 n, p 라 하자.
 $\angle EAB = \angle a, \angle BCF = \angle b$ 라 하면
 $\angle ADC = 2\angle a + 2\angle b = 130^\circ$ 이므로
 $\angle ABC = \angle a + \angle b = \frac{1}{2} \times 130 = 65^\circ$



- 18 직사각형에서 마주 보는 변은 서로 평행하므로

$$\begin{aligned} \angle ABG &= \angle FGB \\ &= 20^\circ \text{ (엇각)} \\ \angle EDB &= \angle DBC \\ &= 30^\circ \text{ (엇각)} \end{aligned}$$

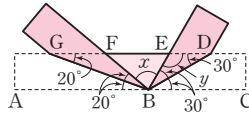
또한, 접은 각의 크기는 같으므로

$$\begin{aligned} \angle FBG &= \angle ABG = 20^\circ \\ \angle EBD &= \angle DBC = 30^\circ \\ \angle x &= 180^\circ - 20^\circ \times 2 - 30^\circ \times 2 = 80^\circ \end{aligned}$$

$\triangle EBD$ 에서

$$\angle y = 180^\circ - 30^\circ \times 2 = 120^\circ$$

따라서 $\angle x + \angle y = 80^\circ + 120^\circ = 200^\circ$



고난도 실전 문제

20~25쪽

1 ㄱ, ㄴ, ㄹ	2 -30	3 12	4 2:1	5 $\frac{3}{2}$ cm
6 32 cm, 16 cm	7 108°	8 72°	9 36°	
10 ㉓	11 114°	12 589	13 135°	14 100
15 66°	16 10	17 ㉓, ㉔	18 $\frac{60}{13}$ cm	19 ㉔, ㉕
20 10	21 26	22 12	23 ㉔	24 3
25 10	26 교인 위치에 있다., 평행하다.	27 ㄱ, ㄴ, ㄹ		
28 ㄴ, ㄹ	29 112°	30 53°	31 47°	32 149°
33 180°	34 15°	35 135°	36 ㉔	

- 1 ㄴ. 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 하나뿐이지만 곡선은 무수히 많다.
 ㄷ. 시작점은 같지만 방향이 다른 반직선은 서로 다르다.
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.
- 2 점 A와 연결하여 만들 수 있는 직선은 5개, 점 B와 연결하여 만들 수 있는 직선은 5개, ..., 점 F와 연결하여 만들 수 있는 직선은 5개이므로 6개의 점으로 만들 수 있는 직선은 $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ (개)
 이때 $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{DF}$ 이므로 $a = 15 - 2 = 13$
 반직선의 개수는 직선의 개수의 2배이고 $\overline{DE} = \overline{DF}, \overline{FE} = \overline{FD}$ 이므로
 $b = 15 \times 2 - 2 = 28$

선분의 개수는 $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ 이므로 $c = 15$

따라서 $a - b - c = 13 - 28 - 15 = -30$

- 3 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때, 만들 수 있는 선분과 직선의 개수는 같다.

이때 한 직선 위에 있는 세 점으로 만들 수 있는 선분은 3개, 서로 다른 직선은 1개이다.

따라서 한 직선 위에 있는 세 점으로 만들 수 있는 선분의 개수와 서로 다른 직선의 개수의 차는 2이므로 구하는 개수의 차는 $2 \times 6 = 12$

- 4 두 점 P, Q가 \overline{AB} 를 삼등분하는 점이므로

$$\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QB} = \frac{1}{3} \overline{AB}$$

점 M이 \overline{PQ} 의 중점이므로

$$\begin{aligned} \overline{PM} &= \overline{MQ} = \frac{1}{2} \overline{PQ} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \overline{AB} = \frac{1}{6} \overline{AB} \end{aligned}$$

점 N이 \overline{MB} 의 중점이므로

$$\begin{aligned} \overline{NB} &= \frac{1}{2} \overline{MB} = \frac{1}{2} (\overline{MQ} + \overline{QB}) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \overline{AB} + \frac{1}{3} \overline{AB} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{4} \overline{AB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{QN} &= \overline{QB} - \overline{NB} = \frac{1}{3} \overline{AB} - \frac{1}{4} \overline{AB} \\ &= \frac{1}{12} \overline{AB} \end{aligned}$$

따라서 $\overline{PM} : \overline{QN} = \frac{1}{6} \overline{AB} : \frac{1}{12} \overline{AB} = 2 : 1$

- 5 $4\overline{AC} = \overline{AB}$ 에서

$$\overline{AC} = \frac{1}{4} \overline{AB} = \frac{1}{4} \times 36 = 9(\text{cm})$$

$4\overline{CD} = \overline{CE}$ 에서

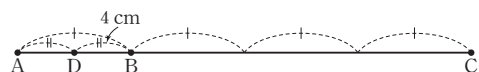
$$\begin{aligned} \overline{CD} &= \frac{1}{4} \overline{CE} = \frac{1}{4} (\overline{AB} - \overline{AC} - \overline{EB}) \\ &= \frac{1}{4} \times (36 - 9 - 3) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm})$$

따라서 \overline{MC} 의 길이는

$$\begin{aligned} \overline{MC} &= \overline{MD} - \overline{CD} \\ &= \frac{1}{2} \overline{AD} - \overline{CD} \\ &= \frac{1}{2} (\overline{AC} + \overline{CD}) - \overline{CD} \\ &= \frac{1}{2} \times (9 + 6) - 6 = \frac{3}{2}(\text{cm}) \end{aligned}$$

- 6 (i) 점 C가 점 B의 오른쪽에 있을 때





위의 그림에서 $\overline{BD}=4\text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AB}=2\overline{BD}=2 \times 4=8(\text{cm})$$

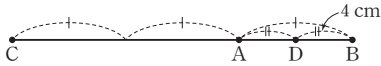
$$\overline{AB}=\frac{1}{3}\overline{BC}\text{이므로}$$

$$\overline{BC}=3\overline{AB}=3 \times 8=24(\text{cm})$$

따라서

$$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=8+24=32(\text{cm})$$

(ii) 점 C가 점 A의 왼쪽에 있을 때



위의 그림에서 $\overline{BD}=4\text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AB}=2\overline{BD}=2 \times 4=8(\text{cm})$$

$$\overline{AB}=\frac{1}{3}\overline{BC}\text{이므로}$$

$$\overline{BC}=3\overline{AB}=3 \times 8=24(\text{cm})$$

따라서 $\overline{AC}=\overline{BC}-\overline{AB}=24-8=16(\text{cm})$

(i), (ii)에서 \overline{AC} 의 길이가 될 수 있는 값은 32 cm, 16 cm이다.

7 $\angle x : \angle y = 3 : 2$ 이므로 $2\angle x = 3\angle y$

즉, $\angle y = \frac{2}{3}\angle x$

$\angle x : \angle z = 6 : 5$ 이므로 $5\angle x = 6\angle z$

즉, $\angle z = \frac{5}{6}\angle x$

따라서 $\angle x : \angle y : \angle z = \angle x : \frac{2}{3}\angle x : \frac{5}{6}\angle x = 6 : 4 : 5$ 이므로

$$\angle y + \angle z = 180^\circ \times \frac{4+5}{6+4+5} = 108^\circ$$

8 $\angle AOC = \frac{3}{5}\angle AOD$ 이므로 $\angle COD = \frac{2}{5}\angle AOD$

$\angle EOB = \frac{3}{5}\angle DOB$ 이므로 $\angle DOE = \frac{2}{5}\angle DOB$

따라서 $\angle COE$ 의 크기는

$$\angle COE = \angle COD + \angle DOE$$

$$= \frac{2}{5}\angle AOD + \frac{2}{5}\angle DOB$$

$$= \frac{2}{5}(\angle AOD + \angle DOB)$$

$$= \frac{2}{5} \times 180^\circ = 72^\circ$$

9 $\angle AOC = 180^\circ \times \frac{1}{3} = 60^\circ$

$\angle COD = \angle x$ 라 하면

$\angle AOD = \angle AOC + \angle COD = 5\angle COD$ 이므로

$60^\circ + \angle x = 5\angle x$, $4\angle x = 60^\circ$, $\angle x = 15^\circ$ ①

$\angle DOE = \angle y$ 라 하면

$\angle BOD = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 5 \times 15^\circ = 5\angle DOE$ 이므로

$105^\circ = 5\angle y$, $\angle y = 21^\circ$ ②

따라서 $\angle COE$ 의 크기는

$\angle COE = \angle COD + \angle DOE$

$= 15^\circ + 21^\circ = 36^\circ$ ③

채점 기준	비율
① $\angle COD$ 의 크기 구하기	40 %
② $\angle DOE$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\angle COE$ 의 크기 구하기	20 %

10 $\angle AOB + \angle BOC = 90^\circ$ 이므로

$\angle AOB = 90^\circ - \angle BOC$

$\angle AOD = \angle AOB + \angle BOD$

$= (90^\circ - \angle BOC) + 90^\circ$

$= 180^\circ - \angle BOC$

이므로 $\angle BOC = 180^\circ - \angle AOD$

(i) $\angle AOD = 120^\circ$ 일 때

$\angle BOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

(ii) $\angle AOD = 150^\circ$ 일 때

$\angle BOC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

(i), (ii)에 의하여 $30^\circ \leq \angle BOC \leq 60^\circ$

따라서 $a = 60$, $b = 30$ 이므로

$a - b = 60 - 30 = 30$

11 $\angle a : \angle c = 1 : 2$ 에서 $\angle c = 2\angle a$

$\angle a : \angle b = 4 : 7$ 에서 $\angle b = \frac{7}{4}\angle a$

주어진 그림에서 두 반직선을 변으로 하고 점 O를 꼭짓점으로 하는 모든 각 중 작은 쪽은 $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle AOC$, $\angle BOD$, $\angle AOD$ 의 6개이다.

이 6개의 각의 크기의 합은

$$\angle a + \angle b + \angle c + (\angle a + \angle b) + (\angle b + \angle c) + (\angle a + \angle b + \angle c)$$

$$= 3\angle a + 4\angle b + 3\angle c$$

$$= 3\angle a + 4 \times \frac{7}{4}\angle a + 3 \times 2\angle a$$

$$= 16\angle a$$

$16\angle a = 384^\circ$ 이므로 $\angle a = 24^\circ$

따라서 $\angle b = \frac{7}{4}\angle a = \frac{7}{4} \times 24^\circ = 42^\circ$,

$\angle c = 2\angle a = 2 \times 24^\circ = 48^\circ$ 이므로

$\angle AOD = \angle a + \angle b + \angle c = 24^\circ + 42^\circ + 48^\circ = 114^\circ$

12 구하는 시각을 4시 x 분이라 하면

시침이 12시를 가리킬 때부터 4시간 x 분 동안 움직인 각도는

$30^\circ \times 4 + 0.5^\circ \times x$

분침이 12시를 가리킬 때부터 x 분 동안 움직인 각도는

$6^\circ \times x$

이때 시침과 분침이 평각을 이루므로

$6^\circ \times x - (30^\circ \times 4 + 0.5^\circ \times x) = 180^\circ$

$5.5x = 300$, $x = \frac{300}{5.5} = \frac{600}{11}$

따라서 구하는 시각은 4시 $\frac{600}{11}$ 분이므로

$q - p = 600 - 11 = 589$

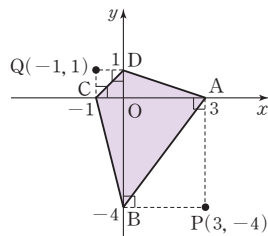
13 $\angle BOD = \angle x$ (맞꼭지각), $\angle AOE = \angle y$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle EOF = \angle y + \angle x + 3\angle x + 3\angle y$
 $4\angle x + 4\angle y = 180^\circ$ 이므로
 $\angle x + \angle y = 45^\circ$
따라서 $\angle EOD = \angle COF$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle EOD = 3\angle x + 3\angle y$
 $= 3(\angle x + \angle y)$
 $= 3 \times 45^\circ = 135^\circ$

14 $(2y - 10) + (y + 40) = 90$ 이므로
 $3y + 30 = 90, 3y = 60, y = 20$
맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
 $x = 2y - 10 + 90 = 2 \times 20 + 80 = 120$
따라서 $x - y = 120 - 20 = 100$

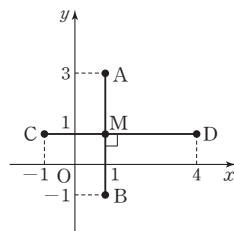
15 $\angle AOH : \angle BOH = 2 : 3$ 이므로
 $\angle AOH = 180^\circ \times \frac{2}{2+3} = 72^\circ$
 $\angle HOF = x^\circ$ 라 하면
 $\angle AOF = 4\angle HOF$ 에서 $72 + x = 4x$
 $3x = 72, x = 24$ ①
 $\angle BOF = 180^\circ - \angle AOF$
 $= 180^\circ - 24^\circ \times 4 = 84^\circ$
 $\angle DOF = y^\circ$ 라 하면 $\angle BOF = 2\angle DOF$ 에서
 $84 = 2y, y = 42$ ②
따라서 $\angle COG$ 의 크기는
 $\angle COG = \angle HOD$ (맞꼭지각)
 $= \angle HOF + \angle DOF$
 $= 24^\circ + 42^\circ$
 $= 66^\circ$ ③

채점 기준	비율
① $\angle HOF$ 의 크기 구하기	40%
② $\angle DOF$ 의 크기 구하기	40%
③ $\angle COG$ 의 크기 구하기	20%

16 오른쪽 그림에서 사각형 ABCD의 넓이는 삼각형 ADC와 삼각형 ACB의 넓이의 합과 같으므로
 $\frac{1}{2} \times 4 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 2 + 8 = 10$

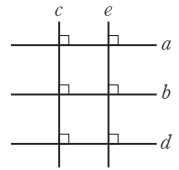


17 ③ \overline{AB} 는 \overline{CD} 의 수선이지만 이등분하지 않는다.
④ 점 B에서 \overline{CD} 에 내린 수선의 발은 점 M이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

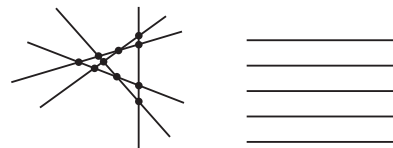


18 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 \overline{AH} 의 길이가 점 A와 변 BC 사이의 거리이다.
삼각형 ABC의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 \times \overline{AH}$ 이므로
 $\overline{AH} = \frac{60}{13}$ cm
따라서 꼭짓점 A와 변 BC 사이의 거리는 $\frac{60}{13}$ cm이다.

19 다섯 개의 직선 a, b, c, d, e의 위치 관계는 오른쪽 그림과 같다.
① $a \parallel d$ ② $a \perp e$ ③ $b \parallel d$
④ $b \perp e$ ⑤ $c \perp d$
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.



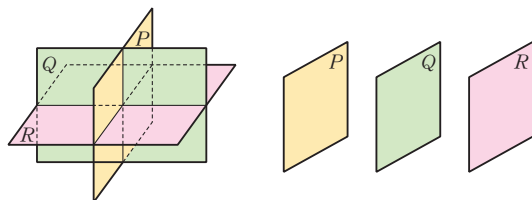
20 다음 그림과 같이 서로 다른 5개의 직선을 어느 두 직선도 평행하지 않고, 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않도록 그릴 때 교점의 개수가 최대가 되고, 5개의 직선을 모두 평행하게 그릴 때 교점의 개수가 최소가 된다.



따라서 $x = 10, y = 0$ 이므로 $x + 20y = 10$

21 (i) 평면 P 위의 두 점 A, B와 평면 Q 위의 한 점으로 만들 수 있는 평면은 평면 ABE, ABF, ABG의 3개이고, 평면 P 위의 두 점 A와 D, 두 점 B와 D, 두 점 C와 D일 때에도 마찬가지로 각각 3개씩이므로 만들 수 있는 서로 다른 평면은 $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ (개)
(ii) 평면 P 위의 한 점 A와 평면 Q 위의 두 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면은 평면 AEF, AEG, AFG의 3개이고, 평면 P 위의 점 B, 점 C, 점 D일 때에도 마찬가지로 각각 3개씩이므로 만들 수 있는 서로 다른 평면은 $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ (개)
(iii) 평면 P와 평면 Q의 2개
(i)~(iii)에 의하여 서로 다른 평면의 개수는 $12 + 12 + 2 = 26$

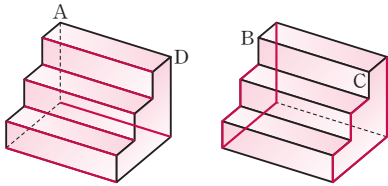
22 다음 그림과 같이 공간은 최대 8개가 생기고, 공간을 나누는 평면끼리 서로 만나지 않는 경우에 최소 4개가 생긴다.



따라서 $a = 8, b = 4$ 이므로 $a + b = 12$



23



[그림 1]

[그림 2]

[그림 1]과 같이 모서리 AD와 평행한 모서리는 7개이므로 $a=7$
 [그림 2]와 같이 모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리는 12개
 이므로 $b=12$
 따라서 $a+b=7+12=19$

24 면 BFGC와 수직인 면은 면 ABCD, 면 ABFE, 면 EFGH, 면 CGHD의 4개이므로

$a=4$ ①

면 ABFE와 평행한 모서리는 \overline{CD} , \overline{CG} , \overline{DH} , \overline{GH} 의 4개이므로
 $b=4$ ②

모서리 AD와 꼬인 위치에 있는 모서리는 \overline{BF} , \overline{CG} , \overline{EF} , \overline{FG} , \overline{GH} 의 5개이므로

$c=5$ ③

따라서 $a+b-c=4+4-5=3$ ④

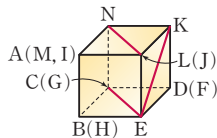
채점 기준	비율
① a의 값 구하기	30 %
② b의 값 구하기	30 %
③ c의 값 구하기	30 %
④ a+b-c의 값 구하기	10 %

[참고] (면 BFGC) \perp \overline{AB} 이고 면 ABCD가 \overline{AB} 를 포함하므로
 (면 BFGC) \perp (면 ABCD)

25 면 CHGD와 평행한 직선은 \overline{AB} , \overline{AK} , \overline{BL} , \overline{LK} , \overline{EF} , \overline{EJ} , \overline{IJ} , \overline{IM} , \overline{MN} , \overline{FN} 의 10개이다.

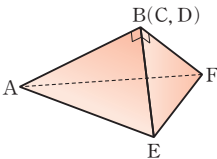
26 주어진 전개도로 정육면체를 만들면
 오른쪽 그림과 같다.

따라서 \overline{LN} 과 \overline{EK} 는 꼬인 위치에 있고,
 \overline{LN} 과 \overline{EG} 는 평행하다.

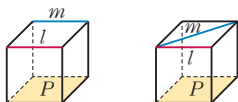


27 주어진 종이의 점선을 따라 접어 만든
 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 삼각
 뿔이다.

ㄴ. \overline{AE} 와 \overline{CF} 는 꼬인 위치에 있다.
 ㄹ. 점 A와 면 CFE 사이의 거리는 \overline{AB} 의 길이와 같다.
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.



28 ㄱ. $P \parallel l$, $P \parallel m$ 이면 다음과 같은 위치 관계가 가능하다.

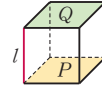


$l \parallel m$ l, m 은 한 점에서 만난다.



$l \perp m$ l, m 은 꼬인 위치에 있다.

ㄴ. $P \perp l$, $P \parallel Q$ 이면 $Q \perp l$



ㄷ. $P \parallel l$, $P \perp m$ 이면 다음과 같은 위치 관계가 가능하다.

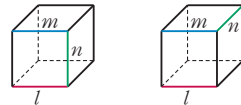


$l \perp m$ l, m 은 꼬인 위치에 있다.

ㄹ. $P \perp Q$, $P \parallel R$ 이면 $Q \perp R$



ㅁ. $l \parallel m$, $m \perp n$ 이면 다음과 같은 위치 관계가 가능하다.



$l \perp n$ l, n 은 꼬인 위치에 있다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

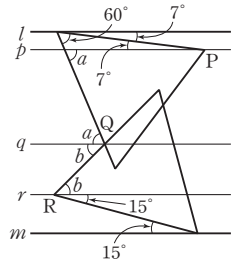
29 오른쪽 그림과 같이 세 점 P, Q, R
 에서 직선 l, m 과 평행하게 그은 직
 선을 각각 p, q, r 이라 하자.

정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이
 고 평행한 두 직선이 한 직선과 만날
 때 생기는 동위각과 엇각의 크기는
 같으므로

$$\angle a = 60^\circ + 7^\circ = 67^\circ,$$

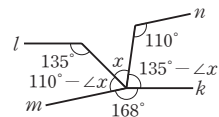
$$\angle b + 15^\circ = 60^\circ \text{이므로 } \angle b = 45^\circ$$

따라서 $\angle x = \angle a + \angle b = 67^\circ + 45^\circ = 112^\circ$



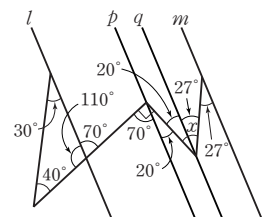
30 $l \parallel k$ 이므로 엇각의 크기가 135° 로 같
 고, $m \parallel n$ 이므로 엇각의 크기가 110°
 로 같다.

따라서
 $(110^\circ - \angle x) + \angle x + (135^\circ - \angle x) + 168^\circ = 360^\circ$ 이므로
 $413^\circ - \angle x = 360^\circ$
 따라서 $\angle x = 53^\circ$



31 오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을 각
 각 지나고 두 직선 l, m 에 평행한
 두 직선 p, q 를 그으면

$$\angle x = 20^\circ + 27^\circ = 47^\circ$$



32 두 직선 l, m 에서
엇각의 크기가 75° 로 같으므로
 $l \parallel m$

두 직선 n, p 에서

$\angle ABC = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$ 이고,

엇각의 크기가 68° 로 같으므로

$n \parallel p$

$l \parallel m$ 이므로 $\angle x = 45^\circ$ (동위각)

평각의 크기는 180° 이므로

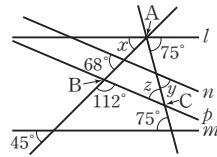
$\angle BAC = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$60^\circ + 68^\circ + \angle z = 180^\circ, \angle z = 52^\circ$

$n \parallel p$ 이므로 $\angle y = \angle z = 52^\circ$ (엇각)

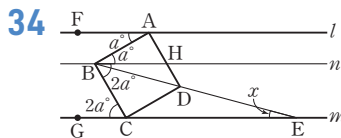
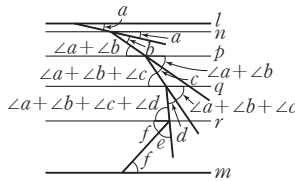
따라서 $\angle x + \angle y + \angle z = 45^\circ + 52^\circ + 52^\circ = 149^\circ$



33 오른쪽 그림과 같이 꺾인 점을
각각 지나고 두 직선 l, m 에
평행한 네 직선 n, p, q, r 을
그으면

$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d$

$+ \angle e + \angle f = 180^\circ$



위의 그림과 같이 점 B를 지나고 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 긋는다.

$\angle FAB : \angle BCG = 1 : 2$ 이므로

$\angle FAB = a^\circ$ 라 하면 $\angle BCG = 2a^\circ$

$l \parallel n$ 이므로

$\angle HBA = \angle FAB = a^\circ$ (엇각)

$n \parallel m$ 이므로

$\angle HBC = \angle BCG = 2a^\circ$ (엇각)

정사각형의 한 내각의 크기는 90° 이므로

$a^\circ + 2a^\circ = 90^\circ, 3a^\circ = 90^\circ, a^\circ = 30^\circ$

이때 $\angle CBD = 45^\circ$ 이므로

$\angle HBD = 2 \times 30^\circ - 45^\circ = 15^\circ$

따라서 $\angle x = \angle HBD = 15^\circ$ (엇각)

35 오른쪽 그림에서 $l \parallel m$ 이므로
 $4\angle a + 4\angle b = 180^\circ$ 에서

$\angle a + \angle b = 45^\circ$

삼각형 BQD에서

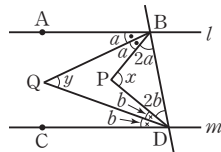
$3\angle a + 3\angle b + \angle y = 180^\circ$ 이므로

$3 \times 45^\circ + \angle y = 180^\circ, \angle y = 45^\circ$

또한, 삼각형 BPD에서 $2\angle a + 2\angle b + \angle x = 180^\circ$ 이므로

$2 \times 45^\circ + \angle x = 180^\circ, \angle x = 90^\circ$

따라서 $\angle x + \angle y = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$



36 $\angle EFC = \angle BFA = 68^\circ$ (맞꼭지각),
 $\angle HCB = \angle BCF = \angle x$ (접은 각)
이고 직사각형에서 마주 보는 변은 서로 평행하므로

$\angle HCF = \angle EFC$ (엇각)

즉, $2\angle x = 68^\circ$ 이므로 $\angle x = 34^\circ$

또, $\angle JED = \angle CDE = \angle y$ (엇각),

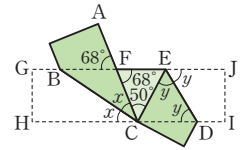
$\angle CED = \angle JED = \angle y$ (접은 각)이고

$\angle JEC = \angle ECH$ (엇각)이므로

$2\angle y = 2\angle x + 50^\circ, 2\angle y = 2 \times 34^\circ + 50^\circ$

$2\angle y = 118^\circ, \angle y = 59^\circ$

따라서 $\angle y - \angle x = 59^\circ - 34^\circ = 25^\circ$





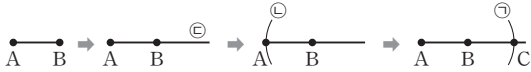
2. 작도와 합동

필수 확인 문제

30~33쪽

- | | | | |
|------------|-----------------------------|------------|--------|
| 1 ㉠-㉡-㉢ | 2 ㉡ | 3 ㉡, ㉢ | 4 ㉡, ㉢ |
| 5 ㉢ | 6 ㉢ | 7 ㉡ | 8 ㉡ |
| 10 ㉠, ㉢ | 11 ㉡, ㉣ | 12 ㉠, ㉢ | 13 7 |
| 15 ㉡, ㉢, ㉣ | 16 풀이 참조 | 17 ㉡, ㉢, ㉣ | 18 ㉢ |
| 20 52° | 21 $\triangle EDC$, SAS 합동 | | |

1



따라서 작도 순서는 ㉠-㉡-㉢이다.

2

작도 순서는 다음과 같다.

- ① 점 O를 중심으로 원을 그려 \overline{OX} , \overline{OY} 와의 교점을 각각 A, B라 한다. (㉠)
 - ② 점 P를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{OA} 인 원을 그려 \overline{PQ} 와의 교점을 C라 한다. (㉡)
 - ③ 컴퍼스를 사용하여 \overline{AB} 의 길이를 잰다. (㉢)
 - ④ 점 C를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{AB} 인 원을 그려 ②의 원과의 교점을 D라 한다. (㉣)
 - ⑤ \overline{PD} 를 그으면 $\angle DPQ$ 가 작도된다. (㉤)
- 따라서 작도 순서를 바르게 나열한 것은 ㉡이다.

3

- ㉡, ㉢. 점 P를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{OA} 인 원을 그린 것이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{PC} = \overline{PD}$
- ㉣. 점 C를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{AB} 인 원을 그린 것이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
- ㉤. 크기가 같은 각을 작도한 것이므로 $\angle XOY = \angle DPC$
- 따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢이다.

4

- ④ 동위각의 크기가 같으면 두 직선은 평행함을 이용하였다.
- ⑤ 작도 순서는 ㉠-㉢-㉤-㉡-㉣-㉤이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

5

- ①, ②, ③, ④ 점 P를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{AB} 인 원을 그린 것이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{PQ} = \overline{PR}$
- ⑤ 점 Q를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{BC} 인 원을 그린 것이므로 $\overline{BC} = \overline{QR}$
- 따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

6

작도 순서는 다음과 같다.

- ① $\angle B$ 와 크기가 같은 각을 작도한다. (㉠)
- ② 점 B를 중심으로 반지름의 길이가 c인 원을 그려 \overline{BX} 와의 교점을 A라 한다. (㉡)
- ③ 점 B를 중심으로 반지름의 길이가 a인 원을 그려 \overline{BY} 와의 교점을 C라 한다. (㉢)
- ④ \overline{AC} 를 긋는다. (㉣)

위의 작도 순서 중에서 ②와 ③의 순서가 바뀌어도 된다.
따라서 작도 순서로 옳은 것은 ㉡, ㉣이다.

7

- (i) $\angle B \rightarrow \overline{BC} \rightarrow \angle C$ (ii) $\angle C \rightarrow \overline{BC} \rightarrow \angle B$ (㉡)
(iii) $\overline{BC} \rightarrow \angle B \rightarrow \angle C$ (㉢) (iv) $\overline{BC} \rightarrow \angle C \rightarrow \angle B$ (㉣)
- 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

8

- ④ 크기가 다른 여러 개의 직각이등변삼각형은 세 각의 크기가 90° , 45° , 45° 로 모두 같으므로 세 각의 크기가 주어지면 삼각형이 하나로 정해지지 않음을 알 수 있다.

