수학 마스터
중학 수학 내신 만점 실력서

고난도 시그마 Σ 중학 수학 1-1 정답과 풀이

이 책의 차례

빠른 정답

1. 소인수분해

필수 확인 문제 8~11쪽

1 ③, ⑤	**2** ①	**3** ④	**4** ⑤	**5** ⑤
6 24	**7** ③	**8** 16	**9** 28	**10** ④
11 ③	**12** ④, ⑤	**13** ⑤	**14** ⑤	**15** 150
16 ①	**17** 6	**18** ①	**19** ①	**20** 9
21 23	**22** ④	**23** 126	**24** 72	

고난도 대표 유형 12~15쪽

1 4개	**2** 18	**3** 21	**4** 13	**5** ①
6 12	**7** ⑤	**8** ②	**9** 12, 36	**10** 80
11 ⑤	**12** $\frac{200}{9}$			

고난도 실전 문제 16~21쪽

1 ⑤	**2** 4, 8, 16	**3** 1351	**4** ③	**5** ①
6 15	**7** ⑤	**8** 10	**9** ③, ④	**10** ⑤
11 7	**12** 4개	**13** 168	**14** ③	**15** 4
16 1354	**17** 6	**18** 648	**19** 9개	**20** 65
21 48, 96	**22** ④	**23** 3개	**24** 6개	**25** 207
26 29	**27** ④	**28** 83	**29** 64	**30** ④
31 7	**32** 24, 120	**33** 20	**34** 64	**35** ④
36 231				

2. 정수와 유리수

필수 확인 문제 26~31쪽

1 ⑤	**2** ③	**3** ⑤	**4** ②	**5** 5
6 4	**7** ④	**8** -17, 17	**9** ③, ④	**10** ③
11 ②	**12** ⑤	**13** ②	**14** 5	**15** 7개
16 ⑤	**17** 2.5	**18** $-\frac{11}{5}$	**19** -5	**20** 15
21 $+\frac{13}{6}$	**22** ⑤	**23** -1	**24** $+\frac{7}{4}$	**25** -15
26 ③	**27** ⑤	**28** ③, ⑤	**29** ②	**30** ③
31 ①	**32** $\frac{1}{2}$	**33** $\frac{12}{5}$	**34** ③	**35** -13
36 7				

고난도 대표 유형 32~37쪽

1 10개	**2** $\frac{1}{6}$	**3** $c<a<b$	**4** -2.9	**5** b, a, d, c
6 -3, 1	**7** 50	**8** $-\frac{2}{3}$	**9** $\frac{43}{20}$	**10** $\frac{7}{30}$
11 $-\frac{1}{100}$	**12** $\frac{25}{12}$	**13** $a>0$, $b<0$, $c<0$		**14** ⑤
15 -18	**16** -3	**17** 3	**18** 16	

고난도 실전 문제 38~45쪽

1 ③, ⑤	**2** -2190 m	**3** ①	**4** 6	**5** -3
6 -289	**7** 9	**8** $\frac{23}{8}$	**9** $-\frac{7}{3}$	**10** -25, 9
11 ④	**12** 48	**13** ④	**14** ③, ⑤	**15** $a<c<b$
16 5717 m	**17** $-\frac{7}{3}$	**18** 2	**19** ③	**20** -1
21 $-$, $-$, $+$		**22** -1	**23** ③	**24** $-\frac{17}{4}$
25 -50	**26** 5개	**27** $\frac{10}{11}$	**28** ③	**29** ⑤
30 ②, ④	**31** -5	**32** 50개	**33** 216	**34** $-\frac{16}{5}$
35 $-\frac{11}{2}$	**36** ②	**37** $\frac{6}{7}$	**38** $-\frac{1}{6}$	**39** ㄴ, ㄹ
40 $-\frac{3}{5}$	**41** 10 : 7	**42** ①	**43** 1	**44** ④
45 59	**46** 24 cm	**47** -5	**48** 1	

3. 문자의 사용과 식

필수 확인 문제 50~53쪽

1 ③ 2 ㄴ, ㄷ 3 ⑤ 4 ④
5 $(40000+400a)$원 6 ② 7 ⑤ 8 -2
9 (1) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ (2) 16 10 9 11 ④, ⑤
12 ㄴ, ㄹ 13 ④ 14 ⑤ 15 8 16 ①, ④
17 ② 18 2 19 ② 20 $3x+9$ 21 ⑤
22 $\frac{2}{3}x+1$ 23 ④ 24 10

고난도 대표 유형 54~57쪽

1 $\frac{2}{5}a$원 2 $\left(\frac{6}{5}x+\frac{3}{2}y\right)$mg 3 $-\frac{2}{3}$ 4 692 m
5 (1) $(420-38a)$cm (2) 344 cm 6 11 7 B 마트
8 6 9 (1) $2x-2$ (2) $-2x+2$ 10 31 11 ④
12 ②

고난도 실전 문제 58~63쪽

1 ③, ④ 2 ② 3 ① 4 ② 5 ⑤
6 ③ 7 ① 8 -16 9 500 10 28
11 -11 12 (1) $\left(\frac{9}{5}a+32\right)$°F (2) 68 °F
13 3.2 kg을 늘려야 한다. 14 (1) $1+3x$ (2) 82
15 (1) $(9x-9)$cm (2) 81 cm 16 ④ 17 -4
18 -2 19 ①
20 A가게: $\frac{18}{25}x$원, B가게: $\frac{18}{25}x$원, C가게: $\frac{7}{10}x$원
21 1 22 2 23 ④ 24 ③ 25 1
26 $x+2y$ 27 ① 28 23 29 $-9x+26$
30 $-4x$ 31 5 32 $l+m-n$, 27 33 ②
34 ⑤ 35 $(6x-9)\text{m}^2$ 36 44000

4. 일차방정식

필수 확인 문제 68~73쪽

1 ⑤ 2 ④ 3 2개 4 -4 5 6
6 ②, ④ 7 ⑤ 8 4, 5, 6 9 ③ 10 -12
11 $a=2$, $b\neq5$ 12 ⑤ 13 ④ 14 $x=1$
15 $x=-2$ 16 ④ 17 ⑤ 18 30 19 ①
20 1 21 10 22 $\frac{1}{2}$ 23 14 24 ③
25 ③ 26 28 27 ③ 28 28명 29 2000초
30 4000원 31 14 32 16 33 ③ 34 5 km
35 ④ 36 200 g

고난도 대표 유형 74~79쪽

1 ③ 2 40 g 3 $x=-1$ 4 2 5 6
6 -5 7 -10 8 ③ 9 -2 10 29
11 현주, 희주: 14살, 은애: 16살, 정민: 19살 12 22
13 3 14 ④ 15 4일 16 8분 후 17 40 m
18 ③

고난도 실전 문제 80~89쪽

1 ②, ③ 2 ④ 3 7 4 -16 5 8
6 ③, ⑤ 7 15 8 ④ 9 2, 4, 6 10 ⑤
11 ④ 12 ③ 13 ③ 14 1 15 ②
16 $x=7$ 17 ③ 18 5 19 ④ 20 ②
21 ④ 22 -7 23 ② 24 3, 6, 9, 12
25 -1 26 2 27 ㉠: 8, ㉡: 12, ㉢: -1
28 23일 29 ① 30 33 31 92.5점 32 525
33 120송이 34 갑: 16냥, 을: 14냥 35 ② 36 ①
37 ⑤ 38 160 cm^2 39 $\frac{5}{3}$
40 의자의 개수: 14, 관객의 수: 74 41 ②
42 2시간 24분 43 4.2 km 44 ④ 45 6시간
46 초속 35 m 47 ② 48 130 g

5. 좌표평면과 그래프

필수 확인 문제 94~97쪽

1 ③	2 LUCKY	3 B$(-2, 4)$, D$(3, -2)$		4 ③
5 P$(3, -2)$	6 13	7 ④	8 ⑤	9 ③
10 ②	11 ①	12 ③	13 ③	14 ④
15 ①	16 $(-2, -1)$		17 4	18 ④
19 ④	20 A−ㄷ, B−ㄴ, C−ㄱ		21 ②	22 ㄴ, ㄷ

고난도 대표 유형 98~101쪽

1 11	2 17	3 6	4 6	5 ⑤
6 ㄱ, ㄹ	7 4	8 $-\frac{3}{2}$	9 4	10 ⑤
11 40분				

고난도 실전 문제 102~107쪽

1 24	2 ③	3 2	4 -2	5 ③
6 7	7 17	8 C$(0, 3)$ 또는 C$(0, -5)$		
9 5	10 제3사분면		11 ⑤	12 ④
13 ⑤	14 ①	15 8	16 ③	17 -2
18 3	19 ①	20 15	21 제3사분면	22 ④
23 ①	24 P$(-4, 9)$		25 (가)−㉠, (나)−㉢	
26 ⑤	27 ③	28 (1) 19초 후 (2) B, C, A		
29 (1) 7.2 km (2) 시속 2.4 km			30 ②	
31 (1) 8분 (2) 22		32 ④, ⑤		

6. 정비례와 반비례

필수 확인 문제 112~115쪽

1 ①, ④	2 13	3 ㄱ, ㄹ	4 ①, ⑤	5 2
6 19	7 $-\frac{43}{15}$	8 33	9 A$(2, 6)$	10 ④
11 (1) $y=2400x$ (2) 2 m		12 ④	13 $\frac{1}{2}$	14 3개
15 -10	16 16	17 0	18 40	19 12
20 30	21 24	22 0.75	23 ③	24 20바퀴

고난도 대표 유형 116~119쪽

1 ③	2 1	3 $\frac{2}{3}$	4 $\frac{65}{6}$	5 4003
6 ③	7 9분 후	8 28개	9 25	10 100
11 ⑤	12 ②			

고난도 실전 문제 120~127쪽

1 ⑤	2 ④	3 ③, ⑤	4 -2	5 $\frac{5}{3}$
6 ④	7 $\frac{4}{3}$	8 ③	9 ①	10 $\frac{4}{3}$
11 27	12 $\frac{7}{8}$	13 D$\left(9, \frac{1}{3}\right)$	14 155 L	15 60
16 5초 후	17 $y=\frac{3}{7}x$	18 5시간	19 90 kcal	20 -22
21 -6	22 ④, ⑤	23 6	24 12	25 30
26 12	27 $a=\frac{8}{3}$, $b=24$		28 81	29 ③
30 600	31 30	32 ①	33 5 cm	
34 $A=21$, $y=\frac{21}{x}$		35 ④	36 1224	

정답과 풀이

1. 소인수분해

필수 확인 문제 8~11쪽

1 ③, ⑤	2 ①	3 ④	4 ⑤	5 ⑤
6 24	7 ③	8 16	9 28	10 ④
11 ③	12 ④, ⑤	13 ⑤	14 ⑤	15 150
16 ①	17 6	18 ①	19 ①	20 9
21 23	22 ④	23 126	24 72	

1 ③ 합성수는 약수가 3개 이상이다.
⑤ 15와 같은 홀수는 1, 3, 5, 15로 4개의 약수를 가지므로 소수가 아니다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

2 소수는 11, 17, 31, 37, 41, 47의 6개이다.
합성수는 21, 27, 51, 57의 4개이다.
따라서 $a=6$, $b=4$이므로 $a-b=6-4=2$

3 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, …이다.
따라서 자연수 a보다 작은 소수가 7개일 때, a의 값이 될 수 있는 자연수는 18, 19이다.

4 ① $2^4=16$
② $5+5+5+5=5\times4$
③ $7\times7\times7\times7\times7=7^5$
④ $3\times3\times11\times11\times11=3^2\times11^3$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

5 $7\times5\times5\times17\times7\times5=5^3\times7^2\times17$이므로
$a=3$, $b=2$, $c=17$
따라서 $a+b+c=3+2+17=22$

6 $64=2^6$이므로 $a=6$ …… ❶
$\frac{1}{81}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$이므로 $b=4$ …… ❷
따라서 $a\times b=6\times4=24$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a\times b$의 값 구하기	20 %

7 $132=2^2\times3\times11$이므로 소인수는 2, 3, 11이다.
따라서 소인수의 합은
$2+3+11=16$

8 $234=2\times3^2\times13$이므로
$a=1$, $b=2$, $c=13$
따라서 $a+b+c=1+2+13=16$

9 252를 소인수분해하면 $252=2^2\times3^2\times7$ …… ❶
이때 252에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려면 $7\times(\text{자연수})^2$을 곱해야 한다. …… ❷
따라서 곱해야 할 자연수는 7×1^2, 7×2^2, 7×3^2, …이므로 이 중에서 가장 작은 두 자리 자연수는 7×2^2, 즉 28이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 252를 소인수분해하기	30 %
❷ 곱해야 할 자연수의 조건 알기	30 %
❸ 곱해야 할 가장 작은 두 자리 자연수 구하기	40 %

10 $4^2\times5^3$을 소인수분해하면 $4^2\times5^3=2^4\times5^3$이므로
$a=(4+1)\times(3+1)=20$
343을 소인수분해하면 $343=7^3$이므로
$b=3+1=4$
따라서 $a-b=20-4=16$

11 $2^2\times5\times7^a$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(a+1)=6\times(a+1)$
이때 $6\times(a+1)=24$이므로
$a+1=4$, $a=3$

12 분수 $\frac{825}{n}$가 자연수가 되도록 하려면 자연수 n은 825의 약수이어야 한다.
825를 소인수분해하면 $825=3\times5^2\times11$
따라서 자연수 n의 값이 될 수 있는 것은 ④, ⑤이다.

13 ① 최대공약수가 1인 두 자연수를 서로소라 한다.
② 15와 14는 서로소인데 둘 다 합성수이다.
③ 공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수는 모두 $(3+1)\times(2+1)=12$(개)
④ 18과 45는 공약수로 최대공약수 9의 약수인 1, 3, 9를 가지므로 서로소가 아니다.
⑤ 두 짝수는 항상 1 이외에 공약수 2를 가지므로 서로소가 아니다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

14 ① 80의 배수가 160의 배수이면 두 수의 최대공약수는 160이 된다.
② $80=2^4\times5$이므로 공약수의 개수는 $(4+1)\times(1+1)=10$
③ $a=880$이면 주어진 조건을 만족시키지만 11과 a의 공약수는 11이 되어 서로소가 아니다.
④ a는 80의 배수이다.
⑤ 80의 배수 중 가장 작은 수는 80이므로 a가 될 수 있는 가장 작은 수는 80이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

15 $12=2^2\times3$과 서로소이므로 2의 배수도 3의 배수도 아니어야 한다.
30보다 작거나 같은 수 중 12와 서로소인 수는 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29이므로 그 합은
$1+5+7+11+13+17+19+23+25+29=30\times5=150$

16 세 수 $2^2\times3^4\times7^3$, $2^3\times3^a\times7^4$, $3^3\times5^3\times b^2$의 최대공약수가

$3^2\times7^c$이므로
$a=2$, $b=7$, $c=2$
따라서 $a+b+c=2+7+2=11$

17 두 분수 $\frac{54}{n}$, $\frac{78}{n}$을 모두 자연수로 만드는 자연수 n의 값은 54와 78의 공약수이고 이 중에서 가장 큰 수는 54와 78의 최대공약수이다.
따라서 n의 값 중에서 가장 큰 수는 6이다.

$54=\quad 2\times3^3$
$78=\quad 2\times3\ \times13$
최대공약수 : $2\times3\qquad=6$

18 두 자연수 A, B의 공배수는 최소공배수인 21의 배수이므로 21, 42, 63, 84, 105, 126, …이다.
따라서 A, B의 공배수 중에서 가장 작은 세 자리 자연수는 105이다.

19 28을 소인수분해하면 $28=2^2\times7$
즉, 두 자연수 A, $2^2\times7$의 최소공배수가 $2^2\times3^2\times7$이므로 A는 $2^2\times3^2\times7$의 약수이면서 3^2의 배수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

20 756을 소인수분해하면
$756=2^2\times3^3\times7$ …… ❶
세 수 $2^a\times3^2$, $2\times3^2\times b$, $3^c\times7$의 최소공배수가 $2^2\times3^3\times7$이므로
$a=2$, $b=7$, $c=3$ …… ❷
따라서 세 수 $2^2\times3^2$, $2\times3^2\times7$, $3^3\times7$의 최대공약수는
$3^2=9$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 756을 소인수분해하기	30 %
❷ a, b, c의 값 구하기	40 %
❸ 주어진 세 수의 최대공약수 구하기	30 %

21 (구하는 수)+1은 2, 3, 4, 8의 배수가 되므로 가장 작은 자연수는 2, 3, 4, 8의 최소공배수보다 1만큼 작은 수이다.
2, 3, 2^2, 2^3의 최소공배수는 $2^3\times3=24$이므로 구하는 수는 23이다.

22 (두 자연수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로
$3^5\times7^3\times11^2=3^2\times7\times11\times$(최소공배수)
따라서 (최소공배수)$=3^3\times7^2\times11$

23 세 자연수 18, 54, A의 최대공약수가 18이므로 자연수 a에 대하여 $A=a\times18$이라 하자.
세 자연수 $18=2\times3^2$, $54=2\times3^3$, $A=a\times2\times3^2$의 최소공배수가 $378=2\times3^3\times7$이므로
$a=7$ 또는 $a=3\times7=21$
(i) $a=7$일 때, $A=7\times18=126$
(ii) $a=21$일 때, $A=21\times18=378$
(i), (ii)에 의하여 200보다 작은 자연수 A의 값은 126이다.

24 두 자연수 A, B의 최대공약수가 8이므로
$A=a\times8$, $B=b\times8$(a, b는 서로소)이라 하자.
최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 수의 곱과 같으므로
$8\times112=a\times8\times b\times8$에서 $a\times b=14$
$a=1$, $b=14$ 또는 $a=2$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=2$ 또는 $a=14$, $b=1$이므로
$A=8$, $B=112$ 또는 $A=16$, $B=56$ 또는 $A=56$, $B=16$ 또는 $A=112$, $B=8$
따라서 $A+B$의 값이 될 수 있는 수는 $8+112=120$, $16+56=72$이므로 가장 작은 수는 72이다.

고난도 대표 유형

12~15쪽

1 4개	2 18	3 21	4 13	5 ①
6 12	7 ⑤	8 ②	9 12, 36	10 80
11 ⑤	12 $\frac{200}{9}$			

1 조건 (가)에 의하여 자연수 n의 약수는 1과 n이므로 n은 소수이다.
조건 (나)에 의하여 자연수 n은 20보다 크고 40보다 작은 소수이다.
따라서 n의 값이 될 수 있는 수는 23, 29, 31, 37의 4개이다.

2 $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, …이므로
3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 반복되어 나타난다.
이때 $70=4\times17+2$이므로 3^{70}의 일의 자리의 숫자는 9이다.
$7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, …이므로
7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1이 반복되어 나타난다.
이때 $30=4\times7+2$이므로 7^{30}의 일의 자리의 숫자는 9이다.
따라서 $a=9$, $b=9$이므로 $a+b=9+9=18$

3 $1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10$
$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$
$=2^8\times3^4\times5^2\times7$
따라서 $a=8$, $b=4$, $c=2$, $d=7$이므로
$a+b+c+d=8+4+2+7=21$

4 $20\times a=56\times b=c^2$에서
$2^2\times5\times a=2^3\times7\times b=c^2$
$a\times b\times c$가 가장 작기 위해서는 a, b, c 각각이 가장 작은 자연수이어야 하므로
$a=2^2\times5\times7^2$, $b=2\times5^2\times7$, $c=2^2\times5\times7$
따라서 $a\times b\times c=2^5\times5^4\times7^4$이므로 지수의 합은
$5+4+4=13$

5 $312=2^3\times3\times13$이므로 312의 약수 중에서 13의 배수는

$13\times(2^3\times3$의 약수$)$이다.
$2^3\times3$의 약수의 개수는 $(3+1)\times(1+1)=8$
따라서 구하는 수는 모두 8개이다.

6 $121=11^2$이므로 $n(121)=3$, $128=2^7$이므로 $n(128)=8$
이때 $3\times8\times n(x)=144$에서 $n(x)=6$
(i) $x=k^m$(k는 소수, m은 자연수) 꼴일 때
$m+1=6$이므로 $m=5$
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $2^5=32$
(ii) $x=k^m\times l^n$(k, l은 서로 다른 소수, m, n은 자연수) 꼴일 때
$(m+1)\times(n+1)=6$이므로
$m=2$, $n=1$ 또는 $m=1$, $n=2$
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $2^2\times3^1=12$
(i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 12이다.

7 약수의 개수가 홀수인 수는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$1^2=1$ ➡ 1개, $2^2=4$ ➡ 3개, $3^2=9$ ➡ 3개,
$4^2=2^4=16$ ➡ 5개, $5^2=25$ ➡ 3개, $6^2=2^2\times3^2$ ➡ 9개,
$7^2=49$ ➡ 3개, $8^2=2^6$ ➡ 7개, $9^2=3^4=81$ ➡ 5개,
$10^2=2^2\times5^2=100$ ➡ 9개, $11^2=121$ ➡ 3개,
$12^2=2^4\times3^2=144$ ➡ 15개, $13^2=169$ ➡ 3개,
$14^2=2^2\times7^2=196$ ➡ 9개
따라서 구하는 수는 모두 14개이다.

8 $28\odot a=1$이므로 a는 28과 서로소이다.
$28=2^2\times7$이므로 a는 2, 7의 배수가 아니어야 한다.
50 이하의 자연수 중에서 2의 배수는 25개, 7의 배수는 7개, 2와 7 모두의 배수인 14의 배수는 14, 28, 42의 3개는 중복되어 세어지므로 2 또는 7의 배수는
$25+7-3=29$(개)
따라서 28과 서로소인 자연수의 개수는
$50-29=21$

9 두 자연수 A, B의 최대공약수가 6이므로
$A=a\times6$, $B=b\times6$ (a, b는 서로소)이라 하자.
A, B의 합이 48이므로
$a\times6+b\times6=48$에서 $a+b=8$
$A<B$에서 $a<b$이므로 서로소인 a와 b의 값은
$a=1$, $b=7$ 또는 $a=3$, $b=5$
$a=1$, $b=7$일 때, $A=6$, $B=42$이므로
$B-A=36$
$a=3$, $b=5$일 때 $A=18$, $B=30$이므로
$B-A=12$

10 세 자연수를 $2\times a$, $3\times a$, $4\times a$라 하면
세 자연수의 최소공배수는 $2^2\times3\times a$이다.
최소공배수가 240이므로
$2^2\times3\times a=240$에서 $a=20$
따라서 가장 큰 수는 $4\times20=80$

11 최대공약수가 $2\times3^2\times7$이므로
$N=2\times3^2\times7\times a$($a$는 자연수)
최소공배수가 $2^2\times3^3\times7\times11$이므로
a의 값은 $2\times3\times11$의 약수이다.
따라서 a의 값이 될 수 있는 수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$

12 세 분수 $\frac{18}{25}$, $\frac{27}{10}$, $\frac{81}{40}$의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 기약분수는
$\frac{(25,\ 10,\ 40\text{의 최소공배수})}{(18,\ 27,\ 81\text{의 최대공약수})}$이므로
$\frac{(5^2,\ 2\times5,\ 2^3\times5\text{의 최소공배수})}{(2\times3^2,\ 3^3,\ 3^4\text{의 최대공약수})}=\frac{2^3\times5^2}{3^2}=\frac{200}{9}$

고난도 실전 문제

16~21쪽

1 ⑤	**2** 4, 8, 16	**3** 1351	**4** ③	**5** ①
6 15	**7** ⑤	**8** 10	**9** ③, ④	**10** ⑤
11 7	**12** 4개	**13** 168	**14** ③	**15** 4
16 1354	**17** 6	**18** 648	**19** 9개	**20** 65
21 48, 96	**22** ④	**23** 3개	**24** 6개	**25** 207
26 29	**27** ④	**28** 83	**29** 64	**30** ④
31 7	**32** 24, 120	**33** 20	**34** 64	**35** ④
36 231				

1 만들 수 있는 두 자리 자연수는 12, 13, 14, 15, 21, 23, 24, 25, 31, 32, 34, 35, 41, 42, 43, 45, 51, 52, 53, 54의 20개이고,
이 중에서 소수는 13, 23, 31, 41, 43, 53의 6개이다.
이때 약수가 3개 이상인 수는 합성수이므로 구하는 수의 개수는
$20-6=14$

2 조건 (가)에 의하여 두 자연수는 1과 (소수)^3 또는 둘 다 소수이다.
조건 (나)에 의하여 두 자연수의 합이 30이므로 한 자연수가 1일 때, 다른 자연수는 29가 되어 1과 (소수)^{3}은 될 수가 없다.
합이 30인 두 소수는 7과 23, 11과 19, 13과 17이다.
따라서 두 자연수의 차는 16, 8, 4이다.

3 $a^2+b=1357$에서 b는 홀수이므로 a^2은 짝수이다.
a는 짝수인 소수이므로 $a=2$ …… ❶
$2^2+b=1357$에서 $4+b=1357$, $b=1353$ …… ❷
따라서 $b-a=1353-2=1351$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	50 %
❷ b의 값 구하기	30 %
❸ $b-a$의 값 구하기	20 %

4 $240=2^4\times3\times5$에 자연수 a를 곱하면 자연수 b의 거듭제곱이 되므로 $a=3\times5\times c^2$일 때,

$240\times a=2^4\times3^2\times5^2\times c^2=b^2$
$c=1$일 때, a와 b의 값이 가장 작으므로
$a=3\times5=15$이면
$240\times a=2^4\times3^2\times5^2=3600=60^2$
따라서 $a+b$의 값 중에서 가장 작은 값은
$15+60=75$

5 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1이 반복되어 나타난다.
$2024=4\times506$이므로 7^{2024}의 일의 자리의 숫자는 1이다.

6 $8\times8\times8=(2\times2\times2)\times(2\times2\times2)\times(2\times2\times2)=2^9$
이므로 $a=9$

$$0.25\times0.25\times0.25=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2^6}$$

이므로 $b=6$
따라서 $a+b=9+6=15$

7 1시간 후의 세균의 개수는 2
2시간 후의 세균의 개수는 $4=2^2$
3시간 후의 세균의 개수는 $8=2^3$
⋮
x시간 후의 세균의 개수는 2^x
x시간 후부터 세균이 2000개 이상이 된다고 하면
$2^x\geq2000$
이때 $2^{10}=1024$, $2^{11}=2048$이므로 x의 값 중에서 가장 작은 수는 11이다.
따라서 세균이 2000개 이상이 되는 것은 적어도 11시간 후부터이다.

8 234를 소인수분해하면 $234=2\times3^2\times13$이므로
$P(234)=13$
105를 소인수분해하면 $105=3\times5\times7$이므로
$Q(105)=3$
따라서 $P(234)-Q(105)=13-3=10$

9 주어진 수를 각각 소인수분해하면 다음과 같다.
① $24=2^3\times3$ ② $60=2^2\times3\times5$
③ $132=2^2\times3\times11$ ④ $315=3^2\times5\times7$
⑤ $750=2\times3\times5^3$
따라서 만들 수 없는 것은 ③, ④이다.

10 $2700=2^2\times3^2\times5^2\times3$이므로
이 수를 자연수 a로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 a는
3, $2^2\times3$, $3^2\times3$, $5^2\times3$, $2^2\times3^2\times3$, $3^2\times5^2\times3$, $2^2\times5^2\times3$, $2^2\times3^2\times5^2\times3$의 8개이다.

11 $1\times2\times3\times\cdots\times30$이 5^k으로 나누어떨어지므로 자연수 k의 값 중에서 가장 큰 수는 $1\times2\times3\times\cdots\times30$을 소인수분해한 결과에서 5의 지수와 같다.
1에서 30까지의 자연수 중에서 5를 소인수로 갖는 자연수를 모두 구하면
5, $10=2\times5$, $15=3\times5$, $20=2^2\times5$, $25=5^2$, $30=2\times3\times5$
따라서 $1\times2\times3\times\cdots\times30$을 소인수분해한 결과에서 5의 지수는 7이므로 자연수 k의 값 중에서 가장 큰 수는 7이다.

12 $\ll x\gg=3$을 만족시키는 자연수 x는 3^3, 즉 27의 배수 중에서 3^4을 인수로 갖지 않는 수이다.
따라서 $\ll x\gg=3$을 만족시키는 150 이하의 자연수 x는 27, 54, 108, 135의 4개이다.

13 441을 소인수분해하면 $441=3^2\times7^2$ …… ❶
이때 441에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 세제곱이 되게 하려면 $3\times7\times(\text{자연수})^3$을 곱해야 한다. …… ❷
따라서 곱해야 할 자연수는 $3\times7\times1^3$, $3\times7\times2^3$, $3\times7\times3^3$, …
이므로 이 중에서 두 번째로 작은 자연수는 $3\times7\times2^3$, 즉 168이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 441을 소인수분해하기	30 %
❷ 곱해야 할 자연수의 조건 알기	30 %
❸ 곱해야 할 자연수 중에서 두 번째로 작은 자연수 구하기	40 %

14 $2^3\times3^4\times7^2$의 약수가 홀수이려면 2를 인수로 갖지 않아야 한다.
따라서 $2^3\times3^4\times7^2$의 약수 중에서 홀수인 것은 $3^4\times7^2$의 약수와 같으므로 그 개수는
$(4+1)\times(2+1)=15$

15 $125=5^3$이므로 $3^a\times125=3^a\times5^3$의 약수의 개수는
$(a+1)\times(3+1)=20$에서
$a+1=5$, $a=4$

16 약수가 5개인 자연수는 $(\text{소수})^4$ 꼴이므로
$2^4=16$, $3^4=81$, $5^4=625$, $7^4=2401$, …
이 중에서 세 자리 자연수는 625이므로
$a=625$
또, 약수가 7개인 자연수는 $(\text{소수})^6$ 꼴이므로
$2^6=64$, $3^6=729$, $5^6=15625$, …
이 중에서 세 자리 자연수는 729이므로
$b=729$
따라서 $a+b=625+729=1354$

17 20을 소인수분해하면 $20=2^2\times5$이므로
$f(20)=(2+1)\times(1+1)=6$
25를 소인수분해하면 $25=5^2$이므로
$f(25)=2+1=3$
즉, $f(20)\times f(x)\times f(25)=72$이므로
$6\times f(x)\times3=72$, $f(x)=4$ …… ❶
(i) x가 a^m(a는 소수, m은 자연수)의 꼴일 때

$m+1=4$에서 $m=3$
이를 만족시키는 가장 작은 자연수 x의 값은
$2^3=8$ …… ❷
(ii) x가 $a^m \times b^n$(a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)의 꼴일 때
$(m+1)\times(n+1)=4$에서 $m=1$, $n=1$
이를 만족시키는 가장 작은 자연수 x의 값은
$2\times3=6$ …… ❸
(i), (ii)에 의하여 구하는 가장 작은 자연수 x의 값은 6이다.
…… ❹

채점 기준	비율
❶ $f(x)$의 값 구하기	30 %
❷ x가 a^m의 꼴일 때, 가장 작은 자연수 x의 값 구하기	30 %
❸ x가 $a^m \times b^n$의 꼴일 때, 가장 작은 자연수 x의 값 구하기	30 %
❹ 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 x의 값 구하기	10 %

18 조건 (가)에 의하여 $\frac{54}{n}$, $\frac{612}{n}$가 자연수이고 $\frac{m}{n}$이 가장 작은 자연수이므로 n은 54와 612의 최대공약수이다.
$54=2\times3^3$, $612=2^2\times3^2\times17$이므로 $n=2\times3^2$
조건 (나)에 의하여 $\frac{2\times3^2\times2\times17}{2\times3^2}<\frac{m}{2\times3^2}$이고 $\frac{m}{n}$이 가장 작은 자연수이므로 $m=2\times3^2\times35$
따라서 $m+n=2\times3^2\times35+2\times3^2=630+18=648$

19 $84⦿x=1$을 만족시키는 x의 값은 84와의 공약수의 개수가 1인 자연수, 즉 84와 서로소인 수이다.
84를 소인수분해하면 $84=2^2\times3\times7$
이때 x의 값이 될 수 있는 30 미만인 자연수는 1, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29의 9개이다.

20 두 자연수 A, B의 최대공약수가 5이므로
$A=a\times5$, $B=b\times5$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하면
두 수의 곱이 350이므로
$(a\times5)\times(b\times5)=350$, $a\times b=14$
이때 a, b는 서로소이고 $a>b$이므로
$a=7$, $b=2$ 또는 $a=14$, $b=1$
(i) $a=7$, $b=2$일 때
$A=a\times5=7\times5=35$, $B=b\times5=2\times5=10$
즉, $A-B=35-10=25$
(ii) $a=14$, $b=1$일 때
$A=a\times5=14\times5=70$, $B=b\times5=1\times5=5$
즉, $A-B=70-5=65$
(i), (ii)에 의하여 $A-B$의 값 중에서 가장 큰 수는 65이다.

21 두 자연수 A와 B의 최대공약수가 12이므로
$A=a\times12$, $B=b\times12$ (a, b는 서로소, $a<b$)라 하자.
$A+B=120$이므로 $a\times12+b\times12=120$에서 $a+b=10$
이때 a, b는 서로소이고 $a<b$이므로
$a=1$, $b=9$ 또는 $a=3$, $b=7$
(i) $a=1$, $b=9$일 때
$A=1\times12=12$, $B=9\times12=108$
즉, $B-A=108-12=96$
(ii) $a=3$, $b=7$일 때
$A=3\times12=36$, $B=7\times12=84$
즉, $B-A=84-36=48$
따라서 $B-A$의 값이 될 수 있는 수는 48, 96이다.

22 최대공약수가 5이므로 $A=a\times5$, $B=b\times5$ (a, b는 서로소)라 하면
두 자연수 A, B의 곱이 525이므로 $AB=525$에서
$(a\times5)\times(b\times5)=3\times5\times5\times7$
즉, $a=3$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=3$
따라서 $A+B=3\times5+7\times5=50$

23 어떤 자연수는 $111-3=108$, $93-3=90$, $39-3=36$의 공약수 중 3보다 큰 수이다.
$108=2^2\times3^3$, $90=2\times3^2\times5$, $36=2^2\times3^2$에서 최대공약수는 $2\times3^2=18$
따라서 어떤 자연수가 될 수 있는 수는 18의 약수 중 3보다 큰 수인 6, 9, 18의 3개이다.

24 $50=2\times5^2$, $35=5\times7$, N의 최소공배수가 $700=2^2\times5^2\times7$이므로 N은 $2^2\times A$의 꼴이다.
이때 A는 $5^2\times7$의 약수이어야 한다.
따라서 N의 개수는 A의 개수와 같으므로
$(2+1)\times(1+1)=6$

25 $a=6\times x$, $b=8\times x$, $c=9\times x$라 하면
$a=6\times x=2\times3\times x$, $b=8\times x=2^3\times x$, $c=9\times x=3^2\times x$
a, b, c의 최소공배수는 $2^3\times3^2\times x=72\times x$
즉, $72\times x=648$이므로 $x=9$
따라서 $a=6\times9=54$, $b=8\times9=72$, $c=9\times9=81$이므로
$a+b+c=54+72+81=207$

26 조건 (가)에 의하여 두 수 A, B의 최소공배수는 $A\times B$이다.
조건 (나)에 의하여 980을 소인수분해하면 $980=2^2\times5\times7^2$이므로 $A\times B=2^2\times5\times7^2$
이때 A, B는 서로소이고 $A>B$인 두 자리 자연수이므로
$A=7^2=49$, $B=2^2\times5=20$
따라서 $A-B=49-20=29$

27 700을 소인수분해하면 $700=2^2\times5^2\times7$
20을 소인수분해하면 $20=2^2\times5$
즉, $2^2\times5^2\times7$과 $2^3\times a\times13^2$의 최대공약수가 $2^2\times5$이므로 a의 값이 될 수 있는 수는 5의 배수 중에서 5^2, 7을 인수로 갖지 않는 수이다.
따라서 a의 값이 될 수 있는 두 번째로 작은 수는 10이고
$2^2\times5^2\times7$과 $2^4\times5\times13^2$의 최소공배수는 $2^4\times5^2\times7\times13^2$이다.

28 세 분수 $\frac{n}{48}$, $\frac{n}{60}$, $\frac{n}{84}$을 모두 자연수로 만드는 자연수 n의 값이 가장 작은 수가 되려면 n의 값은 48, 60, 84의 최소공배수이어야 한다. …… ❶

즉, n의 값 중에서 가장 작은 수는 1680이다.

$48=2^4\times3$
$60=2^2\times3\times5$
$84=2^2\times3\quad\times7$
최소공배수 : $2^4\times3\times5\times7=1680$

…… ❷

따라서

$$\frac{n}{48}+\frac{n}{60}+\frac{n}{84}=\frac{1680}{48}+\frac{1680}{60}+\frac{1680}{84}$$
$$=35+28+20=83$$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ n의 값이 가장 작은 수일 때, n의 조건 알기	30 %
❷ n의 값 중에서 가장 작은 수 구하기	30 %
❸ $\frac{n}{48}+\frac{n}{60}+\frac{n}{84}$의 값 구하기	40 %

29 세 자연수 10, 12, 15의 어느 것으로 나누어도 4가 남는 자연수를 x라 하면 $x-4$는 10, 12, 15의 공배수이고 이 중에서 가장 작은 수는 10, 12, 15의 최소공배수이다.

이때 10, 12, 15의 최소공배수는 60이므로 구하는 가장 작은 수는

$60+4=64$

$10=2\quad\times5$
$12=2^2\times3$
$15=\quad3\times5$
최소공배수 : $2^2\times3\times5=60$

30 최소공배수가 $3^2\times5^2\times7$이므로 M은 3^2의 배수 중에서 $3^2\times5^2\times7$의 약수이다.

① $9=3^2$ ② $45=3^2\times5$ ③ $63=3^2\times7$
④ $75=3\times5^2$ ⑤ $225=3^2\times5^2$

따라서 M의 값이 될 수 없는 수는 ④이다.

31 두 자연수의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같으므로

$2^3\times3^5\times A=(2^2\times3^3)\times(2^3\times3^5\times5^2)$에서

$A=2^2\times3^3\times5^2$

따라서 $a=2$, $b=3$, $c=2$이므로

$a+b+c=2+3+2=7$

32 두 자연수 A, B의 최대공약수가 6이므로 $A=a\times6$, $B=b\times6$ (a, b는 서로소, $a<b$)이라 하면

A, B의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같으므로

$(a\times6)\times(b\times6)=6\times126$

한편, $6\times126=6\times6\times3\times7$이므로

$a=1$, $b=3\times7$ 또는 $a=3$, $b=7$

따라서 $A=1\times6=6$, $B=3\times7\times6=126$

또는 $A=3\times6=18$, $B=7\times6=42$이므로 두 수 A, B의 차는

$B-A=126-6=120$ 또는 $B-A=42-18=24$

33 두 자연수 A, B의 최대공약수가 G이고 최소공배수가 L일 때, $A=a\times G$, $B=b\times G$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하면

$L=a\times b\times G$, $\frac{L}{G}=\frac{a\times b\times G}{G}=a\times b=6$이므로

$a=6$, $b=1$ 또는 $a=3$, $b=2$

(i) $a=6$, $b=1$일 때

$A+B=28$이므로 $6\times G+G=28$에서 $G=4$

(ii) $a=3$, $b=2$일 때

$A+B=28$이므로 $3\times G+2\times G=28$을 만족시키는 자연수 G는 존재하지 않는다.

따라서 $A=6\times4=24$, $B=1\times4=4$이므로

A, B의 차는 $A-B=24-4=20$

34 세 자연수 A, 32, 40의 최대공약수가 8이므로 $A=a\times8$이라 하자.

세 자연수 $A=a\times2^3$, $32=2^5$, $40=2^3\times5$의 최소공배수가 $160=2^5\times5$이므로 a의 값이 될 수 있는 수는 1, 2, 2^2, 5, 2×5, $2^2\times5$이다.

이때 자연수 A의 값 중에서 두 번째로 큰 수는 $a=2\times5$일 때이므로 $A=2^4\times5=80$

두 번째로 작은 수는 $a=2$일 때이므로 $A=2^4=16$

따라서 구하는 차는 $80-16=64$

35 ①, ②, ③ 두 자연수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하면

조건 (가)에 의하여

$A=7\times G$, $B=15\times G$, $L=7\times15\times G=105\times G$

조건 (나)에 의하여

$G+L=530$이므로 $G+105\times G=530$, $G=5$

즉, $A=7\times5=35$, $B=15\times5=75$

④ $L=105\times5=525$이므로 $L-G=525-5=520$

⑤ $G\times L=5\times525=2625$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

36 두 자연수 A, B의 최대공약수가 21이므로 $A=a\times21$, $B=b\times21$ (a, b는 서로소)이라 하면

두 수의 최소공배수는 $a\times b\times21$이다.

즉, $a\times b\times21=588$이므로 $a\times b=28$ …… ㉠

또, $A-B=63$이므로

$a\times21-b\times21=63$, $a-b=3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 만족시키고 서로소인 두 자연수 a, b의 값은

$a=7$, $b=4$

따라서 $A=7\times21=147$, $B=4\times21=84$이므로

$A+B=147+84=231$

2. 정수와 유리수

필수 확인 문제 26~31쪽

1 ⑤	**2** ③	**3** ⑤	**4** ②	**5** 5
6 4	**7** ④	**8** -17, 17	**9** ③, ④	**10** ③
11 ②	**12** ⑤	**13** ②	**14** 5	**15** 7개
16 ⑤	**17** 2.5	**18** $-\frac{11}{5}$	**19** -5	**20** 15
21 $+\frac{13}{6}$	**22** ⑤	**23** -1	**24** $+\frac{7}{4}$	**25** -15
26 ③	**27** ⑤	**28** ③, ⑤	**29** ②	**30** ③
31 ①	**32** $\frac{1}{2}$	**33** $\frac{12}{5}$	**34** ③	**35** -13
36 7				

1 ① -15점 ② $+22\ \%$
③ -3000원 ④ $+45$분
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

2 $\frac{1}{7}$, $-\frac{6}{3}=-2$, 0, 0.9, $+3$, -4.7에서
① 자연수가 아닌 정수는 $-\frac{6}{3}$, 0의 2개이다.
② 음수는 $-\frac{6}{3}$, -4.7의 2개이다.
③ 정수가 아닌 유리수는 $\frac{1}{7}$, 0.9, -4.7의 3개이다.
④ 양수는 $\frac{1}{7}$, 0.9, $+3$의 3개이다.
⑤ 정수는 $-\frac{6}{3}$, 0, $+3$의 3개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

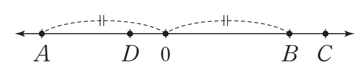
3 ⑤ -1과 -2 사이에는 정수가 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

4 ① 점 E는 원점으로부터 가장 멀리 떨어져 있으므로 절댓값이 가장 큰 수에 대응하는 점이다.
② 점 A에 대응하는 수는 -3.5이므로 그 절댓값은 3.5이다.
③ 점 B는 점 C보다 원점에서 멀리 떨어져 있다.
④ 점 D는 원점에 가장 가까우므로 점 D에 대응하는 수의 절댓값이 가장 작다.
⑤ 점 E는 점 D보다 원점에서 멀리 떨어져 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

5 수직선 위에서 $-\frac{8}{3}$에 가장 가까운 정수는 -3이므로
$a=-3$
$\frac{9}{5}$에 가장 가까운 정수는 2이므로
$b=2$
따라서 $|a|+|b|=|-3|+|2|=3+2=5$

6 $|a|=11$을 만족시키는 두 수는 -11, 11이므로 이 중에서 양수는 11이다.
즉, $a=11$ …… ❶
-7의 절댓값은 7이므로 $b=7$ …… ❷
따라서 $a-b=11-7=4$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a-b$의 값 구하기	20 %

7


조건 (가), (다)에 의하여 $A<0<B$
조건 (나)에 의하여 $B<C$
조건 (라)에 의하여 $A<D<0$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

8 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수를 수직선 위에 나타내었을 때, 두 수를 나타내는 두 점 사이의 거리가 34이므로 원점에서 두 점에 이르는 거리는 각각 $34\div2=17$ …… ❶
따라서 구하는 두 수는 -17, 17이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 원점에서 두 점에 이르는 거리 구하기	50 %
❷ 조건을 만족시키는 두 수 구하기	50 %

9 ① 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
② -1, 1은 절댓값이 1로 같지만 서로 다른 수이다.
⑤ b가 음수이면 $|b|=-b$이다.
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

10 $-\frac{5}{7}=-0.71\cdots$이므로 $-\frac{5}{7}<-0.7$에서
$-4<-\frac{5}{7}<-0.7<2.4<+3<\frac{14}{3}$
③ 수직선 위에 나타내었을 때, 왼쪽에서 두 번째에 위치하는 수는 $-\frac{5}{7}$이다.
④ $|-0.7|=0.7$, $\left|-\frac{5}{7}\right|=\frac{5}{7}=0.71\cdots$이고 $0.7<0.71\cdots$이므로 절댓값이 가장 작은 수는 -0.7이다.
⑤ $\left|\frac{14}{3}\right|=\frac{14}{3}$, $|-4|=4$이고 $\frac{14}{3}>4$이므로 절댓값이 가장 큰 수는 $\frac{14}{3}$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

11 주어진 수를 작은 수부터 차례로 나열하면
$-\frac{3}{2}$, -1, -0.9, $+\frac{5}{6}$, $+\frac{7}{8}$
따라서 왼쪽에서 네 번째에 위치하는 것은 ②이다.

12 주어진 보기를 각각 부등호를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

ㄱ. $-5\le x\le 9$　　ㄴ. $-5<x<9$
ㄷ. $-5\le x<9$　　ㄹ. $-5\le x<9$
따라서 $-5\le x<9$를 나타내는 것은 ㄷ, ㄹ이다.

13 두 유리수 $-\frac{40}{7}$과 $\frac{14}{3}$ 사이에 있는 정수는 -5, -4, -3, $\cdots$, 4이다.
따라서 이 중에서 절댓값이 가장 큰 수는 -5이다.

14 -2.9보다 크거나 같은 음의 정수는 -2, -1의 2개이므로
$a=2$ …… ❶
$\frac{4}{5}$ 이상이고 3보다 작거나 같은 자연수는 1, 2, 3의 3개이므로
$b=3$ …… ❷
따라서 $a+b=2+3=5$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

15 조건 (가)를 만족시키는 정수 x는 -7, -6, $\cdots$, 2이다.
$\frac{34}{7}=4.8\cdots$이므로 조건 (나)를 만족시키는 정수 x는 -4, -3, -2, $\cdots$, 4이다.
따라서 정수 x는 -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2의 7개이다.

16 ① $(+8)+(-3)=+5$
② $(-4)-(+11)=(-4)+(-11)=-15$
③ $(-5)-(-12)=(-5)+(+12)=+7$
④ $(+2.9)+(-7.9)=-5$
⑤ $\left(+\frac{19}{2}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{19}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=+\frac{18}{2}=+9$
따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ⑤이다.

17 주어진 수를 작은 수부터 차례로 나열하면
-3.8, -0.2, $\frac{5}{3}$, $+\frac{11}{5}$, 6.5
절댓값이 가장 큰 수는 6.5이므로 $a=6.5$
절댓값이 가장 작은 수는 -0.2이므로 $b=-0.2$
가장 작은 수는 -3.8이므로 $c=-3.8$
따라서
$a+b+c=6.5+(-0.2)+(-3.8)$
$=6.5+(-4)$
$=2.5$

18 $A=\left(-\frac{9}{5}\right)-\left(+\frac{11}{5}\right)-\left(-\frac{4}{5}\right)$
$=\left(-\frac{9}{5}\right)+\left(-\frac{11}{5}\right)+\left(+\frac{4}{5}\right)$
$=-\frac{16}{5}$
$B=\left(+\frac{5}{6}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)$
$=\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{3}{6}\right)$
$=+\frac{6}{6}=+1$
따라서
$A+B=\left(-\frac{16}{5}\right)+(+1)$
$=\left(-\frac{16}{5}\right)+\left(+\frac{5}{5}\right)$
$=-\frac{11}{5}$

19 $A=(-4)-\left(-\frac{1}{4}\right)=(-4)+\left(+\frac{1}{4}\right)$
$=\left(-\frac{16}{4}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)=-\frac{15}{4}$
$B=\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(+\frac{5}{3}\right)=\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(+\frac{10}{6}\right)$
$=+\frac{9}{6}=+\frac{3}{2}$
따라서 $-\frac{15}{4}<x<+\frac{3}{2}$을 만족시키는 정수 x는 -3, -2, -1, 0, 1이므로 그 합은
$(-3)+(-2)+(-1)+0+(+1)=-5$

20 $|a-2|=5$에서 $a-2=5$ 또는 $a-2=-5$이므로
$a=-3$ 또는 $a=7$
$|3-b|=11$에서 $3-b=11$ 또는 $3-b=-11$이므로
$b=-8$ 또는 $b=14$
$a-b$의 값이 가장 크기 위해서는 a는 가장 크고, b는 가장 작아야 한다.
따라서 $a-b$의 값 중 가장 큰 값은
$7-(-8)=7+(+8)=15$

21 어떤 수를 a라 하면
$\left(+\frac{7}{4}\right)+a=+\frac{4}{3}$이므로
$a=\left(+\frac{4}{3}\right)-\left(+\frac{7}{4}\right)=\left(+\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{7}{4}\right)$
$=\left(+\frac{16}{12}\right)+\left(-\frac{21}{12}\right)=-\frac{5}{12}$ …… ❶
따라서 바르게 계산하면
$\left(+\frac{7}{4}\right)-\left(-\frac{5}{12}\right)=\left(+\frac{7}{4}\right)+\left(+\frac{5}{12}\right)$
$=\left(+\frac{21}{12}\right)+\left(+\frac{5}{12}\right)$
$=+\frac{26}{12}=+\frac{13}{6}$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 어떤 수 구하기	50 %
❷ 바르게 계산한 결과 구하기	50 %

22 ① $(+2)+(+4)-(-3)$
$=(+2)+(+4)+(+3)=+9$

② $(-7)-(+6)-(-9)$
$=(-7)+(-6)+(+9)=-4$
③ $(-0.3)+(+0.5)+(-0.8)=-0.6$
④ $(+5.9)-(+1.3)+(-0.4)$
$=(+5.9)+(-1.3)+(-0.4)$
$=+4.2$
⑤ $(+1)+\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=(+1)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)$
$=\left(+\frac{4}{4}\right)+\left(+\frac{2}{4}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)=+\frac{7}{4}$
따라서 계산 결과가 옳은 것은 ⑤이다.