9

- (i) 가장 긴 변의 길이가 x cm일 때
 $x < 3+8$, $x < 11$ ①
- (ii) 가장 긴 변의 길이가 8 cm일 때
 $8 < 3+x$, $x > 5$ ②
- (i), (ii)에 의하여 x의 값이 될 수 있는 자연수는 6, 7, 8, 9, 10의 5개이다. ③

채점 기준	비율
① 가장 긴 변의 길이가 x cm일 때, x의 범위 구하기	40%
② 가장 긴 변의 길이가 8 cm일 때, x의 범위 구하기	40%
③ x의 값이 될 수 있는 자연수의 개수 구하기	20%

10

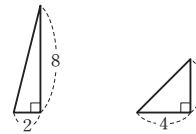
- ① 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합과 같으므로 삼각형이 만들어지지 않는다.
- ③ $\angle A$ 는 끼인각이 아니므로 삼각형 ABC가 하나로 정해지지 않는다.
- 따라서 더 필요한 조건에 아닌 것은 ①, ③이다.

11

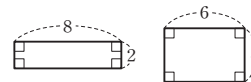
- ② $\angle F = \angle C = 70^\circ$ 이므로 $\angle E = 180^\circ - (45^\circ + 70^\circ) = 65^\circ$
- ④ $\overline{DF} = \overline{AC}$
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

12

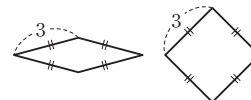
- ② 다음 그림과 같은 두 직각삼각형은 넓이가 같지만 합동이 아니다.



- ③ 다음 그림과 같은 두 직사각형은 둘레의 길이가 같지만 합동이 아니다.



- ④ 다음 그림과 같은 두 마름모는 한 변의 길이가 같지만 합동이 아니다.



따라서 항상 합동인 것은 ①, ⑤이다.

- 13 $\overline{RS} = \overline{CD} = 11$ cm 이므로 $y = 11$
 $\angle D = \angle S = 80^\circ$ 이므로 사각형 ABCD에서
 $x = 360 - (120 + 90 + 80) = 70$
따라서 $\frac{x+7}{y} = \frac{70+7}{11} = 7$
- 14 ⑤ 나머지 한 각의 크기는
 $180^\circ - (65^\circ + 45^\circ) = 70^\circ$
즉, 대응하는 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각
같으므로 합동이다. (ASA 합동)
따라서 주어진 삼각형과 합동인 것은 ⑤이다.
- 15 $\angle B = \angle F$, $\angle C = \angle E$ 이고 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°
이므로 $\angle A = \angle D$ 이다.
주어진 두 삼각형이 ASA 합동이 되기 위해서는 한 변의 길이와
그 양 끝 각의 크기가 각각 같아야 한다.
따라서 조건이 될 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

- 16 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EFD$ 에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{FE}$ 이므로 $\angle ABC = \angle EFD$ (엇각)
 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle ACB = \angle EDF$ (엇각)
 $\overline{DB} = \overline{FC}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC} = \overline{BF} + \overline{DB} = \overline{FD}$ ①
따라서 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ (ASA 합동) ②

채점 기준	비율
① 두 삼각형이 합동이 되는 조건 각각 구하기	80 %
② 합동인 삼각형을 기호로 나타내고, 합동 조건 구하기	20 %

- 17 $\triangle OPA$ 와 $\triangle OPB$ 에서
 \overline{OP} 는 공통, $\angle AOP = \angle BOP$
 $\angle OPA = 180^\circ - (\angle AOP + 90^\circ)$
 $= 180^\circ - (\angle BOP + 90^\circ)$
 $= \angle OPB$
 $\triangle OPA \cong \triangle OPB$ (ASA 합동) 이므로
 $\overline{PA} = \overline{PB}$
따라서 필요한 조건은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.
- 18 ㄱ. $\angle DAC = 60^\circ$, $\angle ECB = 60^\circ$
즉, 동위각의 크기가 서로 같으므로 $\overline{AD} \parallel \overline{CE}$
ㄴ. $\angle DCE = 180^\circ - \angle DCA - \angle ECB$
 $= 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$
ㄷ, ㄹ. $\triangle ACE$ 와 $\triangle DCB$ 에서 $\overline{AC} = \overline{DC}$, $\overline{CE} = \overline{CB}$,
 $\angle ACE = \angle DCB = 120^\circ$ 이므로
 $\triangle ACE \cong \triangle DCB$ (SAS 합동)
즉, $\angle EAC = \angle BDC$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.
- 19 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 44^\circ) = 68^\circ$
 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ 이므로

- $\overline{CB} = \overline{CE}$
 $\triangle BCE$ 에서
 $\angle CBE = \angle CEB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ$
따라서
 $\angle x = \angle ABC - \angle CBE$
 $= 68^\circ - 56^\circ = 12^\circ$

- 20 $\triangle ABP$ 와 $\triangle CBQ$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{CB}$
 $\overline{AP} = \overline{CQ}$
 $\angle BAP = \angle BCQ = 90^\circ$
이므로 $\triangle ABP \cong \triangle CBQ$ (SAS 합동)
즉, $\triangle BQP$ 는 $\overline{BP} = \overline{BQ}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BQP = \angle BPQ = 64^\circ$
따라서 $\angle x = 180^\circ - 2 \times 64^\circ = 52^\circ$
- 21 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$,
정삼각형 EBC에서 $\overline{EB} = \overline{EC}$,
 $\angle ABE = 90^\circ - \angle EBC = 90^\circ - 60^\circ = \angle DCE$ 이므로
 $\triangle EAB \cong \triangle EDC$ (SAS 합동)

고난도 대표 유형 34~37쪽

1 ③, ④ 2 ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥ ② \overline{AB} , \overline{PR} , \overline{PQ} ③ 동
위각의 크기가 같면 두 직선이 평행하다. 3 4 4 6개
5 ㄷ 6 2개 7 125° 8 ③ 9 120°
10 ①, ③ 11 9 cm 12 16 cm^2

- 1 ① 점 O를 중심으로 원을 그렸으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$
② 점 P는 두 점 A, B를 각각 중심으로 반지름의 길이가 같은
두 원의 교점이므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$
③ $\overline{OX} = \overline{OY}$ 인지 알 수 없다.
④ $\overline{AO} = \overline{AP}$ 인지 알 수 없다.
⑤ 각의 이등분선 위의 점에서 각의 두 변에 이르는 거리는 서로
같다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.
- 2 (1) ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥
(2) ㉡, ㉢에서 그린 원의 반지름의 길이가 같으므로
 $\overline{AC} = \overline{AB} = \overline{PR} = \overline{PQ}$
(3) 동위각의 크기가 같으면 두 직선이 평행하다는 성질을 이용한
것이다.
- 3 $x \leq y$, $x + y = 12$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는
 $(1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6)$
이때 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작은 조
건을 만족시키는 삼각형의 세 변의 길이의 순서쌍은

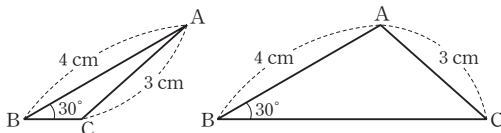


(3, 7, 9), (4, 7, 8), (5, 7, 7), (6, 6, 7)
따라서 만들 수 있는 삼각형은 4개이다.

- 4 조건 (가), (다)에 의하여 삼각형의 세 변의 길이를 각각 x, x, y ($x > 0, y > 0, x \neq y$)라 하면
조건 (나)와 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에 의하여
(i) 가장 긴 변의 길이가 x 일 때
 $x < x + y, 2x + y = 27$
이를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는
(10, 7), (11, 5), (12, 3), (13, 1)의 4개
(ii) 가장 긴 변의 길이가 y 일 때
 $y < x + x, 2x + y = 27$
이를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는
(7, 13), (8, 11)의 2개
(i), (ii)에 의하여 $4 + 2 = 6$ (개)

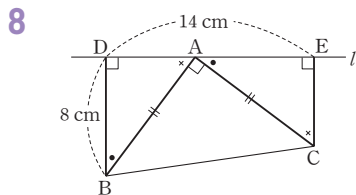
- 5 가. 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형 ABC가 하나로 정해진다.
나. $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기가 주어지므로 $\angle A$ 의 크기도 알 수 있다. 즉, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형 ABC가 하나로 정해진다.
다. 두 변의 길이와 끼인각이 아닌 다른 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형 ABC가 하나로 정해지지 않는다.
르. 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형 ABC가 하나로 정해진다.
따라서 추가되어야 할 조건이 아닌 것은 다이다.

- 6 $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 3$ cm, $\angle B = 30^\circ$ 인 삼각형 ABC는 $\angle A$ 가 예각일 때와 둔각일 때, 각각 다음 그림과 같다.



따라서 삼각형 ABC는 모두 2개 만들 수 있다.

- 7 $\triangle OAD$ 와 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OD} = \overline{OC}$, $\angle O$ 는 공통이므로
 $\triangle OAD \cong \triangle OBC$ (SAS 합동)
 $\triangle OBC$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle DAO = \angle CBO = 180^\circ - (30^\circ + 25^\circ) = 125^\circ$



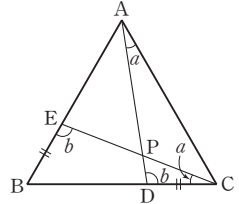
$\triangle ADB$ 와 $\triangle CEA$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{CA}$
 $\angle ABD = 90^\circ - \angle DAB = \angle CAE$

$\angle DAB = 90^\circ - \angle ABD = 90^\circ - \angle CAE = \angle ECA$

이므로 $\triangle ADB \cong \triangle CEA$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 8$ cm, $\overline{DA} = 14 - 8 = 6$ (cm)이므로
 $\overline{EC} = \overline{DA} = 6$ cm

- 9 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEB$ 에서
 $\overline{AC} = \overline{CB}$, $\angle C = \angle B = 60^\circ$,
 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 이므로
 $\triangle ADC \cong \triangle CEB$ (SAS 합동)
 $\angle CAD = \angle BCE = \angle a$,
 $\angle ADC = \angle CEB = \angle b$ 라 하면
 $\triangle CEB$ 에서 $\angle a + \angle b + 60^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle a + \angle b = 120^\circ$
따라서 $\angle PDC + \angle PCD = \angle a + \angle b = 120^\circ$



- 10 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$,
 $\angle BAD = 60^\circ + \angle CAD = \angle CAE$ 이므로
 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS 합동), $\overline{BD} = \overline{CE}$
따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

- 11 사각형 ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC}$
 $\angle AGB = 90^\circ$ 이므로
 $\angle BAG = 180^\circ - (\angle AGB + \angle ABG)$
 $= 90^\circ - \angle ABG = \angle CBF$
 $\angle AGB = \angle BFC$, $\angle BAG = \angle CBF$ 이므로
 $\angle ABG = \angle BCF$
따라서 $\triangle ABG \cong \triangle BCF$ (ASA 합동)이므로
 $\overline{EG} = \overline{BE} - \overline{BG} = \overline{BE} - \overline{CF} = 25 - 16 = 9$ (cm)

- 12 $\triangle OBH$ 와 $\triangle OCI$ 에서
 $\overline{OB} = \overline{OC}$
 $\angle OBH = \angle OCI = 45^\circ$
 $\angle BOH = 90^\circ - \angle HOC = \angle COI$
이므로 $\triangle OBH \cong \triangle OCI$ (ASA 합동)
따라서 사각형 OHCI의 넓이는
 $\triangle OHC + \triangle OCI = \triangle OHC + \triangle OBH$
 $= \triangle OBC$
 $= \frac{1}{4} \times 8 \times 8 = 16$ (cm²)

고난도 실전 문제

38~41쪽

1 ①, ④	2 ㉠ - ㉡ - ㉢ - ㉣ - ㉤ - ㉥	3 ④
4 나, 르	5 ⑤	6 영준
7 8	8 16	9 ④
10 가, 다	11 3	12 3
13 15°	14 25°	15 55
16 54 cm ²	17 ⑤	18 다, 르
19 정삼각형	20 33 cm	21 90°
22 36°	23 ③	

- 1 ① 선분의 길이를 잴 때는 컴퍼스를 사용한다.
④ 주어진 각과 크기가 같은 각을 작도할 때는 눈금 없는 자와 컴

퍼스를 사용한다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

2 작도 순서는 다음과 같다.

- ① 점 O를 중심으로 원을 그려 \overline{OY} , \overline{OX} 와의 교점을 각각 A, B라 한다. (㉠)
- ② 점 P를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{OA} 인 원을 그려 \overline{PQ} 와의 교점을 C라 한다. (㉡)
- ③ 컴퍼스를 사용하여 \overline{AB} 의 길이를 잰다. (㉢)
- ④ 점 C를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{AB} 인 원을 그려 ②에서 그린 원과의 교점을 D라 한다. (㉣)
- ⑤ 점 D를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{AB} 인 원을 그려 ②에서 그린 원과의 교점을 E라 한다. (㉤)
- ⑥ \overline{PE} 를 긋는다. (㉥)

따라서 작도 순서는 ㉠-㉡-㉢-㉣-㉤-㉥이다.

3 ① $\triangle AOQ$, $\triangle POB$ 가 정삼각형이고 두 삼각형의 한 변의 길이는 서로 같으므로 $\overline{AQ} = \overline{BP}$
 ②, ③, ④ \overline{OP} , \overline{OQ} 가 $\angle XOY$ 의 삼등분선이므로
 $\angle AOP = \angle POQ = \angle BOQ = 30^\circ$
 즉, $\angle AOQ = \angle BOP = 60^\circ$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

4 가, 나. $\overline{QC} = \overline{QD} = \overline{PA} = \overline{PB}$
 다. 엇각의 크기가 같으면 두 직선이 평행하다는 성질을 이용한 것이다.
 따라서 옳은 것은 나, 다이다.

5 주어진 그림은 평행사변형의 마주 보는 두 쌍의 변의 길이가 같다는 성질을 이용한 평행선의 작도이다.
 작도 순서는 다음과 같다.

- ① 직선 l 위에 점 A를 잡고 반지름의 길이가 \overline{PA} 인 원을 그려 직선 l과의 교점을 B라 한다. (㉠)
 $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{AP}$
- ② 점 P를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{PA} 인 원을 그린다. (㉢)
- ③ 컴퍼스를 사용하여 \overline{PB} 의 길이를 잰다. (㉡)
- ④ 점 A를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{PB} 인 원을 그려 ②에서 그린 원과의 교점을 Q라 한다. (㉣)
 $\Rightarrow \overline{AQ} = \overline{BP}$
- ⑤ \overline{PQ} 를 긋는다. (㉤)

따라서 옳은 것은 가, 다, 모이다.

6 작도 순서는 다음과 같다.

- ① 점 B를 중심으로 하는 원을 그려 \overline{AB} , \overline{BC} 와의 교점을 각각 P, Q라 한다. (㉠)
- ② 점 C를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{PB} 인 원을 그려 \overline{BC} 와의 교점을 U라 한다. (㉡)
- ③ 점 A를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{PB} 인 원을 그려 \overline{AB} 와의 교점을 R이라 한다. (㉢)

④ 컴퍼스로 \overline{PQ} 의 길이를 잰다. (㉣)

⑤ 점 U를 중심으로 반지름의 길이가 \overline{PQ} 인 원을 그려 ②에서 그린 원과의 교점을 T라 한다. (㉤)

⑥ 점 R을 중심으로 반지름의 길이가 \overline{PQ} 인 원을 그려 ③에서 그린 원과의 교점을 S라 한다. (㉥)

⑦ \overline{CT} 를 긋는다. (㉦)

⑧ \overline{AS} 를 그어 \overline{CT} 와의 교점을 D라 한다. (㉧)

이때 생기는 사각형 ABCD가 평행사변형이다.

위의 작도 순서 중에서 ②와 ③, ⑤와 ⑥의 순서가 각각 바뀌어도 된다.

따라서 작도 순서를 틀리게 말한 학생은 영준이다.

7 $2 < a < b < 8$ 을 만족시키는 정수 a, b의 값 중에서 $a + b > 8$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 6), (5, 7), (6, 7)의 8개이다.
 따라서 삼각형의 개수는 8이다.

8 $x \leq y \leq z$, $x + y > z$ 이고 $x + y + z = 25$ 이므로
 $x + y + z > z + z = 2z$

즉, $25 > 2z$ 이므로 $z < \frac{25}{2}$ ㉠

또, $x \leq z$, $y \leq z$ 이므로

$x + y + z \leq z + z + z = 3z$

즉, $25 \leq 3z$ 이므로 $z \geq \frac{25}{3}$ ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 자연수 z는 9, 10, 11, 12이다.

(i) $z = 9$ 일 때

$x + y = 16$ 에서 순서쌍 (x, y)는

(7, 9), (8, 8)의 2개

(ii) $z = 10$ 일 때

$x + y = 15$ 에서 순서쌍 (x, y)는

(5, 10), (6, 9), (7, 8)의 3개

(iii) $z = 11$ 일 때

$x + y = 14$ 에서 순서쌍 (x, y)는

(3, 11), (4, 10), (5, 9), (6, 8), (7, 7)의 5개

(iv) $z = 12$ 일 때

$x + y = 13$ 에서 순서쌍 (x, y)는

(1, 12), (2, 11), (3, 10), (4, 9), (5, 8), (6, 7)의 6개

(i)~(iv)에 의하여 구하는 삼각형의 개수는

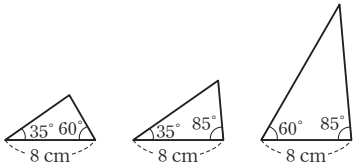
$2 + 3 + 5 + 6 = 16$

9 $6 < 6 + 6$, $9 < 6 + 6$, $9 < 9 + 6$, $12 = 6 + 6$, $12 < 6 + 9$,
 $12 < 9 + 9$, $12 < 12 + 6$, $12 < 12 + 9$ 이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은
 (6 cm, 6 cm, 6 cm), (6 cm, 6 cm, 9 cm),
 (6 cm, 9 cm, 9 cm), (6 cm, 9 cm, 12 cm),
 (6 cm, 12 cm, 12 cm), (9 cm, 9 cm, 12 cm),
 (9 cm, 12 cm, 12 cm)
 따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 7이다.



- 10 가. $\angle A, \angle C$ 의 크기를 알면 $\angle B$ 의 크기도 알 수 있다.
 즉, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 경우이므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해진다.
 나. $\angle C$ 는 \overline{AB} 와 \overline{BC} 의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해지지 않는다.
 다. 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 경우이므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해진다.
 르. 세 각의 크기가 주어지면 무수히 많은 삼각형이 그려진다.
 따라서 필요한 조건은 가, 다이다.

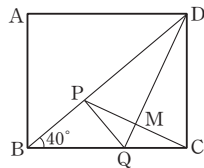
- 11 주어진 두 각을 제외한 나머지 한 각의 크기는 $180^\circ - (35^\circ + 60^\circ) = 85^\circ$
 이므로 한 변의 길이가 8 cm이고 그 양 끝 각의 크기가 35° 와 $60^\circ, 35^\circ$ 와 $85^\circ, 60^\circ$ 와 85° 가 될 수 있다.
 따라서 그려지는 삼각형은 다음 그림과 같이 3개이다.



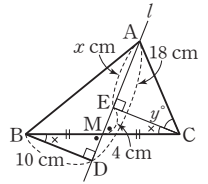
- 12 $3+5 < 10$ 이므로 주어진 세 변의 길이로 삼각형을 만들 수 없다.
 즉, $a=0$
 주어진 두 각을 제외한 나머지 한 각의 크기는 $180^\circ - (20^\circ + 60^\circ) = 100^\circ$ 이므로
 길이가 8 cm인 변의 양 끝 각이 될 수 있는 순서쌍은 $(20^\circ, 60^\circ), (20^\circ, 100^\circ), (60^\circ, 100^\circ)$ 의 3개이다.
 즉, 만들 수 있는 삼각형은 3개이므로 $b=3$
 따라서 $a+b=3$

- 13 $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$
 $\overline{AE} = \overline{DE}$
 $\angle BAE = 90^\circ + \angle EAD = 90^\circ + \angle EDA = \angle CDE$
 이므로 $\triangle ABE \cong \triangle DCE$ (SAS 합동)
 즉, $\overline{EB} = \overline{EC}$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.
 따라서 $\angle EBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$ 이므로
 $\angle ABE = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

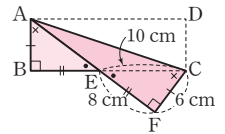
- 14 $\angle MQP = \angle MQC,$
 $\overline{PQ} = \overline{QC}, \overline{MQ}$ 는 공통이므로
 $\triangle PMQ \cong \triangle CMQ$ (SAS 합동)
 즉, $\angle MPQ = \angle MCQ$ 이고
 $\angle DPQ = \angle DCQ = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle PBC$ 에서
 $\angle CPQ + 90^\circ + 40^\circ + \angle QCP = 180^\circ$
 $2\angle CPQ = 50^\circ$
 따라서 $\angle CPQ = 25^\circ$



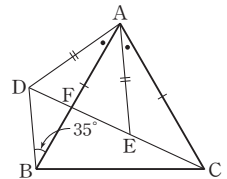
- 15 $\triangle BDM$ 과 $\triangle CEM$ 에서
 $\overline{BM} = \overline{CM}$
 $\angle BMD = \angle CME$ (맞꼭지각)
 $\angle MBD = 90^\circ - \angle BMD$
 $= 90^\circ - \angle CME$
 $= \angle MCE$
 이므로 $\triangle BDM \cong \triangle CEM$ (ASA 합동)
 즉, $\overline{CE} = \overline{BD} = 10$ cm, $\overline{DM} = \overline{EM} = 4$ cm
 $\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 18 - 8 = 10$ (cm)에서
 $x = 10$
 $\triangle AEC$ 는 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 인 직각이등변삼각형이므로
 $\angle ACE = 45^\circ$
 즉, $y = 45$
 따라서 $x + y = 10 + 45 = 55$



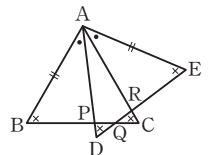
- 16 $\triangle ABE$ 와 $\triangle CFE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{CF} = 6$ cm
 $\angle B = \angle F$
 $\angle AEB = \angle CEF$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle BAE = 180^\circ - (90^\circ + \angle AEB)$
 $= 180^\circ - (90^\circ + \angle CEF)$
 $= \angle FCE$
 $\triangle ABE \cong \triangle CFE$ (ASA 합동)이므로
 $\overline{AB} = \overline{CF} = 6$ cm, $\overline{BE} = \overline{FE} = 8$ cm
 따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AB}$
 $= \frac{1}{2} \times (8 + 10) \times 6 = 54$ (cm²)



- 17 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AD} = \overline{AE}$
 ① $\angle BAD = 60^\circ - \angle FAE$
 $= \angle CAE$
 ② $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS 합동)
 ③ $\angle ABD = \angle ACE = 35^\circ$
 ④ $\angle BDA = \angle CEA = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 ⑤ $\angle BFD = 180^\circ - (35^\circ + 60^\circ) = 85^\circ$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.



- 18 $\triangle ABP$ 와 $\triangle AER$ 에서
 $\angle B = \angle E = 60^\circ$
 $\overline{AB} = \overline{AE}$
 $\angle BAP = 60^\circ - \angle PAR = \angle EAR$
 따라서 $\triangle ABP \cong \triangle AER$ (ASA 합동)이므로
 $\overline{AP} = \overline{AR}$ (ㄱ),
 $\angle APB = \angle ARE$ (ㄴ)
 또, $\triangle PDQ$ 와 $\triangle RCQ$ 에서



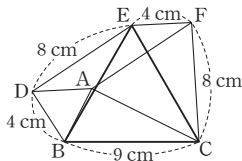
$\angle PDQ = \angle RCQ = 60^\circ$
 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{AP} = \overline{AR}$ 이므로
 $\overline{PD} = \overline{AD} - \overline{AP} = \overline{AC} - \overline{AR} = \overline{RC}$
 $\angle APB = \angle ARE$ 이므로
 $\angle QPD = \angle QRC$
 $\triangle PDQ \cong \triangle RCQ$ (ASA 합동)이므로
 $\angle DPQ = \angle CRQ$
 따라서 옳지 않은 것은 \square , κ 이다.

19 $\triangle ABE, \triangle BCF, \triangle CAD$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
 $\overline{BE} = \overline{CF} = \overline{AD}$
 $\angle ABE = \angle BCF = \angle CAD = 60^\circ$
 이므로 $\triangle ABE \cong \triangle BCF \cong \triangle CAD$ (SAS 합동) ①
 $\triangle ADP, \triangle BEQ, \triangle CFR$ 에서
 $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$
 $\triangle ABE \cong \triangle BCF \cong \triangle CAD$ 이므로
 $\angle PAD = \angle QBE = \angle RCF,$
 $\angle ADP = \angle BEQ = \angle CFR$
 따라서 $\triangle ADP \cong \triangle BEQ \cong \triangle CFR$ (ASA 합동) ②
 $\triangle ADP, \triangle BEQ, \triangle CFR$ 에서
 $\angle APD = \angle BQE = \angle CRF$
 이때 $\angle APD = \angle RPQ$ (맞꼭지각),
 $\angle BQE = \angle PQR$ (맞꼭지각),
 $\angle CRF = \angle QRP$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle RPQ = \angle PQR = \angle QRP$
 $= \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$

따라서 $\triangle PQR$ 은 정삼각형이다. ③

채점 기준	비율
① $\triangle ABE \cong \triangle BCF \cong \triangle CAD$ 임을 보이기	30 %
② $\triangle ADP \cong \triangle BEQ \cong \triangle CFR$ 임을 보이기	30 %
③ $\triangle PQR$ 이 어떤 삼각형인지 말하기	40 %

20 $\triangle EDB$ 와 $\triangle CAB$ 에서
 $\overline{DB} = \overline{AB}, \overline{BE} = \overline{BC},$
 $\angle EBD = \angle CBA$ 이므로
 $\triangle EDB \cong \triangle CAB$ (SAS 합동)
 즉, $\overline{DE} = \overline{AC} = 8 \text{ cm}$
 $\triangle CFE$ 와 $\triangle CAB$ 에서
 $\overline{CF} = \overline{CA}, \overline{CE} = \overline{CB}, \angle FCE = \angle ACB$ 이므로
 $\triangle CFE \cong \triangle CAB$ (SAS 합동)
 따라서 $\overline{EF} = \overline{BA} = 4 \text{ cm}$ 이므로
 오각형 $EDBCF$ 의 둘레의 길이는
 $8 + 4 + 9 + 8 + 4 = 33(\text{cm})$

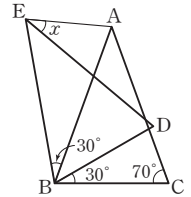


21 $\triangle ADC$ 와 $\triangle ABG$ 에서
 $\overline{AD} = \overline{AB}, \overline{AC} = \overline{AG}$

$\angle DAC = 90^\circ + \angle BAC = \angle BAG$
 따라서 $\triangle ADC \cong \triangle ABG$ (SAS 합동)이므로
 $\angle IDA = \angle IBH$
 이때 $\angle AID = \angle HIB$ (맞꼭지각)이므로 $\triangle IBH$ 에서
 $\angle BHI = 180^\circ - (\angle HIB + \angle IBH)$
 $= 180^\circ - (\angle AID + \angle IDA)$
 $= \angle DAI = 90^\circ$
 그러므로
 $\angle x = 180^\circ - \angle BHI$
 $= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

22 $\triangle GBC$ 와 $\triangle EDC$ 에서
 $\overline{BC} = \overline{DC}$
 $\overline{GC} = \overline{EC}$
 $\angle GCB = 90^\circ - \angle DCG = \angle ECD$
 이므로 $\triangle GBC \cong \triangle EDC$ (SAS 합동)
 $\angle EDC = \angle GBC = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$ 이므로
 $\angle DEF = 180^\circ - 18^\circ - 36^\circ - 90^\circ = 36^\circ$

23 $\triangle EBD$ 는 $\triangle ABC$ 를 점 B 를 중심으로 시계 반대 방향으로 30° 만큼 회전시킨 것이므로
 $\angle EBA = \angle DBC = 30^\circ$
 $\triangle ABC \cong \triangle EBD$ 이므로
 $\overline{BA} = \overline{BE}$



즉, $\triangle EBA$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle BEA = \angle BAE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$
 또, $\angle EDB = \angle ACB = 70^\circ$ 이고 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 이므로
 $\triangle EBD$ 에서 $\angle BED = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$
 따라서
 $\angle x = \angle BEA - \angle BED$
 $= 75^\circ - 40^\circ = 35^\circ$



3. 다각형

필수 확인 문제

46~49쪽

- | | | | | |
|-----------|---------|--------|--------|----------|
| 1 ①, ② | 2 19 | 3 230 | 4 55 | 5 정팔각형 |
| 6 20 | 7 132 | 8 55° | 9 85° | 10 ② |
| 11 34° | 12 80° | 13 369 | 14 40° | 15 ④ |
| 16 20 | 17 310° | 18 ⑤ | 19 54 | 20 2340° |
| 21 112.5° | 22 150° | 23 36° | 24 15° | |

- 1 ③ 삼각형에서는 대각선을 그을 수 없다.
 ④ 정다각형은 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같아야 한다.
 ⑤ 다각형에서 한 내각에 대한 외각은 각 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃하는 변의 연장선이 이루는 각으로 두 개 존재한다. 따라서 옳은 것은 ①, ②이다.