23 $(-1)+\left(-\frac{3}{2}\right)+1=-\frac{3}{2}$이므로

c	a	d
b	e	$-\frac{5}{2}$
-1	$-\frac{3}{2}$	1

$d+\left(-\frac{5}{2}\right)+1=-\frac{3}{2}$에서 $d=0$
$(-1)+e+0=-\frac{3}{2}$에서 $e=-\frac{1}{2}$
$c+\left(-\frac{1}{2}\right)+1=-\frac{3}{2}$에서 $c=-2$
$(-2)+a+0=-\frac{3}{2}$에서 $a=\frac{1}{2}$
$(-2)+b+(-1)=-\frac{3}{2}$에서 $b=\frac{3}{2}$
따라서 $a-b=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1$

24 $\left(+\frac{5}{4}\right)-\left(+\frac{4}{3}\right)-\left(+\frac{3}{2}\right)+(\boxed{})=+\frac{1}{6}$에서
$\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)+(\boxed{})=+\frac{1}{6}$
$\left(+\frac{15}{12}\right)+\left(-\frac{16}{12}\right)+\left(-\frac{18}{12}\right)+(\boxed{})=+\frac{1}{6}$
$\left(-\frac{19}{12}\right)+(\boxed{})=+\frac{1}{6}$
따라서
$\boxed{}=\left(+\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{19}{12}\right)$
$=\left(+\frac{2}{12}\right)+\left(+\frac{19}{12}\right)$
$=+\frac{21}{12}=+\frac{7}{4}$

25 음수를 한 개만 포함한 세 수의 곱은 음수가 된다.
가장 큰 수는 (음수)$\times$(음수)$\times$(양수)일 때이므로
$a=(-5)\times(-1)\times3=15$
가장 작은 수는 (음수)$\times$(양수)$\times$(양수)일 때이므로
$b=(-5)\times2\times3=-30$
따라서 $a+b=15+(-30)=-15$

26 $14\times(-0.7)+36\times(-0.7)=(14+36)\times(-0.7)$
$=50\times(-0.7)=-35$
따라서 $a=50$, $b=-35$

27 ①, ②, ③, ④ -1 ⑤ 1
따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

28 ① $a+b$의 부호는 알 수 없다.
② (양수)$-$(음수)$=$(양수)이므로
$a-b>0$
③ (음수)$-$(양수)$=$(음수)이므로
$b-a<0$
④, ⑤ a와 b가 서로 다른 부호이므로
$a\times b<0$, $b\times a<0$
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

29 $0.6=\frac{3}{5}$의 역수는 $\frac{5}{3}$이므로 $a=\frac{5}{3}$
$-\frac{12}{5}$의 역수는 $-\frac{5}{12}$이므로 $b=-\frac{5}{12}$
따라서 $a\div b=\frac{5}{3}\div\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{5}{3}\times\left(-\frac{12}{5}\right)=-4$

30 ③ $(+7)\div\left(-\frac{14}{3}\right)=(+7)\times\left(-\frac{3}{14}\right)=-\frac{3}{2}$
④ $\left(-\frac{16}{5}\right)\div(+8)=\left(-\frac{16}{5}\right)\times\left(+\frac{1}{8}\right)=-\frac{2}{5}$
⑤ $\left(-\frac{20}{9}\right)\div\left(-\frac{4}{27}\right)=\left(-\frac{20}{9}\right)\times\left(-\frac{27}{4}\right)=15$
따라서 계산 결과가 옳지 않은 것은 ③이다.

31 $\left(-\frac{22}{21}\right)\div\left(-\frac{16}{27}\right)\div\left(-\frac{33}{14}\right)\div\left(+\frac{9}{16}\right)$
$=\left(-\frac{22}{21}\right)\times\left(-\frac{27}{16}\right)\times\left(-\frac{14}{33}\right)\times\left(+\frac{16}{9}\right)$
$=-\frac{4}{3}$

32 $a\div\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{8}{5}$이므로
$a=\frac{8}{5}\times\left(-\frac{1}{8}\right)=-\frac{1}{5}$ …… ❶
$b\div\frac{1}{4}=-10$이므로
$b=-10\times\frac{1}{4}=-\frac{5}{2}$ …… ❷
따라서 $a\times b=\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{1}{2}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a\times b$의 값 구하기	20 %

33 $a\div\left(-\frac{9}{8}\right)=-\frac{4}{9}$이므로

$a=-\frac{4}{9}\times\left(-\frac{9}{8}\right)=\frac{1}{2}$

따라서

$a\div\left(-\frac{7}{16}\right)\times(-2.1)=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{16}{7}\right)\times\left(-\frac{21}{10}\right)=\frac{12}{5}$

34 $\frac{7}{16}\times(-2)^3-\left(+\frac{11}{2}\right)\div(-1)^9$

$=\frac{7}{16}\times(-8)-\left(+\frac{11}{2}\right)\div(-1)$

$=-\frac{7}{2}-\left(-\frac{11}{2}\right)=-\frac{7}{2}+\left(+\frac{11}{2}\right)$

$=\frac{4}{2}=2$

35 $A=-3^2\times\left\{2-\frac{1}{6}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\div\frac{5}{2^5}\right\}$

$=-9\times\left\{2-\frac{1}{6}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\div\frac{5}{32}\right\}$

$=-9\times\left(2-\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\div\frac{5}{32}\right)$

$=-9\times\left(2-\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{32}{5}\right)$

$=-9\times\left(2-\frac{8}{15}\right)$

$=-9\times\frac{22}{15}$

$=-\frac{66}{5}=-13.2$ …… ❶

따라서 A에 가장 가까운 정수는 -13이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ A의 값 구하기	70 %
❷ A에 가장 가까운 정수 구하기	30 %

36 $120=2^3\times3\times5$

세 정수의 절댓값이 모두 3보다 크므로 세 정수의 절댓값은 2×2, 2×3, 5이다.

$a>b>c$이고 $a\times b\times c$의 값이 음수이므로 $a+b+c$가 최대가 되려면 $a=6$, $b=5$, $c=-4$인 경우이다.

따라서 $a+b+c$의 최댓값은 $6+5+(-4)=7$

고난도 대표 유형 32~37쪽

1 10개	2 $\frac{1}{6}$	3 $c<a<b$	4 -2.9	5 b, a, d, c
6 -3, 1	7 50	8 $-\frac{2}{3}$	9 $\frac{43}{20}$	10 $\frac{7}{30}$
11 $-\frac{1}{100}$	12 $\frac{25}{12}$	13 $a>0$, $b<0$, $c<0$	14 ⑤	
15 -18	16 -3	17 3	18 16	

1 $-\frac{5}{3}$와 $\frac{3}{4}$을 통분하면 $-\frac{20}{12}$, $\frac{9}{12}$이므로 기약분수로 나타낼 때, 분모가 12인 기약분수가 되려면 분자의 절댓값이 2, 3과 서로소가 되어야 한다.

따라서 구하는 분수는 $-\frac{19}{12}$, $-\frac{17}{12}$, $-\frac{13}{12}$, $-\frac{11}{12}$, $-\frac{7}{12}$, $-\frac{5}{12}$, $-\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$의 10개이다.

2 두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{5}{6}-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{7}{6}$이므로

두 점 A, P 사이의 거리는

$\frac{7}{6}\times\frac{3}{7}=\frac{1}{2}$

따라서 점 P가 나타내는 수는

$-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

3 조건 (가), (나)에 의하여 a의 절댓값이 -5의 절댓값과 같고 a는 -5보다 크므로 $a=5$

조건 (다)에 의하여 b가 5보다 크므로 $a<b$

조건 (라)에 의하여 c가 a보다 -5에 더 가까우므로 $c<a$

따라서 $c<a<b$

4 $\left|-\frac{1}{10}\right|=\frac{10}{100}$이므로 $\left|\frac{9}{100}\right|<\left|-\frac{1}{10}\right|$에서

$\frac{9}{100}★\left(-\frac{1}{10}\right)=\frac{9}{100}$

$|-2.9|=2.9=\frac{290}{100}$이므로 $|-2.9|>\left|\frac{9}{100}\right|$에서

$(-2.9)\circ\frac{9}{100}=-2.9$

5 $-1<\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$이므로 $b<a<0$

또, $1<\frac{1}{c}<\frac{1}{d}$이므로 $0<d<c$

따라서 $b<a<0<d<c$이므로 작은 수부터 차례로 나열하면

b, a, d, c

다른 풀이

$a=-2$, $b=-3$, $c=\frac{1}{2}$, $d=\frac{1}{3}$이라 하면

$-1<-\frac{1}{2}<-\frac{1}{3}<0<1<2<3$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면

b, a, d, c

6 (i) $a>0$, $b>0$일 때

$|a|=a$, $|b|=b$, $|ab|=ab$이므로

(주어진 식)$=\frac{a}{a}+\frac{b}{b}-\frac{ab}{ab}$

$=1+1-1=1$

(ii) $a>0$, $b<0$일 때

$|a|=a$, $|b|=-b$, $|ab|=-ab$이므로

(주어진 식)$=\frac{a}{a}+\frac{b}{-b}-\frac{-ab}{ab}$

$=1+(-1)-(-1)=1$

(iii) $a<0$, $b>0$일 때

$|a|=-a$, $|b|=b$, $|ab|=-ab$이므로

$(\text{주어진 식})=\dfrac{-a}{a}+\dfrac{b}{b}-\dfrac{-ab}{ab}$

$=-1+1-(-1)=1$

(iv) $a<0$, $b<0$일 때

$|a|=-a$, $|b|=-b$, $|ab|=ab$이므로

$(\text{주어진 식})=\dfrac{-a}{a}+\dfrac{b}{-b}-\dfrac{ab}{ab}$

$=-1+(-1)-1=-3$

따라서 구하는 수는 -3, 1이다.

7 $|a-1|=5$이므로 $a-1=5$ 또는 $a-1=-5$에서

$a=6$ 또는 $a=-4$

$|2-b|=3$이므로 $2-b=3$ 또는 $2-b=-3$에서

$b=-1$ 또는 $b=5$

$a\times b$의 값 중에서 가장 큰 값은 $a=6$, $b=5$일 때, $a\times b=30$

가장 작은 값은 $a=-4$, $b=5$일 때 $a\times b=-20$

따라서 구하는 두 값의 차는 $30-(-20)=50$

8 $-\dfrac{3}{4}$과 $-\dfrac{1}{3}$의 차는

$-\dfrac{1}{3}-\left(-\dfrac{3}{4}\right)=-\dfrac{4}{12}+\left(+\dfrac{9}{12}\right)=\dfrac{5}{12}$

이므로 두 수를 나타내는 점 사이의 간격은 $\dfrac{5}{12}$이다.

이때 네 점 사이의 간격은 $\dfrac{5}{12}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{24}$

따라서 $a=-\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{24}=-\dfrac{18}{24}+\dfrac{5}{24}=-\dfrac{13}{24}$,

$b=-\dfrac{1}{3}+\dfrac{5}{24}=-\dfrac{8}{24}+\dfrac{5}{24}=-\dfrac{3}{24}=-\dfrac{1}{8}$이므로

$a+b=-\dfrac{13}{24}+\left(-\dfrac{1}{8}\right)=-\dfrac{13}{24}+\left(-\dfrac{3}{24}\right)$

$=-\dfrac{16}{24}=-\dfrac{2}{3}$

9 A와 $-\dfrac{5}{2}$가 적힌 두 면이 서로 마주 보므로

$A+\left(-\dfrac{5}{2}\right)=2$

$A=2-\left(-\dfrac{5}{2}\right)=2+\left(+\dfrac{5}{2}\right)=\dfrac{4}{2}+\left(+\dfrac{5}{2}\right)=\dfrac{9}{2}$

B와 $\dfrac{3}{4}$이 적힌 두 면이 서로 마주 보므로

$B+\dfrac{3}{4}=2$, $B=2-\dfrac{3}{4}=\dfrac{8}{4}-\dfrac{3}{4}=\dfrac{5}{4}$

-1.6과 C가 적힌 두 면이 서로 마주 보므로

$-1.6+C=2$, $C=2-(-1.6)=2+(+1.6)=3.6$

따라서

$A+B-C=\dfrac{9}{2}+\dfrac{5}{4}-3.6$

$=\dfrac{9}{2}+\dfrac{5}{4}-\dfrac{18}{5}$

$=\dfrac{90}{20}+\dfrac{25}{20}-\dfrac{72}{20}=\dfrac{43}{20}$

10 $\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{30}+\dfrac{1}{42}+\dfrac{1}{56}+\dfrac{1}{72}+\dfrac{1}{90}$

$=\dfrac{1}{3\times4}+\dfrac{1}{4\times5}+\dfrac{1}{5\times6}+\dfrac{1}{6\times7}+\dfrac{1}{7\times8}+\dfrac{1}{8\times9}+\dfrac{1}{9\times10}$

$=\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)+\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}\right)+\left(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{6}\right)+\left(\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{7}\right)+\left(\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{8}\right)$

$+\left(\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{9}\right)+\left(\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{10}\right)$

$=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{10}$

$=\dfrac{10}{30}-\dfrac{3}{30}=\dfrac{7}{30}$

11 $\left(\dfrac{1}{2}-1\right)\times\left(\dfrac{1}{3}-1\right)\times\left(\dfrac{1}{4}-1\right)\times\cdots\times\left(\dfrac{1}{100}-1\right)$

$=\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\dfrac{99}{100}\right)$

$=(-1)^{99}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{4}\times\cdots\times\dfrac{99}{100}$

$=-\dfrac{1}{100}$

12 $\dfrac{2}{3}$의 역수는 $\dfrac{3}{2}$, -3의 역수는 $-\dfrac{1}{3}$, $0.3=\dfrac{3}{10}$의 역수는 $\dfrac{10}{3}$,

$-\dfrac{4}{5}$의 역수는 $-\dfrac{5}{4}$이다.

따라서 보이지 않는 네 면에 적힌 네 수의 곱은

$\dfrac{3}{2}\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)\times\dfrac{10}{3}\times\left(-\dfrac{5}{4}\right)=\dfrac{25}{12}$

13 $a-b>0$, $a\times b<0$이므로 $a>0$, $b<0$

또, $\dfrac{b}{c}>0$이므로 $c<0$

14 $-1<a<0$이므로 $0<-a^3<-a<1$

$-a^2$은 음수이므로 가장 작다.

$0<-a<1$이므로 $-\dfrac{1}{a}>1$

1보다 큰 수 $-\dfrac{1}{a}$을 제곱한 수 $\left(-\dfrac{1}{a}\right)^2$은 $-\dfrac{1}{a}$보다 크므로 가장 큰 수는 $\left(-\dfrac{1}{a}\right)^2$이다.

다른 풀이

$-1<a<0$이므로 $a=-\dfrac{1}{2}$일 때

① $-a^3=-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$

② $-a^2=-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2=-\dfrac{1}{4}$

③ $-a=-\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$

④ $-\dfrac{1}{a}=-1\div a=-1\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-1\times(-2)=2$

⑤ $\left(-\dfrac{1}{a}\right)^2=2^2=4$

15 가장 큰 수는 $\dfrac{12}{5}$이므로 $a=\dfrac{12}{5}$

가장 작은 수는 -5이므로 $b=-5$

절댓값이 가장 큰 수는 -5이므로 $c=-5$

절댓값이 가장 작은 수는 $\frac{3}{4}$이므로 $d=\frac{3}{4}$

따라서

$$a\times b+\left(c+\frac{1}{2}\right)\div d=\frac{12}{5}\times(-5)+\left(-5+\frac{1}{2}\right)\div\frac{3}{4}$$
$$=-12+\left(-\frac{9}{2}\right)\times\frac{4}{3}$$
$$=-12+(-6)=-18$$

16 $(-1)^{99}\times(-1)^{100}\times(-1)^{n}=-1$이므로
$(-1)\times1\times(-1)^{n}=-1$에서 $(-1)^{n}=1$
따라서 n은 짝수이므로
$(-1)^{n+1}-(-1)^{n+2}+(-1)^{n+3}\times(-1)^{n+4}$
$=(-1)^{\text{홀수}}-(-1)^{\text{짝수}}+(-1)^{\text{홀수}}\times(-1)^{\text{짝수}}$
$=-1-1+(-1)\times1=-3$

17 $\left\{(-4)\circledcirc\frac{1}{8}\right\}=(-4)^{2}\times\frac{1}{8}-4=2-4=-2$이므로

$8\odot(-2)=2-8\div(-2)^{3}=2-8\div(-8)$
$=2-8\times\left(-\frac{1}{8}\right)=2+1=3$

18 가위바위보에서 승빈이는 6번 이기고 4번 졌고, 윤지는 4번 이기고 6번 졌다.
승빈이의 위치의 값은
$6\times5+4\times(-3)=30+(-12)=18$
윤지의 위치의 값은
$4\times5+6\times(-3)=20+(-18)=2$
따라서 승빈이와 윤지의 위치의 값의 차는
$18-2=16$

고난도 실전 문제

38~45쪽

1 ③, ⑤	**2** -2190 m	**3** ①	**4** 6	**5** -3
6 -289	**7** 9	**8** $\frac{23}{8}$	**9** $-\frac{7}{3}$	**10** -25, 9
11 ④	**12** 48	**13** ④	**14** ③, ⑤	**15** $a<c<b$
16 5717 m	**17** $-\frac{7}{3}$	**18** 2	**19** ③	**20** -1
21 $-$, $-$, $+$		**22** -1	**23** ③	**24** $-\frac{17}{4}$
25 -50	**26** 5개	**27** $\frac{10}{11}$	**28** ③	**29** ⑤
30 ②, ④	**31** -5	**32** 50개	**33** 216	**34** $-\frac{16}{5}$
35 $-\frac{11}{2}$	**36** ②	**37** $\frac{6}{7}$	**38** $-\frac{1}{6}$	**39** ㄴ, ㄹ
40 $-\frac{3}{5}$	**41** 10 : 7	**42** ①	**43** 1	**44** ④
45 59	**46** 24 cm	**47** -5	**48** 1	

1 ① 정수는 자연수, 0, 음의 정수로 이루어져 있다.
② 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
④ 유리수는 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 이루어져 있다.
⑤ 자연수는 모두 분모가 1인 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

2 해발 1300 m는 해발 3490 m보다 $3490-1300=2190$(m) 아래이므로 -2190 m와 같이 나타낼 수 있다.

3 20보다 작은 양의 유리수 중에서 분모가 6인 수는
$\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \cdots, \frac{119}{6}$
의 119개이다.
이 중에서 정수는 분자가 6의 배수인 수이므로
$\frac{6\times1}{6}, \frac{6\times2}{6}, \frac{6\times3}{6}, \cdots, \frac{6\times19}{6}$
의 19개이다.
따라서 정수가 아닌 유리수의 개수는
$119-19=100$

4 $-\frac{8}{13}$은 정수가 아닌 유리수이므로
$\left\langle-\frac{8}{13}\right\rangle=3$ …… ❶
-3은 자연수가 아닌 정수이므로
$<-3>=2$ …… ❷
$\frac{18}{3}=6$은 자연수이므로
$\left\langle\frac{18}{3}\right\rangle=1$ …… ❸
따라서
$\left\langle-\frac{8}{13}\right\rangle+<-3>+\left\langle\frac{18}{3}\right\rangle=3+2+1=6$ …… ❹

채점 기준	비율
❶ $\left\langle-\frac{8}{13}\right\rangle$의 값 구하기	30 %
❷ $<-3>$의 값 구하기	30 %
❸ $\left\langle\frac{18}{3}\right\rangle$의 값 구하기	30 %
❹ $\left\langle-\frac{8}{13}\right\rangle+<-3>+\left\langle\frac{18}{3}\right\rangle$의 값 구하기	10 %

5 점 A에 대응하는 수는 5이고 점 B에 대응하는 수는 -11이므로 두 점 A, B 사이의 거리는 16이다.
따라서 두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점은 -11에서 오른쪽으로 $16\div2=8$만큼 떨어진 점이므로 -3에 대응한다.

6 조건 (가)에서 부호가 같은 두 정수 x, y에 대하여 $|x|<|y|$이고 $x>y$이므로 $x<0$이다.
조건 (다)에서 $|x|$의 약수가 3개이므로 $|x|$는 소수의 제곱수이다.
조건 (나)에서 $|x|$는 200보다 크고 300보다 작으므로
$|x|=17^{2}=289$

따라서 $x=-289$ ($\because x<0$)

7 $a=1+(7-1)\times\frac{1}{3}=1+2=3$

$b=a+(7-1)\times\frac{1}{3}=3+2=5$

$c=7+(7-1)\times\frac{1}{3}=7+2=9$

$\frac{a+b}{6}<x<\frac{b+c}{3}$에서 $\frac{3+5}{6}<x<\frac{5+9}{3}$이므로

$\frac{4}{3}<x<\frac{14}{3}$

따라서 정수 x는 2, 3, 4이므로 그 합은

$2+3+4=9$

8 두 점 A, B 사이의 거리는 $\frac{5}{2}$이고 점 C는 $\frac{5}{2}$를 3 : 1로 나누므로 점 A에서 오른쪽으로 $\frac{5}{2}\times\frac{3}{3+1}=\frac{15}{8}$만큼 떨어진 점이다.

따라서 점 C에 대응하는 수는

$1+\frac{15}{8}=\frac{8}{8}+\frac{15}{8}=\frac{23}{8}$

9 $+\frac{5}{2}=+\frac{15}{6}$의 절댓값이 $\frac{13}{6}$보다 더 크므로

$\left(+\frac{5}{2}\right)\triangle\frac{13}{6}=+\frac{5}{2}$

$-\frac{7}{3}=-\frac{14}{6}$, $\frac{5}{2}=\frac{15}{6}$이므로

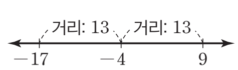
두 수 중 절댓값이 작은 수는 $-\frac{7}{3}$이다.

따라서 $\left(-\frac{7}{3}\right)*\left(+\frac{5}{2}\right)=-\frac{7}{3}$

10 a의 절댓값이 17이므로 $a=-17$ 또는 $a=17$

(i) $a=-17$일 때

-17과 -4 사이의 거리는 13이므로

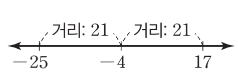


b는 -4에서 오른쪽으로 13만큼 떨어진 수이다.

따라서 $b=9$ …… ❶

(ii) $a=17$일 때

17과 -4 사이의 거리는 21이므로



b는 -4에서 왼쪽으로 21만큼 떨어진 수이다.

따라서 $b=-25$ …… ❷

(i), (ii)에 의하여 b의 값이 될 수 있는 수는 -25, 9이다.

…… ❸

채점 기준	비율
❶ $a=-17$일 때, b의 값 구하기	40 %
❷ $a=17$일 때, b의 값 구하기	40 %
❸ b의 값이 될 수 있는 수 구하기	20 %

11 조건 (나)에 의하여 $|b|=6$

이때 조건 (가)에 의하여 $b=-6$

조건 (다)에 의하여 $|a|-|b|=2$ 또는 $|b|-|a|=2$

(i) $|a|-|b|=2$일 때

$|a|-6=2$, $|a|=8$

이때 조건 (가)에 의하여 $a=8$

(ii) $|b|-|a|=2$일 때

$6-|a|=2$, $|a|=4$

이때 조건 (가)에 의하여 $a=4$

(i), (ii)에 의하여 a의 값이 될 수 있는 모든 수의 합은

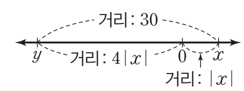
$8+4=12$

12 두 유리수 x, y의 부호가 서로 다르므로

$x>0$, $y<0$ 또는 $x<0$, $y>0$

(i) $x>0$, $y<0$일 때

$4|x|=|y|$이고 x, y를 나타내는 두 점 사이의 거리가 30이므로



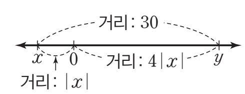
$x=30\times\frac{1}{4+1}=6$

이때 $|y|=4|x|=4\times|6|=4\times6=24$이고 $y<0$이므로

$y=-24$

(ii) $x<0$, $y>0$일 때

$4|x|=|y|$이고 x, y를 나타내는 두 점 사이의 거리가 30이므로



$x=-\left(30\times\frac{1}{4+1}\right)=-6$

이때 $|y|=4|x|=4\times|-6|=4\times6=24$이고 $y>0$이므로

$y=24$

(i), (ii)에 의하여

$a=-24$, $b=24$ 또는 $a=24$, $b=-24$

따라서 $|a|+|b|=24+24=48$

13 조건 (가), (나), (라)에 의하여 D가 가장 작고 C는 음의 정수이며 B가 C보다 작으므로 $D<B<C<0$

조건 (다)에 의하여 A와 D의 절댓값은 같고 D는 음수이므로 A는 양수이다.

따라서 $D<B<C<A$

14 ① $a<0$, $-b>0$이므로 $a<-b$

② $|a|>0$, $b<0$이므로 $|a|>b$

③ 음수끼리는 큰 수의 절댓값이 더 작으므로 $|a|>|b|$

④ $-\frac{1}{a}>0$, $\frac{1}{b}<0$이므로 $-\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

⑤ $\frac{1}{a}<0$, $\frac{1}{b}<0$이고 $a<b$이므로 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

15 조건 (가)에 의하여

$a\geq-1$, $b\geq-1$

조건 (나)에 의하여

$|a|<|-1|$, 즉 $|a|<1$

조건 (다)에 의하여 $c>1$이므로

$a<c$ …… ❶

이때 b, c는 모두 -1 이상인 수이므로 조건 (라)에 의하여

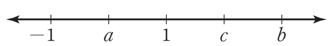
$-1<c<b$ …… ②

따라서 a, b, c의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내면

$a<c<b$ …… ③

채점 기준	비율
① a와 c의 대소 관계 비교하기	40 %
② b와 c의 대소 관계 비교하기	40 %
③ a, b, c의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	20 %

참고 세 유리수 a, b, c를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



16 가장 높은 지점의 고도는 5318 m이고 가장 낮은 지점의 고도는 -399 m이다.

따라서 두 지점의 고도의 차이는

$5318-(-399)=5717(\text{m})$

17 $a=-\frac{5}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{10}{6}+\left(+\frac{3}{6}\right)=-\frac{7}{6}$ …… ①

$b=\frac{5}{6}+(-2)=\frac{5}{6}+\left(-\frac{12}{6}\right)=-\frac{7}{6}$ …… ②

따라서 $a+b=-\frac{7}{6}+\left(-\frac{7}{6}\right)=-\frac{7}{3}$ …… ③

채점 기준	비율
① a의 값 구하기	40 %
② b의 값 구하기	40 %
③ $a+b$의 값 구하기	20 %

18 삼각형의 아랫변의 꼭짓점에 있는 두 수를 각각 a, b라 하면

(세 변에 있는 모든 수의 합)

$=2\times(1+a+b)+$(꼭짓점을 제외한 6개의 수의 합)

$=4+4+4=12$

$1+a+b+\{(1+a+b)+$(꼭짓점을 제외한 6개의 수의 합)$\}$

$=12$

즉, $1+a+b+$(-3부터 5까지의 정수의 합)$=12$

이때 -3부터 5까지의 정수의 합은 9이므로

$1+a+b+9=12$에서 $a+b=2$

한편, 아랫변에서 $a+A+B+b=4$이고 $a+b=2$이므로

$A+B=2$

19 $|a|=6$이므로 $a=-6$ 또는 $a=6$

$|b|=11$이므로 $b=-11$ 또는 $b=11$

(i) $a=-6$, $b=-11$일 때

$a-b=-6-(-11)=-6+(+11)=5$

(ii) $a=-6$, $b=11$일 때

$a-b=-6-11=-17$

(iii) $a=6$, $b=-11$일 때

$a-b=6-(-11)=6+(+11)=17$

(iv) $a=6$, $b=11$일 때

$a-b=6-11=-5$

(i)~(iv)에 의하여 $M=17$, $m=-17$이므로

$M-|m|=17-|-17|=17-17=0$

20 가로, 세로, 대각선 방향으로 놓인 네 수의 합은

$\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{7}{6}\right)$

$=\left\{\frac{1}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{7}{6}\right)\right\}$

$=-\frac{1}{3}+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{5}{3}$

$A+\left(-\frac{2}{3}\right)+0+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{5}{3}$이므로

$A+\left(-\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{9}{6}\right)=-\frac{5}{3}$

$A+\left(-\frac{13}{6}\right)=-\frac{5}{3}$

$A=-\frac{5}{3}-\left(-\frac{13}{6}\right)=-\frac{5}{3}+\left(+\frac{13}{6}\right)$

$=-\frac{10}{6}+\left(+\frac{13}{6}\right)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$B+\left(-\frac{1}{6}\right)+0+C=-\frac{5}{3}$이므로

$B+C=-\frac{5}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{5}{3}+\left(+\frac{1}{6}\right)$

$=-\frac{10}{6}+\left(+\frac{1}{6}\right)=-\frac{9}{6}=-\frac{3}{2}$

따라서 $A+B+C=\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{2}{2}=-1$

21 -4 ㉠ (-7) ㉡ 3 ㉢ $(-5)=-5$에서

(i) ㉢: $+$일 때

-4 ㉠ (-7) ㉡ $3=0$이므로

㉠: $-$, ㉡: $-$

(ii) ㉢: $-$일 때

-4 ㉠ (-7) ㉡ $3=-10$을 만족하는 경우는 없다.

(i), (ii)에 의하여 차례로 $-$, $-$, $+$

22 왼쪽에 있는 수와 오른쪽에 있는 수의 합이 가운데에 있는 수가 되도록 나열해 나가면

1, -1, -2, -1, 1, 2, 1, -1, -2, -1, 1, 2, $\cdots$이므로 1, -1, -2, -1, 1, 2의 6개의 수가 반복된다.

이때 $2024=6\times337+2$이므로 2024번째에 나오는 수는 6개의 수 중 두 번째 수인 -1이다.

23 $[14,\ 17]=|14-17|=|-3|=3$

$[9,\ x]=|9-x|$

이므로

$[[14,\ 17],\ [9,\ x]]=[3,\ |9-x|]=1$

(i) $3\geq|9-x|$일 때

$[3,\ |9-x|]=3-|9-x|$이므로

$3-|9-x|=1$, $|9-x|=2$

$9-x=-2$ 또는 $9-x=2$

즉, $x=11$ 또는 $x=7$

(ii) $3<|9-x|$일 때

$[3,\ |9-x|]=|9-x|-3$이므로

$|9-x|-3=1,\ |9-x|=4$

$9-x=-4$ 또는 $9-x=4$

즉, $x=13$ 또는 $x=5$

(i), (ii)에 의하여 x의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

24 각 점 사이의 거리가 일정하므로

$b_1-a_1=b_2-a_2=b_3-a_3=\frac{3}{4}-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{17}{12}$

따라서

$$\begin{aligned}a_1+a_2+a_3-b_1-b_2-b_3&=(a_1-b_1)+(a_2-b_2)+(a_3-b_3)\\&=3\times\left(-\frac{17}{12}\right)=-\frac{17}{4}\end{aligned}$$

25
$$\begin{aligned}A-B&=\{(-2)+(-4)+(-6)+\cdots+(-100)\}\\&\quad-\{(-1)+(-3)+(-5)+\cdots+(-99)\}\\&=\{(-2)+(-4)+(-6)+\cdots+(-100)\}\\&\quad+\{(+1)+(+3)+(+5)+\cdots+(+99)\}\\&=(-2+1)+(-4+3)+(-6+5)+\cdots\\&\quad+(-100+99)\\&=\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{50\text{개}}\\&=-50\end{aligned}$$

26 a에 $\frac{2}{5}$를 더한 후 $-\frac{3}{8}$을 빼었더니 -1이 되었으므로

$a+\frac{2}{5}-\left(-\frac{3}{8}\right)=-1$

$a+\frac{16}{40}+\left(+\frac{15}{40}\right)=-1$

$a+\frac{31}{40}=-1$

$a=-1-\frac{31}{40}=-\frac{40}{40}-\frac{31}{40}=-\frac{71}{40}$ …… ❶

이때 바르게 계산한 결과는

$$\begin{aligned}-\frac{71}{40}+\left(-\frac{3}{8}\right)-\frac{2}{5}&=-\frac{71}{40}+\left(-\frac{15}{40}\right)-\frac{16}{40}\\&=-\frac{102}{40}=-\frac{51}{20}\end{aligned}$$ …… ❷

따라서 $p=-\frac{51}{20}$이므로 절댓값이 $\left|-\frac{51}{20}\right|=\frac{51}{20}$ 이하인 정수는 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$의 5개이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ 바르게 계산한 결과 구하기	40 %
❸ 절댓값이 $\vert p\vert$ 이하인 정수의 개수 구하기	20 %

27 (주어진 식)

$=\frac{2}{1\times3}+\frac{2}{3\times5}+\frac{2}{5\times7}+\frac{2}{7\times9}+\frac{2}{9\times11}$

$=\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)$

$=1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$

28 ① $-x^2=-\left(-\frac{2}{3}\right)^2=-\frac{4}{9}$

② $-x=-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$

③ $-\frac{1}{x}=-1\div\left(-\frac{2}{3}\right)=-1\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2}$

④ $x^2=\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$

⑤ $x^3=\left(-\frac{2}{3}\right)^3=-\frac{8}{27}$

따라서 가장 큰 수는 ③이다.

29 $a\times\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)=-\frac{1}{2}$에서

$a\times\frac{1}{b}+a\times\left(-\frac{1}{a}\right)=-\frac{1}{2}$

$\frac{a}{b}-1=-\frac{1}{2},\ \frac{a}{b}=\frac{1}{2}$

따라서 $\frac{b}{a}=2$

30 $a\times b=72$에서 $a\times b>0$이므로 a와 b는 서로 같은 부호이다.

$|a|=2|b|$에서 a와 b가 서로 같은 부호이므로

$a=2b$

$a\times b=72$에서 $2b\times b=72$이므로

$2b^2=72,\ b^2=36$

즉, $b=-6$ 또는 $b=6$

(i) $b=-6$일 때

$a=2b=2\times(-6)=-12$이므로

$$\begin{aligned}a-b&=-12-(-6)\\&=-12+(+6)=-6\end{aligned}$$

(ii) $b=6$일 때

$a=2b=2\times6=12$이므로

$a-b=12-6=6$

(i), (ii)에 의하여 $a-b$의 값이 될 수 있는 수는 $-6,\ 6$이다.

31 서로 다른 세 음의 정수의 곱이 -55이므로

세 정수는 $-1,\ -5,\ -11$이다.

이때 $a<b<c$이므로

$a=-11,\ b=-5,\ c=-1$

따라서 $a-b-c=-11-(-5)-(-1)=-5$

32 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 절댓값이 큰 양수 1개와 절댓값이 큰 음수 2개를 뽑으면 되므로

$M=21\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{9}{14}\right)=9$ …… ❶

서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면 음수 3개를 뽑거나 양수 2개와 절댓값이 가장 큰 음수 1개를 뽑으면 되므로

(i) 음수 3개를 뽑을 때

$$\begin{aligned}&\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{9}{14}\right)\times(-0.1)\\&=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{9}{14}\right)\times\left(-\frac{1}{10}\right)\\&=-\frac{3}{70}\end{aligned}$$

(ii) 양수 2개와 절댓값이 가장 큰 음수 1개를 뽑을 때

$21\times3\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-42$

(i), (ii)에 의하여

$m=-42$ …… ❷

따라서 M과 m 사이에 있는 정수는 -41, -40, -39, $\cdots$, 8의 50개이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ M의 값 구하기	40 %
❷ m의 값 구하기	40 %
❸ M과 m 사이에 있는 정수의 개수 구하기	20 %

33 한 면이 가려지는 주사위 3개를 각각 A, B, C라 하고, 세 면이 가려지는 주사위를 D라 하자.

주사위의 각 면에는 여섯 개의 유리수 -3, $-\frac{2}{3}$, 4, $\frac{3}{8}$, 0, 1이 하나씩 적혀 있으므로 보이는 면에 0이 적혀 있으면 구하는 곱은 0이 된다.

따라서 구하는 곱이 최대가 되려면 세 주사위 A, B, C의 가려진 면에는 모두 0이 적혀 있어야 하고, 주사위 D의 가려진 면에는 0과 절댓값이 작은 양수 2개가 적혀 있거나 0과 음수 2개가 적혀 있어야 한다.

(i) 0과 절댓값이 작은 양수 2개, 즉 0, $\frac{3}{8}$, 1이 적혀 있을 때

구하는 곱은

$\left\{(-3)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times4\times\frac{3}{8}\times1\right\}^3\times\left\{(-3)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times4\right\}$

$=3^3\times8=216$

(ii) 0과 음수 2개, 즉 0, -3, $-\frac{2}{3}$가 적혀 있을 때

구하는 곱은

$\left\{(-3)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times4\times\frac{3}{8}\times1\right\}^3\times\left(4\times\frac{3}{8}\times1\right)$

$=3^3\times\frac{3}{2}=\frac{81}{2}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 곱 중에서 가장 큰 값은 216이다.

34 A와 마주 보는 면에 적힌 수는 $-\frac{5}{6}$이므로

$A=-\frac{6}{5}$

B와 마주 보는 면에 적힌 수는 $-0.4=-\frac{4}{10}=-\frac{2}{5}$이므로

$B=-\frac{5}{2}$

C와 마주 보는 면에 적힌 수는 2이므로

$C=\frac{1}{2}$

따라서

$A+B+C=-\frac{6}{5}+\left(-\frac{5}{2}\right)+\frac{1}{2}$

$=-\frac{6}{5}+(-2)=-\frac{16}{5}$

35 $\frac{7}{3}\times\square\div\left(\frac{9}{12}-\frac{20}{12}\right)=14$에서

$\frac{7}{3}\times\square\div\left(-\frac{11}{12}\right)=14$

$\frac{7}{3}\times\square\times\left(-\frac{12}{11}\right)=14$에서 교환법칙에 의하여

$\square\times\left\{\frac{7}{3}\times\left(-\frac{12}{11}\right)\right\}=14$

즉, $\square\times\left(-\frac{28}{11}\right)=14$이므로

$\square=14\div\left(-\frac{28}{11}\right)=14\times\left(-\frac{11}{28}\right)=-\frac{11}{2}$

36 $0.4\times(-0.8)=-0.32$이고 $-0.32=-\frac{8}{25}$의 역수는 $-\frac{25}{8}$이므로

$a=-\frac{25}{8}$

$\left(-\frac{3}{8}\right)\div\left(-\frac{9}{10}\right)=\left(-\frac{3}{8}\right)\times\left(-\frac{10}{9}\right)=\frac{5}{12}$이고 $\frac{5}{12}$의 역수는 $\frac{12}{5}$이므로

$b=\frac{12}{5}$

이때 $-\frac{25}{8}\le x<\frac{12}{5}$를 만족시키는 정수 x는

-3, -2, -1, 0, 1, 2

따라서 구하는 합은

$(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2=-3$

37 $A=\frac{4}{15}\div\frac{2}{5}=\frac{4}{15}\times\frac{5}{2}=\frac{2}{3}$

$C\div\left(-\frac{8}{5}\right)=-\frac{5}{14}$이므로

$C=-\frac{5}{14}\times\left(-\frac{8}{5}\right)=\frac{4}{7}$

$\frac{2}{3}\times B=\frac{4}{7}$이므로

$B=\frac{4}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{4}{7}\times\frac{3}{2}=\frac{6}{7}$

38 $[x]$는 x보다 크지 않은 수 중에서 가장 큰 정수이므로

$\left[\frac{3}{2}\right]=1$, $\left[-\frac{4}{3}\right]=-2$, $\left[-\frac{13}{6}\right]=-3$, $[-0.27]=-1$ …… ❶

따라서

$\left[\frac{3}{2}\right]\div\left[-\frac{4}{3}\right]\div\left[-\frac{13}{6}\right]\times[-0.27]$

$=1\div(-2)\div(-3)\times(-1)$

$=1\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-1)=-\frac{1}{6}$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ $\left[\frac{3}{2}\right]$, $\left[-\frac{4}{3}\right]$, $\left[-\frac{13}{6}\right]$, $[-0.27]$의 값 각각 구하기	70 %
❷ $\left[\frac{3}{2}\right]\div\left[-\frac{4}{3}\right]\div\left[-\frac{13}{6}\right]\times[-0.27]$의 값 구하기	30 %

39 $a\div b<0$에서 a와 b는 서로 다른 부호이고 $a<b$이므로

$a<0$, $b>0$
또, $b\times c<0$에서 b와 c는 서로 다른 부호이므로
$c<0$
ㄱ. (음수)$-$(양수)$=$(음수)이므로
$a-b<0$
ㄷ. $b+c$의 부호는 알 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

40 세 유리수의 곱이 음수이므로 음수의 개수는 홀수이다.
(i) 세 수가 모두 음수이면 세 수의 합은
$-\frac{2}{5}+(-2)+(-3)=-\frac{27}{5}$
(ii) 세 수 중 한 수가 음수이면 합이 음수이어야 하므로 음수는 -3이고 나머지는 양수이다.
이때 세 수의 합은 $\frac{2}{5}+2+(-3)=-\frac{3}{5}$
(i), (ii)에 의하여 세 수의 합 중에서 가장 큰 값은 $-\frac{3}{5}$이다.

41 처음 정사각형의 넓이는 $A\times A=A^2$
가로의 길이는 40 % 늘리고, 세로의 길이는 50 % 줄여서 만든 직사각형의 넓이는
$\left(1+\frac{40}{100}\right)\times A\times\left(1-\frac{50}{100}\right)\times A=1.4\times A\times 0.5\times A$
$=0.7\times A^2$
따라서
(처음 정사각형의 넓이) : (나중 직사각형의 넓이)
$=A^2 : 0.7\times A^2$
$=10 : 7$

42 주어진 수의 절댓값을 각각 구해 보면 다음과 같다.
$0.9 \Rightarrow 0.9$, $-\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{4}$, $\frac{7}{6} \Rightarrow \frac{7}{6}$, $-1.2 \Rightarrow 1.2$, $-\frac{8}{5} \Rightarrow \frac{8}{5}$
이때 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{3}{4}$이므로
$a=-\frac{3}{4}$
절댓값이 가장 큰 수는 $-\frac{8}{5}$이므로
$b=-\frac{8}{5}$
따라서
$$\begin{aligned}a\div(1+b)^2&=-\frac{3}{4}\div\left\{1+\left(-\frac{8}{5}\right)\right\}^2\\&=-\frac{3}{4}\div\left\{\frac{5}{5}+\left(-\frac{8}{5}\right)\right\}^2\\&=-\frac{3}{4}\div\left(-\frac{3}{5}\right)^2\\&=-\frac{3}{4}\div\frac{9}{25}\\&=-\frac{3}{4}\times\frac{25}{9}=-\frac{25}{12}\end{aligned}$$

43 n이 3보다 큰 홀수이므로 $n-2$, n, $n+2$는 홀수이고 $n-1$, $n+1$은 짝수이다.
$(-1)^{(\text{짝수})}=1$, $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$이므로
$(-1)^{n-2}-(-1)^{n-1}\times(-1)^n-(-1)^{n+1}\div(-1)^{n+2}$
$=(-1)-(+1)\times(-1)-(+1)\div(-1)$
$=(-1)-(-1)-(-1)$
$=(-1)+(+1)+(+1)$
$=1$

44 $(-3)^3-\left[10+\square\div\left\{\frac{1}{2}\times(-8)+6\right\}\right]\times(-2)=-1$에서
$-27-[10+\square\div\{(-4)+6\}]\times(-2)=-1$
$-27-(10+\square\div 2)\times(-2)=-1$
$-27+20+\square=-1$
$\square=6$

45 $\square$ 안에 알맞은 수를 왼쪽부터 차례로 a, b, c, d라 하면
$260\div a=-52$에서 $a=-\frac{260}{52}=-5$
$26+d=-12$에서 $d=-12-26=-38$
$c\div 4=26$에서 $c=26\times 4=104$
$-52\times b=104$에서 $b=104\div(-52)=-2$
따라서 $a+b+c+d=-5+(-2)+104+(-38)=59$

46 가장 작은 원의 반지름의 길이가 $\frac{1}{5}$ cm이고 원의 반지름의 길이가 2배씩 커지므로 4개의 원의 반지름의 길이는
$\frac{1}{5}$ cm, $\frac{1}{5}\times 2=\frac{2}{5}$(cm), $\frac{2}{5}\times 2=\frac{4}{5}$(cm),
$\frac{4}{5}\times 2=\frac{8}{5}$(cm) …… ❶
이때 4개의 정사각형의 한 변의 길이는 각각 내접한 원의 반지름의 길이의 2배씩이므로
$\frac{1}{5}\times 2=\frac{2}{5}$(cm), $\frac{2}{5}\times 2=\frac{4}{5}$(cm), $\frac{4}{5}\times 2=\frac{8}{5}$(cm),
$\frac{8}{5}\times 2=\frac{16}{5}$(cm) …… ❷
따라서 4개의 정사각형의 둘레의 길이의 합은
$\frac{2}{5}\times 4+\frac{4}{5}\times 4+\frac{8}{5}\times 4+\frac{16}{5}\times 4$
$=\frac{8}{5}+\frac{16}{5}+\frac{32}{5}+\frac{64}{5}$
$=\frac{120}{5}=24$(cm) …… ❸

채점 기준	비율
❶ 4개의 원의 반지름의 길이 각각 구하기	30 %
❷ 4개의 정사각형의 한 변의 길이 각각 구하기	30 %
❸ 4개의 정사각형의 둘레의 길이의 합 구하기	40 %

47 나온 결과를 가지고 역의 과정으로 계산한다.
C에 들어온 수를 -4로 나눈 후 5를 더하면 3이 되므로 C에 들어온 수를 c라 하면
$c\div(-4)+5=3$에서
$c\div(-4)=-2$, $c=-2\times(-4)=8$

B에 들어온 수에서 8을 뺀 후 $-\frac{2}{3}$를 곱하면 8이 되므로 B에 들어온 수를 b라 하면

$(b-8)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=8$에서

$b-8=8\div\left(-\frac{2}{3}\right)=8\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-12$, $b=-4$

A에 들어온 수에 -3을 더한 후 2로 나누면 -4가 되므로 A에 들어온 수를 a라 하면

$\{a+(-3)\}\div2=-4$에서

$a+(-3)=-4\times2=-8$, $a=-5$

따라서 넣은 수는 -5이다.

48 건우는 짝수가 3번, 홀수가 5번 나왔고, 진미는 짝수가 6번, 홀수가 2번 나왔다.

건우의 위치의 값은

$3\times4+5\times(-5)=12+(-25)=-13$

진미의 위치의 값은

$6\times4+2\times(-5)=24+(-10)=14$

따라서 건우와 진미의 위치의 값의 합은

$-13+14=1$

3. 문자의 사용과 식

필수 확인 문제 50~53쪽

1 ③	**2** ㄴ, ㄷ	**3** ⑤	**4** ④	
5 $(40000+400a)$원	**6** ②	**7** ⑤		**8** -2
9 (1) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ (2) 16			**10** 9	**11** ④, ⑤
12 ㄴ, ㄹ	**13** ④	**14** ⑤	**15** 8	**16** ①, ④
17 ②	**18** 2	**19** ②	**20** $3x+9$	**21** ⑤
22 $\frac{2}{3}x+1$	**23** ④	**24** 10		

1 ① $3\times a\times a=3a^2$

② $a\times(-1)\times b=-ab$

③ $-8\times x\div y=-8\times x\times\frac{1}{y}=-\frac{8x}{y}$

④ $x+5\times y=x+5y$

⑤ $a-b\times c\div2=a-b\times c\times\frac{1}{2}=a-\frac{bc}{2}$

따라서 기호 ×, ÷를 생략하여 나타낸 것으로 옳은 것은 ③이다.

2 ㄱ. $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$

ㄴ. $a\div\frac{1}{b}\div c=a\times b\times\frac{1}{c}=\frac{ab}{c}$

ㄷ. $a\times(b\div c)=a\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$

ㄹ. $a\div(b\times c)=a\times\frac{1}{bc}=\frac{a}{bc}$

따라서 $\frac{ab}{c}$와 같은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

3 ⑤ 정가가 1000원인 물건을 a % 할인하여 판매할 때, 판매 가격은

$1000\times\left(1-\frac{a}{100}\right)=1000-10a$(원)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

4 탄수화물을 150 g 섭취하였을 때, 얻은 열량은

$4\times150=600$(kcal)

단백질을 a g 섭취하였을 때, 얻은 열량은

$4\times a=4a$(kcal)

지방을 b g 섭취하였을 때, 얻은 열량은

$9\times b=9b$(kcal)

따라서 우진이가 얻은 열량은

$(600+4a+9b)$kcal

5 상품의 작년 가격은

$50000+50000\times\frac{a}{100}=50000+500a$(원)이므로

올해 가격은

$(50000+500a)-(50000+500a)\times\frac{20}{100}$

$=50000+500a-10000-100a$

$=40000+400a$(원)

6 유경이가 시속 3 km로 x km를 걸어가는 데 걸린 시간은

$\frac{x}{3}$(시간)

중간에 30분 동안 쉰 것을 시간으로 나타내면

$\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$(시간)

따라서 집에서 출발하여 도서관에 도착할 때까지 걸린 총 시간은

$\left(\frac{x}{3}+\frac{1}{2}\right)$시간

7 ① $2a+5=2\times(-2)+5=-4+5=1$

② $1-3a=1-3\times(-2)=1+6=7$

③ $\frac{a}{2}+7=-\frac{2}{2}+7=-1+7=6$

④ $a^2+6=(-2)^2+6=4+6=10$

⑤ $a^3\times(-4)=(-2)^3\times(-4)=(-8)\times(-4)=32$

따라서 식의 값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

8 (주어진 식)$=3\div a-2\div b-5\div c$

$=3\div\frac{3}{2}-2\div\frac{1}{3}-5\div\left(-\frac{5}{2}\right)$

$=3\times\frac{2}{3}-2\times3-5\times\left(-\frac{2}{5}\right)$

$=2-6+2=-2$

9 (1) (사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)}$\times$(높이)

이므로 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ …… ❶

(2) $a=3$, $b=5$, $h=4$를 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$에 대입하면

$S=\frac{1}{2}\times(3+5)\times4=16$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ S를 a, b, h를 사용한 식으로 나타내기	50 %
❷ $a=3$, $b=5$, $h=4$일 때, S의 값 구하기	50 %

10 항의 개수는 3개이므로 $a=3$

상수항은 -4이므로 $b=-4$

x의 계수와 y의 계수가 각각 3, 7이므로

$c=3$, $d=7$

따라서 $a+b+c+d=3+(-4)+3+7=9$

11 ① 1은 상수항만 있으므로 일차식이 아니다.

② $3\div x=\frac{3}{x}$에서 x가 분모에 있으므로 일차식이 아니다.