2 $a=12-3=9, b=12-2=10$ 이므로
 $a+b=9+10=19$

3 n 각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$, 팔각형의 대각선의 개수는 $\frac{8 \times (8-3)}{2} = 20$ 이므로
 $n-3=20, n=23$
 따라서 이십삼각형의 대각선의 개수는
 $\frac{23 \times (23-3)}{2} = 230$

4 $x+(3x-40)=180$ 이므로
 $4x=220$
 따라서 $x=55$

5 조건 (가)에서 구하는 다각형은 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같으므로 정다각형이다. ①
 구하는 정다각형을 정 n 각형이라 하면 조건 (나)에서 대각선의 개수가 20이므로
 $\frac{n(n-3)}{2} = 20$
 $n(n-3)=40=8 \times 5, n=8$
 따라서 구하는 다각형은 정팔각형이다. ②

채점 기준	비율
① 조건 (가)에서 정다각형임을 알기	40 %
② 조건 (나)를 만족시키는 정다각형 구하기	60 %

6 주어진 다각형을 n 각형이라 하면 $a=n, b=n-3, c=n-2$
 $a+b+c=n+(n-3)+(n-2)=3n-5=19$ 이므로
 $3n=24, n=8$
 따라서 팔각형의 대각선의 개수는 $\frac{8 \times (8-3)}{2} = 20$

7 가장 작은 내각의 크기는 $x^\circ = 180^\circ \times \frac{3}{3+5+7} = 36^\circ$

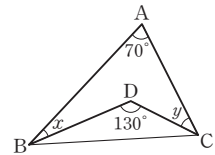
가장 큰 내각의 크기는 $180^\circ \times \frac{7}{3+5+7} = 84^\circ$ 이므로
 그 각의 외각의 크기는 $y^\circ = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$
 따라서 $x+y=36+96=132$

8 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACD=40^\circ+75^\circ=115^\circ$
 $\triangle DCE$ 에서 $\angle ACD=\angle x+60^\circ$
 $\angle x+60^\circ=115^\circ$ 이므로
 $\angle x=55^\circ$

9 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle BAC=110^\circ-60^\circ=50^\circ$ ①
 즉, $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$ ②
 $\triangle ABD$ 에서 $\angle x=60^\circ+25^\circ=85^\circ$ ③

채점 기준	비율
① $\angle BAC$ 의 크기 구하기	40 %
② $\angle BAD$ 의 크기 구하기	20 %
③ $\angle x$ 의 크기 구하기	40 %

10 오른쪽 그림과 같이 \overline{BC} 를 그으면
 $\triangle DBC$ 에서
 $\angle DBC+\angle DCB$
 $=180^\circ-130^\circ=50^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서
 $70^\circ+(\angle x+\angle DBC)+(\angle DCB+\angle y)=180^\circ$
 $70^\circ+\angle x+50^\circ+\angle y=180^\circ$
 따라서 $\angle x+\angle y=60^\circ$



11 $\angle ABD=\angle DBC=\angle a,$
 $\angle ACD=\angle DCE=\angle b$ 라 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACE=68^\circ+\angle ABC$ 이므로
 $2\angle b=68^\circ+2\angle a$, 즉 $\angle b=34^\circ+\angle a$ ㉠
 $\triangle DBC$ 에서 $\angle DCE=\angle DBC+\angle D$ 이므로
 $\angle b=\angle a+\angle x$ ㉡
 ㉠, ㉡에 의하여 $\angle x=34^\circ$

12 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ACB=\angle B=20^\circ$
 $\angle DAC=\angle B+\angle ACB$
 $=20^\circ+20^\circ=40^\circ$
 $\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}=\overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ADC=\angle DAC=40^\circ$
 $\triangle DBC$ 에서
 $\angle DCE=\angle B+\angle BDC$
 $=20^\circ+40^\circ=60^\circ$
 $\triangle DCE$ 는 $\overline{DC}=\overline{DE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DEC=\angle DCE=60^\circ$
 따라서 $\triangle DBE$ 에서

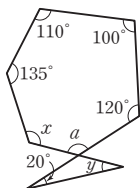
$$\begin{aligned}\angle x &= \angle B + \angle DEB \\ &= 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ\end{aligned}$$

- 13** 꼭짓점의 개수가 a 인 다각형은 a 각형이므로
 a 각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (a-2) = 1260^\circ$ 에서
 $a-2=7, a=9$
 모든 다각형의 외각의 크기의 합은 360° 이므로
 $b=360$
 따라서 $a+b=9+360=369$

- 14** 오각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$
 $\angle FCD + \angle FDC$
 $= 540^\circ - (105^\circ + 80^\circ + 60^\circ + 65^\circ + 90^\circ) = 140^\circ$
 $\triangle FCD$ 에서
 $\angle x = 180^\circ - (\angle FCD + \angle FDC) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

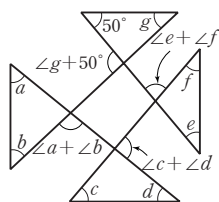
- 15** 오른쪽 그림에서
 $\angle a = 180^\circ - (20^\circ + \angle y)$
 $= 160^\circ - \angle y$

육각형의 내각의 크기의 합은
 $180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$
 $110^\circ + 135^\circ + \angle x + \angle a + 120^\circ + 100^\circ = 720^\circ$ 이므로
 $110^\circ + 135^\circ + \angle x + (160^\circ - \angle y) + 120^\circ + 100^\circ = 720^\circ$
 $625^\circ + \angle x - \angle y = 720^\circ$
 따라서 $\angle x - \angle y = 95^\circ$

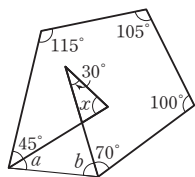


- 16** 다각형의 외각의 크기의 합은 360° 이므로
 $(180-95) + (3x-35) + 50 + (180-2x) + 60 = 360$
 $x+340=360$
 따라서 $x=20$

- 17** 오른쪽 그림에서
 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$
 $+ \angle g + 50^\circ$
 $= (\text{사각형의 외각의 크기의 합})$
 $= 360^\circ$
 따라서
 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g = 310^\circ$



- 18** 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면
 $\angle a + \angle b = 30^\circ + \angle x$
 오각형의 내각의 크기의 합은
 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ 이므로
 $105^\circ + 115^\circ + (45^\circ + \angle a)$
 $+ (\angle b + 70^\circ) + 100^\circ = 540^\circ$
 즉, $435^\circ + (\angle a + \angle b) = 540^\circ$
 $435^\circ + (30^\circ + \angle x) = 540^\circ$
 따라서 $\angle x = 75^\circ$



- 19** 다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180° 이므로

한 외각의 크기는 $180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$

구하는 정다각형을 정 n 각형이라 하면 $\frac{360^\circ}{n} = 30^\circ$ 에서
 $n=12$ 이므로 정십이각형이다.

따라서 정십이각형의 대각선의 개수는
 $\frac{12 \times (12-3)}{2} = 54$

- 20** 다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180° 이므로
 한 외각의 크기는

$$180^\circ - 156^\circ = 24^\circ$$

주어진 정다각형을 정 n 각형이라 하면

$$\frac{360^\circ}{n} = 24^\circ, n=15$$

따라서 주어진 정다각형은 정십오각형이므로

내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (15-2) = 2340^\circ$$

채점 기준	비율
① 주어진 정다각형 구하기	60%
② 내각의 크기의 합 구하기	40%

- 21** 정팔각형의 한 내각의 크기는

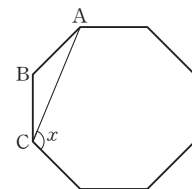
$$\frac{180^\circ \times (8-2)}{8} = 135^\circ$$

$\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BCA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 135^\circ) = 22.5^\circ$$

따라서

$$\begin{aligned}\angle x &= 135^\circ - \angle BCA \\ &= 135^\circ - 22.5^\circ = 112.5^\circ\end{aligned}$$



- 22** $\triangle PBC$ 가 정삼각형이므로

$$\angle PBC = \angle PCB = \angle BPC = 60^\circ$$

$$\angle ABP = \angle ABC - \angle PBC$$

$$= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$\triangle ABP$ 는 $\overline{BA} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle APB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

마찬가지로 $\angle DPC = 75^\circ$

$$\text{따라서 } \angle x = 360^\circ - (75^\circ + 60^\circ + 75^\circ) = 150^\circ$$

- 23** 정오각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ 이므로

$$\angle FED = \angle FDE = 72^\circ$$

$\triangle EDF$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$$

- 24** 정사각형의 한 내각의 크기는 90° , 정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$$
이므로



$\angle ADE = 360^\circ - (90^\circ + 120^\circ) = 150^\circ$
 $\triangle ADE$ 는 이등변삼각형이므로
 $2\angle x = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$
 따라서 $\angle x = 15^\circ$

● 고난도 대표 유형

50~53쪽

1 16	2 360°	3 58°	4 56°	5 99°
6 10°	7 315°	8 665°	9 540°	10 35
11 126°	12 6°			

1 주어진 다각형을 n 각형이라 하면 n 각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $a = n - 2$
 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $b = n$
 $a + b = 36$ 이므로 $(n - 2) + n = 36$, $n = 19$
 따라서 십구각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $19 - 3 = 16$

2 $\angle BAC = 180^\circ - \angle a$, $\angle CBA = 180^\circ - (\angle b + \angle c)$,
 $\angle ACB = 180^\circ - (\angle d + \angle e)$
 이때 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $(180^\circ - \angle a) + 180^\circ - (\angle b + \angle c) + 180^\circ - (\angle d + \angle e) = 180^\circ$
 따라서 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$

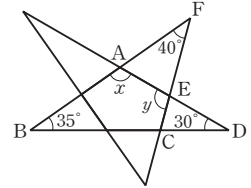
3 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle BAC = 180^\circ - (48^\circ + 52^\circ) = 80^\circ$
 $\triangle BAE$ 는 이등변삼각형이고 $\angle BAE = \angle BEA = 80^\circ$ 이므로
 $\angle ABE = 180^\circ - (80^\circ + 80^\circ) = 20^\circ$
 $\angle CED = \angle BEA = 80^\circ$ (맞꼭지각)이고 $\triangle CED$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle CDE = 180^\circ - (80^\circ + 22^\circ) = 78^\circ$
 따라서 $\angle CDE - \angle ABE = 78^\circ - 20^\circ = 58^\circ$

4 $\angle BDE = \angle BED = \angle a$, $\angle CFE = \angle CEF = \angle b$ 라 하면
 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle B = 180^\circ - 2\angle a$, $\angle C = 180^\circ - 2\angle b$, $\angle A = 68^\circ$ 이므로
 $(180^\circ - 2\angle a) + (180^\circ - 2\angle b) + 68^\circ = 180^\circ$
 $2\angle a + 2\angle b = 248^\circ$, $\angle a + \angle b = 124^\circ$
 따라서
 $\angle x = 180^\circ - (\angle a + \angle b) = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$

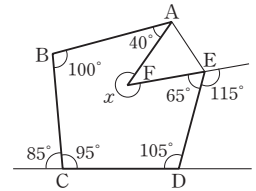
5 $\angle ABP = \angle PBS = \angle SBC = \angle a$,
 $\angle ACP = \angle PCQ = \angle QCB = \angle b$ 라 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $81^\circ + 3\angle a + 3\angle b = 180^\circ$, $\angle a + \angle b = 33^\circ$
 $\triangle QBC$ 에서 $\angle x = \angle QBC + \angle QCB = 2\angle a + \angle b$
 $\triangle SBC$ 에서 $\angle y = \angle SBC + \angle SCB = \angle a + 2\angle b$
 따라서

$$\begin{aligned} \angle x + \angle y &= (2\angle a + \angle b) + (\angle a + 2\angle b) \\ &= 3(\angle a + \angle b) \\ &= 3 \times 33^\circ = 99^\circ \end{aligned}$$

6 $\triangle ABD$ 에서
 $\angle x = 180^\circ - (35^\circ + 30^\circ) = 115^\circ$
 $\angle DAF = 35^\circ + 30^\circ = 65^\circ$
 $\triangle FAE$ 에서
 $\angle y = 40^\circ + 65^\circ = 105^\circ$
 따라서 $\angle x - \angle y = 115^\circ - 105^\circ = 10^\circ$



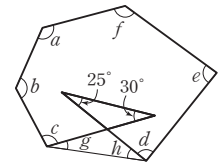
7 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면 오각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$ 이므로
 $\angle FAE + \angle FEA$
 $+ (180^\circ - 115^\circ) + 105^\circ$
 $+ (180^\circ - 85^\circ) + 100^\circ + 40^\circ$
 $= 540^\circ$
 즉, $\angle FAE + \angle FEA = 135^\circ$



$\triangle AFE$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle AFE = 180^\circ - (\angle FAE + \angle FEA)$
 $= 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

따라서 $\angle x = 360^\circ - \angle AFE = 360^\circ - 45^\circ = 315^\circ$

8 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면
 $\angle g + \angle h = 25^\circ + 30^\circ$
 $= 55^\circ$



육각형의 내각의 크기의 합은
 $180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ$

$\angle a + \angle b + (\angle c + \angle g) + (\angle h + \angle d) + \angle e + \angle f = 720^\circ$
 이므로

$$\begin{aligned} \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + (\angle g + \angle h) &= 720^\circ \\ \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + 55^\circ &= 720^\circ \end{aligned}$$

따라서

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f = 720^\circ - 55^\circ = 665^\circ$$

9 (7개의 삼각형의 내각의 크기의 합)

$$\begin{aligned} &= \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e \\ &\quad + \angle f + \angle g \\ &\quad + (\text{칠각형의 외각의 크기의 합}) \times 2 \end{aligned}$$

이므로

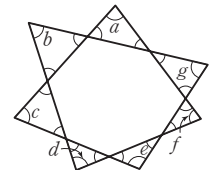
$$\begin{aligned} \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g \\ = (7\text{개의 삼각형의 내각의 크기의 합}) \end{aligned}$$

$$- (\text{칠각형의 외각의 크기의 합}) \times 2$$

$$= 180^\circ \times 7 - 360^\circ \times 2$$

$$= 1260^\circ - 720^\circ$$

$$= 540^\circ$$



10 조건 (가)에 의하여 구하는 다각형은 정다각형이다.

구하는 정다각형의 한 외각의 크기를 $\angle x$ 라 하면 조건 (나)에 의하여 한 내각의 크기는 $\angle x + 108^\circ$ 이다.

이때 $\angle x + (\angle x + 108^\circ) = 180^\circ$ 이므로

$$2\angle x = 72^\circ, \angle x = 36^\circ$$

구하는 정다각형을 정 n 각형이라 하면 한 외각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{n} = 36^\circ, n = 10$$

따라서 정십각형의 대각선의 개수는

$$\frac{10 \times (10 - 3)}{2} = 35$$

- 11 정팔각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (8 - 2)}{8} = 135^\circ$ 이므로

$$\angle FEL = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

정오각형의 한 내각의 크기는

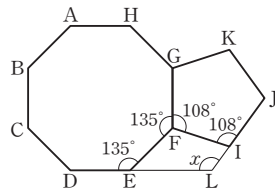
$$\frac{180^\circ \times (5 - 2)}{5} = 108^\circ$$
이므로

$$\angle FIL = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$\angle EFI = 360^\circ - (135^\circ + 108^\circ) = 117^\circ$$

따라서 사각형 FELI에서

$$\angle x = 360^\circ - (45^\circ + 72^\circ + 117^\circ) = 126^\circ$$



- 12 정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5 - 2)}{5} = 108^\circ$

정사각형의 한 내각의 크기는 90° 이므로

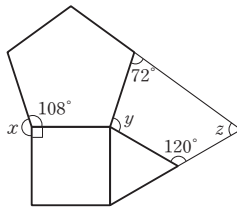
$$\angle x = 360^\circ - (108^\circ + 90^\circ) = 162^\circ$$

$$\text{정오각형의 한 외각의 크기는 } \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\text{정삼각형의 한 외각의 크기는 } \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ \text{이므로}$$

$$\angle y + \angle z = 360^\circ - (72^\circ + 120^\circ) = 168^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle y + \angle z - \angle x = 168^\circ - 162^\circ = 6^\circ$$

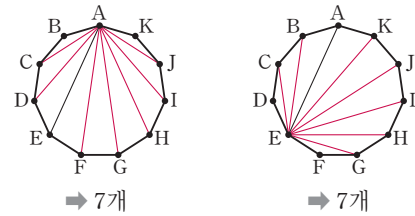


● 고난도 실전 문제

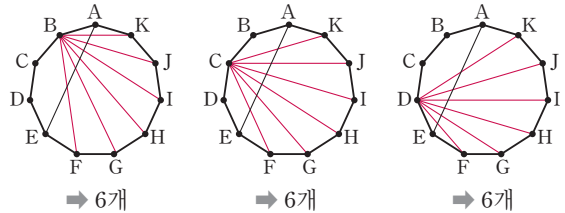
54~57쪽

1 32	2 8	3 45번	4 180°	5 30°
6 85°	7 55°	8 42°	9 ③	10 180°
11 720°	12 540°	13 274°	14 540°	15 360°
16 104°	17 정구각형	18 ④	19 153°	20 108°
21 27	22 123°	23 6		

- 1 대각선 AE와 두 점 A, E에서 각각 만나는 대각선은 다음 그림과 같다.



대각선 AE와 정십일각형의 내부에서 만나는 대각선은 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 대각선의 개수는

$$7 \times 2 + 6 \times 3 = 14 + 18 = 32$$

- 2 다각형 A, B의 꼭짓점의 개수를 각각 m, n 이라 하면 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수의 비가 1 : 3이므로

$$(m - 3) : (n - 3) = 1 : 3 \text{에서}$$

$$n - 3 = 3m - 9, n = 3m - 6 \quad \text{..... ㉠}$$

두 다각형의 내각의 크기의 합은 3240° 이므로

$$180^\circ \times (m - 2) + 180^\circ \times (n - 2) = 3240^\circ \text{에서}$$

$$m - 2 + n - 2 = 18, m + n = 22 \quad \text{..... ㉡}$$

$$\text{㉠을 ㉡에 대입하면 } m + (3m - 6) = 22 \text{이므로 } 4m = 28$$

$$\text{즉, } m = 7, n = 15$$

따라서 두 다각형의 꼭짓점의 개수의 차는 $15 - 7 = 8$

- 3 10명의 학생을 꼭짓점으로 생각하면 약수를 하는 횟수는 변의 개수와 대각선의 개수의 합과 같다.

따라서 십각형의 변의 개수는 10, 대각선의 개수는

$$\frac{10 \times (10 - 3)}{2} = 35 \text{이므로 약수는 모두 } 10 + 35 = 45 \text{(번) 하게 된다.}$$

- 4 $\triangle BAH$ 와 $\triangle HCI$ 에서

$$\angle a + \angle b = \angle BHI = \angle c + \angle CIH \text{이므로}$$

$$\angle a + \angle b - \angle c = \angle CIH$$

$\triangle FKG$ 와 $\triangle JEK$ 에서

$$\angle f + \angle g = \angle FKJ = \angle e + \angle EJK \text{이므로}$$

$$\angle f + \angle g - \angle e = \angle EJK$$

$\angle CIH = \angle DIJ$ (맞꼭지각), $\angle EJK = \angle DJI$ (맞꼭지각)이고

$\triangle DIJ$ 에서 $\angle DIJ + \angle d + \angle DJI = 180^\circ$ 이므로

$$(\angle a + \angle b - \angle c) + \angle d + (\angle f + \angle g - \angle e) = 180^\circ$$

따라서 $\angle a + \angle b - \angle c + \angle d - \angle e + \angle f + \angle g = 180^\circ$

- 5 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B + \angle C = 80^\circ$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \text{이므로 } \angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ \quad \text{..... ㉠}$$

$\triangle ABD$ 는 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로

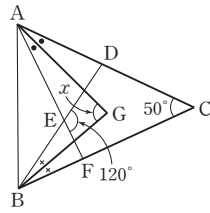


$$\begin{aligned} \angle BAD &= \angle BDA \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ \end{aligned} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} \angle BAD + \angle x + \angle CAE &= 180^\circ \text{이므로} \\ 70^\circ + \angle x + 80^\circ &= 180^\circ \\ \text{따라서 } \angle x &= 30^\circ \end{aligned} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

채점 기준	비율
① $\angle B$ 의 크기 구하기	40 %
② $\angle BAD$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\angle x$ 의 크기 구하기	20 %

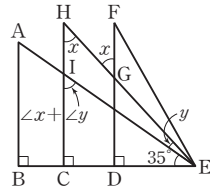
- 6 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면
 $\angle AEB = \angle DEF = 120^\circ$ (맞꼭지각)
 $\angle EAB + \angle EBA = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$



$$\begin{aligned} \angle CAG &= \angle GAE = \angle a, \\ \angle CBG &= \angle GBE = \angle b \text{라 하면} \\ \triangle CAB \text{에서} \\ 50^\circ + 2\angle a + \angle EAB + \angle EBA + 2\angle b &= 180^\circ \text{이므로} \\ 50^\circ + 2\angle a + 60^\circ + 2\angle b &= 180^\circ \\ 2\angle a + 2\angle b &= 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ, \angle a + \angle b = 35^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle GAB \text{에서} \\ \angle x + \angle a + \angle EAB + \angle EBA + \angle b &= 180^\circ \text{이므로} \\ \angle x + 35^\circ + 60^\circ &= 180^\circ \\ \text{따라서 } \angle x &= 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ \end{aligned}$$

- 7 오른쪽 그림에서
 $\overline{HC} \parallel \overline{FD}$ 이므로



$$\begin{aligned} \angle GHI &= \angle FGH \\ &= \angle x \text{ (엇각)} \\ \triangle HIE \text{에서} \\ \angle CIE &= \angle GHI + \angle HEI \\ &= \angle x + \angle y \\ \triangle ICE \text{에서} \\ \angle x + \angle y &= 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ \end{aligned}$$

- 8 $\angle EAD = \angle DAC = \angle a$, $\angle ADE = \angle EDB = \angle x$ 라 하면
 $\triangle ADF$ 에서 $\angle a + 16^\circ = \angle x$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle a &= \angle x - 16^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1} \\ \triangle ABD \text{에서 } \angle a + 70^\circ + 2\angle x &= 180^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

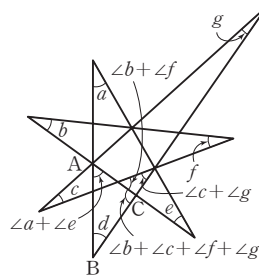
$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면} \\ (\angle x - 16^\circ) + 70^\circ + 2\angle x &= 180^\circ \text{이므로 } 3\angle x = 126^\circ \\ \text{따라서 } \angle x &= 42^\circ \end{aligned}$$

- 9 $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC = \angle a$,
 $\angle ACD = \angle DCE = \angle ECF = \angle b$ 라 하면
 $\triangle DBC$ 에서
 $36^\circ + 2\angle a = 2\angle b$, $2\angle b - 2\angle a = 36^\circ$
 즉, $\angle b - \angle a = 18^\circ$

$$\begin{aligned} \triangle DGC \text{에서} \\ 36^\circ + \angle b &= 180^\circ - \angle x, \angle x = 144^\circ - \angle b \end{aligned}$$

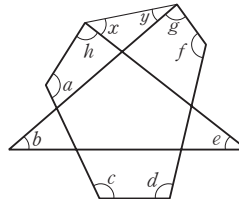
$$\begin{aligned} \triangle DBH \text{에서} \\ 36^\circ + \angle a &= \angle y \\ \text{따라서} \\ \angle x + \angle y &= (144^\circ - \angle b) + (36^\circ + \angle a) \\ &= 180^\circ - (\angle b - \angle a) \\ &= 180^\circ - 18^\circ = 162^\circ \end{aligned}$$

10



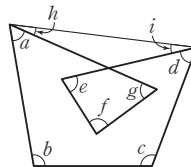
$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{에서} \\ (\angle a + \angle e) + \angle d + (\angle b + \angle c + \angle f + \angle g) &= 180^\circ \text{이므로} \\ \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g &= 180^\circ \end{aligned}$$

11



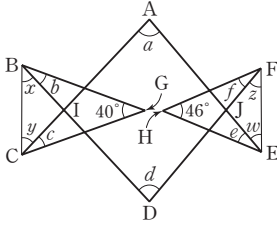
$$\begin{aligned} \text{위의 그림과 같이 보조선을 그으면} \\ \angle x + \angle y &= \angle b + \angle e \text{이므로} \\ \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g + \angle h \\ &= \angle a + (\angle b + \angle e) + \angle c + \angle d + \angle f + \angle g + \angle h \\ &= \angle a + (\angle x + \angle y) + \angle c + \angle d + \angle f + \angle g + \angle h \\ &= (\text{육각형의 내각의 크기의 합}) \\ &= 180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ \end{aligned}$$

12



$$\begin{aligned} \text{위의 그림과 같이 보조선을 그으면} \\ 360^\circ - (\angle e + \angle f + \angle g) &= 180^\circ - (\angle h + \angle i) \\ \angle e + \angle f + \angle g &= \angle h + \angle i + 180^\circ \\ \text{따라서} \\ \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g \\ &= \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle h + \angle i + 180^\circ \\ &= 360^\circ + 180^\circ \\ &= 540^\circ \end{aligned}$$

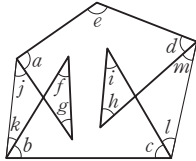
13



위의 그림과 같이 보조선을 그으면

$$\begin{aligned} \angle AID &= \angle BIC = 180^\circ - \angle x - \angle y \\ \triangle GBC \text{에서 } \angle b + \angle x + \angle y + \angle c + 40^\circ &= 180^\circ \text{이므로} \\ 40^\circ + \angle b + \angle c &= 180^\circ - \angle x - \angle y = \angle AID \\ \text{마찬가지로} \\ 46^\circ + \angle f + \angle e &= 180^\circ - \angle z - \angle w = \angle AJD \\ \text{이때 사각형 AIDJ에서} \\ \angle a + \angle AID + \angle d + \angle AJD &= 360^\circ \text{이므로} \\ \angle a + (40^\circ + \angle b + \angle c) + \angle d + (46^\circ + \angle f + \angle e) &= 360^\circ \\ \text{따라서} \\ \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f &= 360^\circ - 40^\circ - 46^\circ \\ &= 274^\circ \end{aligned}$$

14



위의 그림과 같이 보조선을 그으면

$$\begin{aligned} \angle j + \angle k &= \angle f + \angle g \\ \angle l + \angle m &= \angle h + \angle i \\ \text{오각형의 내각의 크기의 합은} \\ 180^\circ \times (5-2) &= 540^\circ \\ (\angle a + \angle j) + (\angle k + \angle b) + (\angle c + \angle l) \\ &+ (\angle m + \angle d) + \angle e = 540^\circ \end{aligned}$$

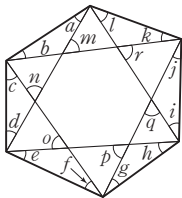
이므로

$$\begin{aligned} \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e \\ + (\angle j + \angle k) + (\angle l + \angle m) &= 540^\circ \end{aligned}$$

따라서

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g + \angle h + \angle i = 540^\circ$$

15



위의 그림에서

$$\begin{aligned} \angle m &= \angle a + \angle b, \angle n = \angle c + \angle d \\ \angle o &= \angle e + \angle f, \angle p = \angle g + \angle h \\ \angle q &= \angle i + \angle j, \angle r = \angle k + \angle l \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} &\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f \\ &\quad + \angle g + \angle h + \angle i + \angle j + \angle k + \angle l \\ &= \angle m + \angle n + \angle o + \angle p + \angle q + \angle r \\ &= (\text{육각형의 외각의 크기의 합}) = 360^\circ \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} &\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f \\ &\quad + \angle g + \angle h + \angle i + \angle j + \angle k + \angle l \\ &= (6\text{개의 삼각형의 내각의 크기의 합}) \\ &\quad - (\text{육각형의 내각의 크기의 합}) \\ &= 180^\circ \times 6 - 180^\circ \times (6-2) \\ &= 1080^\circ - 720^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

16 사각형 DBCI에서

$$\angle DBC = 360^\circ - (90^\circ + 62^\circ + 136^\circ) = 72^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle BAC = 180^\circ - (72^\circ + 62^\circ) = 46^\circ$$

$$\angle GAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 46^\circ = 23^\circ$$

$\triangle DBE$ 에서

$$\angle DEB = 180^\circ - (72^\circ + 90^\circ) = 18^\circ$$

$$\angle DEG = \frac{1}{2} \angle DEB = \frac{1}{2} \times 18^\circ = 9^\circ$$

$\triangle IHE$ 에서

$$\angle HIE = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$$

$$\angle GHI = \angle HIE + \angle IEH$$

$$= 44^\circ + 9^\circ = 53^\circ$$

따라서 $\triangle AGH$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (\angle GAH + \angle GHI)$$

$$= 180^\circ - (23^\circ + 53^\circ) = 104^\circ$$

17 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACB = \angle ABC = 20^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - (20^\circ + 20^\circ) = 140^\circ$$

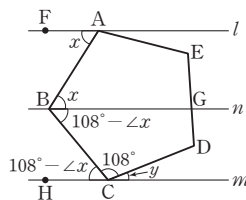
주어진 접시의 원래 모양을 정 n 각형이라 하면 정 n 각형의 한 내각의 크기가 140° 이므로 한 외각의 크기는

$$180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$$\text{즉, } \frac{360^\circ}{n} = 40^\circ \text{이므로 } n = 9$$

따라서 접시의 원래 모양은 정구각형이다.