③ $\frac{1}{x}-8$은 x가 분모에 있으므로 일차식이 아니다.

⑤ $0\times x^2-4x+9=-4x+9$이므로 일차식이다.

따라서 일차식인 것은 ④, ⑤이다.

12 ㄱ. $\frac{x}{10}$는 단항식이므로 다항식이다.

ㄷ. $2x+5y-7$의 차수는 1이다.

ㄹ. $\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}y-2$에서 x의 계수는 $\frac{1}{3}$, y의 계수는 $\frac{2}{3}$, 상수항은 -2이므로 그 합은

$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+(-2)=-1$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

13 ① $3\times5x=15x$

② $(12y-8)\div2=6y-4$

③ $-4(2a+3)=-8a-12$

④ $(3x-y)\div\left(-\frac{1}{5}\right)=(3x-y)\times(-5)=-15x+5y$

⑤ $(27a-81b)\div(-3)^2=(27a-81b)\div9=3a-9b$

따라서 계산 결과가 옳은 것은 ④이다.

14 ① $2\times(4x-3)=8x-6$

② $(4x+1)\times(-6)=-24x-6$

③ $(9-2x)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}x-6$

④ $\left(\frac{10}{7}x+\frac{5}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{18}\right)=\left(\frac{10}{7}x+\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{18}{5}\right)$

$=-\frac{36}{7}x-6$

⑤ $\left(\frac{11}{8}-\frac{11}{4}x\right)\div\left(-\frac{11}{24}\right)=\left(\frac{11}{8}-\frac{11}{4}x\right)\times\left(-\frac{24}{11}\right)$

$=6x-3$

따라서 계산 결과의 상수항이 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

15 $(ax+b)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=3x-6$에서

$ax+b=(3x-6)\div\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=(3x-6)\times\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=-4x+8$

이므로 $a=-4$, $b=8$

$cx+d=(3x-6)\times\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=-4x+8$

이므로 $c=-4$, $d=8$

따라서 $a+b+c+d=-4+8+(-4)+8=8$

16 ② 문자가 서로 다르므로 동류항이 아니다.

③ 문자의 차수가 서로 다르므로 동류항이 아니다.

⑤ 각 문자의 차수가 서로 다르므로 동류항이 아니다.

따라서 동류항끼리 짝 지어진 것은 ①, ④이다.

17 ② $a+4b-5a+3b=-4a+7b$

④ $2(x-1)-(x+2)=2x-2-x-2=x-4$

⑤ $5(x+3)-3(2x+4)=5x+15-6x-12=-x+3$

따라서 계산 결과가 옳지 않은 것은 ②이다.

18 (주어진 식) $=\frac{1}{5}(5x-10)-\frac{3}{4}(8x-12)$

$=x-2-6x+9$

$=-5x+7$ …… ❶

따라서 x의 계수는 -5이고 상수항은 7이므로 구하는 합은

$-5+7=2$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 간단히 하기	50 %
❷ x의 계수와 상수항의 합 구하기	50 %

19 $2x+7-[6x-\{3-2(4-x)\}-1]$

$=2x+7-\{6x-(3-8+2x)-1\}$

$=2x+7-\{6x-(2x-5)-1\}$

$=2x+7-(6x-2x+5-1)$

$=2x+7-(4x+4)$

$=2x+7-4x-4$

$=-2x+3$

20 대각선에 있는 일차식의 합이

$(-3x+5)+(3x+2)+(9x-1)=9x+6$이므로

$A+(-x+4)+(9x-1)=9x+6$에서

$A=9x+6-(8x+3)=x+3$

$B+(3x+2)+(-x+4)=9x+6$에서

$B=9x+6-(2x+6)=7x$

$C+(5x+1)+(9x-1)=9x+6$에서

$C=9x+6-14x=-5x+6$

따라서

$A+B+C=(x+3)+7x+(-5x+6)=3x+9$

21 $-2A+5B+3(2A-4B)=-2A+5B+6A-12B$

$=4A-7B$

$A=4x-5$, $B=2x-3$을 $4A-7B$에 대입하면

$4A-7B=4(4x-5)-7(2x-3)$

$=16x-20-14x+21$

$=2x+1$

22 조건 (가)에 의하여

$A\times3=x-2$이므로

$A=(x-2)\div3=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$ …… ❶

조건 (나)에 의하여

$B-\left(\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}\right)=-x+2$이므로

$B=-x+2+\left(\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}\right)$

$=-\frac{3}{3}x+\frac{6}{3}+\left(\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$ …… ❷

따라서

$A+B=\left(\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}\right)$

$=\frac{2}{3}x+1$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 일차식 A 구하기	40 %
❷ 일차식 B 구하기	40 %
❸ $A+B$ 계산하기	20 %

23 $\frac{3}{2}(x-2)+2(\boxed{})=\frac{5}{2}x-\frac{9}{4}$에서

$\frac{3}{2}x-3+2(\boxed{})=\frac{5}{2}x-\frac{9}{4}$

$2(\boxed{})=\frac{5}{2}x-\frac{9}{4}-\frac{3}{2}x+3$

$=\frac{5}{2}x-\frac{9}{4}-\frac{3}{2}x+\frac{12}{4}$

$=x+\frac{3}{4}$

따라서 $\boxed{}=\left(x+\frac{3}{4}\right)\div2=\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}$

24 어떤 다항식을 A라 하면

$A-(5x+3)=3x-5$이므로

$A=3x-5+(5x+3)=8x-2$

이때 바르게 계산하면

$8x-2+(5x+3)=13x+1$

따라서 $a=13$, $b=1$이므로

$a-3b=13-3\times1=10$

고난도 대표 유형

54~57쪽

1 $\frac{2}{5}a$원 **2** $\left(\frac{6}{5}x+\frac{3}{2}y\right)$mg **3** $-\frac{2}{3}$ **4** 692 m
5 (1) $(420-38a)$cm (2) 344 cm **6** 11 **7** B 마트
8 6 **9** (1) $2x-2$ (2) $-2x+2$ **10** 31 **11** ④
12 ②

1 정가가 a원인 음료를 20 % 할인한 판매 가격은

$a\left(1-\frac{20}{100}\right)$원

이 가격에서 50 %를 더 할인한 판매 가격은

$a\left(1-\frac{20}{100}\right)\left(1-\frac{50}{100}\right)=a\times\frac{80}{100}\times\frac{50}{100}=\frac{2}{5}a$(원)

2 A 식품은 100 g당 120 mg의 칼슘을 포함하므로

A 식품 1 g에 들어 있는 칼슘의 양은

$\frac{120}{100}=\frac{6}{5}$(mg)

이때 A 식품 x g에 들어 있는 칼슘의 양은

$\frac{6}{5}\times x=\frac{6}{5}x$(mg)

B 식품은 100 g당 150 mg의 칼슘을 포함하므로

B 식품 1 g에 들어 있는 칼슘의 양은

$\frac{150}{100}=\frac{3}{2}$(mg)

이때 B 식품 y g에 들어 있는 칼슘의 양은

$\frac{3}{2}\times y=\frac{3}{2}y$(mg)

따라서 A 식품 x g과 B 식품 y g을 섭취하였을 때, 섭취한 칼슘의 양은

$\left(\frac{6}{5}x+\frac{3}{2}y\right)$mg

3 $\left|\frac{2}{5a}\right|-\left|\frac{2}{3b}-\frac{2}{15c}\right|$

$=\left|\frac{2}{5}\div a\right|-\left|\frac{2}{3}\div b-\frac{2}{15}\div c\right|$

$=\left|\frac{2}{5}\div\left(-\frac{1}{3}\right)\right|-\left|\frac{2}{3}\div\frac{1}{2}-\frac{2}{15}\div\left(-\frac{1}{4}\right)\right|$

$=\left|\frac{2}{5}\times(-3)\right|-\left|\frac{2}{3}\times 2-\frac{2}{15}\times(-4)\right|$

$=\left|-\frac{6}{5}\right|-\left|\frac{4}{3}+\frac{8}{15}\right|=\frac{6}{5}-\frac{28}{15}=-\frac{2}{3}$

4 $x=25$를 $331+0.6x$에 대입하면

$331+0.6x=331+0.6\times 25$

$=331+15=346$

즉, 기온이 25 ℃일 때, 소리의 속력은 초속 346 m이다.

따라서 은우는 번개가 친 지 2초 후에 천둥 소리를 들었으므로 은우가 있었던 곳에서 번개가 친 곳까지의 거리는

$346\times 2=692$(m)

5 (1) 종이를 한 장씩 붙일 때마다 가로의 길이는 $(10-a)$cm씩 늘어나므로 첫 장의 종이에 19장의 종이를 붙이면 가로의 길이는 $10+19(10-a)=200-19a$(cm)

따라서 둘레의 길이는

$2(10+200-19a)=420-38a$(cm)

(2) $a=2$를 대입하면

$420-38\times 2=420-76=344$(cm)

6 x에 대한 일차식이므로 $a-3=0$, $a=3$

상수항이 2이므로 $b-3=2$, $b=5$

따라서 x의 계수는

$2a+b=2\times 3+5=11$

7 A 마트에서의 물 1병당 가격은

$6x\div 7=\frac{6}{7}x$(원)

B 마트에서의 물 1병당 가격은

$x\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=x\times\frac{80}{100}=\frac{4}{5}x$(원)

따라서 물 1병당 가격은 B 마트가 더 저렴하다.

8 a의 값이 b의 값의 2배이므로 $a=2b$

$a=2b$를 주어진 식에 대입하면

$\frac{5a+2b}{2a-b}-\frac{-3a-4b}{3a-b}$

$=\frac{5\times 2b+2b}{2\times 2b-b}-\frac{-3\times 2b-4b}{3\times 2b-b}$

$=\frac{12b}{3b}-\frac{-10b}{5b}$

$=4+2=6$

9 (1) n이 홀수일 때, $n+1$은 짝수이므로

$(-1)^n=-1$, $(-1)^{n+1}=1$

따라서

$(-1)^n(3x-2)+(-1)^{n+1}(5x-4)$

$=-(3x-2)+(5x-4)$

$=-3x+2+5x-4$

$=2x-2$

(2) n이 짝수일 때, $n+1$은 홀수이므로

$(-1)^n=1$, $(-1)^{n+1}=-1$

따라서

$(-1)^n(3x-2)+(-1)^{n+1}(5x-4)$

$=(3x-2)-(5x-4)$

$=3x-2-5x+4$

$=-2x+2$

10 (주어진 식)$=-12x+\{3x-4(-x-6x+3)\}$

$=-12x+\{3x-4(-7x+3)\}$

$=-12x+(3x+28x-12)$

$=-12x+(31x-12)$

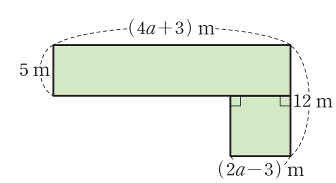
$=-12x+31x-12$

$=19x-12$

따라서 $a=19$, $b=-12$이므로

$a-b=19-(-12)=31$

11 오른쪽 그림과 같이 2개의 직사각형으로 나누면 안채의 넓이는



$(4a+3)\times 5$

$+(2a-3)\times(12-5)$

$=20a+15+14a-21$

$=34a-6$(m^2)

12 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형 모양의 종이 x장의 넓이의 합은

$(8\times 8)\times x=64x$(cm^2)

겹치는 부분의 모양은 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형이고 $(x-1)$곳에서 겹치므로 겹치는 부분의 넓이의 합은

$(4\times 4)\times(x-1)=16x-16$(cm^2)

따라서 구하는 도형의 넓이는

$64x-(16x-16)=64x-16x+16$

$=48x+16$(cm^2)

고난도 실전 문제

58~63쪽

1 ③, ④	**2** ②	**3** ①	**4** ②	**5** ⑤
6 ③	**7** ①	**8** -16	**9** 500	**10** 28
11 -11	**12** (1) $\left(\frac{9}{5}a+32\right)$ °F (2) 68 °F			
13 3.2 kg을 늘려야 한다.	**14** (1) $1+3x$ (2) 82			
15 (1) $(9x-9)$cm (2) 81 cm			**16** ④	**17** -4
18 -2	**19** ①			
20 A가게: $\frac{18}{25}x$원, B가게: $\frac{18}{25}x$원, C가게: $\frac{7}{10}x$원				
21 1	**22** 2	**23** ④	**24** ③	**25** 1
26 $x+2y$	**27** ①	**28** 23	**29** $-9x+26$	
30 $-4x$	**31** 5	**32** $l+m-n$, 27		**33** ②
34 ⑤	**35** $(6x-9)\text{m}^2$		**36** 44000	

1 ① $\frac{1}{a}\div\left(\frac{1}{b}\div\frac{1}{c}\right)=\frac{1}{a}\div\left(\frac{1}{b}\times c\right)=\frac{1}{a}\times\frac{b}{c}=\frac{b}{ac}$

② $2\div(x-2y)=2\times\frac{1}{x-2y}=\frac{2}{x-2y}$

③ $x\times2+a\div y=2x+\frac{a}{y}$

④ $(3-a)\div x\times y=(3-a)\times\frac{1}{x}\times y=\frac{(3-a)y}{x}$

⑤ $a\div2\div(x\times y)=a\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{xy}=\frac{a}{2xy}$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

2 $a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

① $(a\div b)\div c=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

② $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$

③ $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

④ $a\times b\div c=a\times b\times\frac{1}{c}=\frac{ab}{c}$

⑤ $a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

따라서 주어진 식과 계산 결과가 같은 것은 ②이다.

3 처음 직사각형의 가로의 길이를 a, 세로의 길이를 b라 하면 처음 직사각형의 넓이는

$a\times b=ab$

새로 만든 직사각형의 가로의 길이는

$a\times\left(1+\frac{25}{100}\right)=a\times\frac{125}{100}=\frac{5}{4}a$

세로의 길이는

$b\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=b\times\frac{80}{100}=\frac{4}{5}b$

즉, 새로 만든 직사각형의 넓이는

$\frac{5}{4}a\times\frac{4}{5}b=ab$

따라서 새로 만든 직사각형의 넓이는 처음 직사각형의 넓이와 같다.

4 A가 49분 동안 걸은 거리는

$x\times49=49x(\text{m})$

B가 49분 동안 걸은 거리는

$y\times49=49y(\text{m})$

이때 공원의 둘레의 길이는 a m이므로

$49x+49y=2\times a$, $49x+49y=2a$

5 원가가 a원인 티셔츠에 x %의 이익을 붙인 정가는

$a\times\left(1+\frac{x}{100}\right)=a\left(1+\frac{x}{100}\right)$(원)

여기에서 30 %를 할인하여 판매할 때, 판매 가격은

$a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times\left(1-\frac{30}{100}\right)=a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times\frac{70}{100}$

$=\frac{7}{10}a\left(1+\frac{x}{100}\right)$(원)

따라서 티셔츠 150장을 구매할 때, 지불해야 하는 금액은

$\frac{7}{10}a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times150=105a\left(1+\frac{x}{100}\right)$

$=105a+\frac{21}{20}ax$(원)

6 순금의 함유량이 a %인 합금 500 g에 들어 있는 순금의 양은

$\frac{a}{100}\times500=5a(\text{g})$

순금의 함유량이 b %인 합금 700 g에 들어 있는 순금의 양은

$\frac{b}{100}\times700=7b(\text{g})$

따라서 팔찌에 함유된 순금의 양은

$(5a+7b)$g

7 $a=\frac{1}{6}$을 $2a-5$에 대입하면

$2a-5=2\times\frac{1}{6}-5=\frac{1}{3}-5$

$=\frac{1}{3}-\frac{15}{3}=-\frac{14}{3}$

$b=-\frac{3}{8}$을 $7+6b$에 대입하면

$7+6b=7+6\times\left(-\frac{3}{8}\right)=7+\left(-\frac{9}{4}\right)$

$=\frac{28}{4}+\left(-\frac{9}{4}\right)=\frac{19}{4}$

따라서

$3|2a-5|-4|7+6b|=3\times\left|-\frac{14}{3}\right|-4\times\left|\frac{19}{4}\right|$

$=3\times\frac{14}{3}-4\times\frac{19}{4}=-5$

8 $\frac{2xy-3yz+4zx}{xyz}=\frac{2}{z}-\frac{3}{x}+\frac{4}{y}$

$=2\div z-3\div x+4\div y$

$x=-\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{3}$, $z=-\frac{1}{5}$을 대입하면

$$(\text{주어진 식})=2\div\left(-\frac{1}{5}\right)-3\div\left(-\frac{1}{2}\right)+4\div\left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$=2\times(-5)-3\times(-2)+4\times(-3)$$
$$=-10+6-12=-16$$

9 $(-1)^{(\text{짝수})}=1$, $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$이므로
$x=-1$을 $x+2x^2+3x^3+\cdots+1000x^{1000}$에 대입하면
$x+2x^2+3x^3+\cdots+1000x^{1000}$
$=(-1)+2\times(-1)^2+3\times(-1)^3+\cdots+1000\times(-1)^{1000}$
$=\{(-1)+2\}+\{(-3)+4\}+\cdots+\{(-999)+1000\}$
$=\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{500\text{개}}$
$=500$

10 $\ll 3, -2, -1\gg=3\times\{(-2)^2-3\times(-1)\}$
$=3\times(4+3)=21$
$$\left\langle\!\left\langle -4, -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right\rangle\!\right\rangle=-4\times\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3\times\frac{2}{3}\right\}$$
$$=-4\times\left(\frac{1}{4}-2\right)=-4\times\left(\frac{1}{4}-\frac{8}{4}\right)$$
$$=-4\times\left(-\frac{7}{4}\right)=7$$
따라서
$$\ll 3, -2, -1\gg+\left\langle\!\left\langle -4, -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right\rangle\!\right\rangle=21+7=28$$

11 $a=-3$을 $-a^2+5$에 대입하면
$-(-3)^2+5=-4$이므로 ㉠: -4
$a=-4$를 $\frac{3}{2}a-1$에 대입하면
$\frac{3}{2}\times(-4)-1=-6-1=-7$이므로 ㉡: -7
따라서 ㉠, ㉡에 알맞은 수의 합은
$(-4)+(-7)=-11$

12 (1) 섭씨온도가 a ℃일 때, 화씨온도는 섭씨온도에 $\frac{9}{5}$를 곱한 것보다 32 ℃ 더 높으므로 $\left(\frac{9}{5}a+32\right)$°F이다.
(2) $a=20$을 $\frac{9}{5}a+32$에 대입하면 $\frac{9}{5}\times20+32=68$이므로 화씨온도로 68 °F이다.

13 $x=158$을 $0.9(x-100)$에 대입하면
$0.9\times(158-100)=0.9\times58=52.2$
즉, 진서의 표준 체중은 52.2 kg이다.
따라서 진서가 표준 체중이 되려면 $52.2-49=3.2$(kg)을 늘려야 한다.

14 (1) 정사각형을 1개 만들 때, 필요한 빨대의 개수는
$1+3=4$
정사각형을 2개 만들 때, 필요한 빨대의 개수는
$1+3\times2=7$
정사각형을 3개 만들 때, 필요한 빨대의 개수는
$1+3\times3=10$
⋮
정사각형을 x개 만들 때, 필요한 빨대의 개수는
$1+3\times x=1+3x$ …… ❶
(2) $x=27$을 $1+3x$에 대입하면 $1+3x=1+3\times27=82$
따라서 정사각형을 27개 만들 때, 필요한 빨대의 개수는 82이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 정사각형을 x개 만들 때, 필요한 빨대의 개수를 x를 사용한 식으로 나타내기	70 %
❷ 정사각형을 27개 만들 때, 필요한 빨대의 개수 구하기	30 %

15 (1) 겹치는 부분의 모양은 한 변의 길이가 3 cm인 정삼각형이고 $(x-1)$곳에서 겹치므로 겹치는 부분의 둘레의 길이의 합은
$(3\times3)\times(x-1)=9x-9$(cm)
(2) $x=10$을 $9x-9$에 대입하면
$9\times10-9=81$(cm)

16 항의 개수는 4이므로 $a=4$
다항식의 차수는 3이므로 $b=3$
x의 계수는 $-\frac{4}{5}$이므로 $c=-\frac{4}{5}$
상수항은 $\frac{3}{4}$이므로 $d=\frac{3}{4}$
따라서 $ab+5cd=4\times3+5\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{3}{4}=12-3=9$

17 주어진 식이 일차식이므로
$a+3=0$에서 $a=-3$
x의 계수는 $-3a+2$에 $a=-3$을 대입하면
$-3\times(-3)+2=11$
상수항은 $5a$에 $a=-3$을 대입하면 $5\times(-3)=-15$
따라서 x의 계수와 상수항의 합은
$11+(-15)=-4$

18 다항식 $([a]+6)x^2-|a+4|x+10$이 x에 대한 일차식이므로
$[a]+6=0$, $[a]=-6$
즉, $-6\le a<-5$
이때 $-2\le a+4<-1$이므로
$1<|a+4|\le2$, $-2\le-|a+4|<-1$
따라서 x의 계수가 될 수 있는 수 중에서 가장 작은 수는 -2이다.

19 색칠한 부분을 겹치지 않게 이어 붙여 직사각형을 만들면
가로의 길이는 $x-2\times3=x-6$(cm)
세로의 길이는 $20-2=18$(cm)
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$(x-6)\times18=18x-108$(cm^2)

20 A 가게: 10 % 할인하였을 때, 판매 가격은
$$x\times\left(1-\frac{10}{100}\right)=x\times\frac{90}{100}=\frac{9}{10}x(\text{원})$$

추가로 20 % 할인하였을 때, 판매 가격은

$\frac{9}{10}x\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=\frac{9}{10}x\times\frac{80}{100}=\frac{18}{25}x$(원)

B 가게 : 제품을 20 % 할인하였을 때, 판매 가격은

$x\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=x\times\frac{80}{100}=\frac{4}{5}x$(원)

추가로 10 % 할인하였을 때, 판매 가격은

$\frac{4}{5}x\times\left(1-\frac{10}{100}\right)=\frac{4}{5}x\times\frac{90}{100}=\frac{18}{25}x$(원)

C 가게 : 제품을 30 % 할인하였을 때, 판매 가격은

$x\times\left(1-\frac{30}{100}\right)=x\times\frac{70}{100}=\frac{7}{10}x$(원)

21 $\left(ax+\frac{7}{3}\right)-\left(-\frac{5}{2}x+b\right)=ax+\frac{7}{3}+\frac{5}{2}x-b$

$=\left(a+\frac{5}{2}\right)x+\frac{7}{3}-b$

이때 x의 계수는 2이므로

$a+\frac{5}{2}=2$, $a=2-\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}$

또, 상수항은 3이므로

$\frac{7}{3}-b=3$, $b=\frac{7}{3}-3=-\frac{2}{3}$

따라서

$10a-9b=10\times\left(-\frac{1}{2}\right)-9\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=-5+6=1$

22 $\frac{3x-y}{2}+\frac{x+4y}{3}-\frac{2x+5y}{9}$

$=\frac{9(3x-y)+6(x+4y)-2(2x+5y)}{18}$

$=\frac{27x-9y+6x+24y-4x-10y}{18}$

$=\frac{29x+5y}{18}$ …… ❶

이때 $a=\frac{29}{18}$, $b=\frac{5}{18}$이므로

$a+b=\frac{29}{18}+\frac{5}{18}=\frac{34}{18}=\frac{17}{9}$ …… ❷

따라서 $\frac{17}{9}$에 가장 가까운 정수는 2이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 주어진 식 계산하기	50 %
❷ $a+b$의 값 구하기	30 %
❸ $a+b$의 값에 가장 가까운 정수 구하기	20 %

23 $A=3a+b-2$, $B=6a-4b+5$, $C=-4a+b+10$이므로

$A+B=(3a+b-2)+(6a-4b+5)$

$=9a-3b+3$

$B-C=(6a-4b+5)-(-4a+b+10)$

$=6a-4b+5+4a-b-10$

$=10a-5b-5$

따라서

$\frac{2}{3}(A+B)+\frac{3}{5}(B-C)$

$=\frac{2}{3}(9a-3b+3)+\frac{3}{5}(10a-5b-5)$

$=6a-2b+2+6a-3b-3$

$=12a-5b-1$

24 $x:4=y:1$이므로 $x=4y$

$x=4y$를 $\frac{3x-2y}{2x-3y}+\frac{3x-4y}{x+4y}$에 대입하면

$\frac{3x-2y}{2x-3y}+\frac{3x-4y}{x+4y}=\frac{3\times4y-2y}{2\times4y-3y}+\frac{3\times4y-4y}{4y+4y}$

$=\frac{10y}{5y}+\frac{8y}{8y}$

$=2+1=3$

25 $\frac{a-4ab+b}{2ab}=\frac{1}{2b}-2+\frac{1}{2a}$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)-2$

$=\frac{1}{2}\times6-2=1$

다른 풀이

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=6$의 양변에 ab를 곱하면 $b+a=6ab$

$a+b=6ab$를 대입하면

$\frac{a-4ab+b}{2ab}=\frac{6ab-4ab}{2ab}=\frac{2ab}{2ab}=1$

26 n이 짝수이므로 $(-1)^{n+1}=-1$, $(-1)^{n}=1$

따라서

(주어진 식)$=-(-3x+2y)-(2x-4y)$

$=3x-2y-2x+4y$

$=x+2y$

27 n이 자연수일 때, $2n$은 짝수이고 $2n+1$은 홀수이므로

$(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{2n+1}=-1$

따라서

$(-1)^{2n}\times\frac{3x-1}{2}+(-1)^{2n+1}\times\frac{2x+1}{4}$

$=\frac{3x-1}{2}-\frac{2x+1}{4}$

$=\frac{2(3x-1)-(2x+1)}{4}$

$=\frac{6x-2-2x-1}{4}$

$=x-\frac{3}{4}$

28 (주어진 식)$=5x+\{2x-4(-x-2x+1)\}$

$=5x+\{2x-4(-3x+1)\}$

$=5x+(2x+12x-4)$

$=5x+(14x-4)$

$=19x-4$

따라서 $a=19$, $b=-4$이므로

$a-b=19-(-4)=23$

29 $A+\frac{1}{2}(4x-8)=x+6$이므로

$A+2x-4=x+6$

$A=x+6-(2x-4)$

$\quad=x+6-2x+4$

$\quad=-x+10$

따라서 바르게 계산하면

$-x+10-2(4x-8)=-x+10-8x+16$

$\qquad\qquad\qquad\quad=-9x+26$

30 $B=-5x-x=-6x$이므로

$A=-2x-6x=-8x$

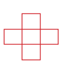
따라서

(주어진 식)$=2A-6B-6A+12B$

$\qquad\qquad=-4A+6B$

$\qquad\qquad=-4\times(-8x)+6\times(-6x)$

$\qquad\qquad=32x-36x=-4x$

31  모양 안에 있는 5개의 수 중에서 한가운데에 있는 수를 n이라 하면 5개의 수는 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.

	$n-7$	
$n-1$	n	$n+1$
	$n+7$	

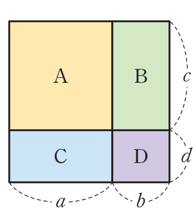
이때 5개의 수의 합은

$(n-7)+(n-1)+n+(n+1)+(n+7)=5n$

따라서 이것은 한가운데에 있는 수 n의 5배이므로

$k=5$

32 오른쪽 그림과 같이 처음 정사각형의 나누어진 각 변의 길이를 a, b, c, d라 하면



$l=2b+2c$, $m=2a+2d$, $n=2b+2d$

따라서 직사각형 A의 둘레의 길이는

$2a+2c$

$=(2a+2b+2c+2d)-(2b+2d)$

$=\{(2b+2c)+(2a+2d)\}-(2b+2d)$

$=l+m-n$

또, 처음 정사각형의 둘레의 길이는

$2a+2b+2c+2d=(2b+2c)+(2a+2d)$

$\qquad\qquad\qquad\quad=l+m$

$\qquad\qquad\qquad\quad=12+15=27$

33 한 변의 길이가 10 cm인 정삼각형 모양의 종이 x장의 둘레의 길이의 합은

$(10\times3)\times x=30x$(cm)

겹치는 부분의 모양은 한 변의 길이가 3 cm인 정삼각형이고 $(x-1)$곳에서 겹치므로 겹치는 부분의 둘레의 길이의 합은

$(3\times3)\times(x-1)=9x-9$(cm)

따라서 구하는 도형의 둘레의 길이는

$30x-(9x-9)=30x-9x+9$

$\qquad\qquad\qquad=21x+9$(cm)

34 올해의 배의 수는 a이고 내년에는 올해보다 8 % 증가시킬 계획이므로 내년에 수확 예정인 배의 수는

$a\times\left(1+\frac{8}{100}\right)=a\times\frac{27}{25}=\frac{27}{25}a$

올해의 사과의 수는 $(a+300)$이고 내년에는 올해보다 12 % 증가시킬 계획이므로 내년에 수확 예정인 사과의 수는

$(a+300)\times\left(1+\frac{12}{100}\right)=(a+300)\times\frac{28}{25}$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad=\frac{28}{25}a+336$

따라서 내년에 수확 예정인 배와 사과의 수의 합은

$\frac{27}{25}a+\left(\frac{28}{25}a+336\right)=\frac{55}{25}a+336$

$\qquad\qquad\qquad\qquad=\frac{11}{5}a+336$

35 산책로의 넓이는 가로가 x m, 세로가 3 m인 직사각형 두 개의 넓이에서 한 변의 길이가 3 m인 정사각형의 넓이를 빼면 되므로

$x\times3+x\times3-3\times3=6x-9$($\mathrm{m}^2$)

36 어제 입장한 성인이 x명이었으므로 청소년은 $(2x+1)$명, 어린이는 $(3x-2)$명이었다. …… ❶

어제 박물관의 입장료 총액은

$12000\times x+9000\times(2x+1)+5000\times(3x-2)$

$=12000x+18000x+9000+15000x-10000$

$=45000x-1000$(원) …… ❷

따라서 $a=45000$, $b=-1000$이므로

$a+b=45000+(-1000)=44000$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 어제 입장한 청소년 수, 어린이 수를 각각 x를 사용한 식으로 나타내기	30 %
❷ 어제 박물관의 입장료 총액을 x를 사용한 식으로 나타내기	50 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

4. 일차방정식

필수 확인 문제 68~73쪽

1 ⑤	2 ④	3 2개	4 -4	5 6
6 ②, ④	7 ⑤	8 4, 5, 6	9 ③	10 -12
11 $a=2$, $b\neq5$		12 ⑤	13 ④	14 $x=1$
15 $x=-2$	16 ④	17 ⑤	18 30	19 ①
20 1	21 10	22 $\frac{1}{2}$	23 14	24 ③
25 ③	26 28	27 ③	28 28명	29 2000초
30 4000원	31 14	32 16	33 ③	34 5 km
35 ④	36 200 g			

1 ⑤ 분속 300 m의 속력으로 x분 동안 달린 거리는 $300x$ m이므로 단위를 통일하면 $4000-300x=1000$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

2 [ ] 안의 수를 주어진 방정식의 x에 각각 대입하면
① $4\times(-1)+1\neq3$
② $5-2\neq2\times2$
③ $3\times1-1\neq4-1$
④ $2\times(-3+4)-7=-5$
⑤ $6\times0-5\neq7\times(0+1)$
따라서 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것은 ④이다.

참고 $x=a$가 방정식의 해이다.
➡ $x=a$를 방정식에 대입하면 참이다.
➡ $x=a$를 방정식에 대입하면 (좌변)=(우변)이다.

3 x의 값에 따라 참이 되기도 하고, 거짓이 되기도 하는 등식은 방정식이다.
ㄴ, ㄷ. 등식이 아니다.
ㄹ, ㅂ. 항등식
따라서 방정식은 ㄱ, ㅁ의 2개이다.

4 $a(x+1)-4=2x+b$에서
$ax+a-4=2x+b$ …… ❶
이때 x의 값에 관계없이 항상 참인 등식은 x에 대한 항등식이므로
$a=2$, $a-4=b$
$a-4=b$에서 $2-4=b$, $b=-2$ …… ❷
따라서 $ab=2\times(-2)=-4$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 좌변을 간단히 하기	30 %
❷ a, b의 값 각각 구하기	50 %
❸ ab의 값 구하기	20 %

5 $(6-2a)x=3-ax$에서 $(6-a)x=3$
이때 $6-a=0$이면 등식을 만족시키는 x의 값이 존재하지 않는다.
따라서 $a=6$

6 ① $4a=2b$의 양변을 4로 나누면
$a=\frac{b}{2}$
② $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$의 양변에 4를 곱하면
$2a=\frac{4}{3}b$
③ $5-2a=5-2b$의 양변에서 5를 빼면 $-2a=-2b$
양변을 -2로 나누면 $a=b$
④ $c=0$일 때는 성립하지 않는다.
⑤ $3a=b$의 양변에 2를 곱하면 $6a=2b$
양변에 1을 더하면 $6a+1=2b+1$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

7 ① $2x-1=7$의 양변에 1을 더하면
$2x=8$
② $2x=8$의 양변을 2로 나누면
$x=4$
③ $x=4$의 양변에서 3을 빼면
$x-3=1$
④ $2x-1=7$의 양변을 2로 나누면
$\frac{2x-1}{2}=\frac{7}{2}$, 즉 $x-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$
⑤ $2x-1=7$의 양변에 -1을 곱하면
$-(2x-1)=-7$, 즉 $-2x+1=-7$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

8 $2a-7b-14=-4(2a+3b)+21$에서
$2a-7b+4(2a+3b)=21+14$
$2a-7b+8a+12b=35$
즉, $10a+5b=35$이므로 $2a+b=7$
이를 만족시키는 자연수 a, b는
$a=1$, $b=5$ 또는 $a=2$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=1$
따라서 $a+b$의 값이 될 수 있는 수는 6, 5, 4이다.

9 ① $x-2=0$이므로 일차방정식이다.
② $10x-8=0$이므로 일차방정식이다.
③ $2(2x-1)=4x+7$에서 $4x-2=4x+7$
즉, $-9=0$이므로 일차방정식이 아니다.
④ $-x-10=0$이므로 일차방정식이다.
⑤ $x(x+5)=x^2-2$에서 $x^2+5x=x^2-2$
즉, $5x+2=0$이므로 일차방정식이다.
따라서 x에 대한 일차방정식이 아닌 것은 ③이다.

10 $9x+5=3x-13$에서 5와 $3x$를 각각 이항하면
$9x-3x=-13-5$, $6x=-18$
따라서 $a=6$, $b=-18$이므로
$a+b=6+(-18)=-12$

11 $ax^2+5x=2x^2+bx-3$에서 우변에 있는 모든 항을 이항하면
$ax^2+5x-2x^2-bx+3=0$

$(a-2)x^2+(5-b)x+3=0$

x에 대한 일차방정식이 되기 위해서는

$a-2=0$, $5-b\neq0$

따라서 $a=2$, $b\neq5$

12 ⑤ $ax+b=0$에서 $a=0$이면 x에 대한 일차방정식이 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

13 ① $x-6=3x$에서 $-2x=6$, $x=-3$

② $5x+4=x-8$에서 $4x=-12$, $x=-3$

③ $-3(x-4)=6-5x$에서

$-3x+12=6-5x$, $2x=-6$, $x=-3$

④ $7(x-1)=2(2x+1)$에서

$7x-7=4x+2$, $3x=9$, $x=3$

⑤ $4(2x-1)=5(x-3)+2$에서

$8x-4=5x-15+2$, $3x=-9$, $x=-3$

따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

14 $7-2(2x-3)=-5(x-1)$에서

$7-4x+6=-5x+5$, $x=-8$

$a=-8$을 $(a-2)x+6=-8x+4$에 대입하면

$(-8-2)x+6=-8x+4$, $-10x+6=-8x+4$

$-2x=-2$, $x=1$

15 $x=3$을 $ax-2=x+7$에 대입하면

$3a-2=3+7$, $3a=12$, $a=4$ …… ❶

$a=4$를 $4x+6=-3x-2a$에 대입하면

$4x+6=-3x-8$, $7x=-14$, $x=-2$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	50 %
❷ 일차방정식 $4x+6=-3x-2a$ 풀기	50 %

16 $8x-\{3x+7-(10-4x)\}=5(x-1)$에서

$8x-(3x+7-10+4x)=5x-5$

$8x-(7x-3)=5x-5$

$8x-7x+3=5x-5$

$-4x=-8$, $x=2$

17 $3(x-5)+2a=3x-9$에서

$3x-15+2a=3x-9$

이 등식을 만족시키는 x의 값이 존재하지 않으므로

$-15+2a\neq-9$, $2a\neq6$, $a\neq3$

18 $2(11-3x)=a$에서

$22-6x=a$, $-6x=a-22$, $x=\dfrac{22-a}{6}$

이때 $\dfrac{22-a}{6}$가 자연수가 되려면 $22-a$는 6의 배수이어야 한다.

즉, $22-a$가 6, 12, 18, 24, …이므로

a는 16, 10, 4, -2, …이다.

따라서 자연수 a는 4, 10, 16이므로 그 합은

$4+10+16=30$

19 $-\dfrac{4x-4}{3}+\dfrac{17}{6}=\dfrac{x+1}{2}$의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$-2(4x-4)+17=3(x+1)$, $-8x+8+17=3x+3$

$-11x=-22$, $x=2$

따라서 $a=2$이므로

$a^2-4a=2^2-4\times2=-4$

20 $0.4(x+5)=0.7x-1$의 양변에 10을 곱하면

$4(x+5)=7x-10$

$4x+20=7x-10$

$-3x=-30$, $x=10$

즉, $a=10$ …… ❶

$\dfrac{1}{2}x+1=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{2}$의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$3x+6=2x-3$, $x=-9$

즉, $b=-9$ …… ❷

따라서 $a+b=10+(-9)=1$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

21 $2x-\dfrac{1}{5}(5x+3a)=-2.8$의 양변에 5를 곱하면

$10x-(5x+3a)=-14$, $10x-5x-3a=-14$

$5x-3a=-14$, $5x=3a-14$

해 $x=\dfrac{3a-14}{5}$가 음수가 되도록 하는 자연수 a는

$a=1$, 2, 3, 4

따라서 모든 자연수 a의 값의 합은

$1+2+3+4=10$

22 $\dfrac{2x-1}{3}-1=\dfrac{x-2}{4}$의 양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면

$4(2x-1)-12=3(x-2)$

$8x-4-12=3x-6$

$5x=10$, $x=2$

$x=2$를 $a(x+4)=5x-7$에 대입하면

$6a=10-7$, $6a=3$, $a=\dfrac{1}{2}$

23 $\dfrac{2}{5}(x+2)=0.3x+1$의 양변에 10을 곱하면

$4(x+2)=3x+10$

$4x+8=3x+10$, $x=2$

즉, x에 대한 일차방정식 $4x-(a-x)=16$의 해는

$x=3\times2=6$이므로 $x=6$을 $4x-(a-x)=16$에 대입하면

$24-(a-6)=16$, $24-a+6=16$

$-a=-14$, $a=14$

24 $(3-4x):(5x-1)=2:3$에서
$3(3-4x)=2(5x-1)$, $9-12x=10x-2$
$-22x=-11$, $x=\frac{1}{2}$
따라서 $a=\frac{1}{2}$이므로
$4(a+1)=4\times\left(\frac{1}{2}+1\right)=6$

25 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면
$(x-2)+x+(x+2)=141$
$3x=141$, $x=47$
따라서 연속하는 세 홀수는 45, 47, 49이므로 가장 작은 수는 45이다.

26 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 처음 수는 $10x+8$이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 $80+x$이므로
$80+x=3(10x+8)-2$
$80+x=30x+24-2$
$-29x=-58$, $x=2$
따라서 처음 수는 28이다.

27 현재 아들의 나이를 x살이라 하면 어머니의 나이는 $3x$살이다.
10년 후 아들의 나이는 $(10+x)$살, 어머니의 나이는 $(10+3x)$살이므로
$10+3x=2(10+x)+6$에서
$10+3x=20+2x+6$, $x=16$
현재 아들의 나이가 16살이므로 현재 어머니의 나이는
$3\times16=48$(살)

28 제자가 모두 x명이라 하면 $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{7}x+3=x$
양변에 분모의 최소공배수 28을 곱하면
$14x+7x+4x+84=28x$
$-3x=-84$, $x=28$
따라서 피타고라스의 제자는 모두 28명이다.

29 A 요금제는 1초에 2원, B 요금제는 50 % 할인하여 1초에 $\frac{1}{2}$원이다.
x초 사용할 때
A 요금제는 $2x$원, B 요금제는 $\left(3000+\frac{x}{2}\right)$원
두 요금제가 같은 금액이 되어야 하므로
$2x=3000+\frac{x}{2}$에서
$4x=6000+x$, $3x=6000$, $x=2000$
따라서 2000초를 사용할 때, 두 요금제는 같은 금액이 된다.

30 물건의 원가를 x원이라 하면
(정가)=(원가)+(이익)
$=\left(1+\frac{30}{100}\right)x=\frac{13}{10}x$(원)
(판매 금액)=(정가)−(할인 금액)
$=\frac{13}{10}x-800$(원)
이때 (판매 금액)−(원가)=(이익)이므로
$\left(\frac{13}{10}x-800\right)-x=\frac{1}{10}x$ …… ❶
$13x-8000-10x=x$
$2x=8000$, $x=4000$
따라서 물건의 원가는 4000원이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 일차방정식 세우기	60 %
❷ 물건의 원가 구하기	40 %

31 (색칠한 부분의 넓이)
=(사다리꼴의 넓이)−(직사각형의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times(x+2x-3)\times6-3\times(12-x)$
$=3(3x-3)-3(12-x)$
$=9x-9-36+3x$
$=12x-45$
색칠한 부분의 넓이가 51이므로
$12x-45=51$에서 $12x=96$, $x=8$
따라서 가운데 직사각형의 둘레의 길이는
$2\times(12-8+3)=14$

32 학생 수를 x라 하자.
한 학생에게 사탕을 3개씩 나누어 주면 10개가 남으므로
(사탕의 개수)$=3x+10$
한 학생에게 사탕을 4개씩 나누어 주면 6개가 부족하므로
(사탕의 개수)$=4x-6$
이때 사탕의 개수는 일정하므로
$3x+10=4x-6$, $x=16$
따라서 학생 수는 16이다.

33 전체 일의 양을 1이라 하면 수정이와 민준이가 하루 동안 할 수 있는 일의 양은 각각 $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$이다.
두 사람이 함께 일한 날을 x일이라 하면
$\frac{1}{8}\times3+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\right)\times x=1$
양변에 분모의 최소공배수 24를 곱하면
$9+(3+2)\times x=24$, $9+5x=24$
$5x=15$, $x=3$
따라서 두 사람이 함께 일한 날은 3일이다.

34 올라갈 때 걸은 거리를 x km라 하면 내려올 때 걸은 거리는 $(x+2)$ km이므로
$\frac{x}{3}+\frac{x+2}{4}=\frac{9}{4}$ …… ❶
$4x+3(x+2)=27$, $4x+3x+6=27$
$7x=21$, $x=3$ …… ❷

따라서 내려올 때 걸은 거리는

$3+2=5(\mathrm{km})$ ······ ❸

채점 기준	비율
❶ 일차방정식 세우기	50 %
❷ 일차방정식의 해 구하기	30 %
❸ 내려올 때 걸은 거리 구하기	20 %

35 형이 출발한 지 x분 후에 동생을 만났다고 하면 동생은 형보다 12분 일찍 출발하였으므로

$90(x+12)=150x$

$90x+1080=150x$

$-60x=-1080,\ x=18$

따라서 형이 출발한 지 18분 후에 동생을 만났으므로 형과 동생이 만난 시각은 오후 2시이다.

36 농도가 9 %인 소금물의 양을 x g이라 하면 농도가 15 %인 소금물의 양은 $(300-x)$g이므로

$\frac{9}{100}x+\frac{15}{100}(300-x)=\frac{10}{100}\times300$

$9x+15(300-x)=3000$

$9x+4500-15x=3000$

$-6x=-1500,\ x=250$

따라서 농도가 9 %인 소금물의 양은 250 g이고, 농도가 15 %인 소금물의 양은 $300-250=50(\mathrm{g})$이므로

두 소금물의 양의 차는 $250-50=200(\mathrm{g})$

고난도 대표 유형 74~79쪽

1 ③	2 40 g	3 $x=-1$	4 2	5 6
6 -5	7 -10	8 ③	9 -2	10 29
11 현주, 희주: 14살, 은애: 16살, 정민: 19살				12 22
13 3	14 ④	15 4일	16 8분 후	17 40 m
18 ③				

1 미지수 x에 어떤 수를 대입하여도 항상 등식이 성립하므로 주어진 등식은 x에 대한 항등식이다.

$ax-2(5-x)=b(x+2)$에서

$ax-10+2x=bx+2b$

$(a+2)x-10=bx+2b$

이 등식이 항등식이므로 $a+2=b,\ -10=2b$

$-10=2b$에서 $b=-5$

$a+2=b$에서 $a+2=-5,\ a=-7$

따라서 $a^2+b^2=(-7)^2+(-5)^2=49+25=74$

2 (가)의 접시저울의 양쪽 접시에서 검은 구슬을 2개씩 덜어내고, 흰 구슬을 2개씩 덜어내면 검은 구슬 2개는 흰 구슬 3개의 무게와 같다.

이때 흰 구슬 1개의 무게가 10 g이므로 검은 구슬 2개의 무게는 30 g이다.

즉, 검은 구슬 1개의 무게는 15 g이다.

(나)의 접시저울에서 $15\times6=10+2\times$★이므로

$2\times$★$=80$, ★$=40$

따라서 별 모양 추 한 개의 무게는 40 g이다.

3 주어진 등식에서 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$\left(\frac{7}{3}-a\right)x^2-\left(\frac{2}{3}+a\right)x+4-3a=0$ ······ ㉠

이 등식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$\frac{7}{3}-a=0$에서 $a=\frac{7}{3}$

$a=\frac{7}{3}$을 ㉠에 대입하면

$-\left(\frac{2}{3}+\frac{7}{3}\right)x+4-3\times\frac{7}{3}=0$에서

$-3x-3=0,\ x=-1$

4 바르게 구한 해가 $x=-3$이므로 이를 방정식에 대입하면

$6\times(-3)-2(a+1+3a)=0$에서

$-18-2(4a+1)=0,\ -18-8a-2=0$

$-20-8a=0,\ -8a=20,\ a=-\frac{5}{2}$

0을 b로 잘못 보았다고 하면

$6x-2\left(-\frac{5}{2}+1+\frac{5}{2}x\right)=b$에서

$6x+3-5x=b,\ x=b-3$

이 해가 $x=-1$이므로

$b-3=-1,\ b=2$

따라서 0을 2로 잘못 보았다.

5 $(a-3)x+2=5$의 해가 없으므로

$a-3=0,\ a=3$

$bx+5=-2x+c$의 해가 무수히 많으므로

$b=-2,\ c=5$

따라서 $a+b+c=3+(-2)+5=6$

6 $3x-1=\frac{2+4x}{3}$의 양변에 3을 곱하면

$3(3x-1)=2+4x$

$9x-3=2+4x$

$5x=5,\ x=1$

$0.4(x+a)=0.6x-1$의 양변에 10을 곱하면

$4(x+a)=6x-10$

$x=1$을 $4(x+a)=6x-10$에 대입하면

$4(1+a)=6-10,\ 4+4a=-4$

$4a=-8,\ a=-2$

$x=1$을 $5-2(x+b)=-(x+1)$에 대입하면

$5-2(1+b)=-2,\ 5-2-2b=-2$

$-2b=-5,\ b=\frac{5}{2}$

따라서 $ab=-2\times\frac{5}{2}=-5$

7 $\frac{x-7}{2}:3=(x-4):4$에서

$3(x-4)=\frac{x-7}{2}\times4$

$3x-12=2x-14,\ x=-2$

$a=-2$를 $(2x+a):(5x-3a)=1:2$에 대입하면

$(2x-2):(5x+6)=1:2$에서

$5x+6=2(2x-2)$

$5x+6=4x-4,\ x=-10$

8 $\frac{a}{4}x-1=\frac{x+1}{2}$의 양변에 분모의 최소공배수 4를 곱하면

$ax-4=2(x+1),\ ax-4=2x+2$

$(a-2)x=6,\ x=\frac{6}{a-2}$

이때 $\frac{6}{a-2}$이 정수가 되려면 $a-2$가 6의 약수 또는 6의 약수에 음의 부호를 붙인 수이어야 한다.

즉, $a-2$는 1, 2, 3, 6, -1, -2, -3, -6이므로

a는 3, 4, 5, 8, 1, 0, -1, -4이다.

따라서 모든 정수 a의 값의 합은

$3+4+5+8+1+0+(-1)+(-4)=16$

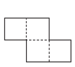
9 $x*(-5)=2\times x\times(-5)+x-(-5)=-9x+5$

$3x*(-4)=2\times3x\times(-4)+3x-(-4)=-21x+4$

이때 $2(-9x+5)=-21x+4$이므로

$-18x+10=-21x+4$

$3x=-6,\ x=-2$

10  모양의 틀 안의 가장 작은 수를 x라 하면 4개의 수는

$x,\ x+1,\ (x+1)+7,\ (x+1+7)+1$

이때 4개의 수의 합이 98이므로

$x+(x+1)+(x+8)+(x+9)=98$에서

$4x=80,\ x=20$

따라서 가장 큰 수는 $20+9=29$

11 은애의 나이를 x살이라 하면 정민이의 나이는 $(x+3)$살이고, 현주와 희주의 나이는 각각 $(x-2)$살이므로

$x+(x+3)+2(x-2)=63$

$x+x+3+2x-4=63$

$4x=64,\ x=16$

따라서 현주와 희주의 나이는 각각 $16-2=14$(살), 은애의 나이는 16살, 정민이의 나이는 $16+3=19$(살)

12 처음에 딴 사과의 개수를 x라 하면

첫 번째 문에서 문지기에게 준 사과의 개수는

$\frac{1}{2}x+1$

주고 남은 사과의 개수는

$x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{2}x-1$

두 번째 문에서 문지기에게 준 사과의 개수는

$\left(\frac{1}{2}x-1\right)\times\frac{1}{2}+1=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$

주고 남은 사과의 개수는

$\frac{1}{2}x-1-\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$

세 번째 문에서 문지기에게 준 사과의 개수는

$\left(\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{2}+1=\frac{1}{8}x+\frac{1}{4}$

이때 주고 남은 사과의 개수가 1개이므로

$\left(\frac{1}{2}x+1\right)+\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{8}x+\frac{1}{4}\right)+1=x$

$4x+8+2x+4+x+2+8=8x$

$7x+22=8x,\ x=22$

따라서 처음에 딴 사과의 개수는 22이다.