18



정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$$

위의 그림과 같이 꼭짓점 B를 지나고 두 직선 l, m 에 평행한 직



선 n 을 그으면

$$\angle ABG = \angle FAB = \angle x \text{ (엇각)}$$

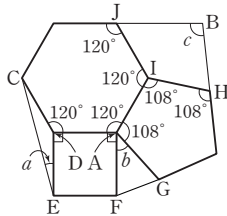
$$\angle GBC = 108^\circ - \angle x \text{ 이므로}$$

$$\angle BCH = \angle GBC = 108^\circ - \angle x \text{ (엇각)}$$

따라서 $\angle y + 108^\circ + (108^\circ - \angle x) = 180^\circ$ 이므로

$$\angle x - \angle y = 108^\circ + 108^\circ - 180^\circ = 36^\circ$$

19



정사각형, 정오각형, 정육각형의 한 내각의 크기는 각각 90° , 108° , 120° 이다.

$$\angle CDE = 360^\circ - 120^\circ - 90^\circ = 150^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle a = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ \quad \dots\dots ①$$

$$\angle b = 360^\circ - 120^\circ - 108^\circ - 90^\circ = 42^\circ \quad \dots\dots ②$$

$$\angle IJB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle JIH = 360^\circ - 120^\circ - 108^\circ = 132^\circ$$

$$\angle IHB = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

사각형 IHBJ에서

$$\angle c = 360^\circ - 60^\circ - 132^\circ - 72^\circ = 96^\circ \quad \dots\dots ③$$

$$\text{따라서 } \angle a + \angle b + \angle c = 15^\circ + 42^\circ + 96^\circ = 153^\circ \quad \dots\dots ④$$

채점 기준	비율
① $\angle a$ 의 크기 구하기	30 %
② $\angle b$ 의 크기 구하기	30 %
③ $\angle c$ 의 크기 구하기	30 %
④ $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기 구하기	10 %

20 정오각형의 한 내각의 크기는 108° 이다.

$\triangle BCF \cong \triangle CDG$ (SAS 합동)이므로

$$\angle FBC = \angle GCD = \angle a, \angle CFB = \angle DGC = \angle b \text{ 라 하면}$$

$$\triangle BCF \text{ 에서 } 108^\circ + \angle a + \angle b = 180^\circ$$

$$\text{즉, } \angle a + \angle b = 72^\circ$$

$\triangle CFH$ 에서

$$\angle CHF = 180^\circ - (\angle a + \angle b) = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

따라서 $\angle x = 108^\circ$

21 삼각형을 가장 많이 붙였을 때, 가운데에 만들어지는 다각형의 모든 외각의 크기는 40° 로 일정하므로 구하는 다각형은 정다각형이다.

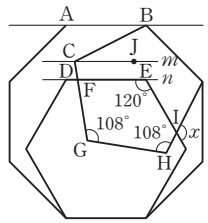
구하는 다각형을 정 n 각형이라 하면 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360° 이므로

$$40^\circ \times n = 360^\circ, n = 9$$

따라서 가운데에 만들어지는 다각형은 정구각형이므로 대각선의 개수는

$$\frac{9 \times (9 - 3)}{2} = 27$$

22



정오각형, 정육각형, 정팔각형의 한 내각의 크기는 각각 108° , 120° , 135° 이다.

위의 그림과 같이 변의 연장선 l , n 과 평행하면서 점 C 를 지나는 직선 m 을 그으면

$$\angle BCJ = \angle ABC = 135^\circ - 108^\circ = 27^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle GFE = \angle DCJ = \angle 108^\circ - 27^\circ = 81^\circ \text{ (동위각)}$$

오각형 EFGHI의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 이므로

$$81^\circ + 108^\circ + 108^\circ + \angle EIH + 120^\circ = 540^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle EIH = 540^\circ - 417^\circ = 123^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle x = 123^\circ$$

23 정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (6 - 2)}{6} = 120^\circ$$

정육각형을 변끼리 이어 붙여서 원주를 빈틈없이 채울 때, 원의 내부에 생기는 다각형은 정다각형이다.

이 다각형을 정 n 각형이라 하면 정 n 각형의 한 내각의 크기는

$$360^\circ - 2 \times 120^\circ = 120^\circ$$

$$\text{즉, } \frac{180^\circ \times (n - 2)}{n} = 120^\circ \text{ 에서}$$

$$60^\circ \times n = 360^\circ, n = 6$$

따라서 원의 내부에 정육각형이 생기므로 원주를 빈틈없이 채우려면 정육각형이 6개 필요하다.

4. 원과 부채꼴

필수 확인 문제

62~65쪽

- 1 ③, ⑤ 2 180° 3 120° 4 $x=18, y=20$
 5 ④ 6 48 cm 7 36° 8 105° 9 15 cm²
 10 ① 11 ④ 12 18° 13 54π cm²
 14 16π cm² 15 200π cm² 16 20π cm² 17 126
 18 ③ 19 (10π+10)cm 20 27π cm² 21 ②
 22 6π cm 23 $\frac{25}{2}\pi$ cm² 24 20π cm²

- 1 ③ \widehat{AC} 에 대한 중심각은 $\angle AOC$ 이다.
 ⑤ \widehat{AC} 와 \widehat{AC} 로 이루어진 도형은 활꼴이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.
- 2 부채꼴과 활꼴이 같은 경우는 반원일 때이다.
 따라서 중심각의 크기는 180°이다.
- 3 부채꼴 AOB의 반지름의 길이와 현 AB의 길이가 같으므로 $\triangle AOB$ 는 정삼각형이고, \widehat{AB} 에 대한 중심각의 크기는 60°이다.
 현 AB와 현 BC의 길이가 같으므로 \widehat{BC} 에 대한 중심각의 크기도 60°이다.
 따라서 부채꼴 AOC의 중심각의 크기는 $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

- 4 $6 : x = 30 : 90$ 이므로 $6 : x = 1 : 3$
 즉, $x=18$ ①
 $30 : y = 6 : 4$ 이므로 $30 : y = 3 : 2, 3y=60$
 즉, $y=20$ ②

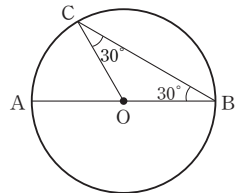
채점 기준	비율
① x의 값 구하기	50%
② y의 값 구하기	50%

- 5 $\angle AOB : \angle BOC = \widehat{AB} : \widehat{BC} = 1 : 3$ 이므로
 $\angle AOB = 180^\circ \times \frac{1}{1+3} = 45^\circ$
- 6 원 O의 둘레의 길이를 x cm라 하면
 $60 : 360 = 8 : x$ 이므로 $1 : 6 = 8 : x, x=48$
 따라서 원 O의 둘레의 길이는 48 cm이다.
- 7 $\widehat{AB} = 3\widehat{BC}$ 이므로 $\angle AOB = 3\angle x$
 $\overline{OC} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\angle OBA = \angle x$ (엇각)
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = \angle OBA = \angle x$
 $\triangle OAB$ 에서 $3\angle x + \angle x + \angle x = 180^\circ$ 이므로 $5\angle x = 180^\circ$
 따라서 $\angle x = 36^\circ$

- 8 $\angle AOD = \angle a$ 라 하면 $\angle AOB = 3\angle a$
 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle COD = \angle AOB = 3\angle a$
 $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA = 360^\circ$ 이므로
 $3\angle a + 115^\circ + 3\angle a + \angle a = 360^\circ$
 $7\angle a = 245^\circ, \angle a = 35^\circ$
 따라서 $\angle AOB = 3 \times 35^\circ = 105^\circ$

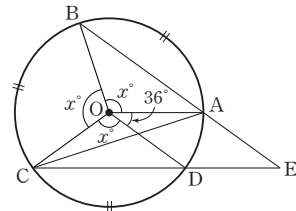
- 9 (부채꼴 AOB의 넓이) : (부채꼴 COD의 넓이)
 $= \angle AOB : \angle COD = 100 : 60$
 이므로 (부채꼴 AOB의 넓이) : 9 = 5 : 3
 따라서 (부채꼴 AOB의 넓이) = 15 (cm²)

- 10 오른쪽 그림과 같이 선분 OC를 그으면 $\triangle OBC$ 는 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$
 따라서
 $\angle BOC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$,
 $\angle AOC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 이므로
 $\widehat{AC} : \widehat{BC} = 60 : 120 = 1 : 2$



- 11 나. $\angle AOC = \angle BOF$ 인지 알 수 없으므로 $\widehat{AC} \neq \widehat{BF}$
 다. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
 $\overline{AB} \neq \frac{1}{2} \overline{DF}$
 바. $\overline{DF} < \overline{DE} + \overline{EF} = 2\overline{AB}$ 이므로
 $\triangle ODF < \triangle ODE + \triangle OEF = 2\triangle OAB$
 따라서 옳은 것은 가, 리, 마, 사이다.

12



- $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ 이므로
 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = x^\circ$ 라 하면
 $3x + 36 = 360, x = 108$
 $\angle OCD = \angle ODC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$
 $\triangle OCA$ 에서 $\angle AOC = 108^\circ + 36^\circ = 144^\circ$ 이므로
 $\angle OCA = \angle OAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 144^\circ) = 18^\circ$
 따라서 $\angle ACD = \angle OCD - \angle OCA = 36^\circ - 18^\circ = 18^\circ$

- 13 작은 원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{3} \times 9 = 3$ (cm)
 따라서 색칠한 부분의 넓이는
 (큰 원의 넓이) - (작은 원의 넓이) $\times 3$
 $= \pi \times 9^2 - \pi \times 3^2 \times 3 = 54\pi$ (cm²)

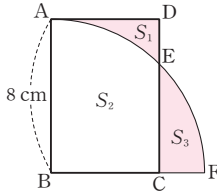


- 14 오른쪽 그림과 같이 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하면

$$S_2 + S_3 = \frac{1}{4} \times \pi \times 8^2 = 16\pi (\text{cm}^2)$$

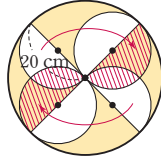
이때 $S_1 = S_3$ 이므로 직사각형 ABCD의 넓이는

$$S_1 + S_2 = S_3 + S_2 = 16\pi (\text{cm}^2)$$



- 15 오른쪽 그림과 같이 이동시키면 색칠한 부분의 넓이는 큰 원의 넓이에서 작은 두 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$\pi \times 20^2 - (\pi \times 10^2) \times 2 = 200\pi (\text{cm}^2)$$



- 16 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기의 합은

$$180^\circ - 42^\circ - 66^\circ = 72^\circ$$

따라서 구하는 부채꼴의 넓이의 합은 반지름의 길이가 10 cm,

중심각의 크기가 72° 인 부채꼴의 넓이와 같으므로

$$\pi \times 10^2 \times \frac{72}{360} = 20\pi (\text{cm}^2)$$

- 17 반지름의 길이가 r cm이므로

$$\frac{1}{2} \times r \times 4\pi = 12\pi, r = 6 \quad \dots\dots ①$$

중심각의 크기가 x° 이므로

$$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360} = 4\pi, x = 120 \quad \dots\dots ②$$

따라서 $x + r = 120 + 6 = 126 \quad \dots\dots ③$

채점 기준	비율
① r 의 값 구하기	40%
② x 의 값 구하기	40%
③ $x+r$ 의 값 구하기	20%

- 18 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 5 : 6 : 9$ 이므로

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{6}{5+6+9} = 360^\circ \times \frac{3}{10} = 108^\circ$$

따라서 부채꼴 BOC의 호의 길이는

$$2\pi \times 25 \times \frac{108}{360} = 15\pi (\text{cm})$$

다른 풀이

원의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 25 = 50\pi (\text{cm})$$

따라서 부채꼴 BOC의 호의 길이는

$$50\pi \times \frac{6}{5+6+9} = 50\pi \times \frac{3}{10} = 15\pi (\text{cm})$$

- 19 (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$$= 2\pi \times 10 \times \frac{120}{360} + 2\pi \times (10-5) \times \frac{120}{360} + 2 \times 5$$

$$= \frac{20}{3}\pi + \frac{10}{3}\pi + 10$$

$$= 10\pi + 10 (\text{cm})$$

- 20 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2} \times (6+12) = 9(\text{cm})$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 9^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times 6^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= 27\pi (\text{cm}^2)$$

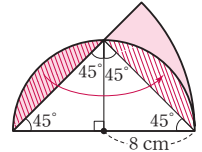
- 21 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이가 같으므로

(색칠한 부분의 넓이)

$$= (\text{부채꼴의 넓이}) - (\text{삼각형의 넓이})$$

$$= \pi \times 16^2 \times \frac{45}{360} - \frac{1}{2} \times 16 \times 8$$

$$= 32\pi - 64 (\text{cm}^2)$$



- 22 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 4 cm이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴과 반지름의 길이가 2 cm인 원의 둘레의 길이의 합과 같으므로

$$2\pi \times 4 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 2 = 2\pi + 4\pi = 6\pi (\text{cm})$$

- 23 색칠한 부분의 넓이는 반지름의 길이가 5 cm이고 중심각의 크기가 60° 인 부채꼴 3개의 넓이의 합과 같으므로

$$\left(\pi \times 5^2 \times \frac{60}{360}\right) \times 3 = \frac{25}{2}\pi (\text{cm}^2)$$

- 24 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 B'AB의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는

$$\pi \times 10^2 \times \frac{72}{360} = 20\pi (\text{cm}^2)$$

고난도 대표 유형

66~69쪽

1 160°	2 10 cm	3 20 cm^2	4 0
5 $(16\pi + 80) \text{ cm}$	6 174	7 $45\pi \text{ cm}^2$	8 $\frac{24}{5}\pi$
9 $(24\pi + 48) \text{ cm}^2$	10 $(9 + 9\pi) \text{ cm}^2$	11 $6\pi \text{ cm}$	
12 $\left(\frac{164}{5}\pi + 30\right) \text{ m}^2$			

- 1 원 O에서 $\angle AOB : \angle AOD = 5 : 20 = 1 : 4$

오른쪽 그림과 같이 선분 BO의 연장선이 원 O와 만나는 점을 E

라 하면 $\overline{AD} \parallel \overline{BO}$ 이므로

$$\angle AOB = \angle OAD \text{ (엇각),}$$

$$\angle DOE = \angle ODA \text{ (엇각)}$$

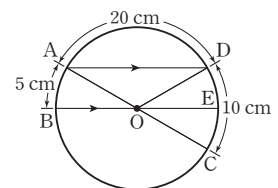
이때 $\overline{OA} = \overline{OD}$ 이므로 $\angle OAD = \angle ODA$

즉, $\angle AOB = \angle DOE$ 이므로

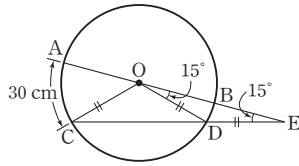
$$\angle AOB = 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$$

따라서 $\angle AOB : \angle COD = 5 : 10 = 1 : 2$ 이므로

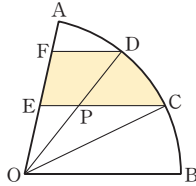
$$\angle COD = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$



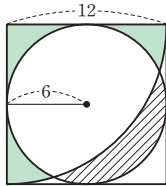
- 2 $\overline{OD} = \overline{DE}$ 이므로
 $\angle DOB = \angle E = 15^\circ$
 $\angle ODC = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$
 $\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCD = \angle ODC = 30^\circ$
 $\angle AOC = \angle OCD + \angle OED = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$
한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
 $\widehat{BD} : 15 = 30 : 45$, $\widehat{BD} : 15 = 2 : 3$
따라서 $3\widehat{BD} = 30$ 이므로
 $\widehat{BD} = 10(\text{cm})$



- 3 $\widehat{AD} = \widehat{DC} = \widehat{CB}$ 이므로
 $\angle AOD = \angle DOC = \angle COB$
 $\angle AOD = \angle x$ 라 하면
 $\overline{FD} \parallel \overline{OB}$ 이므로
 $\angle FDO = \angle DOB$ (엇각)
 $= \angle DOC + \angle COB$
 $= 2\angle x$
 $\overline{EC} \parallel \overline{OB}$ 이므로 $\angle ECO = \angle COB = \angle x$ (엇각)
이때 $\triangle EOC$ 와 $\triangle FDO$ 에서 $\overline{OC} = \overline{DO}$,
 $\angle COE = \angle ODF = 2\angle x$, $\angle OCE = \angle DOF = \angle x$ 이므로
 $\triangle EOC \cong \triangle FDO$ (ASA 합동)
선분 OD와 선분 EC의 교점을 P라 하면 $\triangle EOC = \triangle FDO$ 이
므로 사각형 FEFD의 넓이는 삼각형 POC의 넓이와 같다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 DOC의 넓이와 같으므로
 $\frac{1}{3} \times (\text{부채꼴 AOB의 넓이}) = \frac{1}{3} \times 60 = 20(\text{cm}^2)$



- 4 그림을 4등분하여 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이를 a , 빗금친 부분의 넓이를 b , 작은 원에서 빗금 친 부분을 제외한 부분의 넓이를 c 라 하자.
구하는 넓이의 차를 x 라 하면
 $x = 4|a - b|$



$$\begin{aligned} a - b &= a + (c - c) - b = (a + c) - (b + c) \\ &= (\text{반지름의 길이가 12인 사분원의 넓이}) \\ &\quad - (\text{반지름의 길이가 6인 원의 넓이}) \\ &= \pi \times 12^2 \times \frac{1}{4} - \pi \times 6^2 = 0 \end{aligned}$$

따라서 $x = 4|a - b| = 0$ 이므로 구하는 넓이의 차는 0이다.

- 5 A의 경우
곡선의 길이는 반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi \times 4 = 8\pi(\text{cm})$
직선의 길이는 $4 \times 6 \times 2 = 48(\text{cm})$
이때 필요한 끈의 길이는 $(8\pi + 48)\text{cm}$
B의 경우
곡선의 길이는 반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi \times 4 = 8\pi(\text{cm})$

직선의 길이는 $4 \times 2 \times 4 = 32(\text{cm})$
이때 필요한 끈의 길이는 $(8\pi + 32)\text{cm}$
따라서 A와 B에 사용된 끈의 길이의 합은
 $(8\pi + 48) + (8\pi + 32) = 16\pi + 80(\text{cm})$

- 6 $n=3$ 일 때, 정삼각형이므로 한 내각의 크기는 60° 이다.

$$A_3 = 3 \times 4 + 3 \times 2\pi \times 2 \times \frac{60}{360} = 12 + 2\pi$$

$n=4$ 일 때, 정사각형이므로 한 내각의 크기는 90° 이다.

$$A_4 = 4 \times 4 + 4 \times 2\pi \times 2 \times \frac{90}{360} = 16 + 4\pi$$

$n=5$ 일 때, 정오각형이므로 한 내각의 크기는 108° 이다.

$$A_5 = 5 \times 4 + 5 \times 2\pi \times 2 \times \frac{108}{360} = 20 + 6\pi$$

⋮

정 n 각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ 이므로

$$A_n = n \times 4 + n \times 2\pi \times 2 \times \frac{180^\circ \times (n-2)}{n \times 360}$$

$$= 4n + 2(n-2)\pi$$

$$A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8$$

$$= (12 + 2\pi) + (16 + 4\pi) + (20 + 6\pi) + (24 + 8\pi)$$

$$+ (28 + 10\pi) + (32 + 12\pi)$$

$$= 132 + 42\pi$$

따라서 $x = 132$, $y = 42$ 이므로 $x + y = 174$

- 7 삼각형 DEC에서

$$\angle ECD = 180^\circ - (\angle DEC + \angle EDC) = 60^\circ$$

$$\overline{AC} \parallel \overline{ED}$$
이므로 $\angle ACE = \angle CED = 90^\circ$ (엇각)

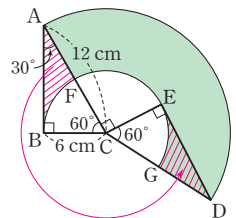
$$\angle ACD = \angle ACE + \angle ECD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 빗금 친 부분을 이동시키면 구하는 넓이는 부채꼴 ACD의 넓이에서 부채꼴 FCG의 넓이를 뺀 것과 같다.

따라서 구하는 넓이는

$$\pi \times 12^2 \times \frac{150}{360} - \pi \times 6^2 \times \frac{150}{360}$$

$$= 60\pi - 15\pi = 45\pi(\text{cm}^2)$$



- 8 (도형 ACED의 넓이) = (도형 OBE의 넓이)이므로

(부채꼴 AOD의 넓이)

$$= (\text{도형 ACED의 넓이}) + (\text{도형 OEC의 넓이})$$

$$= (\text{도형 OBE의 넓이}) + (\text{도형 OEC의 넓이})$$

$$= (\text{반원 } O' \text{의 넓이})$$

$$\text{반원 } O' \text{의 반지름의 길이는 } \frac{1}{2} \times (15 - 3) = 6 \text{이므로}$$

$$(\text{반원 } O' \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \pi \times 6^2 = 18\pi$$

(부채꼴 AOD의 넓이) = (반원 O' 의 넓이)에서

$$\frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \widehat{AD} = 18\pi$$



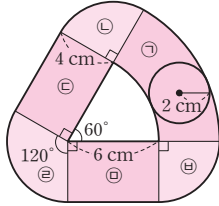
따라서 $\frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times \widehat{AD} = 18\pi$ 이므로

$$\widehat{AD} = \frac{24}{5}\pi$$

- 9 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.

(㉠의 넓이)

$$\begin{aligned} &= \pi \times 10^2 \times \frac{60}{360} - \pi \times 6^2 \times \frac{60}{360} \\ &= \frac{32}{3}\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$



(㉡의 넓이) = (㉢의 넓이) = $\pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} = 4\pi (\text{cm}^2)$

(㉣의 넓이) = (㉤의 넓이) = $4 \times 6 = 24 (\text{cm}^2)$

(㉥의 넓이) = $\pi \times 4^2 \times \frac{120}{360} = \frac{16}{3}\pi (\text{cm}^2)$

따라서 원이 지나간 자리의 넓이는

$$\frac{32}{3}\pi + 2 \times 4\pi + 2 \times 24 + \frac{16}{3}\pi = 24\pi + 48 (\text{cm}^2)$$

- 10 점 E에서 \overline{AB} , \overline{AD} 에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하면

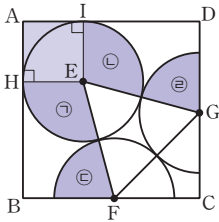
$\overline{HE} \parallel \overline{BF}$, $\overline{EI} \parallel \overline{GD}$ 이므로

$$\angle HEF + \angle EFB = 180^\circ,$$

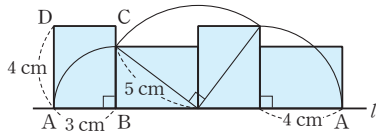
$$\angle IEG + \angle EGD = 180^\circ$$

따라서 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣의 넓이의 합은

반지름의 길이가 3 cm인 원의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는 (사각형 AHEI의 넓이) + (반지름의 길이가 3 cm인 원의 넓이) = $3 \times 3 + \pi \times 3^2 = 9 + 9\pi (\text{cm}^2)$



- 11



꼭지점 A가 움직인 거리는 (중심각의 크기가 90° 이고 반지름의 길이가 3 cm인 부채꼴의 호의 길이) + (중심각의 크기가 90° 이고 반지름의 길이가 5 cm인 부채꼴의 호의 길이) + (중심각의 크기가 90° 이고 반지름의 길이가 4 cm인 부채꼴의 호의 길이) 이므로

$$\begin{aligned} &\left(2\pi \times 3 \times \frac{90}{360}\right) + \left(2\pi \times 5 \times \frac{90}{360}\right) + \left(2\pi \times 4 \times \frac{90}{360}\right) \\ &= \frac{3}{2}\pi + \frac{5}{2}\pi + 2\pi = 6\pi (\text{cm}) \end{aligned}$$

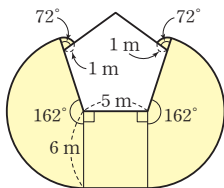
- 12 토끼가 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분과 같다.