다른 풀이

처음에 딴 사과의 개수를 x라 하면

$\left\{\left(\frac{x}{2}-1\right)\times\frac{1}{2}-1\right\}\times\frac{1}{2}-1=1$

$\left\{\left(\frac{x}{2}-1\right)\times\frac{1}{2}-1\right\}\times\frac{1}{2}=2$

$\left(\frac{x}{2}-1\right)\times\frac{1}{2}-1=4$

$\left(\frac{x}{2}-1\right)\times\frac{1}{2}=5,\ \frac{x}{2}-1=10$

$\frac{x}{2}=11,\ x=22$

따라서 처음에 딴 사과의 개수는 22이다.

13 첫 번째 도형의 둘레의 길이는

$4(3x+1)=12x+4$

두 번째 도형의 둘레의 길이는

$2\times4(3x+1)=24x+8$

세 번째 도형의 둘레의 길이는

$3\times4(3x+1)=36x+12$

$\vdots$

여덟 번째 도형의 둘레의 길이는

$8\times4(3x+1)=96x+32$

따라서 $96x+32=320$이므로

$96x=288,\ x=3$

14 텐트의 개수를 x라 하면 $4x+2=5(x-3)+3$

$4x+2=5x-15+3,\ x=14$

따라서 텐트의 개수는 14이므로 학생 수는

$4\times14+2=58$

15 전체 일의 양을 1이라 하면 동생과 언니가 하루 동안 할 수 있는 일의 양은 각각 $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{12}$이다.

언니와 동생이 함께 일하면 혼자 일할 때의 $\frac{8}{15}$만큼씩 일하므로

$\left(\frac{1}{18}+\frac{1}{12}\right)\times\frac{8}{15}=\frac{2}{27}$만큼 일한다.

언니가 혼자서 x일 동안 일을 했다고 하면

$\frac{2}{27}\times 9+\frac{1}{12}x=1$에서

$\frac{1}{12}x=\frac{1}{3}$, $x=4$

따라서 언니가 혼자서 일한 기간은 4일이다.

16 수정이가 출발한 지 x분 후에 처음으로 민경이를 만난다고 하면

$60(x+10)+90x=1800$

$60x+600+90x=1800$

$150x=1200$, $x=8$

따라서 수정이는 출발한 지 8분 후에 처음으로 민경이를 만난다.

17 열차의 길이를 x m라 하면 열차가 철교를 완전히 지나가는 동안 달린 거리는 $(1100+x)$ m이다.

또, 열차가 터널을 통과할 때, 열차가 보이지 않는 동안 달린 거리는 $(800-x)$ m이다.

이때 열차의 속력이 일정하므로

$\frac{1100+x}{60}=\frac{800-x}{40}$

$2(1100+x)=3(800-x)$

$2200+2x=2400-3x$

$5x=200$, $x=40$

따라서 열차의 길이는 40 m이다.

18 추가한 물의 양을 x g이라 하면

(10 % 소금물 200 g의 소금의 양)+30

=(20 % 소금물 (200+30+x) g의 소금의 양)

$200\times\frac{10}{100}+30=(230+x)\times\frac{20}{100}$

$50=(230+x)\times\frac{1}{5}$, $250=230+x$, $x=20$

따라서 추가한 물의 양은 20 g이다.

고난도 실전 문제

80~89쪽

1 ②, ③	**2** ④	**3** 7	**4** -16	**5** 8
6 ③, ⑤	**7** 15	**8** ④	**9** 2, 4, 6	**10** ⑤
11 ④	**12** ③	**13** ③	**14** 1	**15** ②
16 $x=7$	**17** ③	**18** 5	**19** ④	**20** ②
21 ④	**22** -7	**23** ②	**24** 3, 6, 9, 12	
25 -1	**26** 2	**27** ㉠: 8, ㉡: 12, ㉢: -1		
28 23일	**29** ①	**30** 33	**31** 92.5점	**32** 525
33 120송이	**34** 갑: 16냥, 을: 14냥		**35** ②	**36** ①
37 ⑤	**38** 160 cm^2		**39** $\frac{5}{3}$	
40 의자의 개수: 14, 관객의 수: 74			**41** ②	
42 2시간 24분		**43** 4.2 km	**44** ④	**45** 6시간
46 초속 35 m		**47** ②	**48** 130 g	

1 ② x로 나누어 몫이 7이고 나머지가 2이므로

$7x+2=30$

③ 25 %를 할인하였으므로 $(1-0.25)x=2000$에서

$0.75x=2000$

④ 세 변의 길이가 x, $2x-1$, $8-x$인 삼각형의 둘레의 길이는

$x+2x-1+8-x=2x+7$이므로 $2x+7=30$

⑤ 농도가 x %인 소금물 300 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times 300=3x$(g)이므로 $3x+20=50$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

2 $7(2x+2)=3(3x-2)$에서 $14x+14=9x-6$

$5x=-20$, $x=-4$

$x=-4$를 각각의 일차방정식에 대입하면 다음과 같다.

① $-16-5\neq 0$ ② $-1-5\neq -4-1$ ③ $-2+0.6\neq 1$

④ $-8+3=-4-1$ ⑤ $\frac{-16+1}{5}\neq -1$

따라서 $x=-4$를 해로 갖는 일차방정식은 ④이다.

3 좌변과 우변을 정리하면 $3x-6+b=(1-a)x+3$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$1-a=3$, $-6+b=3$에서 $a=-2$, $b=9$

따라서 $a+b=-2+9=7$

4 모든 x의 값에 대하여 항상 참인 등식이므로

주어진 등식은 x에 대한 항등식이다.

$5(2x-3)-x=7(x-1)+A$에서

$10x-15-x=7x-7+A$

$A=2x-8$

따라서 일차식 A의 x의 계수는 2, 상수항은 -8이므로

구하는 곱은 $2\times(-8)=-16$

5 $x=-2$를 $2kx-4a+10=3x+bk$에 대입하면

$-4k-4a+10=bk-6$ …… ❶

이 등식이 k에 대한 항등식이므로

$-4=b$, $-4a+10=-6$

$-4=b$에서 $b=-4$

$-4a+10=-6$에서 $-4a=-16$, $a=4$ …… ❷

따라서 $a-b=4-(-4)=8$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 주어진 일차방정식에 $x=-2$를 대입하기	30 %
❷ a, b의 값 각각 구하기	50 %
❸ $a-b$의 값 구하기	20 %

6 ③ $x=2y$의 양변에서 3을 빼면

$x-3=2y-3$

⑤ $a+b=x+y$의 양변에서 x를 빼면

$a+b-x=y$

양변에서 b를 빼면

$a-x=y-b$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

7 (i) $x=3y$에서 $x-3=3y-3$이므로

$x-3=3(\boxed{y-1})$

(ii) $6x-5=3x-2y+1$에서 $3x=-2y+6$이므로

$9x=3(-2y+6)=\boxed{-6y+18}$

(iii) $y=3x-2$에서

$-2y+5=-2(3x-2)+5=\boxed{-6x+9}$

(i)~(iii)에서

(가)+(나)+(다)$=(y-1)+(-6y+18)+(-6x+9)$

$=-6x-5y+26$

따라서 $a+b+c=(-6)+(-5)+26=15$

8 $4(a-1)=4b+12$의 양변을 4로 나누면

$a-1=b+3$

양변에 3을 더하면

$a+2=b+6$

따라서 □ 안에 알맞은 식은 $b+6$이다.

9 주어진 그림에서 △+△+△=○, □=△+△이므로

□+□+□=△+△+△+△+△+△

=○+△+△+△

=○+○

○ x개와 △ y개의 무게의 합이 □ 3개의 무게와 같을 때,

$x=0$, $y=6$ 또는 $x=1$, $y=3$ 또는 $x=2$, $y=0$이다.

따라서 구하는 $x+y$의 값은 2, 4, 6이다.

10 $3(x+2y-5)-x+4y+8=-1$에서

$3x+6y-15-x+4y+8=-1$

$2x+10y-7=-1$

양변에 7을 더하면 $2x+10y=6$

양변을 2로 나누면 $x+5y=3$

11 $ax^2+4ax-9=x^2+bx+3$에서

$(a-1)x^2+(4a-b)x-12=0$

이 식이 x에 대한 일차방정식이 되려면

$a-1=0$, $4a-b\neq0$이므로

$a=1$, $b\neq4$

12 ㄱ. $2x-3=x^2$이므로 $x^2-2x+3=0$

ㄴ. $4x=2800$이므로 $4x-2800=0$

ㄷ. $7x+2=30$이므로 $7x-28=0$

ㄹ. $x^3=216$이므로 $x^3-216=0$

따라서 일차방정식으로 나타낼 수 있는 것은 ㄴ, ㄷ이다.

13 $3(4x-1)+b=ax+2$에서 $12x-3+b=ax+2$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$12=a$, $-3+b=2$

즉, $a=12$, $b=5$

방정식 $2x+6=cx-4$의 해가 $x=5$이므로

$10+6=5c-4$, $-5c=-20$, $c=4$

따라서 $a+b-c=12+5-4=13$

14 등식을 정리하면 $4a=8b$에서 $a=2b$이므로 일차방정식의 해는

$x=\dfrac{2a-b}{a-3b}=\dfrac{2\times2b-b}{2b-3b}=-\dfrac{3b}{b}=-3$

$x=-3$을 일차방정식 $n(x-3)-1=3x+2n$에 대입하면

$n(-3-3)-1=3\times(-3)+2n$, $-6n-1=-9+2n$

$-8n=-8$, $n=1$

15 $ax-4=5x+b$에서 $(a-5)x=b+4$

① $a=-4$, $b=5$이면 $-9x=9$에서 $x=-1$

즉, 해는 1개이다.

② $a\neq5$, $b\neq-4$이면 $x=\dfrac{b+4}{a-5}$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

16 상수 a의 부호를 잘못 보았으므로

$x-6(2-x)=3x-a$의 해가 $x=-1$이다.

$x=-1$을 $x-6(2-x)=3x-a$에 대입하면

$-1-6\times3=-3-a$

$-19=-3-a$, $a=16$ …… ❶

따라서 주어진 일차방정식은 $x-6(2-x)=3x+16$이므로

$x-12+6x=3x+16$

$4x=28$, $x=7$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	50 %
❷ 바르게 풀었을 때의 해 구하기	50 %

17 $x-(5x-2a)=-3$에서 $x-5x+2a=-3$

$-4x=-3-2a$, $x=\dfrac{2a+3}{4}$

$\dfrac{2a+3}{4}$이 3보다 작은 기약분수이므로 이를 만족시키는 자연수 a의 값은 1, 2, 3, 4이다.

따라서 구하는 합은

$1+2+3+4=10$

18 □ 안의 식은 바로 윗줄의 양옆에 있는 두 식의 합이므로

두 번째 줄의 □ 안의 식은 차례로

$3x+(5-x)=2x+5$

$(5-x)+(-2x+1)=-3x+6$

$(-2x+1)+(4x+7)=2x+8$

세 번째 줄의 □ 안의 식은 차례로

$(2x+5)+(-3x+6)=-x+11$

$(-3x+6)+(2x+8)=-x+14$

따라서 $(-x+11)+(-x+14)=15$이므로

$-2x+25=15$, $-2x=-10$, $x=5$

19 $3-1.6x=0.2x-0.6$의 양변에 10을 곱하면

$30-16x=2x-6$, $-18x=-36$, $x=2$

일차방정식 $3(x-2a)+2=2(x-2)-3a$의 해는 $x=6$이므로
$3(6-2a)+2=2\times(6-2)-3a$, $18-6a+2=8-3a$
$-3a=-12$, $a=4$

20 $\frac{2-x}{4}=-\frac{3x+1}{5}$의 양변에 분모의 최소공배수 20을 곱하면
$5(2-x)=-4(3x+1)$, $10-5x=-12x-4$
$7x=-14$, $x=-2$
즉, $a=-2$
$0.4(x+3)=2.7-0.1x$의 양변에 10을 곱하면
$4(x+3)=27-x$, $4x+12=27-x$
$5x=15$, $x=3$
즉, $b=3$
$6-\{x+8-2(x-1)\}=-3$에서
$6-(x+8-2x+2)=-3$
$6-(-x+10)=-3$
$6+x-10=-3$, $x=1$
즉, $c=1$
따라서 $a<c<b$

21 $3(3x+5)-2=-2x-9$에서
$9x+15-2=-2x-9$
$11x=-22$, $x=-2$
이때 두 일차방정식의 해는 절댓값이 같고 부호가 반대이므로 일차방정식 $4-\frac{x+a}{3}=5x-a$의 해는 $x=2$이다.
$x=2$를 $4-\frac{x+a}{3}=5x-a$에 대입하면
$4-\frac{2+a}{3}=10-a$
양변에 3을 곱하면
$12-(2+a)=30-3a$
$12-2-a=30-3a$
$2a=20$, $a=10$

22 $\frac{1}{5}(x-3):2=(0.6x-1):5$에서
$x-3=2(0.6x-1)$, $x-3=1.2x-2$
양변에 10을 곱하면
$10x-30=12x-20$
$-2x=10$, $x=-5$ …… ❶
$x=-5$를 $3x+a=2(2x-1)$에 대입하면
$-15+a=2\times(-10-1)$
$-15+a=-22$, $a=-7$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 비례식을 만족시키는 x의 값 구하기	60 %
❷ a의 값 구하기	40 %

23 $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}=\frac{3+x}{4}$의 양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면
$8x-6=3(3+x)$, $8x-6=9+3x$
$5x=15$, $x=3$
이때 일차방정식 $8x+13=2(x-a)+19$의 해를 $x=k$라 하면
$k:3=2:3$이므로 $k=2$
$x=2$를 $8x+13=2(x-a)+19$에 대입하면
$16+13=2(2-a)+19$, $29=4-2a+19$
$2a=-6$, $a=-3$

다른 풀이
$8x+13=2(x-a)+19$에서
$8x+13=2x-2a+19$
$6x=6-2a$, $x=\frac{3-a}{3}$
$\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}=\frac{3+x}{4}$의 양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면
$8x-6=3(3+x)$, $8x-6=9+3x$
$5x=15$, $x=3$
이때 $\frac{3-a}{3}:3=2:3$이므로
$3-a=6$, $-a=3$, $a=-3$

24 $6-x=\frac{1}{5}(x+2a)$의 양변에 5를 곱하면
$30-5x=x+2a$, $-6x=2a-30$, $x=\frac{15-a}{3}$
이때 $\frac{15-a}{3}$가 자연수가 되려면 $15-a$는 3의 배수이어야 한다.
(i) $15-a=3$일 때, $a=12$
(ii) $15-a=6$일 때, $a=9$
(iii) $15-a=9$일 때, $a=6$
(iv) $15-a=12$일 때, $a=3$
(v) $15-a=15$일 때, $a=0$
(i)~(v)에서 자연수 a의 값은 3, 6, 9, 12이다.

25 $[x+3,\ 4]◎[2-x,\ 9]=9(x+3)-4(2-x)$
$=9x+27-8+4x$
$=13x+19$ …… ❶
따라서 $13x+19=6$이므로
$13x=-13$, $x=-1$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ $[x+3,\ 4]◎[2-x,\ 9]$를 간단히 하기	60 %
❷ x의 값 구하기	40 %

26 $3(x-4)-10=2(-2x+5)-9x$이므로
$3x-12-10=-4x+10-9x$, $3x-22=-13x+10$
$16x=32$, $x=2$

27 ㉠의 수를 x라 하면 ㉡의 수는 $20-x$, ㉢의 수는 $7-x$이다.
이때 ㉡+㉢=11이므로
$(20-x)+(7-x)=11$
$27-2x=11$, $-2x=-16$, $x=8$

따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 수는 각각
8, $20-8=12$, $7-8=-1$

28 이 달의 넷째 주 화요일을 x일이라 하면 둘째 주 수요일은 $(x-13)$일이고, 넷째 주 금요일은 $(x+3)$일이므로
$(x-13)+(x+3)=36$
$2x-10=36$, $2x=46$, $x=23$
따라서 이 달의 넷째 주 화요일은 23일이다.

29 막내의 나이를 x살이라 하면 큰 형의 나이는 $(x+6)$살이므로
$x+6=2x-5$, $x=11$
따라서 막내의 나이는 11살이다.

30 큰 수를 x라 하면 작은 수는 $61-x$이다.
큰 수를 작은 수로 나누면 몫이 3이고 나머지가 5이므로
$x=(61-x)\times3+5$에서
$x=183-3x+5$
$4x=188$, $x=47$
큰 수가 47이므로 작은 수는
$61-47=14$
따라서 두 수의 차는
$47-14=33$

31 합격자의 평균 점수를 x점이라 하면 불합격자의 평균 점수는 $(x-30)$점이다.
지원자 전체의 평균 점수는
$\dfrac{(\text{합격자의 총점})+(\text{불합격자의 총점})}{(\text{전체 인원 수})}$이므로
$\dfrac{50x+150(x-30)}{200}=70$에서
$50x+150x-4500=14000$
$200x=18500$, $x=92.5$
따라서 합격자의 평균 점수는 92.5점이다.

32 전체 지원자 수를 x라 하면
(남자 지원자 수)
=(합격한 남자 지원자 수)+(불합격한 남자 지원자 수)
이므로
$\frac{2}{5}x=\frac{5}{8}\times120+\frac{1}{3}(x-120)$
$\frac{2}{5}x=75+\frac{1}{3}(x-120)$
$6x=1125+5(x-120)$
$6x=1125+5x-600$, $x=525$
따라서 전체 지원자 수는 525이다.

다른 풀이

합격자가 120명이고, 합격자의 남녀 인원 수의 비가 5 : 3이므로
합격한 남자 지원자 수는 $120\times\frac{5}{8}=75$
합격한 여자 지원자 수는 $120\times\frac{3}{8}=45$
불합격한 남자 지원자 수를 x라 하면 불합격자의 남녀 인원 수의 비가 1 : 2이므로 불합격한 여자 지원자 수는 $2x$이다.
이때 지원자의 남녀 인원 수의 비가 2 : 3이므로
$(75+x):(45+2x)=2:3$
$3(75+x)=2(45+2x)$
$225+3x=90+4x$, $x=135$
따라서 남자 지원자 수는 $75+135=210$, 여자 지원자 수는 $45+2\times135=315$이므로 전체 지원자 수는
$210+315=525$

33 수련꽃이 모두 x송이라 하면
마하데브에게 준 수련꽃은 $\frac{1}{3}x$송이,
휴리에게 준 수련꽃은 $\frac{1}{5}x$송이,
태양에게 준 수련꽃은 $\frac{1}{6}x$송이,
데비에게 준 수련꽃은 $\frac{1}{4}x$송이,
남은 수련꽃이 여섯 송이이므로
$\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}x+6=x$
$20x+12x+10x+15x+360=60x$
$-3x=-360$, $x=120$
따라서 수련꽃은 모두 120송이이다.

34 갑이 잃은 돈을 x냥이라 하면 을이 잃은 돈은 $(30-x)$냥이다.
갑이 96냥을 내고 을이 84냥을 냈으므로
$x:(30-x)=96:84$에서
$x:(30-x)=8:7$
$7x=8(30-x)$, $7x=240-8x$
$15x=240$, $x=16$
따라서 갑은 16냥을 잃었고, 을은 14냥을 잃었다.

35 상품의 원가를 x원이라 하면 정가는
$\left(1+\frac{20}{100}\right)\times x=1.2x$
이때 정가에서 10000원을 할인하면 5000원의 이익이 생기므로
$1.2x-10000=x+5000$
$0.2x=15000$, $x=75000$
따라서 상품의 원가는 75000원이다.

36 작년 남학생 수를 x라 하면 작년 여학생 수는 $(850-x)$명이다.
올해 남학생 수는 8 % 감소하고 여학생 수는 6 % 증가하여 전체적으로 16명 증가하였으므로
$-0.08x+0.06(850-x)=16$에서
$-8x+6(850-x)=1600$
$-14x=-3500$, $x=250$
작년 남학생 수가 250이므로 작년 여학생 수는
$850-250=600$
따라서 올해는 여학생 수가 6 % 증가하였으므로 올해 여학생 수는

$600+600\times\frac{6}{100}=636$

37 4시 정각에 시침은 4, 분침은 12를 가리키므로 시침과 분침이 이루는 각 중 작은 쪽의 각의 크기는 $4\times30^\circ=120^\circ$
4시 x분에 시계의 시침과 분침이 포개어진다고 하면 x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5x^\circ$, $6x^\circ$이므로
$6x=120+0.5x$
$5.5x=120$, $x=\frac{240}{11}=21\frac{9}{11}$
따라서 구하는 시각은 4시 $21\frac{9}{11}$분이다.
참고 시침은 1분에 0.5°씩, 분침은 1분에 6°씩 움직인다.

38 두 점 P, Q가 x초 후에 점 R에서 만난다고 하면
$3x+4x=2\times(26+16)$
$7x=84$, $x=12$
이때 선분 BR의 길이는
$3x-16=3\times12-16=20(\text{cm})$
따라서 삼각형 ABR의 넓이는
$\frac{1}{2}\times20\times16=160(\text{cm}^2)$

39 처음 꽃밭의 넓이는 $15\times8=120(\text{m}^2)$
나중 꽃밭의 넓이는 $(15-x)\times(8-2)=90-6x(\text{m}^2)$
이때 나중 꽃밭의 넓이는 처음 꽃밭의 넓이의 $\frac{2}{3}$이므로
$90-6x=120\times\frac{2}{3}=80$
$-6x=-10$, $x=\frac{5}{3}$

40 의자의 개수를 x라 하면 관객의 수는
$5x+4=6(x-2)+2$ …… ❶
$5x+4=6x-12+2$, $x=14$ …… ❷
따라서 의자의 개수는 14, 관객의 수는 $5\times14+4=74$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 일차방정식 세우기	40 %
❷ 일차방정식의 해 구하기	30 %
❸ 의자의 개수와 관객의 수 각각 구하기	30 %

41 전체 일의 양을 1이라 하면 아버지, 민우, 지우가 하루 동안 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{20}$이다.
민우와 지우가 함께 수확한 기간을 x일이라 하면
$\frac{1}{12}\times5+\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{20}\right)\times x=1$
$\frac{5}{12}+\frac{7}{60}x=1$
$25+7x=60$
$7x=35$, $x=5$
따라서 민우와 지우가 함께 수확한 기간은 5일이다.

42 물탱크에 가득 찬 물의 양을 1이라 하면 A 호스, B 호스로는 1시간에 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$의 물을 채우고, C 호스로는 1시간에 $\frac{1}{3}$의 물을 빼낸다.
물탱크에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x시간이라 하면
$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)x=1$, $\frac{5}{12}x=1$, $x=\frac{12}{5}$
따라서 물탱크에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{12}{5}$시간, 즉 2시간 24분이다.

43 성주네 집에서 영화관까지의 거리를 x m라 하면 분속 100 m로 가면 분속 120 m로 갈 때보다 7분이 더 걸리므로
$\frac{x}{100}=\frac{x}{120}+7$ …… ❶
$6x=5x+4200$
$x=4200$ …… ❷
따라서 성주네 집에서 영화관까지의 거리는 4200 m, 즉 4.2 km이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 일차방정식 세우기	50 %
❷ 일차방정식의 해 구하기	30 %
❸ 성주네 집에서 영화관까지의 거리 구하기	20 %

44 두 사람이 출발한 지 x분 후에 처음으로 만난다고 하면
$180x-100x=720$
$80x=720$, $x=9$
따라서 두 사람은 9분마다 만나므로 1시간 30분, 즉 90분 동안 $90\div9=10$(번) 만난다.

45 잔잔한 물에서 배의 속력을 시속 x km라 하면 강물을 따라 내려갈 때의 속력은 $(x+2)$ km이다.
2시간 동안 12 km를 내려가므로
$2(x+2)=12$에서 $2x+4=12$
$2x=8$, $x=4$
이 강을 거슬러 올라올 때의 배의 속력은
시속 $4-2=2$ (km)
따라서 12 km를 거슬러 올라 다시 처음 위치에 도착하는 데 걸리는 시간은
$\frac{12}{2}=6$(시간)

46 기차의 길이를 x m라 하면 기차가 터널을 완전히 통과하는 동안 달린 거리는 $(700+x)$ m이고, 다리를 완전히 지나는 동안 달린 거리는 $(210+x)$ m이다.
이때 기차의 속력은 일정하므로
$\frac{700+x}{24}=\frac{210+x}{10}$
$5(700+x)=12(210+x)$
$3500+5x=2520+12x$
$-7x=-980$, $x=140$
따라서 기차의 길이는 140 m이므로 기차의 속력은

$\dfrac{700+140}{24}=\dfrac{840}{24}=35(\mathrm{m/s})$

47 증발시킨 물의 양을 x g이라 하면 물을 증발시켜도 소금의 양은 변하지 않으므로

$\dfrac{8}{100}\times300+\dfrac{15}{100}\times200=\dfrac{12}{100}\times(300+200-x)$

$2400+3000=12(500-x)$

$5400=6000-12x$

$12x=600$, $x=50$

따라서 증발시킨 물의 양은 50 g이다.

48 농도가 6 %인 설탕물의 양이 550 g이므로 농도가 4 %인 설탕물의 양은 $550-400=150(\mathrm{g})$

퍼낸 설탕물의 양을 x g이라 하면

$\dfrac{10}{100}\times(400-x)+\dfrac{4}{100}\times150=\dfrac{6}{100}\times550$

$10(400-x)+600=3300$

$4000-10x+600=3300$

$-10x=-1300$, $x=130$

따라서 퍼낸 설탕물의 양은 130 g이다.