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times 3}{5} = 108^\circ$$

정오각형의 한 외각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$



따라서 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} &\left(\pi \times 1^2 \times \frac{72}{360}\right) \times 2 + \left(\pi \times 6^2 \times \frac{162}{360}\right) \times 2 + 5 \times 6 \\ &= \frac{2}{5}\pi + \frac{162}{5}\pi + 30 = \frac{164}{5}\pi + 30 (\text{m}^2) \end{aligned}$$

고난도 실전 문제

70~73쪽

1 ㉡	2 112°	3 54°	4 ㉢	5 20°
6 24 cm	7 120°	8 8 cm	9 63 cm^2	10 288°
11 20 cm^2	12 ㉣	13 4	14 $(2\pi + 48) \text{ cm}^2$	
15 $(256 + 32\pi) \text{ cm}^2$	16 36π cm	17 $\frac{5}{3}\pi \text{ cm}$	18 $\frac{45}{4}\pi \text{ cm}^2$	
19 $4\pi \text{ cm}^2$	20 $(27\pi + 36) \text{ cm}^2$	21 $(4\pi + 8) \text{ cm}^2$		
22 $16\pi \text{ cm}$	23 $76\pi \text{ m}^2$			

- 1 나. 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴은 활꼴이 아니다.
 다. 반원은 활꼴인 동시에 부채꼴이다.
 르. 반원일 때는 부채꼴과 활꼴이 같으므로 그 넓이가 같다.
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

- 2 오른쪽 그림과 같이 선분 OA를 그으면

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

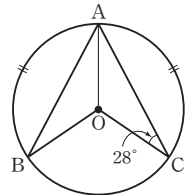
$$\angle OAC = \angle OCA = 28^\circ$$

$$\angle AOC = 180^\circ - (28^\circ + 28^\circ) = 124^\circ$$

$\widehat{AB} = \widehat{AC}$ 이므로

$$\angle AOB = \angle AOC = 124^\circ$$

따라서 $\angle BOC = 360^\circ - (124^\circ + 124^\circ) = 112^\circ$



- 3 \widehat{BD} 가 원주의 $\frac{3}{10}$ 이므로 $\angle BOD = \frac{3}{10} \times 360^\circ = 108^\circ$

$\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로 $\angle OBD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$

따라서

$$\angle CED = \angle BEF \text{ (맞꼭지각)}$$

$$= 180^\circ - (90^\circ + 36^\circ) = 54^\circ$$

- 4 \overline{AC} 가 지름이고 $\widehat{AB} : \widehat{BC} = 1 : 4$ 이므로

$$\angle AOB = 180^\circ \times \frac{1}{1+4} = 36^\circ$$

따라서 $\angle AOB : \angle DOE = \widehat{AB} : \widehat{DE} = 1 : 3$ 이므로

$$36^\circ : \angle DOE = 1 : 3, \angle DOE = 108^\circ$$

- 5 $\widehat{AB} : \widehat{BC} = 3 : 2 = 15 : 10$, $\widehat{BC} : \widehat{CD} = 5 : 2 = 10 : 4$ 에서 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} = 15 : 10 : 4$ 이므로

$$\angle COD = 145^\circ \times \frac{4}{15+10+4}$$

$$= 145^\circ \times \frac{4}{29} = 20^\circ$$

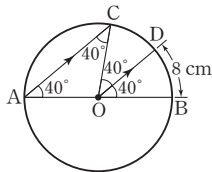
- 6 $\angle ABO = \angle BAO = 30^\circ$ 이므로

$\angle ABO = \angle BOC$
 즉, $\overline{AB} \parallel \overline{OC}$ 이므로
 $\angle COD = \angle BAO = 30^\circ$ (동위각) ①
 따라서 $\angle AOB = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$ ②
 $\widehat{AB} : \widehat{CD} = 120 : 30$ 이므로
 $\widehat{AB} : 6 = 4 : 1, \widehat{AB} = 24(\text{cm})$ ③

채점 기준	비율
① $\angle COD$ 의 크기 구하기	30 %
② $\angle AOB$ 의 크기 구하기	30 %
③ \widehat{AB} 의 길이 구하기	40 %

7 두 점 P, Q의 속력의 비가 2 : 3이므로 두 점 P, Q의 분당 속력을 각각 $2a, 3a$ ($a > 0$)라 하자.
 점 P가 점 A에서 점 B까지 원 O의 둘레를 따라 움직이는 데 걸린 시간은 30분이므로 점 P가 움직인 호의 길이를 l_1 이라 하면 $l_1 = 2a \times 30 = 60a$
 점 P보다 10분 먼저 출발한 점 Q가 점 A에서 점 B까지 원 O의 둘레를 따라 움직이는 데 걸린 시간은 $30 + 10 = 40$ (분)이므로 점 Q가 움직인 호의 길이를 l_2 라 하면 $l_2 = 3a \times 40 = 120a$
 따라서 $l_1 : l_2 = 60a : 120a = 1 : 2$
 이때 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 구하는 중심각의 크기는 $360^\circ \times \frac{1}{3} = 120^\circ$

8 $\overline{AC} \parallel \overline{OD}$ 이므로
 $\angle CAB = \angle DOB = 40^\circ$ (동위각)
 오른쪽 그림과 같이 \overline{CO} 를 그으면
 $\triangle AOC$ 에서
 $\angle ACO = \angle CAO = 40^\circ$ 이므로
 $\angle COD = \angle ACO = 40^\circ$ (엇각)
 따라서 $\widehat{CD} = \widehat{BD} = 8 \text{ cm}$

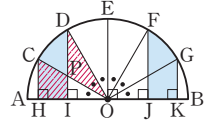


9 $\overline{OC} \parallel \overline{BD}$ 이므로
 $\angle OBD = \angle AOC = 20^\circ$ (동위각)
 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로
 $\angle ODB = \angle OBD = 20^\circ$
 $\angle BOD = 180^\circ - (20^\circ + 20^\circ) = 140^\circ$ ①
 따라서
 (부채꼴 AOC의 넓이) : (부채꼴 BOD의 넓이)
 $= \angle AOC : \angle BOD$
 $= 20 : 140 = 1 : 7$ ②
 이므로 9 : (부채꼴 BOD의 넓이) = 1 : 7
 (부채꼴 BOD의 넓이) = $63(\text{cm}^2)$ ③

채점 기준	비율
① $\angle BOD$ 의 크기 구하기	40 %
② 두 부채꼴 AOC와 BOD의 넓이의 비 구하기	30 %
③ 부채꼴 BOD의 넓이 구하기	30 %

10 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로
 $\angle AOB : 360^\circ = (\text{부채꼴 AOB의 넓이}) : (\text{원 O의 넓이})$
 $= 9\pi : 45\pi = 1 : 5$
 $5\angle AOB = 360^\circ, \angle AOB = 72^\circ$
 따라서 사각형 OPQR에서
 $\angle x + \angle y + \angle z = 360^\circ - 72^\circ = 288^\circ$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}, \overline{OD}, \overline{OE}, \overline{OF}, \overline{OG}$ 를 그고, \overline{OC} 와 \overline{DI} 의 교점을 P라 하면
 $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FG} = \widehat{GB}$
 이므로



$\angle AOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF$
 $= \angle FOG = \angle GOB$
 $= 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$
 $\triangle OCH$ 에서 $\angle OCH = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$
 $\triangle DOI$ 에서 $\angle DOI = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 이므로
 $\angle IDO = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$
 $\triangle OCH$ 와 $\triangle DOI$ 에서
 $\overline{CO} = \overline{DO}$
 $\angle HOC = \angle IDO = 30^\circ$
 $\angle OCH = \angle DOI = 60^\circ$
 이므로 $\triangle OCH \cong \triangle DOI$ (ASA 합동)

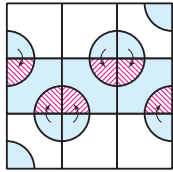
이때
 (사각형 CHIP의 넓이) = $\triangle OCH - \triangle OPI$
 $= \triangle DOI - \triangle OPI$
 $= \triangle POD$
 따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 부채꼴 COD의 넓이의 2배와 같으므로
 $(60 \times \frac{1}{6}) \times 2 = 20(\text{cm}^2)$

12 ① $\angle AOC : \angle COF = 2 : 3$ 이므로
 $3\angle AOC = 2\angle COF$
 ② $\overline{BD} < \overline{BC} + \overline{CD} = 2\overline{AB}$
 ③ $\angle COD : \angle DOF = 1 : 2$ 이므로
 $\widehat{CD} : \widehat{DF} = 1 : 2, 2\widehat{CD} = \widehat{DF}$
 ④ $\triangle BOD < \triangle BOC + \triangle COD = 2\triangle DOE$
 ⑤ $\angle DOF : \angle COD = 2 : 1$ 이므로
 (부채꼴 DOF의 넓이) = $2 \times$ (부채꼴 COD의 넓이)
 따라서 옳은 것은 ④이다.

13 $\overline{AC} = 4a, \overline{CB} = 9a$ 라 하면 $\overline{CD}^2 = 36a^2$
 $S = \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{13a}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{4a}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{9a}{2}\right)^2 = 9\pi a^2$
 $T = \pi \times \overline{CD}^2 = 36\pi a^2$
 따라서 $\frac{T}{S} = \frac{36\pi a^2}{9\pi a^2} = 4$



- 14 오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분을 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 반지름의 길이가 2 cm인 반원의 넓이와 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형 3개의 넓이의 합과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$$(\pi \times 2^2) \times \frac{1}{2} + 4 \times 4 \times 3 = 2\pi + 48 (\text{cm}^2)$$

- 15 [그림 1]과 같은 방법으로 9개의 원기둥을 묶었을 때, 사용한 테이프의 가로 길이는

$$2\pi \times 2 + 8 \times 4 = 32 + 4\pi (\text{cm})$$

이때 사용한 테이프의 넓이는

$$(32 + 4\pi) \times 4 = 128 + 16\pi (\text{cm}^2)$$

[그림 2]와 같은 방법으로 9개의 원기둥을 묶었을 때, 사용한 테이프의 가로 길이는

$$2\pi \times 2 + 8 \times 4 = 32 + 4\pi (\text{cm})$$

이때 사용한 테이프의 넓이는

$$(32 + 4\pi) \times 4 = 128 + 16\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 사용한 테이프의 넓이의 합은

$$(128 + 16\pi) + (128 + 16\pi) = 256 + 32\pi (\text{cm}^2)$$

- 16 주어진 원의 넓이가 $81\pi \text{ cm}^2$ 이므로 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면 $\pi r^2 = 81\pi$, $r = 9$

원의 지름의 길이는 $2 \times 9 = 18 (\text{cm})$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \frac{1}{3} \times 18 = 6 (\text{cm})$$

$$\widehat{AB} = \widehat{CD} = 2\pi \times 3 \times \frac{1}{2} = 3\pi (\text{cm})$$

$$\widehat{AC} = \widehat{BD} = 2\pi \times 6 \times \frac{1}{2} = 6\pi (\text{cm})$$

큰 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 9 = 18\pi (\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$$(\widehat{AC} + \widehat{CD}) + (\widehat{AB} + \widehat{BD}) + (\text{큰 원의 둘레의 길이})$$

$$= (6\pi + 3\pi) + (3\pi + 6\pi) + 18\pi$$

$$= 36\pi (\text{cm})$$

- 17 $\angle OBC = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$ 이고

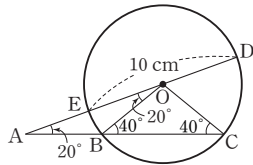
선분 OC를 그으면 $\overline{OB} = \overline{OC}$

이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = 40^\circ$$

이때 $\angle COD = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$ 이므로

$$\widehat{CD} = 2\pi \times 5 \times \frac{60}{360} = \frac{5}{3}\pi (\text{cm})$$



- 18 색칠한 부분의 넓이는

$$(\pi \times 12^2 - \pi \times 9^2) \times \frac{30}{360} + (\pi \times 9^2 - \pi \times 6^2) \times \frac{30}{360}$$

$$+ (\pi \times 6^2 - \pi \times 3^2) \times \frac{30}{360}$$

$$= 12\pi - \frac{3}{4}\pi = \frac{45}{4}\pi (\text{cm}^2)$$

- 19 (색칠한 부분의 넓이)

$$= \{(\text{삼각형 } A'B'C \text{의 넓이}) + (\text{부채꼴 } A'CA \text{의 넓이})\}$$

$$- \{(\text{부채꼴 } B'CB \text{의 넓이}) + (\text{삼각형 } ABC \text{의 넓이})\}$$

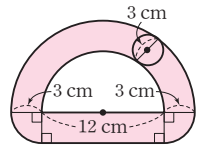
$$= (\text{부채꼴 } A'CA \text{의 넓이}) - (\text{부채꼴 } B'CB \text{의 넓이})$$

$$(\because (\text{삼각형 } A'B'C \text{의 넓이}) = (\text{삼각형 } ABC \text{의 넓이}))$$

$$= \pi \times 4^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 2^2 \times \frac{120}{360}$$

$$= \frac{16}{3}\pi - \frac{4}{3}\pi = 4\pi (\text{cm}^2)$$

- 20 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



따라서 원이 지나간 자리의 넓이는

$$(\text{반지름의 길이가 } 9 \text{ cm인 반원의 넓이})$$

$$- (\text{반지름의 길이가 } 6 \text{ cm인 반원의 넓이})$$

$$+ (\text{반지름의 길이가 } 3 \text{ cm인 반원의 넓이})$$

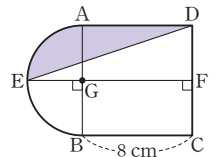
$$+ (\text{직사각형의 넓이})$$

$$= \pi \times 9^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times 6^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} + 12 \times 3$$

$$= \frac{81}{2}\pi - 18\pi + \frac{9}{2}\pi + 36$$

$$= 27\pi + 36 (\text{cm}^2)$$

- 21 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 \overline{CD} 에 내린 수선의 발을 F라 하고 \overline{EF} 와 \overline{AB} 의 교점을 G라 하면



$$\overline{AG} = \overline{EG} = 4 \text{ cm}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

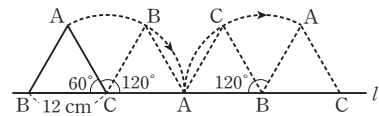
$$(\text{사각형 } AGFD \text{의 넓이}) + (\text{부채꼴 } AGE \text{의 넓이}) - \triangle EFD$$

$$= 8 \times 4 + \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 12 \times 4$$

$$= 32 + 4\pi - 24$$

$$= 4\pi + 8 (\text{cm}^2)$$

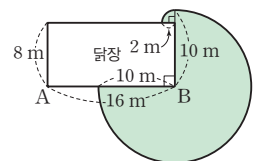
- 22 다음 그림에서 삼각형 ABC는 정삼각형이므로 점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 12 cm이고 중심각의 크기가 120° 인 부채꼴의 호의 길이의 2배와 같다.



따라서 점 A가 움직인 거리는

$$\left(2\pi \times 12 \times \frac{120}{360}\right) \times 2 = 16\pi (\text{cm})$$

- 23 강아지가 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 강아지가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

$$\pi \times 10^2 \times \frac{270}{360} + \pi \times 2^2 \times \frac{90}{360}$$

$$= 76\pi (\text{m}^2)$$

5. 다면체와 회전체

필수 확인 문제

78~81쪽

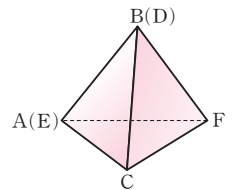
1 4	2 11	3 20	4 36	5 2
6 ①, ③	7 ②, ④	8 36	9 ②	10 ④
11 36	12 ③	13 2	14 ③	15 ②, ⑤
16 ②	17 ②	18 ⑤	19 정사각형	20 84
21 ③	22 150°	23 ④	24 ②	

- 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형이 다면체이다.
따라서 다면체는 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개이다.
 - $\frac{n(n-3)}{2}=27$ 이므로 $n=9$
따라서 구각기둥의 면의 수는 $9+2=11$
 - 오각기둥의 꼭짓점의 개수는 $5 \times 2=10$ 이므로 $a=10$ ①
육각뿔대의 모서리의 개수는 $6 \times 3=18$ 이므로 $b=18$ ②
칠각뿔의 면의 개수는 $7+1=8$ 이므로 $c=8$ ③
따라서 $a+b-c=10+18-8=20$ ④
- | 채점 기준 | 비율 |
|----------------|-----|
| ① a의 값 구하기 | 30% |
| ② b의 값 구하기 | 30% |
| ③ c의 값 구하기 | 30% |
| ④ a+b-c의 값 구하기 | 10% |
- 조건 (가), (나)를 만족시키는 입체도형은 각기둥이다.
이 입체도형을 n 각기둥이라 하면 조건 (다)에 의하여 $2n-(n+2)=10$ 에서 $n-2=10$ 이므로 $n=12$
따라서 십이각기둥의 모서리의 개수는 $12 \times 3=36$
 - 각 입체도형의 옆면의 모양은
ㄱ. 삼각형 ㄴ. 사다리꼴 ㄷ. 직사각형
ㄹ. 직사각형 ㅁ. 삼각형 ㅂ. 사다리꼴
옆면의 모양이 사각형인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ의 4개이므로 $a=4$
옆면의 모양이 삼각형인 것은 ㄱ, ㅁ의 2개이므로 $b=2$
따라서 $a-b=4-2=2$
 - ② 육각뿔대의 밑면은 육각형이고, 옆면은 사다리꼴이다.
④ 사각뿔대의 두 밑면은 평행하지만 합동은 아니다.
⑤ 사각뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자르면 사각뿔과 사각뿔대
가 1개씩 만들어진다.
따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

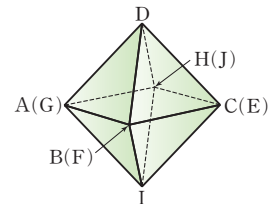
- ① 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 5가지뿐이다.
③ 직육면체는 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3으로 같지만 각 면이 합동인 정다각형이라고 볼 수 없으므로 항상 정다면체인 것은 아니다.
⑤ 모든 면이 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 모두 같은 다면체를 정다면체라 한다.
따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

- 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 4인 정다면체는 정팔면체이고, 정팔면체의 꼭짓점은 6개이므로 $x=6$
모든 면의 모양이 정오각형인 정다면체는 정십이면체이고, 정십이면체의 모서리는 30개이므로 $y=30$
따라서 $x+y=6+30=36$

- 주어진 전개도로 만들어지는 정사면체는 오른쪽 그림과 같으므로 \overline{AB} 와 \overline{CF} 인 위치에 있는 모서리는 \overline{CF} 이다.



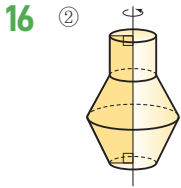
- 주어진 전개도로 정팔면체를 만들면 오른쪽 그림과 같다.
따라서 면 IFG와 만나지 않는 면은 면 JDE이다.



- 정십이면체의 면의 모양은 정오각형이고, 정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$
따라서 $x=360-108 \times 3=36$
- 정팔면체의 면이 8개이므로 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 다면체는 꼭짓점의 개수가 8인 정육면체이다.
① 면의 개수는 6이다.
② 면의 개수는 6, 꼭짓점의 개수는 8이다.
③ 모서리의 개수가 12이므로 정팔면체와 모서리의 개수가 같다.
④ 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3이다.
⑤ 모든 면이 합동인 정사각형으로 이루어져 있다.
따라서 옳은 것은 ③이다.
- 회전체는 반구, 원뿔의 2개이다.
- ③ 다면체
- ① 선분 AB, 선분 AE를 회전축으로 회전시킨 회전체이다.
③ 선분 BC, 선분 DE를 회전축으로 회전시킨 회전체이다.
④ 선분 CD를 회전축으로 회전시킨 회전체이다.

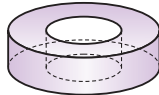


따라서 생길 수 없는 회전체는 ②, ⑤이다.

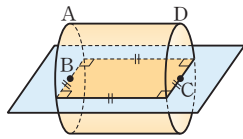


17 ② 원뿔 - 이등변삼각형

18 회전시킨 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 ⑤의 모양의 단면은 생기지 않는다.



19 오른쪽 그림과 같은 회전체를 직선 BC를 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 직각인 사각형이므로 정사각형이다.



20 선분 AB를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형을 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때의 단면과 선분 BC를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형을 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때의 단면 모두 직사각형이다.

$a = 6 \times 7 = 42$ ①
 $b = 14 \times 3 = 42$ ②
 따라서 $a + b = 42 + 42 = 84$ ③

채점 기준	비율
① a의 값 구하기	40%
② b의 값 구하기	40%
③ a+b의 값 구하기	20%

21 ③ 회전체의 옆면을 만드는 선분을 모선이라 한다. 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

22 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 x° 라 하면 부채꼴의 호의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 5, x = 150$$

따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 150° 이다.

23 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 밑면의 둘레의 길이는 직사각형의 가로 길이와 같으므로

$$2\pi r = 6\pi, r = 3$$

따라서 밑면의 넓이는

$$\pi \times 3^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$$

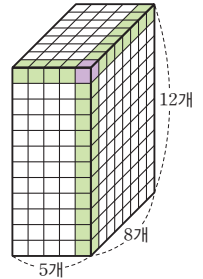
24 점 A에서 점 B까지 팽팽하게 감은 실이 지나가는 경로는 전개도에서 옆면인 직사각형의 대각선과 같다.

고난도 대표 유형

82~85쪽

1 172	2 34	3 6개	4 74	5 32 cm
6 60°	7 ③	8 ④, ⑤	9 2 : 1	10 668
11 8	12 20초			

1 직육면체를 어느 한 점에서 보았을 때, 앞과 뒤, 왼쪽과 오른쪽, 위와 아래는 동시에 보이지 않으므로 오른쪽 그림과 같이 앞, 오른쪽, 위가 동시에 보일 때, 정육면체의 개수가 최대로 많이 보인다.



이때 보이는 면의 개수는

$$(5 \times 12) + (8 \times 12) + (5 \times 8) = 196$$

두 면이 보이는 정육면체의 개수는

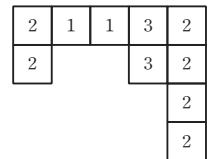
$$4 + 7 + 11 = 22$$

세 면이 보이는 정육면체는 1개이다.

따라서 한 면이라도 보이는 정육면체의 최대 개수는

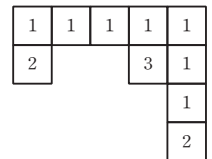
$$196 - 22 - 1 \times 2 = 172$$

2 (i) 쌓기나무를 가장 많이 사용한 경우 위에서 보면 오른쪽 그림과 같으므로 총 쌓기나무의 수는



$$1 \times 2 + 2 \times 6 + 3 \times 2 = 20$$

(ii) 쌓기나무를 가장 적게 사용한 경우 위에서 보면 오른쪽 그림과 같으므로 총 쌓기나무의 수는



$$1 \times 7 + 2 \times 2 + 3 \times 1 = 14$$

따라서 구하는 쌓기나무의 수의 합은

$$20 + 14 = 34$$

3 이웃하는 두 면에서 공유하는 모서리를 초록색으로 칠하면 그 두 면은 각각 1개의 초록색 모서리를 갖게 된다.

이웃하는 두 면을 중복하는 면이 없도록 짝 지은 후 공유하는 모서리를 초록색으로 칠하면 정십이면체의 모든 면이 1개의 초록색 모서리를 갖는다.

이때 중복되는 면이 없도록 짝 지은 면은 $\frac{12}{2} = 6$ (쌍)

따라서 최소한 6개의 모서리에 초록색을 칠해야 한다.

4 정팔면체의 꼭짓점의 개수만큼 정사각형이 생기고 면의 개수만큼 정육각형이 생기므로

$$x = 6 + 8 = 14$$

한 꼭짓점에 3개의 면이 모임으로

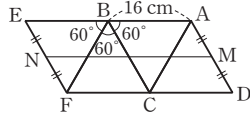
$$y = \frac{4 \times 6 + 6 \times 8}{3} = 24$$

한 모서리에 2개의 면이 모임으로

$$z = \frac{4 \times 6 + 6 \times 8}{2} = 36$$

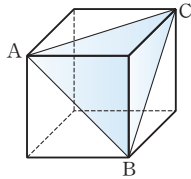
따라서 $x+y+z=14+24+36=74$

- 5 주어진 정팔면체의 전개도의 일부를 이용하여 오른쪽 그림과 같이 선을 나타내면 가장 짧은 거리는 선분 MN의 길이와 같다.

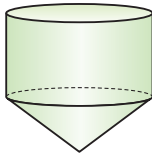


따라서 $\overline{MN} = \overline{AE} = 2\overline{AB} = 2 \times 16 = 32(\text{cm})$

- 6 주어진 전개도로 만든 정육면체의 단면은 오른쪽 그림의 삼각형 ABC이다. 이때 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ 이므로 삼각형 ABC는 정삼각형이다. 따라서 $\angle ABC = 60^\circ$



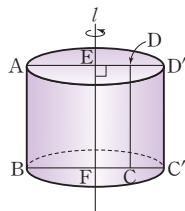
- 7 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 시간당 일정한 양의 물을 넣을 때, 그릇의 폭이 점점 넓어지면 물의 높이는 점점 느리게 증가하고 그릇의 폭이 일정하면 물의 높이는 일정하게 증가한다. 따라서 그래프로 알맞은 것은 ③이다.



- 8 ① ② ③

따라서 구하는 회전체가 아닌 것은 ④, ⑤이다.

- 9 정사각형 ABCD를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다. 입체도형을 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 직사각형 ABC'D'이므로 (직사각형 ABC'D'의 넓이) $= \frac{4}{3} \times (\text{정사각형 ABCD의 넓이})$



이때 직선 l과 변 BC의 교점을 F라 하면

(직사각형 ABFE의 넓이) = (직사각형 EFC'D'의 넓이)이므로 (직사각형 ABFE의 넓이) $= \frac{2}{3} \times (\text{정사각형 ABCD의 넓이})$

즉, $\overline{AE} \times \overline{AB} = \frac{2}{3} \times \overline{AD} \times \overline{AB}$ 이므로 $\overline{AE} = \frac{2}{3} \overline{AD}$

$\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = \overline{AD} - \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{1}{3} \overline{AD}$

따라서 $\overline{AE} : \overline{ED} = \frac{2}{3} \overline{AD} : \frac{1}{3} \overline{AD} = 2 : 1$

- 10 만들어지는 입체도형을 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원이다.

이때 넓이가 가장 큰 경우는 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 선분 BD를 반지름으로 하는 원이다.

삼각형 ABC의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{BD} \text{이므로 } \overline{BD} = \frac{24}{5}$$

가장 큰 단면의 넓이는 $\pi \times \left(\frac{24}{5}\right)^2 = \frac{576}{25} \pi$

즉, $x = \frac{576}{25}$

만들어지는 입체도형을 회전축을 포함하거나 회전축에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 가장 큰 경우를 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때이다.

이때 생기는 단면의 넓이는 주어진 평면도형의 넓이의 2배이므로 가장 큰 단면의 넓이는

$$2 \times \left\{ \frac{1}{2} \times 8 \times 6 + \frac{1}{2} \times (7+4) \times 4 \right\} = 2 \times (24+22) = 92$$

즉, $y = 92$

따라서 $25x + y = 576 + 92 = 668$

- 11 잘려진 원뿔의 모선의 길이를 x라 하면

(부채꼴의 호의 길이) = (밑면의 둘레의 길이)이므로

$$2\pi \times x \times \frac{120}{360} = 2\pi \times 4, x = 12$$

따라서 $2\pi \times (12+12) \times \frac{120}{360} = 2\pi \times r$ 이므로

$$r = 24 \times \frac{1}{3} = 8$$

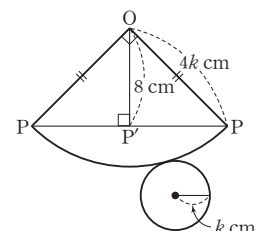
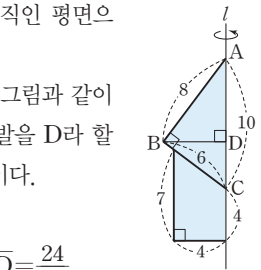
- 12 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 a° 라 하면 원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같으므로

$$2\pi \times 4k \times \frac{a}{360} = 2\pi \times k, a = 90$$

주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 $\triangle OPP'$ 은 직각이등변 삼각형이므로

$$\overline{PP'} = \overline{OP'} = 8 \text{ cm}$$

두 무당벌레 A, B는 매초 2 cm의 일정한 속력으로 움직이므로 무당벌레 A가 점 P에서 출발하여 점 P'까지 가는 데 걸리는 시간은





$8 \div 2 = 4$ (초), 무당벌레 B가 점 O에서 출발하여 점 P'까지 가는데 걸리는 시간은 $8 \div 2 = 4$ (초)이므로 출발하고 4초 후 두 무당벌레 A, B는 점 P'에서 처음으로 만난다.

또한, 무당벌레 A는 점 P'에서 P까지 갔다가 다시 점 P'까지 $16 \div 2 = 8$ (초)동안 움직이고, 무당벌레 B는 점 P'에서 O까지 갔다가 다시 점 P'까지 $16 \div 2 = 8$ (초)동안 움직이므로 점 P'에서 처음으로 만난 지 8초 후에 다시 점 P'에서 만난다.

따라서 두 무당벌레 A, B가 동시에 출발하여 세 번째 만날 때까지 걸리는 시간은 $4 + 2 \times 8 = 20$ (초)

고난도 실전 문제

86~89쪽

1 60	2 216	3 40	4 46	5 ④
6 ⑤	7 80	8 ②	9 120°	10 4
11 144°	12 ③	13 ⑤	14 ②	
15 $(28 + 4\pi)$ cm	16 40π cm ²	17 264π cm ²		
18 ②	19 ④	20 3배	21 1800π cm ²	
22 $(36\pi - 72)$ cm ²				

1 조형물은 32개의 정삼각형과 6개의 정사각형으로 이루어져 있고 한 모서리에는 2개의 면이 모인다.

따라서 모서리의 개수는 $\frac{32 \times 3 + 6 \times 4}{2} = 60$

2 큰 정육면체의 한 모서리를 이루는 작은 정육면체의 개수가 n 일 때, 두 면이 색칠된 작은 정육면체의 개수는

$12(n-2) = 72$ 이므로 $n-2=6, n=8$

어떤 면에도 색칠되지 않은 정육면체의 블록은 한 모서리에 놓여 있는 블록의 개수가 $n-2$ 인 큰 정육면체를 이루므로 총 개수는 $(n-2) \times (n-2) \times (n-2)$

따라서 어떤 면에도 색칠되지 않은 블록의 개수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$

3 작은 정육면체 64개를 쌓아서 큰 정육면체를 만들려면 가로, 세로, 높이에 각각 4개씩 쌓아야 한다.

(i) 한 면만 색칠된 작은 정육면체의 개수는 큰 정육면체의 꼭짓점과 모서리를 포함하지 않고 면에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로 $x = (2 \times 2) \times 6 = 24$

(ii) 두 면이 색칠된 작은 정육면체의 개수는 큰 정육면체의 꼭짓점을 포함하지 않고 모서리를 포함한 작은 정육면체의 개수와 같으므로 $y = 2 \times 12 = 24$

(iii) 세 면이 색칠된 작은 정육면체의 개수는 큰 정육면체의 꼭짓점에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로 $z = 8$

따라서 $x + y - z = 24 + 24 - 8 = 40$

4 칠각뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형은 칠각뿔과 칠각뿔대이므로

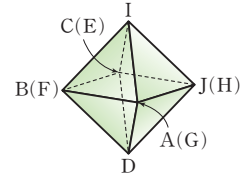
$a + b = (7 \times 2) + (7 \times 3) = 35$

칠각뿔을 세 점 O, A, C를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형은 삼각뿔과 육각뿔이므로

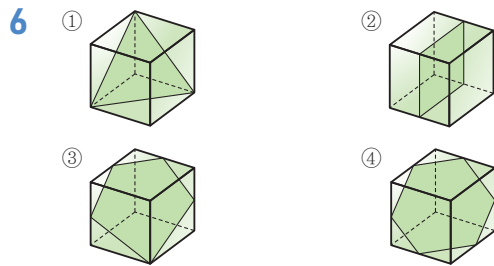
$c + d = (3 + 1) + (6 + 1) = 11$

따라서 $a + b + c + d = 35 + 11 = 46$

5 주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정팔면체이다.

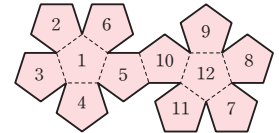


④ \overline{BC} 와 평행한 모서리는 \overline{AJ} 이다.



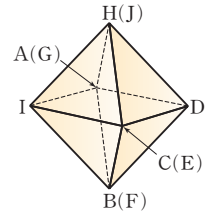
따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

7 마주 보는 두 면에 적힌 수의 합이 13이 되도록 각 면에 알맞은 수를 구하면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $a = 10, b = 8$ 이므로 $ab = 10 \times 8 = 80$

8 주어진 전개도로 정팔면체를 만들면 오른쪽 그림과 같으므로 \overline{IJ} 와 꼬인 위치에 있는 모서리는 \overline{AD} 이다.

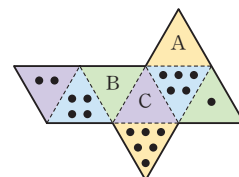


9 각각의 중점을 연결하였으므로 변의 길이가 모두 같은 정육각형이다.

따라서 정육각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$

10 서로 평행한 면끼리 같은 색을 칠하면 다음 그림과 같다.



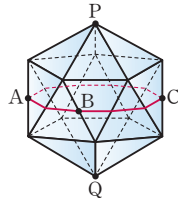
면 A와 평행한 면에 있는 점의 개수는 6이므로

$a + 6 = 9, a = 3$

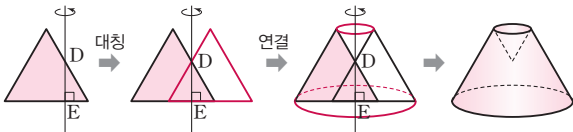
- 면 B와 평행한 면에 있는 점의 개수는 1이므로
 $b+1=9, b=8$ ②
 면 C와 평행한 면에 있는 점의 개수는 2이므로
 $c+2=9, c=7$ ③
 따라서 $a+b-c=3+8-7=4$ ④

채점 기준	비율
① a의 값 구하기	30 %
② b의 값 구하기	30 %
③ c의 값 구하기	30 %
④ a+b-c의 값 구하기	10 %

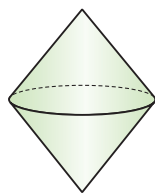
- 11 정이십면체는 한 꼭짓점에 5개의 합동인 삼각형이 모이므로 오른쪽 그림에서 점 P에 모인 삼각형들의 밑변으로 만들어진 도형은 정오각형이다.
 마찬가지로 점 Q에 모인 삼각형들의 밑변으로 만들어진 도형도 정오각형이다.
 이 두 정오각형은 서로 평행하므로 정이십면체를 세 점 A, B, C를 지나는 평면으로 자르면 두 평행한 정오각형 사이에서 10개의 모서리의 중점과 만난다.
 이때 생기는 단면의 모양은 정십각형이므로 정십각형의 한 내각의 크기는
 $\frac{180^\circ \times (10-2)}{10} = 144^\circ$



- 12 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC를 DE에 대하여 대칭이 되도록 그린 후, 양 끝 점을 연결하여 입체도형을 그리면 ③과 같은 회전체가 만들어진다.



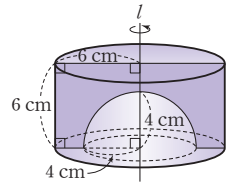
- 13 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.
 시간당 일정한 양의 물을 넣을 때, 그릇의 폭이 점점 넓어지면 물의 높이는 점점 느리게 증가하고, 그릇의 폭이 점점 좁아지면 물의 높이는 점점 빠르게 증가한다.
 따라서 알맞은 그래프는 ⑤이다.



- 14 ①, ③, ④, ⑤ 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 원이다.
 ② 원기둥을 회전축에 비스듬한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 다음과 같다.

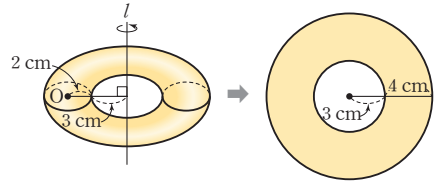


- 15 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 오른쪽 그림과 같다. ①
 따라서 구하는 단면의 둘레의 길이는
 $6 \times 4 + (6-4) \times 2 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 4$
 $= 28 + 4\pi$ (cm) ②



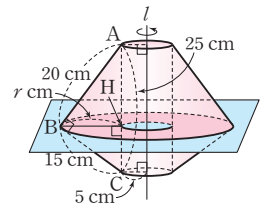
채점 기준	비율
① 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양 그리기	50 %
② 단면의 둘레의 길이 구하기	50 %

- 16 회전체와 이 회전체를 점 O를 지나면서 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 다음 그림과 같다.



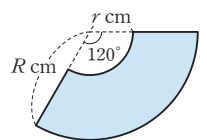
- 따라서 구하는 단면의 넓이는
 (큰 원의 넓이) - (작은 원의 넓이)
 $= \pi \times (3+4)^2 - \pi \times 3^2$
 $= 49\pi - 9\pi$
 $= 40\pi$ (cm²)

- 17 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때, 가장 큰 단면이 생기는 경우는 오른쪽 그림과 같이 자를 때이다.
 이때 BH=r cm라 하면
 $\frac{1}{2} \times 15 \times 20 = \frac{1}{2} \times 25 \times r, r=12$
 따라서 가장 큰 단면의 넓이는
 (큰 원의 넓이) - (작은 원의 넓이)
 $= \pi \times (12+5)^2 - \pi \times 5^2$
 $= 289\pi - 25\pi$
 $= 264\pi$ (cm²)



- 18 실은 가장 짧은 선을 지나서 ② 모양의 형태이다.

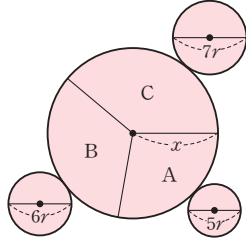
- 19 오른쪽 그림과 같이 원뿔대의 옆면의 전개도에서 작은 부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면 작은 밑면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 2 = 2\pi \times r \times \frac{120}{360}, r=6$
 큰 부채꼴의 반지름의 길이를 R cm라 하면 큰 밑면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 5 = 2\pi \times R \times \frac{120}{360}, R=15$
 따라서 원뿔대의 모선의 길이는





$$R-r=15-6=9(\text{cm})$$

- 20** 세 원뿔 A, B, C의 옆면을 펼쳐 꼭짓점을 이어 붙이면 오른쪽 그림과 같은 한 원이 된다고 할 때, 모선의 길이를 x , 세 원뿔 A, B, C의 밑면의 지름의 길이를 각각 $5r$, $6r$, $7r$ 이라 하자.



옆면의 넓이의 합은 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이와 같으므로

$$\frac{1}{2} \times x \times 5\pi r + \frac{1}{2} \times x \times 6\pi r + \frac{1}{2} \times x \times 7\pi r = \pi x^2$$

$$9\pi r x = \pi x^2, x = 9r$$

원뿔 B의 밑면의 반지름의 길이가 $3r$, 모선의 길이가 $9r$ 이므로

원뿔 B의 모선의 길이는 반지름의 길이의 $\frac{9r}{3r}=3$ (배)이다.

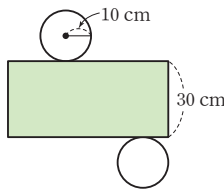
- 21** 롤러를 1바퀴 굴릴 때 페인트가 칠해지는 부분의 넓이는 원기둥의 옆면의 넓이와 같다.

오른쪽 그림과 같은 원기둥의 전개도에서 옆면의 넓이는

$$2\pi \times 10 \times 30 = 600\pi(\text{cm}^2)$$

이때 롤러를 3바퀴 굴리므로 구하는 넓이는

$$3 \times 600\pi = 1800\pi(\text{cm}^2)$$



- 22** 주어진 원뿔의 색칠한 부분을 전개도에 나타내면 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.

부채꼴의 중심각의 크기를 x° 라 하면

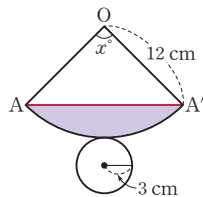
$$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 3, x = 90$$

따라서 $\triangle OAA'$ 은 $\angle OAA' = 90^\circ$ 인 이등변삼각형이므로 색칠한 부분의 넓이는

$$(\text{부채꼴 } AOA' \text{의 넓이}) - \triangle OAA'$$

$$= \pi \times 12^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 12 \times 12$$

$$= 36\pi - 72(\text{cm}^2)$$



6. 입체도형의 겉넓이와 부피

필수 확인 문제

94~97쪽

- 1 ④ 2 244 cm^2 3 9 4 $(48\pi + 78) \text{ cm}^2$
 5 $256\pi \text{ cm}^2$ 6 $216\pi \text{ cm}^2$ 7 119 cm^2 8 8 cm
 9 $600\pi \text{ cm}^2$ 10 $\frac{1}{9}$ 배 11 $72\pi \text{ cm}^2$ 12 ① 13 33 cm^2
 14 5 15 $24\pi \text{ cm}^2$ 16 $215\pi \text{ cm}^2$ 17 $\frac{20}{3}$
 18 $\frac{9}{2}$ 19 4 20 ② 21 105 cm^3 22 ①
 23 $252\pi \text{ cm}^3$ 24 $30\pi \text{ cm}^3$

1 (겉넓이) = $\left\{ \frac{1}{2} \times (3+8) \times 4 \right\} \times 2 + (5+3+5+8) \times 7$
 $= 44 + 147 = 191(\text{cm}^2)$

2 (겉넓이) = $(10 \times 6 - 6 \times 3) \times 2 + (6+10+3+6+3+4) \times 5$
 $= 84 + 160 = 244(\text{cm}^2)$

3 $2 \times (\pi \times 4^2) + (2\pi \times 4) \times x = 104\pi$ 이므로
 $32\pi + 8\pi x = 104\pi$
 따라서 $8\pi x = 72\pi$ 이므로 $x = 9$

4 밑면이 반지름의 길이가 3 cm인 반원이므로

(밑넓이) = $\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}\pi(\text{cm}^2)$ ①

(옆넓이) = $\left(2\pi \times 3 \times \frac{1}{2} + 6 \right) \times 13$
 $= 39\pi + 78(\text{cm}^2)$ ②

따라서

(겉넓이) = $\frac{9}{2}\pi \times 2 + (39\pi + 78)$
 $= 48\pi + 78(\text{cm}^2)$ ③

채점 기준	비율
① 밑넓이 구하기	30%
② 옆넓이 구하기	40%
③ 겉넓이 구하기	30%

5 (겉넓이)
 $= (\text{큰 원의 넓이}) \times 2 + (\text{큰 원기둥의 옆넓이})$
 $+ (\text{작은 원기둥의 옆넓이})$

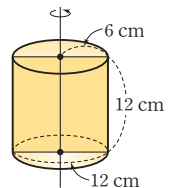
$$= \pi \times 8^2 \times 2 + 2\pi \times 8 \times 6 + 2\pi \times 4 \times 4$$

$$= 128\pi + 96\pi + 32\pi$$

$$= 256\pi(\text{cm}^2)$$

- 6** 주어진 원기둥은 오른쪽 그림과 같으므로

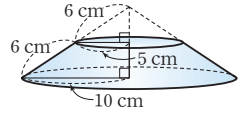
(겉넓이) = $(\pi \times 6^2) \times 2 + 2\pi \times 6 \times 12$
 $= 72\pi + 144\pi$
 $= 216\pi(\text{cm}^2)$



- 7 (밑넓이) = $\frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2} (\text{cm}^2)$
 (옆넓이) = $(3+5+5) \times 8 = 104 (\text{cm}^2)$
 따라서 (겉넓이) = $\frac{15}{2} \times 2 + 104 = 119 (\text{cm}^2)$
- 8 (겉넓이) = $2 \times (\text{밑넓이}) + (\text{옆넓이})$ 에서
 $664 = 2 \times \left[\frac{1}{2} \times (4+18) \times 12 \right] + (\text{옆넓이})$ 이므로
 (옆넓이) = $400 (\text{cm}^2)$
 사각기둥의 높이를 $h \text{ cm}$ 라 하면
 $(4+15+18+13) \times h = 400, h=8$
 따라서 사각기둥의 높이는 8 cm 이다.
- 9 (겉넓이)
 = (밑넓이) $\times 2$ + (큰 원기둥의 옆넓이) + (작은 원기둥의 옆넓이)
 = $(\pi \times 10^2 - \pi \times 5^2) \times 2 + 2\pi \times 10 \times 15 + 2\pi \times 5 \times 15$
 = $150\pi + 300\pi + 150\pi$
 = $600\pi (\text{cm}^2)$
- 10 주어진 원기둥의 부피는 $\pi r^2 h$ 이므로 새로운 원기둥의 높이를 h' 이라 하면
 $\{\pi \times (3r)^2\} \times h' = \pi r^2 h, 9h' = h$
 즉, $h' = \frac{1}{9}h$
 따라서 새로운 원기둥의 높이는 $\frac{1}{9}$ 배로 하여야 한다.
- 11 원기둥 A의 부피는
 $\pi \times 6^2 \times 4 = 144\pi (\text{cm}^3)$ ①
 원기둥 B의 높이를 $h \text{ cm}$ 라 하면 두 원기둥의 부피가 같으므로
 $\pi \times 4^2 \times h = 144\pi, h=9$ ②
 따라서 원기둥 B의 옆넓이는
 $(2\pi \times 4) \times 9 = 72\pi (\text{cm}^2)$ ③
- | 채점 기준 | 비율 |
|------------------|------|
| ① 원기둥 A의 부피 구하기 | 30 % |
| ② 원기둥 B의 높이 구하기 | 40 % |
| ③ 원기둥 B의 옆넓이 구하기 | 30 % |
- 12 (부피) = (바깥 쪽 사각기둥의 부피) - (안쪽 사각기둥의 부피)
 = $(8 \times 6) \times 11 - (4 \times 3) \times 11$
 = $528 - 132$
 = $396 (\text{cm}^3)$
- 13 (겉넓이) = (밑넓이) + (옆넓이)
 = $3 \times 3 + \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \right) \times 4$
 = $9 + 24 = 33 (\text{cm}^2)$
- 14 (겉넓이) = (밑넓이) + (옆넓이)이므로
 $2 \times 2 + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times h \right) \times 4 = 24, 4 + 4h = 24, 4h = 20$
 따라서 $h = 5$

15 (원뿔의 겉넓이) = (밑넓이) + (옆넓이)
 = $\pi \times 2^2 + \pi \times 2 \times 10$
 = $4\pi + 20\pi = 24\pi (\text{cm}^2)$

- 16 주어진 사다리꼴을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이다.
 (두 밑면의 넓이의 합) = $\pi \times 5^2 + \pi \times 10^2$



= $25\pi + 100\pi = 125\pi (\text{cm}^2)$
 (옆넓이) = $\pi \times 10 \times (6+6) - \pi \times 5 \times 6$
 = $120\pi - 30\pi = 90\pi (\text{cm}^2)$
 따라서 (겉넓이) = $125\pi + 90\pi = 215\pi (\text{cm}^2)$

- 17 전개도로 만들어지는 입체도형의 잘린 부분의 입체도형은 삼각뿔이 된다.

(정육면체의 부피) = $2 \times 2 \times 2 = 8$ ①
 (삼각뿔의 부피) = $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \right) \times 2 = \frac{4}{3}$ ②
 따라서
 (구하는 부피) = (정육면체의 부피) - (삼각뿔의 부피)
 = $8 - \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$ ③

채점 기준	비율
① 정육면체의 부피 구하기	30 %
② 삼각뿔의 부피 구하기	40 %
③ 입체도형의 부피 구하기	30 %

18 (원기둥의 부피) = $\pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi (\text{cm}^3)$
 (원뿔의 부피) = $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times x = 12\pi x (\text{cm}^3)$
 이때 원기둥과 원뿔의 부피가 서로 같으므로
 $54\pi = 12\pi x$
 따라서 $x = \frac{9}{2}$

19 사각뿔과 사각기둥의 밑넓이가 같고 사각뿔의 부피는 사각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$ 이므로 모래의 높이는
 $\frac{1}{3} \times 12 = 4$

20 (부피) = (큰 사각뿔의 부피) - (작은 사각뿔의 부피)
 = $\frac{1}{3} \times (8 \times 8) \times 12 - \frac{1}{3} \times (4 \times 4) \times 6$
 = $256 - 32$
 = $224 (\text{cm}^3)$

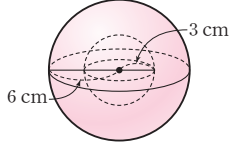
21 남아 있는 물은 삼각뿔 모양이므로
 (부피) = $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 5 \right) \times 14 = 105 (\text{cm}^3)$

22 (겉넓이) = (구의 겉넓이) $\times \frac{1}{2}$ + (원뿔의 옆넓이)



$$\begin{aligned}
 &= (4\pi \times 5^2) \times \frac{1}{2} + \pi \times 5 \times 11 \\
 &= 50\pi + 55\pi \\
 &= 105\pi (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

- 23 주어진 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 (부피)



$$\begin{aligned}
 &= (\text{큰 구의 부피}) - (\text{작은 구의 부피}) \\
 &= \frac{4}{3}\pi \times 6^3 - \frac{4}{3}\pi \times 3^3 \\
 &= 288\pi - 36\pi \\
 &= 252\pi (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

- 24 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\begin{aligned}
 \frac{4}{3}\pi \times r^3 &= 60\pi, r^3 = 45 \\
 \text{따라서 원뿔의 부피는} \\
 \frac{1}{3} \times (\pi \times r^2) \times 2r &= \frac{2}{3} \times \pi \times r^3 \\
 &= \frac{2}{3} \times \pi \times 45 \\
 &= 30\pi (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

● **고난도 대표 유형**

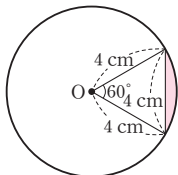
98~101쪽

1 8960 cm ²	2 (72π + 24)cm ²	3 $\frac{1}{4}$ cm	4 57 cm ³
5 500 cm ³	6 4바퀴	7 9	8 4번
10 264	11 18	12 45	9 52분

- 1 벽돌 1개의 겉넓이는
 $2 \times (30 \times 10 + 10 \times 6 + 6 \times 30) = 1080 (\text{cm}^2)$
 두 벽돌이 맞닿아 있는 부분 한 곳의 넓이는
 $10 \times 10 = 100 (\text{cm}^2)$
 두 층 사이에서 맞닿아 있는 부분은 4부분이고 두 층이 맞닿은 곳은 5군데이므로 맞닿은 부분의 넓이는 모두
 $100 \times 4 \times 5 = 2000 (\text{cm}^2)$
 따라서 벽돌은 모두 12개이므로 구하는 겉넓이는
 $1080 \times 12 - 2000 \times 2 = 8960 (\text{cm}^2)$

- 2 입체도형에서 두 밑면의 넓이의 합은 반지름의 길이가 4 cm인 원의 넓이의 두 배이므로
 $2 \times \pi \times 4^2 = 32\pi (\text{cm}^2)$
 입체도형의 윗부분은 오른쪽 그림의 색칠한 부분이므로

$$\begin{aligned}
 (\text{색칠한 부분의 호의 길이}) &= 8\pi \times \frac{60}{360} \\
 &= \frac{4}{3}\pi (\text{cm})
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 (\text{옆넓이}) &= 8\pi \times 4 + \frac{4}{3}\pi \times 6 + 4 \times 6 \\
 &= 40\pi + 24 (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 겉넓이는
 $32\pi + 40\pi + 24 = 72\pi + 24 (\text{cm}^2)$

- 3 그릇에서 물체를 꺼냈을 때의 남아 있는 물의 부피는
 $16 \times 16 \times 16 - 4 \times 4 \times 4 = 4032 (\text{cm}^3)$
 이때의 물의 높이를 h cm라 하면
 $16 \times 16 \times h = 4032, 256h = 4032$

즉, $h = \frac{63}{4}$

따라서 수면은 $16 - \frac{63}{4} = \frac{1}{4} (\text{cm})$ 내려간다.

- 4 밑면이 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형이고 높이가 4 cm인 두 개의 사각기둥 모양의 구멍이 만나는 부분은 한 모서리의 길이가 1 cm인 정육면체이다.
 따라서 구하는 입체도형의 부피는
 (정육면체의 부피) - (사각기둥 모양의 구멍의 부피) × 2
 + (만나는 부분의 부피)
 $= 4 \times 4 \times 4 - (1 \times 1 \times 4) \times 2 + 1 \times 1 \times 1$
 $= 64 - 8 + 1 = 57 (\text{cm}^3)$

- 5 부채꼴의 호의 길이를 l cm라 하면

(밑넓이) = $\frac{1}{2} \times 5 \times l = \frac{5}{2}l (\text{cm}^2)$ 이고

(옆넓이) = $(5 + 5 + l) \times 10 = 100 + 10l (\text{cm}^2)$ 이므로

(겉넓이) = (밑넓이) × 2 + (옆넓이)

$$= \frac{5}{2}l \times 2 + 100 + 10l$$

$$= 100 + 15l (\text{cm}^2)$$

이때 기둥의 겉넓이가 400 cm²이므로

$$100 + 15l = 400, l = 20$$

따라서 기둥의 부피는

$$(\text{밑넓이}) \times (\text{높이}) = \frac{5}{2}l \times 10 = \frac{5}{2} \times 20 \times 10 = 500 (\text{cm}^3)$$

- 6 원뿔이 한 바퀴 돌 때 움직인 거리는 밑면의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi \times 3 = 6\pi (\text{cm})$$

원뿔이 처음 위치로 되돌아올 때까지 움직인 거리는 반지름의 길이가 12 cm인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi \times 12 = 24\pi (\text{cm})$$

따라서 $\frac{24\pi}{6\pi} = 4$ 이므로 원뿔이 처음 위치로 되돌아올 때까지 4바퀴를 굴러야 한다.

- 7 그릇 A에 들어 있는 물의 양은

$$\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 5\right) \times 6 = 60 (\text{cm}^3)$$

그릇 B에 들어 있는 물의 양은

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times x \times 10\right) \times 4 = \frac{20}{3}x (\text{cm}^3)$$

이때 그릇 A와 그릇 B에 담긴 물의 양이 같으므로

$$60 = \frac{20}{3}x$$

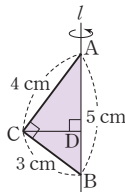
따라서 $x=9$

- 8 (원기둥의 부피) $= (\pi \times 8^2) \times 14 = 896\pi (\text{cm}^3)$
 (원뿔대의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\pi \times 8^2) \times 12 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 4^2) \times 6$
 $= 224\pi (\text{cm}^3)$

따라서 $\frac{896\pi}{224\pi} = 4$ 이므로 최소한 4번 부으면 된다.

- 9 (그릇에 담긴 물의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\pi \times 2^2) \times 4 = \frac{16}{3}\pi (\text{cm}^3)$,
 (그릇의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 12 = 144\pi (\text{cm}^3)$ 이므로
 (채워야 할 물의 부피) $= 144\pi - \frac{16}{3}\pi = \frac{416}{3}\pi (\text{cm}^3)$
 1분에 $\frac{8}{3}\pi \text{cm}^3$ 의 물을 채울 수 있으므로 $\frac{416}{3}\pi \text{cm}^3$ 의 물을 채우는 데 걸리는 시간을 t 분이라 하면
 $\frac{8}{3}\pi \times t = \frac{416}{3}\pi$, $t = 52$
 따라서 추가로 걸리는 시간은 52분이다.

- 10 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 선분 AB 위에 내린 수선의 발을 D라 하자. 회전체는 밑면의 반지름이 \overline{CD} 인 두 원뿔로 이루어져 있음을 알 수 있다.



$\overline{CD} = r \text{cm}$ 라 하면 직각삼각형 ACB의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times 5 \times r = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \text{이므로 } r = \frac{12}{5}$$

$$(\text{회전체의 부피}) = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{12}{5}\right)^2 \times 5 = \frac{48}{5}\pi (\text{cm}^3)$$

$$(\text{회전체의 겉넓이}) = \pi \times 4 \times \frac{12}{5} + \pi \times 3 \times \frac{12}{5} = \frac{84}{5}\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 $a = \frac{48}{5}$, $b = \frac{84}{5}$ 이므로

$$10(a+b) = 10 \times \left(\frac{48}{5} + \frac{84}{5}\right) = 264$$

- 11 그릇 A의 부피는 $\pi \times 11^2 \times 9 = 1089\pi (\text{cm}^3)$
 쇠구슬 1개의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi (\text{cm}^3)$ 이므로
 쇠구슬 10개의 부피는 $36\pi \times 10 = 360\pi (\text{cm}^3)$
 그릇 A에 담긴 물의 부피는
 (그릇 A의 부피) - (쇠구슬 10개의 부피)
 $= 1089\pi - 360\pi = 729\pi (\text{cm}^3)$
 한편, 그릇 B의 부피는 그릇 A에 담긴 물의 부피와 같으므로
 $\pi \times a^2 \times b = 729\pi$, $a^2b = 729 = 3^6$
 이때 a, b 는 1보다 큰 자연수이므로
 (i) $a=3, b=3^4$ 일 때, 그릇 B의 겉넓이는
 $2 \times \pi \times 3^2 + 2\pi \times 3 \times 3^4 = 504\pi (\text{cm}^2)$
 (ii) $a=3^2, b=3^2$ 일 때, 그릇 B의 겉넓이는
 $2 \times \pi \times (3^2)^2 + 2\pi \times 3^2 \times 3^2 = 324\pi (\text{cm}^2)$

(i), (ii)에 의하여 그릇 B의 겉넓이는 $a=3^2, b=3^2$ 일 때, 최소이므로

$$a+b=9+9=18$$

- 12 정육면체의 부피는 $3 \times 3 \times 3 = 27 (\text{cm}^3)$

$$\text{구의 부피는 } \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi (\text{cm}^3)$$

$$\text{사각뿔의 부피는 } \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times 3 = 9 (\text{cm}^3)$$

따라서 $a=27, b=\frac{9}{2}, c=9$ 이므로

$$a+2b+c=27+9+9=45$$

고난도 실전 문제

102~105쪽

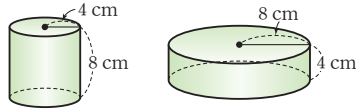
1 28	2 42	3 $(100\pi^2 - 150\pi)\text{cm}^2$	4 1 : 2
5 835cm^3	6 ①	7 7	8 ⑤
10 $250\pi \text{cm}^3$	11 10	12 $(100\pi + 200)\text{cm}^3$	9 $63\pi \text{cm}^3$
13 357cm^2	14 4바퀴	15 $\frac{25}{2}$	16 3
18 52초	19 11 cm	20 $48\pi \text{cm}^3$	21 ②
22 $\frac{224}{3}\pi \text{cm}^3$	23 2	24 32 cm	17 ③

- 1 (겉넓이) $= (\text{밑면의 넓이}) \times 2 + (\text{옆면의 넓이})$
 $= (\text{정사각형 6개의 넓이}) \times 2 + (\text{정사각형 16개의 넓이})$
 $= (\text{정사각형 28개의 넓이})$
 이때 정사각형 1개의 넓이는 1이므로 구하는 겉넓이는 28이다.
- 2 겉넓이가 최소가 되려면 최대한 많은 면이 보이지 않도록 붙여야 한다.
 이때 밑면의 가로에 3개의 블록, 세로에 3개의 블록, 높이에 2개의 블록이 들어가는 직육면체 모양일 때, 겉넓이가 최소가 된다.
 따라서 구하는 겉넓이의 최솟값은
 $2 \times (2 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 3) = 42$
- 3 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 $r \text{cm}$ 라 하면
 $2\pi r = 10\pi, r = 5$ ①
 원의 지름의 길이는 $2 \times 5 = 10 (\text{cm})$ 이므로 원기둥의 높이는
 $10\pi - 2 \times 10 = 10\pi - 20 (\text{cm})$ ②
 따라서 원기둥의 겉넓이는
 $(\pi \times 5^2) \times 2 + 10\pi \times (10\pi - 20)$
 $= 50\pi + 100\pi^2 - 200\pi$
 $= 100\pi^2 - 150\pi (\text{cm}^2)$ ③



채점 기준	비율
① 원기둥의 밑면의 반지름의 길이 구하기	30 %
② 원기둥의 높이 구하기	30 %
③ 원기둥의 겉넓이 구하기	40 %

- 4 변 AB와 변 BC를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체 도형을 차례로 나타내면 다음 그림과 같다.



$$S_1 = (\pi \times 4^2) \times 2 + 2\pi \times 4 \times 8$$

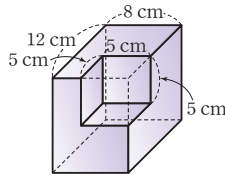
$$= 32\pi + 64\pi = 96\pi (\text{cm}^2)$$

$$S_2 = (\pi \times 8^2) \times 2 + 2\pi \times 8 \times 4$$

$$= 128\pi + 64\pi = 192\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 $S_1 : S_2 = 96\pi : 192\pi = 1 : 2$

- 5 오른쪽 그림과 같이 잘린 부분의 면을 이동하여 생각하면 주어진 입체도형의 겉넓이는 자르기 전의 직육면체의 겉넓이와 같다.



자르기 전 직육면체의 높이를 h cm 라 하면

$$(12 \times 8) \times 2 + (12 + 8 + 12 + 8) \times h = 592$$

$$40h = 400, h = 10$$

따라서 주어진 입체도형의 부피는
(자르기 전 직육면체의 부피) - (잘라 낸 정육면체의 부피)

$$= 12 \times 8 \times 10 - 5 \times 5 \times 5$$

$$= 960 - 125$$

$$= 835 (\text{cm}^3)$$

- 6 두 직사각형 AEHD와 BFGC의 넓이의 합이 100 cm^2 이므로 $\overline{AD} \times \overline{AE} + \overline{BC} \times \overline{AE} = 100$
 $(\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = 100$
이때 사다리꼴 ABCD의 높이를 h cm라 하면 사각기둥의 부피가 250 cm^3 이므로

$$\left\{ \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times h \right\} \times \overline{AE} = 250$$

$$\frac{h}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = 250$$

$$\frac{h}{2} \times 100 = 250, h = 5$$

따라서 사다리꼴 ABCD의 높이는 5 cm이다.

- 7 기울어진 그릇에 담긴 물의 부피는 $\left\{ \frac{1}{2} \times (10 + 4) \times 3 \right\} \times 6 = 126 (\text{cm}^3)$

바로 세운 그릇에 담긴 물의 부피는 $3 \times 6 \times x = 18x (\text{cm}^3)$
이때 두 그릇의 물의 부피가 서로 같으므로 $126 = 18x$
따라서 $x = 7$

- 8 두 사각기둥 모양의 구멍이 만나는 부분은 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체이므로 구하는 입체도형의 부피는
(처음 정육면체의 부피)

$$= (사각기둥 모양의 구멍 한 개의 부피) \times 2$$

$$+ (\text{두 구멍이 만나는 부분의 부피})$$

$$- (\text{원기둥 모양의 구멍의 부피})$$

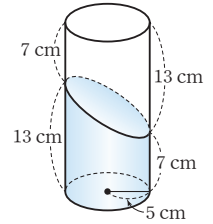
$$= 5 \times 5 \times 5 - (2 \times 2 \times 5) \times 2 + (2 \times 2 \times 2) - \pi \times 1^2 \times (5 - 2)$$

$$= 125 - 40 + 8 - 3\pi$$

$$= 93 - 3\pi (\text{cm}^3)$$

- 9 밑면은 중심각의 크기가 120° 이고 반지름의 길이가 6 cm인 부채꼴에서 반지름의 길이가 3 cm인 부채꼴을 뺀 것과 같으므로
(부피) = $\left(\pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 3^2 \times \frac{120}{360} \right) \times 7$
 $= 63\pi (\text{cm}^3)$

- 10 구하는 입체도형의 부피는 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 5 cm이고 높이가 20 cm인 원기둥의 부피의 $\frac{1}{2}$ 이다.



따라서

$$(\text{부피}) = (\pi \times 5^2) \times 20 \times \frac{1}{2}$$

$$= 250\pi (\text{cm}^3)$$

- 11 기울이지 않은 원기둥의 빈 곳의 부피와 기울인 원기둥의 빈 곳의 부피가 서로 같아야 하므로

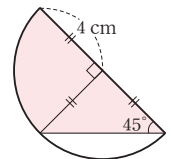
$$(\pi \times 5^2) \times 5 = \frac{1}{2} \times (\pi \times 5^2 \times h)$$

따라서 $h = 10$

- 12 물이 흘러넘친 부분의 밑면은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로 그 넓이는

$$\frac{1}{4} \times \pi \times 4^2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4\pi + 8 (\text{cm}^2)$$

따라서 흘러넘친 물의 부피는
 $(4\pi + 8) \times 25 = 100\pi + 200 (\text{cm}^3)$



- 13 (밑넓이) = $7 \times 7 = 49 (\text{cm}^2)$ ①
(사각기둥의 옆넓이) = $(7 + 7 + 7 + 7) \times 8 = 224 (\text{cm}^2)$ ②
(사각뿔의 옆넓이) = $\left(\frac{1}{2} \times 7 \times 6 \right) \times 4 = 84 (\text{cm}^2)$ ③
따라서 구하는 겉넓이는
 $49 + 224 + 84 = 357 (\text{cm}^2)$ ④

채점 기준	비율
① 밑넓이 구하기	20 %
② 사각기둥의 옆넓이 구하기	30 %
③ 사각뿔의 옆넓이 구하기	30 %
④ 입체도형의 겉넓이 구하기	20 %

- 14 원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 겉넓이가 $125\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$\pi \times 5^2 + \pi \times 5 \times l = 125\pi, l = 20$$

즉, 반지름의 길이가 20 cm인 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 20 = 40\pi(\text{cm})$$

원뿔의 밑면의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 5 = 10\pi(\text{cm})$$

따라서 $40\pi \div 10\pi = 4$ 이므로 원뿔은 4바퀴를 회전한 후에 처음 위치로 되돌아온다.

15 (그릇 A의 부피) = $12 \times 20 \times 5 = 1200(\text{cm}^3)$

$$\begin{aligned} \text{(그릇 A에 남은 물의 부피)} &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 20\right) \times 5 \\ &= 200(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

$$\text{(옮겨진 물의 부피)} = 1200 - 200 = 1000(\text{cm}^3)$$

그릇 B의 물의 높이가 h cm이므로

$$16 \times 5 \times h = 1000$$

$$\text{따라서 } h = \frac{25}{2}$$

16 (원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 부피)

$$= \pi \times 3^2 \times 7 + \frac{1}{2} \times (\pi \times 3^2) \times (15 - 7) = 99\pi(\text{cm}^3)$$

(원기둥 모양의 그릇에서 흘러나온 물의 부피)

$$= \pi \times 3^2 \times 15 - 99\pi = 36\pi(\text{cm}^3)$$

(원뿔 모양의 그릇에 들어 있는 물의 부피)

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times h = 12\pi h(\text{cm}^3)$$

따라서 $36\pi = 12\pi h$ 이므로 $h = 3$

17 정육면체의 각 면의 대각선의 교점을 꼭짓점으로 하는 입체도형은 정팔면체이고 이 정팔면체의 부피는 대각선의 길이가 30 cm인 정사각형을 밑면으로 하고, 높이가 15 cm인 사각뿔의 부피의 2배와 같다.

따라서 구하는 입체도형의 부피는

$$\left\{ \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 30\right) \times 15 \right\} \times 2 = 4500(\text{cm}^3)$$

18 2초 후 원뿔 모양의 물의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라 하면 원뿔 모양의 통의 반지름의 길이는 $3r$, 높이는 $3h$ 가 된다.

$$\text{(물의 부피)} = \frac{1}{3}\pi r^2 h,$$

$$\text{(원뿔 모양의 통의 부피)} = \frac{1}{3}\pi \times (3r)^2 \times 3h = 9\pi r^2 h$$

즉, 원뿔 모양의 통의 부피는 2초 동안 채워진 물의 부피의 27배이다.

따라서 물을 채우는 데 걸리는 시간은 $27 \times 2 = 54$ (초)이므로

앞으로 더 필요한 시간은 $54 - 2 = 52$ (초)

19 원뿔 모양의 컵 5개에 들어 있는 물의 부피의 합은

$$\left\{ \frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 10 \right\} \times 5 = 600\pi(\text{cm}^3)$$

원기둥 모양의 그릇의 높이를 h cm라 하면

$$\pi \times 10^2 \times h = \pi \times 10^2 \times 5 + 600\pi$$

$$100\pi h = 1100\pi, h = 11$$

따라서 원기둥 모양의 그릇의 높이는 11 cm이다.

20 직선 m 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 4 cm이고 높이가 2 cm인 원기둥과 밑면의 반지름의 길이가 4 cm이고 높이가 3 cm인 원뿔로 이루어져 있다.

따라서 구하는 입체도형의 부피는

$$\pi \times 4^2 \times 2 + \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 3 = 32\pi + 16\pi = 48\pi(\text{cm}^3)$$

21 정육면체 모양의 상자의 한 모서리의 길이는

$$6 \times 2 = 12(\text{cm})$$

공 한 개의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi(\text{cm}^3)$$

따라서 공을 모두 꺼내었을 때 상자에 들어 있는 물의 부피는 (상자의 부피) - (공 8개의 부피)

$$= 12 \times 12 \times 12 - 36\pi \times 8$$

$$= 1728 - 288\pi(\text{cm}^3)$$

이때 상자에 들어 있는 물의 높이를 h cm라 하면

$$12 \times 12 \times h = 1728 - 288\pi$$

$$144h = 1728 - 288\pi, h = 12 - 2\pi$$

따라서 상자에 들어 있는 물의 높이는 $(12 - 2\pi)$ cm이다.

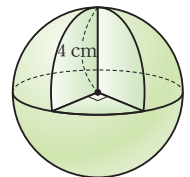
22 공이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피는 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가

4 cm인 구의 $\frac{1}{8}$ 을 잘라내고 남은 부분의

부피와 같다.

따라서 공이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피는

$$\frac{7}{8} \times \frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{224}{3}\pi(\text{cm}^3)$$



23 반구의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$a = \left(\frac{4}{3}\pi \times r^3\right) \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$b = \frac{1}{3} \times (\pi \times r^2) \times r = \frac{1}{3}\pi r^3$$

$$\text{따라서 } \frac{a}{b} = \frac{2}{3}\pi r^3 \div \frac{1}{3}\pi r^3 = 2$$

24 넘친 물의 부피는 반지름의 길이가 6 cm인 구의 부피와 같으므로

$$\frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi(\text{cm}^3)$$

넘친 물을 밑면의 반지름의 길이가 3 cm인 원기둥 모양의 그릇에 담을 때의 물의 높이를 x cm라 하면

$$\pi \times 3^2 \times x = 288\pi \text{이므로 } x = 32$$

이때 원기둥 B의 높이는 32 cm보다 크거나 같아야 한다.

따라서 구하는 최소 높이는 32 cm이다.



7. 자료의 정리와 해석

필수 확인 문제

111~116쪽

- | | | | | |
|---------------|----------|-------------------|---------|--------|
| 1 ④ | 2 244 mm | 3 ② | 4 1 | 5 ③ |
| 6 8 | 7 ③ | 8 8 | 9 ④ | 10 25개 |
| 11 민수네 모듬, 3명 | 12 40 % | 13 88권 | 14 ㄱ, ㄷ | |
| 15 ① | 16 8.5초 | 17 43 | 18 70 | 19 3 |
| 20 ④ | 21 80점 | 22 80분 이상 100분 미만 | 23 ⑤ | |
| 24 41 | 25 15 % | 26 3 | 27 20 | 28 ③ |
| 29 12 | 30 0.25 | 31 8곳 | 32 ㄷ, ㄹ | 33 ④ |

1 $\frac{a+b+c+d}{4}=9$ 이므로 $a+b+c+d=36$
 따라서 7개의 변량 5, a , b , 8, c , d , 14의 평균은

$$\frac{5+a+b+8+c+d+14}{7} = \frac{(a+b+c+d)+27}{7}$$

$$= \frac{36+27}{7} = 9$$

2 전체 학생 수가 15이므로
 $2+x+4+5=15, x=4$ ①
 따라서 신발 사이즈의 평균은

$$\frac{235 \times 2 + 240 \times 4 + 245 \times 4 + 250 \times 5}{15}$$

$$= \frac{3660}{15} = 244(\text{mm})$$
 ②

채점 기준	비율
① x 의 값 구하기	40 %
② 신발 사이즈의 평균 구하기	60 %

3 두 모듬의 자료를 변량이 작은 값부터 크기순으로 나타내면 다음과 같다.
 [A 모듬] 5, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 9, 10
 [B 모듬] 4, 4, 6, 6, 6, 7, 8, 10, 11
 [A 모듬]의 중앙값은 $\frac{7+8}{2} = \frac{15}{2}$ (회)이고
 [B 모듬]의 중앙값은 6회이므로
 $a = \frac{15}{2}, b = 6$
 따라서 $2a+b = 2 \times \frac{15}{2} + 6 = 21$

4 두 사람 모두 10시간 동안 TV를 시청했으므로
 $1+3+a+2+2=10$ 에서 $a=2$
 $3+1+1+b+1=10$ 에서 $b=4$
 수진이의 TV 시청 시간은
 1, 3, 2, 2, 2 \rightarrow 1, 2, 2, 2, 3
 이므로 수진이의 TV 시청 시간의 최빈값은 2시간이다.
 진영이의 TV 시청 시간은
 3, 1, 1, 4, 1 \rightarrow 1, 1, 1, 3, 4

이므로 진영이의 TV 시청 시간의 최빈값은 1시간이다.
 따라서 $x=2, y=1$ 이므로
 $x-y=2-1=1$

5 5회째 시험에서 x 점, 6회째 시험에서 y 점을 받는다고 하면

$$\frac{82+81+96+93+x+y}{6} = 90$$
이므로
 $352+x+y=540, x+y=188$
 따라서 $\frac{x+y}{2}=94$ 이므로 5회와 6회째 시험에서 평균 94점을 받아야 한다.

6 평균이 76점이므로

$$\frac{71+89+65+93+x+64+78+91+75+69}{10} = 76$$

$$\frac{695+x}{10} = 76, 695+x=760, x=65$$
 ①
 따라서 10명의 학생들의 국어 성적을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 64, 65, 65, 69, 71, 75, 78, 89, 91, 93이므로
 중앙값은 $a = \frac{71+75}{2} = \frac{146}{2} = 73$ (점)
 최빈값은 $b=65$ (점) ②
 따라서 $a-b=73-65=8$ ③

채점 기준	비율
① x 의 값 구하기	40 %
② a, b 의 값 구하기	40 %
③ $a-b$ 의 값 구하기	20 %

7 [자료 1]의 중앙값이 8이고 $x < y$ 이므로
 3, 5, $x, y, 10$ 또는 3, 5, $x, 10, y$ 에서 $x=8$
 [자료 2]의 중앙값이 11이고 $x=8$ 이므로
 $8 < y < 13$
 $8, y, 13, 14$ 에서 $\frac{y+13}{2}=11$ 이므로
 $y+13=22$, 즉 $y=9$
 따라서 $x+y=8+9=17$

8 x 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 4, 6, 7, 9, 10, 11, 14
 x 를 포함하였을 때의 중앙값이 8.5이므로 $7 < x < 9$
 이때 변량의 개수가 짝수이고 중앙값이 8.5이므로
 $\frac{x+9}{2}=8.5, x+9=17$
 따라서 $x=8$

9 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 변량은 $(10+b)$ 초이므로 중앙값은 $(10+b)$ 초이다.
 이때 최빈값은 중앙값보다 4초만큼 작고 $a < b$ 이므로 최빈값은 14초이다.
 즉, $a=4$ 이고 $10+b=14+4$ 이므로 $b=8$
 따라서 $a+b=4+8=12$

참고 주어진 자료에서 3초가 2개, 14초가 2개, 30초가 2개이므로 최빈값이 하나뿐이라면 그 변량은 3개 이상이어야 한다.
 그런데 $4 \leq a < b$ 이므로 3개가 가능한 변량은 14초뿐이다.
 따라서 최빈값은 14초가 된다.

10 가장 많이 판매한 음료수는 44개, 가장 적게 판매한 음료수는 6개이다.

따라서 구하는 판매량의 평균은

$$\frac{44+6}{2} = \frac{50}{2} = 25(\text{개})$$

11 유리네 모둠에서 20권 이상 읽은 경우는 23, 23, 25, 26, 31, 32의 6명이다.

민수네 모둠에서 20권 이상 읽은 경우는 25, 26, 26, 27, 29, 30, 33, 34, 35의 9명이다.

따라서 민수네 모둠이 3명 더 많다.

12 전체 학생 수는

$$2+7+6+4+1=20$$

허리둘레가 65 cm 이하인 학생 수는 4, 85 cm 이상인 학생 수는 4이므로

$$\frac{4+4}{20} \times 100 = 40(\%)$$

13 전체 학생 수는 $4+4+7+8+5+2=30$

1년 동안 읽은 책의 권수가 상위 10% 이내인 학생 수는

$$30 \times \frac{10}{100} = 3(\text{명})$$

이때 1년 동안 읽은 책의 권수가 세 번째로 많은 학생이 읽은 책은 88권이다.

따라서 주형이가 1년 동안 읽은 책은 최소 88권이다.

14 ㄱ. 여학생 수는 $3+7+5+4=19$

$$\text{남학생 수는 } 3+3+6+3=15$$

$$\text{이므로 전체 학생 수는 } 19+15=34$$

ㄴ. 졸업기 횟수가 가장 많은 학생은 48회인 남학생이다.

ㄷ. 졸업기 횟수가 20회 이하인 학생은 여학생이 3명, 남학생이 4명으로 남학생이 더 많다.

ㄹ. 졸업기 횟수가 여학생 중에서 5번째로 많은 학생의 횟수는 36회, 남학생 중에서 5번째로 많은 학생의 횟수는 35회이므로 같지 않다.

ㅁ. 졸업기 횟수가 많은 쪽부터 차례로 쓰면 48회, 47회, 44회이므로 3번째로 많은 학생의 횟수는 44회이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

15 $a=31.5-\frac{7}{2}=28, b=22.5+\frac{9}{2}=27$

따라서 $a-b=28-27=1$

16 11초 이상 12초 미만인 계급의 도수를 x 라 하면 8초 이상 9초 미만인 계급의 도수는 $2x$ 이므로

$$2+2x+8+9+x=28 \text{에서 } x=3$$

즉, $A=6, B=3$

상위 25% 이내에 속하는 학생 수는 $28 \times \frac{25}{100} = 7$

따라서 7번째 학생이 속하는 계급인 8초 이상 9초 미만인 계급의 계급값은

$$\frac{8+9}{2} = 8.5(\text{초})$$

17 $y+7+3=28$ 에서 $y=28-10=18$

$x:y=1:3$ 에서 $x:18=1:3$

$3x=18, x=6$

$z=8+6+13+28=55$

따라서 $x-y+z=6-18+55=43$

18 전체의 30% 이내의 가구 수는 $40 \times \frac{30}{100} = 12$

이므로 전력 사용량이 150 kWh 미만인 가구 수는

$5+A=12, A=7$ ①

$B=40-(5+7+14+4)=10$ ②

따라서 $A \times B = 7 \times 10 = 70$ ③

채점 기준	비율
① A의 값 구하기	50%
② B의 값 구하기	30%
③ A×B의 값 구하기	20%

19 계급의 크기는 $4-2=2$ (시간)이므로

$a=2$

계급의 개수는 7이므로

$b=7$

도수가 가장 큰 계급은 8시간 이상 10시간 미만이고, 이 계급의 도수는 9명이므로

$c=9$

도수가 가장 작은 계급은 14시간 이상 16시간 미만이고, 이 계급의 도수는 1명이므로

$d=1$

따라서 $a-b+c-d=2-7+9-1=3$

20 ① 전체 학생 수는

$2+4+10+8+5+1=30$

② 도수가 가장 작은 계급은 95회 이상 100회 미만이므로 그 도수는 1명이다.

③ 맥박 수가 85회 미만인 학생 수는

$2+4+10=16$

④ 맥박 수가 90회인 학생이 속하는 계급은 90회 이상 95회 미만이므로 그 도수는 5명이다.

⑤ 맥박 수가 가장 큰 학생의 맥박 수는 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

21 성적이 80점 이상 90점 미만인 학생 수는

$25-(2+5+6+4+1)=7$



전체 학생 수가 25이므로 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$$25 \times \frac{20}{100} = 5$$

따라서 상위 20 % 이내에 들기 위해서는 적어도 80점 이상이어야 한다.

- 22 관람 시간이 60분 이상 80분 미만인 관람객 수를 $3x$, 80분 이상 100분 미만인 관람객 수를 $5x$ 라 하면

$$8 + 3x + 5x + 9 + 1 = 50, 8x = 32, x = 4$$

즉, 관람 시간이 60분 이상 80분 미만인 관람객 수는 12, 80분 이상 100분 미만인 관람객 수는 20이다.

따라서 관람 시간이 짧은 쪽에서 25번째인 관람객은 관람 시간이 80분 이상 100분 미만인 계급에 속한다.

- 23 ① 계급의 개수는 5이다.
 ② 전체 감자의 개수는 $4 + 9 + 6 + 8 + 3 = 30$
 ③ 무게가 70 g 이상인 감자의 개수는 $8 + 3 = 11$
 ④ 도수가 가장 큰 계급은 50 g 이상 60 g 미만이므로 그 도수는 9개이다.
 ⑤ 무게가 80 g 이상인 감자의 개수는 3, 70 g 이상인 감자의 개수는 $8 + 3 = 11$
 이때 무게가 4번째로 무거운 감자가 속하는 계급은 70 g 이상 80 g 미만이므로 그 도수는 8개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

- 24 계급의 개수는 5이므로 $a = 5$
 계급의 크기는 $16 - 15 = 1(\text{cm})$ 이므로 $b = 1$
 전체 학생 수는 $6 + 10 + 12 + 4 + 3 = 35$ 이므로 $c = 35$
 따라서 $a + b + c = 5 + 1 + 35 = 41$

- 25 전체 지역의 수는 $8 + 12 + 10 + 4 + 6 = 40$
 따라서 소음도가 50 dB 이상인 지역은 6곳이므로

$$\frac{6}{40} \times 100 = 15(\%)$$

따라서 소음도가 50 dB 이상인 지역은 전체의 15 %이다.

- 26 성적이 70점 미만인 학생 수는 $35 \times \frac{40}{100} = 14$ 이므로

$$a = 14 - (1 + 6) = 7$$

$$b = 35 - (14 + 8 + 3) = 10$$

따라서 a 와 b 의 차는

$$b - a = 10 - 7 = 3$$

- 27 60 g 이상 65 g 미만인 달걀이 12개이므로

$$(\text{전체 달걀의 개수}) = \frac{12}{0.15} = 80$$

50 g 이상 55 g 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.15) = 0.25$$

따라서 50 g 이상 55 g 미만인 달걀의 개수는

$$80 \times 0.25 = 20$$

28 $D = \frac{4}{0.1} = 40$

$$A = 40 \times 0.2 = 8$$

$$B = \frac{16}{40} = 0.4$$

$$C = \frac{10}{40} = 0.25$$

$$E = 1$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

29 전체 학생 수는 $\frac{6}{0.15} = 40$

용돈이 5만 원 이상인 학생 수는

$$40 \times 0.55 = 22$$

따라서 용돈이 3만 원 이상 5만 원 미만인 학생 수는

$$40 - (6 + 22) = 12$$

다른 풀이

전체 학생 수는 $\frac{6}{0.15} = 40$

3만 원 이상 5만 원 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.15 + 0.55) = 0.3$$

따라서 용돈이 3만 원 이상 5만 원 미만인 학생 수는

$$40 \times 0.3 = 12$$

30 전체 학생 수는 $4 + 8 + 6 + 4 + 2 = 24$

두 번째로 학생이 많은 계급은 7회 이상 9회 미만이므로 그 도수는 6명이다.

따라서 구하는 상대도수는 $\frac{6}{24} = 0.25$

31 40 % 이상 50 % 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.1 + 0.3 + 0.2 + 0.15) = 0.25$$

따라서 습도가 40 % 이상 50 % 미만인 지점은

$$32 \times 0.25 = 8(\text{곳})$$

32 가. A, B 두 학교의 상대도수가 같다고 해서 학생 수가 같은 것은 아니다.

나. A학교의 도수가 가장 큰 계급은 9회 이상 12회 미만이고, B학교의 도수가 가장 큰 계급은 12회 이상 15회 미만이다.

다. B학교의 그래프가 A학교의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B학교의 기록이 A학교의 기록보다 더 좋은 편이다.

르. A학교의 기록이 9회 미만인 학생의 상대도수는

$$0.1 + 0.15 = 0.25 \text{이므로 전체 학생의 } 25 \% \text{이다.}$$

따라서 옳은 것은 다, 르이다.

33 ①, ②, ⑤ 학생 수는 알 수 없다.

③ A반에서 도수가 가장 작은 계급은 15시간 이상 18시간 미만이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

1 14	2 52 %	3 ④	4 6	5 21
6 7	7 20	8 $\frac{5}{2}$ 배	9 ④	10 80
11 30	12 404	13 75명	14 4 %, 24 %	
15 4				

- 1 주사위를 던져서 나오는 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6이므로 하나의 주사위를 차례로 두 번 던져서 나오는 모든 경우에 대하여 두 눈의 수의 합은 다음 표와 같다.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

즉, 나오는 변량은

2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 12

이므로

$$\text{중앙값은 } a = \frac{7+7}{2} = 7$$

$$\text{최빈값은 } b = 7$$

$$\text{따라서 } a+b=7+7=14$$

- 2 줄기가 13인 잎의 수를 x 라 하면 전체 학생 수는 $2+x+5+7+3=17+x$

$$(17+x) \times \frac{32}{100} = x \text{에서 } 136+8x=25x$$

$$17x=136, x=8$$

$$\text{이때 전체 학생 수는 } 17+8=25$$

$$\text{따라서 145 cm 이상인 학생 수는 } 3+7+3=13 \text{이므로}$$

$$\frac{13}{25} \times 100 = 52(\%)$$

- 3 A밭의 감자의 개수는

$$3+5+10+8+4=30$$

B밭의 감자의 개수는

$$1+3+7+6+3=20$$

이므로 두 밭에서 캔 감자의 개수는

$$30+20=50$$

전체의 20 % 이내에 속하는 감자의 개수는

$$50 \times \frac{20}{100} = 10$$

A밭에서 60 % 이내에 속하는 감자의 개수는

$$30 \times \frac{60}{100} = 18$$

이때 상급에 속하는 10개의 감자의 무게는 무거운 쪽부터 차례로

65 g, 64 g, 63 g, 62 g, 62 g, 61 g, 60 g, 59 g, 59 g, 59 g

이므로 A밭의 감자 중에서 상급에 속하는 감자는 5개이다.

따라서 A밭의 감자 중에서 중급에 속하는 감자의 개수는

$$18-5=13$$

- 4 40분 이상 50분 미만인 계급의 도수를 a 명, 50분 이상 60분 미만인 계급의 도수를 b 명이라 하면 전체 학생 수가 30이므로

$$3+7+a+b+5=30, a+b=15$$

통화 시간이 12번째로 긴 학생이 40분 이상 50분 미만인 계급에 속하므로

$$b+5 < 12, b < 7$$

b 의 값이 가장 작을 때, a 의 값은 가장 크므로

$$b=0 \text{일 때, } a=15-0=15$$

b 의 값이 가장 클 때, a 의 값은 가장 작으므로

$$b=6 \text{일 때, } a=15-6=9$$

따라서 40분 이상 50분 미만인 계급의 도수가 될 수 있는 가장 큰 값은 15이고 가장 작은 값은 9이므로 두 값의 차는

$$15-9=6$$

- 5 몸무게가 40 kg 미만인 학생 수는

$$40 \times \frac{25}{100} = 10$$

이므로 몸무게가 45 kg 이상 50 kg 미만인 학생 수는

$$40 - (10+14+5) = 11$$

이때 A의 값은 45 kg 이상 50 kg 미만인 계급에 속하는 학생의 몸무게가 모두 48 kg 이상 50 kg 미만일 때 가장 크고, 모두 45 kg 이상 48 kg 미만일 때 가장 작다.

$$A \text{가 될 수 있는 가장 큰 값은 } 11+5=16$$

$$A \text{가 될 수 있는 가장 작은 값은 } 0+5=5$$

따라서 구하는 합은

$$16+5=21$$

- 6 TV 시청 시간이 2시간 미만인 학생 수는

$$4+8=12$$

전체 학생 수를 x 라 하면

$$x \times \frac{40}{100} = 12, x=30$$

전체 학생 수가 30이므로

$$4+8+7+a+4+b=30$$

$$a+b=7$$

$$a=2b+1 \text{을 대입하면}$$

$$2b+1+b=7, 3b=6$$

$$b=2, a=2 \times 2+1=5$$

이때 TV 시청 시간이 5시간 미만인 학생 수는

$$30-2=28$$



이므로 TV 시청 시간이 3시간 30분 이상 5시간 미만인 학생 수는

$$(5\text{시간 미만인 학생 수}) - (3\text{시간 } 30\text{분 미만인 학생 수}) = 28 - 21 = 7$$

다른 풀이

TV 시청 시간이 2시간 미만인 학생 수는

$$4 + 8 = 12$$

전체 학생 수를 x 라 하면

$$x \times \frac{40}{100} = 12, x = 30$$

전체 학생 수가 30이므로

$$4 + 8 + 7 + a + 4 + b = 30$$

$$a + b = 7$$

$a = 2b + 1$ 을 대입하면

$$2b + 1 + b = 7, 3b = 6$$

$$b = 2, a = 5$$

TV 시청 시간이 3시간 이상 3시간 30분 미만인 학생 수는

$$21 - (4 + 8 + 7) = 2$$

이므로 TV 시청 시간이 3시간 30분 이상 4시간 미만인 학생 수는

$$5 - 2 = 3$$

따라서 TV 시청 시간이 3시간 30분 이상 5시간 미만인 학생 수는

$$3 + 4 = 7$$

7 전체 학생 수는

$$5 + 7 + 11 + 4 + 3 = 30$$

국어 성적이 상위 10% 이내에 드는 학생 수는

$$30 \times \frac{10}{100} = 3$$

이때 국어 성적이 90점 이상인 학생 수가 3이므로

$$a = 90$$

국어 성적이 하위 40% 이내에 드는 학생 수는

$$30 \times \frac{40}{100} = 12$$

이때 국어 성적이 70점 미만인 학생 수가 $5 + 7 = 12$ 이므로

$$b = 70$$

$$\text{따라서 } a - b = 90 - 70 = 20$$

8 15분 이상 20분 미만인 계급의 도수를 x 명이라 하면

$$x : 4 = 5 : 2$$

$$2x = 20, x = 10$$

따라서 통학 시간이 15분 이상 20분 미만인 계급의 도수는 10,

통학 시간이 20분 이상 25분 미만인 계급의 도수는 4이므로

$$\frac{10}{4} = \frac{5}{2} \text{ (배)}$$

9 ① 성적이 가장 낮은 학생이 어느 반에 있는지 알 수 없다.

② 1반에서 성적이 60점 미만인 학생 수는 $3 + 4 = 7$

③ 1반과 2반 전체에서 성적이 90점 이상인 학생 수는

$3 + 2 = 5$ 이므로 전체에서 성적이 5번째로 높은 학생이 속하는 계급은 90점 이상 100점 미만이다.

④ 1반 학생 수는

$$3 + 4 + 7 + 10 + 8 + 3 = 35$$

2반 학생 수는

$$1 + 7 + 12 + 9 + 4 + 2 = 35$$

이므로 전체 학생 수는

$$35 + 35 = 70$$

1반과 2반 전체에서 성적이 상위 10% 이내에 드는 학생 수는

$$70 \times \frac{10}{100} = 7 \text{ 이고, 90점 이상인 학생 수는 5, 80점 이상}$$

90점 미만인 학생 수는 $8 + 4 = 12$ 이므로 전체에서 성적이 상위 10% 이내에 드는 학생의 점수는 최소 80점 이상이다.

⑤ 1반에 대한 그래프가 2반에 대한 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 1반이 2반보다 학생들의 수학 성적이 높은 편이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

10 a, b 의 최대공약수가 8이므로

$a = 8n, b = 8m$ (n, m 은 서로소)이라 하면

4권 이상 6권 미만인 계급의 상대도수가 0.3이므로

전체 학생 수는

$$\frac{8n}{0.3} = \frac{80}{3}n$$

8권 이상 10권 미만인 계급의 상대도수가 0.2이므로

전체 학생 수는

$$\frac{8m}{0.2} = 40m$$

$$\frac{80}{3}n = 40m \text{ 이므로 } 80n = 120m$$

이때 n, m 은 서로소이므로

$$n = 3, m = 2$$

따라서 전체 학생 수는

$$40 \times 2 = 80$$

다른 풀이

상대도수를 기약분수로 나타내면 다음 표와 같다.

책의 수 (권)	상대도수
0 ^{이상} ~ 2 ^{미만}	$0.1 = \frac{1}{10}$
2 ~ 4	$0.15 = \frac{3}{20}$
4 ~ 6	$0.3 = \frac{3}{10}$
6 ~ 8	$0.175 = \frac{7}{40}$
8 ~ 10	$0.2 = \frac{1}{5}$
10 ~ 12	$0.075 = \frac{3}{40}$
합계	1

각 계급의 도수가 모두 자연수가 되어야 하므로 도수의 총합은

5, 10, 20, 40의 최소공배수의 배수이어야 한다.
 즉, 도수의 총합은 40의 배수이므로 도수의 총합을 $40x$ 명이라 하면

$$a = 40x \times \frac{3}{10} = 12x$$

$$b = 40x \times \frac{1}{5} = 8x$$

이때 $12x, 8x$ 의 최대공약수가 $4x$ 이므로

$$4x = 8, x = 2$$

따라서 전체 학생 수는

$$40 \times 2 = 80$$

- 11** 상대도수는 도수에 정비례하고 $2a = b$, 즉 $a = \frac{1}{2}b$ 이므로

0 m/초 이상 4 m/초 미만인 계급의 상대도수는

$$\frac{1}{2} \times 0.24 = 0.12$$

도수의 합이 150곳이므로

$$a = 150 \times \frac{12}{100} = 18, b = 150 \times \frac{24}{100} = 36$$

4 m/초 이상 8 m/초 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.12 + 0.36 + 0.24 + 0.1 + 0.02) = 0.16$$

$$\text{이므로 } c = 0.16 \times 150 = 24$$

$$\text{따라서 } a + b - c = 18 + 36 - 24 = 30$$

- 12** $b = 1 - (0.05 + 0.075 + 0.25 + 0.1 + 0.15) = 0.375$

A동과 B동의 전체 도수의 비는 3 : 2이고 100 kWh 이상 150 kWh 미만인 계급의 도수의 비는 1 : 1이므로 이 계급의 상대도수의 비는

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2 : 3$$

$$a : 0.375 = 2 : 3 \text{에서}$$

$$3a = 0.75, a = 0.25$$

$$c = 1 - (0.1 + 0.25 + 0.2 + 0.05) = 0.4$$

따라서

$$100a + 1000b + 10c$$

$$= 100 \times 0.25 + 1000 \times 0.375 + 10 \times 0.4$$

$$= 25 + 375 + 4 = 404$$

- 13** $0.08 + 0.2 + a + b + 0.12 + 0.06 = 1$ 이므로

$$a + b = 0.54$$

$$\text{이때 } 50a + 50b = 50(a + b) = 50 \times 0.54 = 27$$

$50a, 50b$ 가 모두 3의 배수인 두 자리 수이고 $a > b$ 이므로

$$50a = 15, 50b = 12$$

$$\text{즉, } a = 0.3, b = 0.24$$

따라서 수학 성적이 50점 이상 70점 미만인 학생 수는

$$(0.2 + 0.3) \times 150 = 75$$

- 14** 1반에서 90점 이상인 학생 수는

$$25 \times 0.08 = 2$$

이므로 2등인 지영이는 적어도 90점 이상이다.

80점 이상인 학생 수는

$$25 \times (0.28 + 0.08) = 25 \times 0.36 = 9$$

이므로 4등인 영석이는 적어도 80점 이상이다.

1학년 전체에서 90점 이상인 계급의 상대도수는 0.04이므로 지영이는 상위 4% 이내이다.

또한, 80점 이상인 계급의 상대도수의 합은

$$0.2 + 0.04 = 0.24$$

이므로 영석이는 상위 24% 이내이다.

- 15** A중학교에서 7시간 미만인 계급의 상대도수의 합은

$$0.1 + 0.2 = 0.3$$

이므로 A중학교의 전체 학생 수는

$$\frac{54}{0.3} = 180$$

A중학교에서 8시간 이상 9시간 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.1 + 0.2 + 0.35 + 0.05) = 0.3$$

따라서 A중학교에서 수면 시간이 8시간 이상 9시간 미만인 학생 수는

$$180 \times 0.3 = 54$$

B중학교에서 7시간 미만인 계급의 상대도수의 합은

$$0.05 + 0.25 = 0.3$$

이므로 B중학교의 전체 학생 수는

$$\frac{60}{0.3} = 200$$

이때 B중학교에서 8시간 이상 9시간 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.05 + 0.25 + 0.3 + 0.15) = 0.25$$

이므로 B중학교에서 수면 시간이 8시간 이상 9시간 미만인 학생 수는

$$200 \times 0.25 = 50$$

따라서 구하는 학생 수의 차는

$$54 - 50 = 4$$

고난도 실전 문제

122~127쪽

1 ㄱ, ㄴ, ㄷ	2 40	3 30	4 28세	5 5
6 1	7 ㉔	8 9.5세	9 16	10 13
11 7시간	12 17	13 10명	14 32개	15 11
16 24%	17 40개	18 13	19 10%	20 ㉔
21 30%	22 0.52	23 40	24 13배	25 18
26 2학년이 16명 더 많다.	27 ㉔	28 37		

- 1** 12명의 학생 중 90호를 입는 학생이 6명이므로 85호, 95호, 100호, 105호를 입는 학생 수의 경우를 순서쌍 (85호, 95호, 100호, 105호)로 나타내면 (1, 1, 2, 2), (1, 2, 1, 2), (1, 2, 2, 1), (2, 1, 1, 2), (2, 1, 2, 1), (2, 2, 1, 1), (3, 1, 1, 1), (1, 3, 1, 1),



(1, 1, 3, 1), (1, 1, 1, 3)

ㄱ. 평균이 가장 작은 경우는 작은 사이즈를 입는 학생이 가장 많은 경우이므로 85호 3명, 90호 6명, 95호 1명, 100호 1명, 105호 1명인 경우이다.

이때 평균은

$$\frac{85 \times 3 + 90 \times 6 + 95 \times 1 + 100 \times 1 + 105 \times 1}{12}$$

$$= \frac{1095}{12}$$

$$= 91. \dots (\text{호})$$

이므로 평균은 항상 90호 이상이다.

ㄴ. 어떤 경우에도 90호가 6명으로 가장 많으므로 최빈값은 항상 90호이다.

ㄷ. 변량이 12개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 여섯 번째와 일곱 번째 변량의 평균이다.

이때 어떤 경우에도 여섯 번째와 일곱 번째 변량은 90호가 오게 되므로 중앙값은 항상 90호이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

2 각 주머니에서 공을 하나씩 꺼내는 모든 경우에 대하여 두 공에 적힌 수의 차를 구하면 다음 표와 같다.

A \ B	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1
8	7	6	5	4	3
10	9	8	7	6	5

즉, 나오는 변량은

0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9

따라서 $x=3, y=1$ 이므로

$$10(x+y) = 10 \times (3+1) = 40$$

3 주어진 자료에서 a 를 제외한 9개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

18, 20, 22, 22, 26, 30, 30, 34, 36

이때 22가 두 번, 30이 두 번 나오므로 최빈값이 a 뿐이라면

$a=22$ 또는 $a=30$

(i) $a=22$ 일 때, 중앙값은

$$\frac{22+26}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

그런데 이것은 중앙값이 $a-2$ 라는 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=30$ 일 때, 중앙값은

$$\frac{26+30}{2} = \frac{56}{2} = 28$$

이것은 중앙값이 $a-2$ 라는 조건을 만족시킨다.

(i), (ii)에서 $a=30$

4 A, B, C, D, E의 나이를 각각 a 세, b 세, c 세, d 세, e 세라 하면 이들의 평균 나이가 30세이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5} = 30$$

$$\text{즉, } a+b+c+d+e = 150 \quad \dots \textcircled{A}$$

F의 나이가 35세이고 A, B, D, E, F의 평균 나이가 31세이므로

$$\frac{a+b+d+e+35}{5} = 31$$

$$a+b+d+e+35 = 155$$

$$\text{즉, } a+b+d+e = 120 \quad \dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 을 하면 $c=30$

이때 $30 > 28, 35 > 28$ 이므로 A, B, D, E, F의 나이의 중앙값도 28세이다.

5 (가)의 변량에서 $a+4$ 를 제외한 나머지를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 9, 15, 18

이때 중앙값이 9이므로 $a+4 \leq 9, a \leq 5$

(나)에서 $a \leq 5$ 이므로 $a-1=3, b=9$

$$\text{즉, } a=4, b=9$$

$$\text{따라서 } b-a = 9-4 = 5$$

6 (가), (다), (라)에 의하여 4명의 학생의 통학 시간은

5분, 20분, 20분, 25분

나머지 한 학생의 통학 시간을 x 분이라 하면

(나)에서 5명의 평균 통학 시간이 17분이므로

$$\frac{5+20+20+25+x}{5} = 17$$

$$\frac{70+x}{5} = 17, 70+x = 85$$

$$\text{즉, } x = 15$$

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 15, 20, 20, 25

이때 중앙값은 20분이므로 $a=20$

최빈값은 20분이므로 $b=20$

$$\text{따라서 } \frac{a}{b} = \frac{20}{20} = 1$$

7 수지의 점수에서 a 를 제외한 나머지 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 5, 8, 10, 10, 11

이때 수지가 얻은 점수의 중앙값이 a 점이므로

$a=8$ 또는 $a=9$ 또는 $a=10$

(i) $a=8$ 일 때

수지와 정민이의 점수를 모두 섞은 전체에서 b 를 제외한 나머지 점수들을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 8, 10, 10, 11, 11, 12

이때 b 의 값에 관계없이 중앙값은 항상 8점이 되므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=9$ 일 때

수지와 정민이의 점수를 모두 섞은 전체에서 b 를 제외한 나머

지 점수들을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 11, 12
 이때 중앙값이 8.5점이 되려면
 $b=9$ 또는 $b=10$ 또는 $b=11$ 또는 $b=12$

(iii) $a=10$ 일 때
 수지와 정민이의 점수를 모두 섞은 전체에서 b 를 제외한 나머
 지 점수들을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 10, 10, 10, 11, 11, 12
 이때 중앙값이 8.5점이 되려면
 $b=9$

(i)~(iii)에서
 $(a, b)=(9, 9), (9, 10), (9, 11), (9, 12), (10, 9)$
 이므로 $a=9, b=12$ 일 때, $a+b$ 는 최대가 된다
 따라서 $a+b$ 의 최댓값은
 $9+12=21$

8 줄기가 1인 잎의 수가 8이므로 나이가 10대인 수강생은 8명이다.
 전체 수강생 수를 x 라 하면
 $x : 8 = 5 : 2$ 이므로
 $2x = 40, x = 20$
 나이가 어린 쪽에서 30% 이내에 속하는 수강생 수는
 $20 \times \frac{30}{100} = 6$
 따라서 이 수강생들의 나이를 나열하면 7, 8, 9, 10, 11, 12이므
 로 이들의 나이의 중앙값은 $\frac{9+10}{2} = 9.5$ (세)

9 통학 시간이 20분 이상 40분 미만인 남학생 수를 x 라 하면 전체
 학생 수는
 $2+4+6+4+x+2+3=x+21$
 $(x+21) \times \frac{30}{100} = x$ 에서
 $3x+63=10x, 7x=63, x=9$ ①
 즉, 남학생 수는 $4+9+3=16$ 이므로
 통학 시간이 30분 이상인 남학생 수는
 $16 \times \frac{50}{100} = 8$ ②
 따라서 통학 시간이 30분 미만인 학생 수는
 $2+6+8=16$ ③

채점 기준	비율
① 통학 시간이 20분 이상 40분 미만인 남학생 수 구하기	40%
② 통학 시간이 30분 이상인 남학생 수 구하기	30%
③ 통학 시간이 30분 미만인 학생 수 구하기	30%

10 마신 물의 양이 1500 mL 이상인 학생 수는
 $35 \times \frac{40}{100} = 14$
 이므로 마신 물의 양이 500 mL 이상 1000 mL 미만인 학생 수는
 $35 - (4 + 12 + 14) = 5$
 이때 A의 값은 500 mL 이상 1000 mL 미만인 계급에 속하는

학생이 마신 물의 양이 모두 500 mL 이상 800 mL 미만일 때
 가장 크고, 모두 800 mL 이상 1000 mL 미만일 때 가장 작다.
 따라서 A가 될 수 있는 가장 큰 값은 $4+5=9$, 가장 작은 값은
 $4+0=4$ 이므로 구하는 합은

$$9+4=13$$

11 연습 시간이 긴 쪽에서 8번째인 회원은 연습 시간이 짧은 쪽에서
 $28-8+1=21$ (번째)이다.
 연습 시간이 6시간 미만인 회원 수는
 $2+7+11=20$
 따라서 연습 시간이 긴 쪽에서 8번째인 회원이 속하는 계급은
 6시간 이상 8시간 미만이므로 구하는 계급값은
 $\frac{6+8}{2} = 7$ (시간)

12 버스를 기다린 시간이 40분 이상인 승객 수는
 $7+5=12$
 이므로 전체 승객 수를 x 라 하면
 $x \times \frac{30}{100} = 12, x = 40$
 전체 승객 수가 40이므로
 $a+11+b+7+5=40$ 에서
 $a+b=17$
 $a=b-1$ 을 대입하면
 $b-1+b=17, 2b=18$
 $b=9, a=9-1=8$
 이때 기다린 시간이 20분 이상인 승객 수는
 $40-8=32$
 이므로 기다린 시간이 20분 이상 35분 미만인 승객 수는
 $(20분 이상인 승객 수) - (35분 이상인 승객 수)$
 $= 32 - 15 = 17$

다른 풀이

버스를 기다린 시간이 40분 이상인 승객 수는
 $7+5=12$
 이므로 전체 승객 수를 x 라 하면
 $x \times \frac{30}{100} = 12, x = 40$
 전체 승객 수가 40이므로
 $a+11+b+7+5=40$ 에서
 $a+b=17$
 $a=b-1$ 을 대입하면
 $b-1+b=17, 2b=18$
 $b=9, a=9-1=8$
 기다린 시간이 35분 이상 40분 미만인 승객 수는
 $15 - (7+5) = 3$
 이므로 기다린 시간이 30분 이상 35분 미만인 승객 수는
 $9 - 3 = 6$
 따라서 기다린 시간이 20분 이상 35분 미만인 승객 수는
 $11+6=17$



13 40분 이상 60분 미만인 계급의 도수를 x 명이라 하면
 $x : 9 = 7 : 3$ 에서 $3x = 63, x = 21$
 이때 관람 시간이 80분 이상인 관람객의 수는 $11 + 2 = 13$ 이므로
 관람 시간이 10번째로 긴 관람객이 속하는 계급의 도수는 11명,
 관람 시간이 60분 미만인 관람객의 수는 $7 + 21 = 28$ 이므로 관람
 시간이 10번째로 짧은 관람객이 속하는 계급의 도수는 21명이다.
 따라서 두 계급의 도수의 차는
 $21 - 11 = 10$ (명)

14 세로축의 눈금 한 칸이 나타내는 꿀의 개수를 x 라 하면
 $x + 3x + 5x + 4x + 2x = 60, 15x = 60, x = 4$
 가로축에 나타난 꿀의 무게의 눈금을 18g부터 4g 단위로 나타
 내면
 18g 이상 22g 미만인 꿀의 개수는 4
 22g 이상 26g 미만인 꿀의 개수는 $12 + 20 = 32$
 26g 이상 30g 미만인 꿀의 개수는 $16 + 8 = 24$
 따라서 새로 나타난 히스토그램에서 도수가 가장 많은 계급의 도
 수는 32개이다.

15 길이가 14cm 이상 18cm 미만인 물고기의 수를 x , 22cm 이
 상 26cm 미만인 물고기의 수를 y 라 하면
 $(2+x) : (y+5) : (3+1) = 5 : 6 : 2$
 $2+x = 10$ 에서 $x = 8$ ①
 $y+5 = 12$ 에서 $y = 7$ ②
 따라서 길이가 18cm 이상 22cm 미만인 물고기의 수는
 $37 - (2+8+7+5+3+1) = 11$ ③

채점 기준	비율
① 길이가 14cm 이상 18cm 미만인 물고기의 수 구하기	40%
② 길이가 22cm 이상 26cm 미만인 물고기의 수 구하기	40%
③ 길이가 18cm 이상 22cm 미만인 물고기의 수 구하기	20%

16 무게가 16g 이상 18g 미만인 방울토마토의 개수를 x 라 하면 무
 게가 22g 이상 24g 미만인 방울토마토의 개수는 $3x$ 이므로
 $x + 5 + 9 + 3x + 3 = 25$
 $4x = 8, x = 2$
 따라서 무게가 22g 이상 24g 미만인 방울토마토는 6개이므로
 $\frac{6}{25} \times 100 = 24$ (%)

17 계급의 크기는 $8 - 4 = 4$ (Brix)이므로
 $4 \times (\text{도수의 총합}) = 720$ 에서
 $(\text{도수의 총합}) = 180$ (개)
 4 Brix 이상 8 Brix 미만인 계급의 도수를 $2x$ 라 하면
 $2x + 7x + 9x + 10x + 5x + 3x = 180$
 $36x = 180, x = 5$
 따라서 도수가 가장 큰 계급은 16 Brix 이상 20 Brix 미만이
 고, 도수가 가장 작은 계급은 4 Brix 이상 8 Brix 미만이므로
 구하는 계급의 도수의 차는
 $10 \times 5 - 2 \times 5 = 50 - 10 = 40$ (개)

18 전체 학생 수를 x 라 하면 방문 횟수가 4회 미만인 학생은 6명이
 므로

$x \times \frac{15}{100} = 6, x = 40$ ①

방문 횟수가 6회 이상 8회 미만인 학생 수는

$40 \times \frac{25}{100} = 10$ ②

따라서 방문 횟수가 4회 이상 6회 미만인 학생 수는

$40 - (6 + 10 + 8 + 3) = 13$ ③

채점 기준	비율
① 전체 학생 수 구하기	40%
② 방문 횟수가 6회 이상 8회 미만인 학생 수 구하기	40%
③ 방문 횟수가 4회 이상 6회 미만인 학생 수 구하기	20%

19 1반의 학생 수는
 $2 + 5 + 7 + 9 + 4 + 2 + 1 = 30$

2반의 학생 수는

$1 + 4 + 5 + 8 + 10 + 4 + 3 = 35$

2반에서 상위 20% 이내에 드는 학생 수는

$35 \times \frac{20}{100} = 7$ 이므로 성적이 80점 이상이다.

1반에서 성적이 80점 이상인 학생 수는 $2 + 1 = 3$ 이므로

$\frac{3}{30} \times 100 = 10$ (%)

20 a, b 의 최대공약수가 3이므로

$a = 3n, b = 3m$ (n, m 은 서로소)이라 하면

30분 이상 60분 미만인 계급의 상대도수가 0.2이므로

전체 학생 수는 $\frac{3n}{0.2} = 15n$

90분 이상 120분 미만인 계급의 상대도수가 0.25이므로

전체 학생 수는 $\frac{3m}{0.25} = 12m$

$15n = 12m$ 이고 n, m 은 서로소이므로

$n = 4, m = 5$

따라서 전체 학생 수는 $15 \times 4 = 60$ 이므로

운동 시간이 60분 이상 90분 미만인 학생 수는

$60 \times 0.3 = 18$

다른 풀이

상대도수를 기약분수로 나타내면 다음 표와 같다.

운동 시간(분)	상대도수
0 이상 ~ 30 미만	$0.1 = \frac{1}{10}$
30 ~ 60	$0.2 = \frac{1}{5}$
60 ~ 90	$0.3 = \frac{3}{10}$
90 ~ 120	$0.25 = \frac{1}{4}$
120 ~ 150	$0.15 = \frac{3}{20}$
합계	1

각 계급의 도수가 모두 자연수가 되어야 하므로 도수의 총합은 4, 5, 10, 20의 최소공배수의 배수이어야 한다.

즉, 도수의 총합은 20의 배수이므로 도수의 총합을 $20x$ 명이라 하면

$$a = 20x \times \frac{1}{5} = 4x$$

$$b = 20x \times \frac{1}{4} = 5x$$

이때 $4x, 5x$ 의 최대공약수가 x 이므로 $x=3$

따라서 전체 학생 수는 $20 \times 3 = 60$ 이므로 운동 시간이 60분 이상 90분 미만인 학생 수는

$$60 \times \frac{3}{10} = 18$$

21 상대도수는 도수에 정비례하고 $a=4b$, 즉 $b=\frac{1}{4}a$ 이므로

25°C 이상 30°C 미만인 계급의 상대도수는

$$\frac{1}{4} \times 0.2 = 0.05$$

따라서 20°C 이상 25°C 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.05 + 0.15 + 0.2 + 0.25 + 0.05) = 0.3$$

이므로 최고 기온이 20°C 이상 25°C 미만으로 조사된 지점은 $0.3 \times 100 = 30(\%)$

22 질문한 횟수가 1회 이상 5회 미만인 계급의 상대도수의 합은

$$1 - (0.28 + 0.08 + 0.02) = 0.62$$

이므로 전체 학생 수는

$$\frac{5+26}{0.62} = 50 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

질문한 횟수가 5회 이상 7회 미만인 학생 수는

$$50 \times 0.28 = 14$$

7회 이상 9회 미만인 학생 수는

$$50 \times 0.08 = 4$$

9회 이상 11회 미만인 학생 수는

$$50 \times 0.02 = 1$$

도수가 가장 큰 계급인 3회 이상 5회 미만의 도수는 26명이다.

$$\therefore a = 26 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

상대도수가 가장 작은 계급인 9회 이상 11회 미만의 상대도수는 0.02이다. $\therefore b = 0.02$ $\dots\dots \textcircled{3}$

$$\text{따라서 } ab = 26 \times 0.02 = 0.52 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

채점 기준	비율
① 전체 학생 수 구하기	30 %
② a의 값 구하기	30 %
③ b의 값 구하기	30 %
④ ab의 값 구하기	10 %

23 각 계급의 상대도수를 기약분수로 나타내면

$$0.025 = \frac{25}{1000} = \frac{1}{40}, 0.15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}, 0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5},$$

$$0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}, 0.175 = \frac{175}{1000} = \frac{7}{40}$$

조사한 학생 수를 x 명이라 하면 각 계급의 도수는

$$\frac{1}{40}x\text{명}, \frac{3}{20}x\text{명}, \frac{2}{5}x\text{명}, \frac{1}{4}x\text{명}, \frac{7}{40}x\text{명이다.}$$

각 계급의 도수는 자연수이어야 하므로 도수의 총합은 4, 5, 20, 40의 공배수이다.

4, 5, 20, 40의 최소공배수는 40이고, 전교생의 수가 376이므로 x 가 될 수 있는 수는

$$40, 80, \dots, 320, 360$$

따라서 $a=360, b=320$ 이므로

$$a - b = 360 - 320 = 40$$

24 1200분 이상 1400분 미만인 계급의 상대도수를 x 라 하면

$$0.16 + 0.22 + 0.36 + x + 0.06 = 1, x = 0.2$$

800분 이상 1400분 미만인 전구의 개수는

$$(0.22 + 0.36 + 0.2) \times 200 = 0.78 \times 200 = 156$$

1400분 이상 1600분 미만인 전구의 개수는

$$0.06 \times 200 = 12$$

$$\text{따라서 } \frac{156}{12} = 13(\text{배})$$

25 $36 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 이상 $42 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 미만인 계급의 상대도수를 a 라 하면

$24 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 이상 $30 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 미만인 계급의 상대도수는 $3a$ 이므로

$$0.06 + 0.08 + 0.18 + 3a + 0.2 + a = 1$$

$$4a = 0.48, a = 0.12$$

따라서 $24 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 이상 $30 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 미만인 계급의 상대도수는

$$0.12 \times 3 = 0.36\text{이므로 초미세먼지 농도가 } 24 \mu\text{g}/\text{m}^3\text{ 이상}$$

$30 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 미만인 지역의 수는

$$50 \times 0.36 = 18$$

26 1학년 전체 학생 수는 $\frac{90}{0.12+0.24} = 250$

$$2\text{학년 전체 학생 수는 } \frac{52}{0.06+0.2} = 200$$

1학년에서 20초 이상 22초 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.12 + 0.24 + 0.32 + 0.22) = 0.1$$

이므로 18초 이상 22초 미만인 계급의 상대도수는

$$0.22 + 0.1 = 0.32$$

이 계급의 1학년 학생 수는

$$250 \times 0.32 = 80$$

2학년에서 20초 이상 22초 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.06 + 0.2 + 0.26 + 0.34) = 0.14$$

이므로 18초 이상 22초 미만인 계급의 상대도수는

$$0.34 + 0.14 = 0.48$$

이 계급의 2학년 학생 수는

$$200 \times 0.48 = 96$$

따라서 2학년이 $96 - 80 = 16(\text{명})$ 더 많다.

27 ①, ② 그래프를 보고 알 수 없다.

③ 145 cm 이상 150 cm 미만인 계급에서 상대도수의 차이가 가장 크므로 학생 수의 차도 가장 크다.



④ A학교에서 155 cm 이상 160 cm 미만인 학생 수는
 $200 \times 0.34 = 68$ (명)

B학교에서 155 cm 이상 160 cm 미만인 학생 수는
 $100 \times 0.38 = 38$ (명)

즉, 학생 수는 같지 않다.

⑤ A학교에서 170 cm 이상 175 cm 미만인 학생 수는
 $0.02 \times 200 = 4$ (명)

B학교에서 170 cm 이상 175 cm 미만인 학생 수는
 $0.08 \times 100 = 8$ (명)

즉, 학생 수의 차는 $8 - 4 = 4$

따라서 옳은 것은 ③이다.

28 여학생에서 5시간 이상인 계급의 상대도수의 합은

$$0.14 + 0.06 = 0.2$$

이므로 전체 여학생 수는

$$\frac{50}{0.2} = 250$$

여학생에서 4시간 이상 5시간 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.04 + 0.2 + 0.3 + 0.14 + 0.06) = 0.26$$

따라서 독서 시간이 4시간 이상 5시간 미만인 계급의 여학생 수는

$$250 \times 0.26 = 65$$

남학생에서 5시간 이상인 계급의 상대도수의 합은

$$0.16 + 0.1 = 0.26$$

이고, 이 계급의 도수는 $50 + 28 = 78$ (명)이므로 전체 남학생 수는

$$\frac{78}{0.26} = 300$$

남학생에서 4시간 이상 5시간 미만인 계급의 상대도수는

$$1 - (0.08 + 0.14 + 0.18 + 0.16 + 0.1) = 0.34$$

따라서 독서 시간이 4시간 이상 5시간 미만인 계급의 남학생 수는

$$300 \times 0.34 = 102$$

따라서 구하는 남학생과 여학생 수의 차는

$$102 - 65 = 37$$



MEMO

A series of horizontal dashed lines for writing, spanning the width of the page below the header.



MEMO

A series of horizontal dashed lines for writing, spanning the width of the page below the header.