5. 좌표평면과 그래프

필수 확인 문제 94~97쪽

1 ③ **2** LUCKY **3** B$(-2, 4)$, D$(3, -2)$ **4** ③
5 P$(3, -2)$ **6** 13 **7** ④ **8** ⑤ **9** ③
10 ② **11** ① **12** ③ **13** ③ **14** ④
15 ① **16** $(-2, -1)$ **17** 4 **18** ④
19 ④ **20** A−ㄷ, B−ㄴ, C−ㄱ **21** ② **22** ㄴ, ㄷ

1 $2<a<5$인 자연수 a는 3, 4

$1\le b<4$인 자연수 b는 1, 2, 3

따라서 순서쌍 (a, b)는 $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 1)$, $(4, 2)$, $(4, 3)$의 6개이다.

2 점 $(-2, 4)$가 나타내는 알파벳은 L

점 $(3, 0)$이 나타내는 알파벳은 U

점 $(1, 2)$가 나타내는 알파벳은 C

점 $(2, -3)$이 나타내는 알파벳은 K

점 $(0, -4)$가 나타내는 알파벳은 Y

따라서 주어진 좌표가 나타내는 점에 해당하는 알파벳을 차례로 나열할 때, 만들어지는 단어는 LUCKY이다.

3 (점 B의 x좌표)=(점 C의 x좌표)$=-2$

(점 B의 y좌표)=(점 A의 y좌표)$=4$

따라서 점 B의 좌표는

B$(-2, 4)$ …… ❶

(점 D의 x좌표)=(점 A의 x좌표)$=3$

(점 D의 y좌표)=(점 C의 y좌표)$=-2$

따라서 점 D의 좌표는

D$(3, -2)$ …… ❷

채점 기준	비율
❶ 점 B의 좌표 구하기	50 %
❷ 점 D의 좌표 구하기	50 %

4 $3a-4=a+4$에서 $2a=8$, $a=4$

$b-2=-2b+4$에서 $3b=6$, $b=2$

따라서 $a+b=4+2=6$

5 점 A$(2a-1, a-3)$이 x축 위의 점이므로

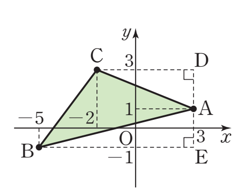
$a-3=0$, $a=3$

점 B$(3b+6, 4-b)$가 y축 위의 점이므로

$3b+6=0$, $3b=-6$, $b=-2$

따라서 P(a, b)의 좌표는 P$(3, -2)$이다.

6 좌표평면 위에 세 점 A$(3, 1)$, B$(-5, -1)$, C$(-2, 3)$을 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 삼각형 ABC의 넓이는

(사다리꼴 CBED의 넓이)

$-$(삼각형 ABE의 넓이)$-$(삼각형 CAD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(5+8)\times4-\frac{1}{2}\times8\times2-\frac{1}{2}\times5\times2$

$=26-8-5=13$

7 ① A$(-2, 1)$ ➡ 제2사분면

② B$(3, 5)$ ➡ 제1사분면

③ C$(0, 4)$ ➡ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

⑤ E$(1, -1)$ ➡ 제4사분면

따라서 바르게 짝 지어진 것은 ④이다.

8 ⑤ 제4사분면 위의 점의 x좌표는 양수이고, y좌표는 음수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

9 점 (a, b)가 제2사분면 위의 점이므로

$a<0$, $b>0$

따라서 $ab<0$, $a-b<0$이므로 점 $(ab, a-b)$는 제3사분면 위의 점이다.

10 $a<0$, $b<0$에서 $\frac{a}{b}>0$, $a^2-b>0$이므로

점 $\left(\frac{a}{b}, a^2-b\right)$는 제1사분면 위의 점이다.

따라서 이 점이 될 수 있는 것은 ②이다.

11 두 순서쌍 $\left(2-4a, \frac{2}{5}b\right)$, $(10, b-3)$이 서로 같으므로

$2-4a=10$, $\frac{2}{5}b=b-3$

$2-4a=10$에서

$-4a=8$, $a=-2$

$\frac{2}{5}b=b-3$에서 $2b=5b-15$

$-3b=-15$, $b=5$

따라서 점 $(-a, b)$는 점 $(2, 5)$이므로 제1사분면 위의 점이다.

12 $xy>0$이므로 x와 y는 서로 같은 부호이다.

$x+y<0$이므로 $x<0$, $y<0$

즉, $-x>0$, $y<0$이므로 점 $(-x, y)$는 제4사분면 위의 점이다.

① $(0, -2)$ ➡ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

② $(3, 1)$ ➡ 제1사분면

③ $(5, -3)$ ➡ 제4사분면

④ $(-1, -7)$ ➡ 제3사분면

⑤ $(-4, 2)$ ➡ 제2사분면

따라서 제4사분면 위의 점인 것은 ③이다.

참고

(1) $xy>0$이면 x와 y는 서로 같은 부호이다.

① $x+y>0$ ➡ $x>0$, $y>0$

② $x+y<0$ ➡ $x<0$, $y<0$

(2) $xy<0$이면 x와 y는 서로 다른 부호이다.

① $x-y>0$ ➡ $x>0$, $y<0$

② $x-y<0$ ➡ $x<0$, $y>0$

13 점 $(a-b, ab)$가 제3사분면 위의 점이므로

$a-b<0$, $ab<0$

$a<b$이고 $ab<0$이므로 $a<0$, $b>0$

① (a, b) ➡ 제2사분면

② (b, a) ➡ 제4사분면

③ $(-a, b)$ ➡ 제1사분면

④ $(a, -b)$ ➡ 제3사분면

⑤ $(-a, -b)$ ➡ 제4사분면

따라서 제1사분면 위의 점인 것은 ③이다.

14 점 $(a+b, a^2b)$가 제2사분면 위의 점이므로

$a+b<0$, $a^2b>0$

이때 $a^2>0$이므로 $b>0$

$a+b<0$이므로 $a<0$이고 $|a|>|b|$

① $a+b<0$ ② $a-b<0$ ③ $\frac{b}{a}<0$ ⑤ $ab^2<0$

따라서 옳은 것은 ④이다.

15 두 점 $(-6, a+1)$, $(2b, 5)$가 원점에 대하여 대칭이므로 x좌표와 y좌표의 부호가 모두 반대이다.

즉, $-6=-2b$, $a+1=-5$이므로

$a+1=-5$에서 $a=-6$

$-6=-2b$에서 $b=3$

따라서 $ab=-6\times3=-18$

16 두 점이 x축에 대하여 대칭이므로

$5a-2=2a+4$, $-2b+3=-(-2b+1)$

$5a-2=2a+4$에서

$3a=6$, $a=2$

$-2b+3=-(-2b+1)$에서

$-4b=-4$, $b=1$

따라서 점 $(2, 1)$과 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-2, -1)$이다.

17 점 A$(5, -2)$와 x축에 대하여 대칭인 점은

B$(5, 2)$이므로

$a=5$, $b=2$ …… ❶

점 B$(5, 2)$와 y축에 대하여 대칭인 점은

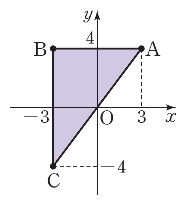
C$(-5, 2)$이므로

$c=-5$, $d=2$ …… ❷

따라서 $a+b+c+d=5+2+(-5)+2=4$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a, b의 값 각각 구하기	40 %
❷ c, d의 값 각각 구하기	40 %
❸ $a+b+c+d$의 값 구하기	20 %

18 점 A(3, 4)와 y축에 대하여 대칭인 점은 B(-3, 4), 원점에 대하여 대칭인 점은 C(-3, -4)이므로 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$

19 ④ D : 속력이 점점 느려지고 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

20 A : 물통의 폭이 일정하므로 물의 높이도 일정하게 증가한다.
즉, 알맞은 그래프는 ㄷ이다. …… ❶
B : 물통의 폭이 좁은 부분에서 물의 높이는 빠르게 증가하고, 물통의 폭이 넓은 부분에서 물의 높이는 느리게 증가한다.
즉, 알맞은 그래프는 ㄴ이다. …… ❷
C : 물통의 폭이 넓은 부분에서 물의 높이는 느리게 증가하고, 물통의 폭이 좁은 부분에서 물의 높이는 빠르게 증가한다.
즉, 알맞은 그래프는 ㄱ이다. …… ❸

채점 기준	비율
❶ 물통 A에 알맞은 그래프 찾기	30 %
❷ 물통 B에 알맞은 그래프 찾기	35 %
❸ 물통 C에 알맞은 그래프 찾기	35 %

21 ② 수진이가 집으로 되돌아가는 데 걸린 시간은
$9-6=3$(분)
③ 수진이가 집에 머문 시간은
$11-9=2$(분)
④ 동생이 기다린 시간은
$13-6=7$(분)
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

22 ㄱ. 실온에 놓아둔 지 15분 후의 물의 온도는 60 ℃이다.
ㄹ. 실온에 놓아둔 지 15분 후의 물의 온도는 60 ℃이고, 30분 후의 물의 온도는 20 ℃이므로 그 차는
$60-20=40$(℃)
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

고난도 대표 유형 98~101쪽

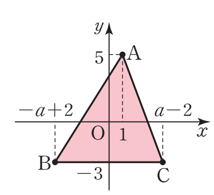
1 11	**2** 17	**3** 6	**4** 6	**5** ⑤
6 ㄱ, ㄹ	**7** 4	**8** $-\frac{3}{2}$	**9** 4	**10** ⑤
11 40분				

1 $a-b$의 값이 가장 크려면 a의 값은 최대, b의 값은 최소이어야 한다.
즉, 점 P가 점 C에 있을 때, a의 값은 4로 최대이고, b의 값은 -2로 최소이므로 $a-b$의 값 중에서 가장 큰 값은
$4-(-2)=6$
또한, $a-b$의 값이 가장 작으려면 a의 값은 최소, b의 값은 최대이어야 한다.
즉, 점 P가 점 A에 있을 때, a의 값은 -3으로 최소이고, b의 값은 2로 최대이므로 $a-b$의 값 중에서 가장 작은 값은
$a-b=-3-2=-5$
따라서 가장 큰 값과 작은 값의 차는
$6-(-5)=11$

2 a의 값이 될 수 있는 수는 -1, 0, 1이고, b의 값이 될 수 있는 수는 -2, -1, 0, 1, 2이다.
순서쌍 (a, b)의 개수는 $3\times 5=15$
즉, $m=15$
제2사분면에 속하는 순서쌍은 x좌표가 음수, y좌표가 양수이므로 $(-1, 1)$, $(-1, 2)$의 2개이다.
즉, $n=2$
따라서 $m+n=15+2=17$

3 점 $\mathrm{A}\left(\frac{1}{3}a+5,\ 2b-6\right)$이 x축 위의 점이므로
$2b-6=0$에서
$2b=6$, $b=3$
점 $\mathrm{B}(-a+2b,\ 4a-1)$이 y축 위의 점이므로
$-a+2b=0$에서
$a=2b$, $a=2\times 3=6$
점 $\mathrm{C}(c+3,\ -1)$은 어느 사분면에도 속하지 않고 y좌표가 0이 아니므로 x좌표가 0인 y축 위의 점이다.
즉, $c+3=0$에서 $c=-3$
따라서 $a+b+c=6+3+(-3)=6$

4 $a>2$일 때, $-a+2<0$, $a-2>0$이므로 점 B는 제 3사분면, 점 C는 제4사분면 위의 점이다.
좌표평면 위에 세 점을 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\{(a-2)-(-a+2)\}\times 8=4(2a-4)=8(a-2)$
이때 삼각형 ABC의 넓이가 32이므로
$8(a-2)=32$에서 $a-2=4$
따라서 $a=6$

5 주어진 수직선에서 $c<b<0<a$
① $ab<0$, $-bc<0$이므로 점 $(ab,\ -bc)$는 제3사분면 위의 점이다.
② $b-a<0$, $c-a<0$이므로 점 $(b-a,\ c-a)$는 제3사분면 위의 점이다.
③ $b<0$, $\frac{c}{a}<0$이므로 점 $\left(b,\ \frac{c}{a}\right)$는 제3사분면 위의 점이다.
④ $c<0$, $-a+b<0$이므로 점 $(c,\ -a+b)$는 제3사분면 위의 점이다.

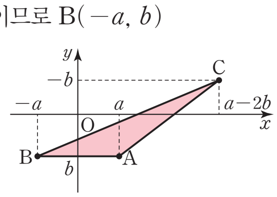
⑤ $\frac{a}{c}<0$, $\frac{b}{c}>0$이므로 점 $\left(\frac{a}{c}, \frac{b}{c}\right)$는 제2사분면 위의 점이다.
따라서 점이 속하는 사분면이 다른 하나는 ⑤이다.

6 $a<0$, $b>0$, $c<0$, $d<0$
ㄱ. $a^2>0$, $b>0$이므로 $a^2+b>0$
ㄴ. $ac>0$, $bd<0$이므로 $ac-bd>0$
ㄷ. $a+b+c$의 부호는 알 수 없다.
ㄹ. $ad>0$, $bc<0$이므로 $ad-bc>0$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

7 점 $P(ab, a+b)$가 제4사분면 위의 점이므로
$ab>0$, $a+b<0$에서 $a<0$, $b<0$
$a-3<0$, $2b-5<0$이므로 점 $Q(a-3, 2b-5)$는 제3사분면 위의 점이다.
즉, $m=3$
$-3b>0$, $5-a=5+(-a)>0$이므로
점 $R(-3b, 5-a)$는 제1사분면 위의 점이다.
즉, $n=1$
따라서 $m+n=3+1=4$

8 점 P는 점 A와 원점에 대하여 대칭이므로
$P(-2+a, -1-3b)$
점 Q는 점 B와 x축에 대하여 대칭이므로
$Q(3a+2, -a-b-4)$
두 점 P, Q가 서로 일치하므로
$-2+a=3a+2$에서
$-2a=4$, $a=-2$
$-1-3b=-a-b-4$에서
$-1-3b=2-b-4$
$-2b=-1$, $b=\frac{1}{2}$
따라서 $a+b=-2+\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$

9 점 $A(a, b)$가 제4사분면 위의 점이므로 $a>0$, $b<0$
점 B는 점 $A(a, b)$와 y축에 대칭이므로 $B(-a, b)$
$a>0$, $b<0$에서 $a-2b>0$이므로 세 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(삼각형 ABC의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times 2a\times(-2b)$
$=-2ab$
이때 넓이가 20이므로 $-2ab=20$, $ab=-10$
따라서 $a>0$, $b<0$이고 a, b는 정수이므로 순서쌍 (a, b)는
$(1, -10)$, $(2, -5)$, $(5, -2)$, $(10, -1)$의 4개이다.

10 일정한 속력으로 달리던 기차가 승객을 태우기 위하여 속력을 줄여 멈춘 후 속력을 높여서 다시 일정한 속력으로 달리므로 알맞은 그래프는 ⑤이다.

11 A, B 두 호스로 물을 받을 때는 10분 동안 8 m^3의 물을 받았으므로 1분에 $\frac{8}{10}=\frac{4}{5}(m^3)$씩 물을 받을 수 있다.
A 호스로만 물을 받을 때는 10분 동안 2 m^3의 물을 받았으므로
1분에 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}(m^3)$씩 물을 받을 수 있다.
따라서 B 호스로만 1분에 받을 수 있는 물의 양은
$\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}(m^3)$이므로 부피가 24 m^3인 빈 물통을 B 호스로만 가득 채우는 데 걸리는 시간은
$24\div\frac{3}{5}=24\times\frac{5}{3}=40$(분)

고난도 실전 문제

102~107쪽

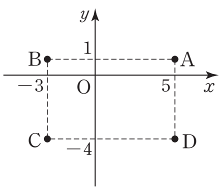
1 24	**2** ③	**3** 2	**4** −2	**5** ③
6 7	**7** 17	**8** C(0, 3) 또는 C(0, −5)		
9 5	**10** 제3사분면		**11** ⑤	**12** ④
13 ⑤	**14** ①	**15** 8	**16** ③	**17** −2
18 3	**19** ①	**20** 15	**21** 제3사분면	**22** ④
23 ①	**24** P(−4, 9)		**25** (가) − ㉠, (나) − ㉢	
26 ⑤	**27** ③	**28** (1) 19초 후 (2) B, C, A		
29 (1) 7.2 km (2) 시속 2.4 km			**30** ②	
31 (1) 8분 (2) 22		**32** ④, ⑤		

1 a, b의 값이 될 수 있는 수는 1부터 6까지의 자연수이므로
$|a-b|\le 2$인 경우는
$|a-b|=0$ 또는 $|a-b|=1$ 또는 $|a-b|=2$
(i) $|a-b|=0$일 때
순서쌍 (a, b)는 $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$의 6가지이다.
(ii) $|a-b|=1$일 때
순서쌍 (a, b)는 $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 4)$, $(4, 5)$, $(5, 6)$, $(2, 1)$, $(3, 2)$, $(4, 3)$, $(5, 4)$, $(6, 5)$의 10가지
(iii) $|a-b|=2$일 때
순서쌍 (a, b)는 $(1, 3)$, $(2, 4)$, $(3, 5)$, $(4, 6)$, $(3, 1)$, $(4, 2)$, $(5, 3)$, $(6, 4)$의 8가지
(i)~(iii)에서 구하는 순서쌍 (a, b)의 개수는
$6+10+8=24$

2 $|a|=5$이므로 $a=-5$, 5
b는 정수이고 $|b|\le 3$이므로
$b=-3$, -2, -1, 0, 1, 2, 3
따라서 순서쌍 (a, b)로 좌표평면 위에 나타낼 수 있는 점은
$(-5, -3)$, $(-5, -2)$, $(-5, -1)$, $(-5, 0)$, $(-5, 1)$, $(-5, 2)$, $(-5, 3)$, $(5, -3)$, $(5, -2)$, $(5, -1)$, $(5, 0)$, $(5, 1)$, $(5, 2)$, $(5, 3)$의 14개이다.

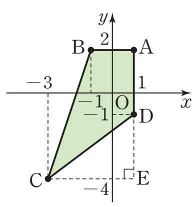
3 $a-b$의 값이 최소가 될 때는 a의 값은 최소, b의 값은 최대일 때이므로 점 P가 점 A에 있을 때이다.
즉, 점 A의 좌표는 A$(-1,\ 5)$이므로
$a=-1,\ b=5$
따라서 $3a+b=-3+5=2$

4 두 점 A와 B를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



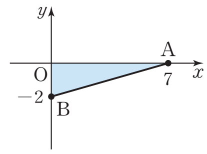
사각형 ABCD가 선분 AB와 선분 BC를 두 변으로 하는 직사각형이므로 점 C의 좌표는 C$(-3,\ -4)$이고 점 D의 좌표는 D$(5,\ -4)$이다.
따라서 $a=-3,\ b=5,\ c=-4$이므로
$a+b+c=(-3)+5+(-4)=-2$

5 좌표평면 위에 네 점 A$(1,\ 2)$, B$(-1,\ 2)$, C$(-3,\ -4)$, D$(1,\ -1)$을 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 사각형 ABCD의 넓이는
(사다리꼴 ABCE의 넓이)
$-$(삼각형 CED의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times(2+4)\times6-\frac{1}{2}\times4\times3$
$=18-6=12$

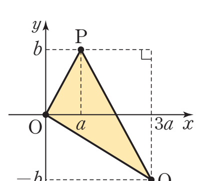
6 점 A$\left(2a-5,\ \frac{1}{6}a-1\right)$은 x축 위의 점이므로
$\frac{1}{6}a-1=0$에서 $\frac{1}{6}a=1,\ a=6$
즉, 점 A의 좌표는 A$(7,\ 0)$이다. …… ❶
점 B$\left(4b-12,\ -4+\frac{2}{3}b\right)$는 y축 위의 점이므로
$4b-12=0$에서 $4b=12,\ b=3$
즉, 점 B의 좌표는 B$(0,\ -2)$이다. …… ❷
따라서 두 점 A, B를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 AOB의 넓이는



$\frac{1}{2}\times7\times2=7$ …… ❸

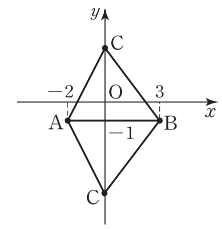
채점 기준	비율
❶ 점 A의 좌표 구하기	35 %
❷ 점 B의 좌표 구하기	35 %
❸ 삼각형 AOB의 넓이 구하기	30 %

7 (삼각형 OPQ의 넓이)



$=3a\times2b-\frac{1}{2}\times a\times b$
$\quad-\frac{1}{2}\times3a\times b-\frac{1}{2}\times2a\times2b$
$=6ab-\frac{1}{2}ab-\frac{3}{2}ab-2ab$
$=2ab$
따라서 $2ab=34$이므로
$ab=17$

8 삼각형 ABC의 넓이가 10이고, 밑변인 $\overline{AB}$의 길이가 $3-(-2)=5$이므로



(삼각형 ABC의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)
에서 $10=\frac{1}{2}\times5\times$(높이), (높이)$=4$
y축 위의 점 C는 밑변 AB를 중심으로 윗부분이나 아랫부분에 있을 수 있으므로 점 C의 좌표는
C$(0,\ -1+4)$ 또는 C$(0,\ -1-4)$가 될 수 있다.
따라서 점 C의 좌표는 C$(0,\ 3)$ 또는 C$(0,\ -5)$

9 점 $(4-x,\ 10-x)$가 제2사분면 위에 있으므로
$4-x<0,\ 10-x>0$
$4-x<0$에서 $x>4$
$10-x>0$에서 $x<10$
따라서 x는 4보다 크고 10보다 작은 자연수이므로
5, 6, 7, 8, 9의 5개이다.

10 $a+b<0,\ \frac{b}{a}>0$에서 $a,\ b$는 부호가 같고 합이 음수이므로
$a<0,\ b<0$
두 음수 $a,\ b$에 대하여 $|a|<|b|$이므로 $b<a$
따라서 $b-a<0,\ |a|-|b|<0$에서
A$(b-a,\ |a|-|b|)$는 x좌표와 y좌표가 모두 음수이므로 제3사분면 위의 점이다.

11 점 $(ab^2,\ 3a+2b)$가 제2사분면 위의 점이므로 $ab^2<0$
이때 $b^2>0$이므로 $a<0$
$3a+2b>0$에서 $a<0$이므로 $b>0$
즉, $a<0$이고 $b>0$이므로
① A$(a,\ b)$ ➡ 제2사분면
② B$(a-b,\ b)$ ➡ 제2사분면
③ C$\left(b^2,\ \frac{a}{b}\right)$ ➡ 제4사분면
④ D$(3a-2b,\ -a)$ ➡ 제2사분면
⑤ E$(b-a,\ -ab)$ ➡ 제1사분면
따라서 제1사분면 위의 점인 것은 ⑤이다.

12 점 A$(a,\ b)$는 제2사분면 위의 점이므로
$a<0,\ b>0$
점 B$(c,\ d)$는 제3사분면 위의 점이므로
$c<0,\ d<0$
① $a<0,\ c<0$이므로 $a+c<0$
② $a<0,\ d<0$이므로 $ad>0$
③ $b>0,\ d<0$이므로 $b-d>0$
④ $\frac{c}{a}>0,\ b>0$이므로 $\frac{c}{a}+b>0$

⑤ $ab<0$, $cd>0$이므로 $ab-cd<0$
따라서 항상 옳은 것은 ④이다.

13 점 $\mathrm{P}(x-y,\ xy)$가 제3사분면 위의 점이므로
$x-y<0$, $xy<0$
$xy<0$이므로 x와 y는 서로 다른 부호이다.
$x-y<0$이므로 $x<0$, $y>0$
① $y>0$, $x<0$이므로
$(y,\ x)$ ➡ 제4사분면
② $xy<0$, $y-x>0$이므로
$(xy,\ y-x)$ ➡ 제2사분면
③ $-\dfrac{x}{y}>0$, $x^2>0$이므로
$\left(-\dfrac{x}{y},\ x^2\right)$ ➡ 제1사분면
④ $xy-y<0$, $\dfrac{x}{y}<0$이므로
$\left(xy-y,\ \dfrac{x}{y}\right)$ ➡ 제3사분면
⑤ $-x>0$, $\dfrac{x-y}{y}<0$이므로
$\left(-x,\ \dfrac{x-y}{y}\right)$ ➡ 제4사분면
따라서 점이 속하는 사분면이 잘못 짝 지어진 것은 ⑤이다.

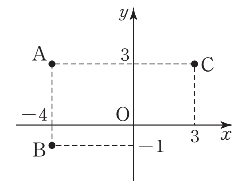
14 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 제4사분면 위의 점이므로
$a>0$, $b<0$
이때 $|a|>|b|$이므로
$a+b>0$, $a-b>0$
따라서 점 $\mathrm{Q}(a+b,\ a-b)$는 제1사분면 위의 점이다.

15 점 $\left(\dfrac{6-2a}{5},\ 3a-15\right)$가 어느 사분면에도 속하지 않으려면
x축 또는 y축 위에 있어야 한다. ······ ❶
(i) x축 위에 있을 때
$3a-15=0$에서 $3a=15$, $a=5$ ······ ❷
(ii) y축 위에 있을 때
$\dfrac{6-2a}{5}=0$에서 $6-2a=0$
$-2a=-6$, $a=3$ ······ ❸
(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은
$5+3=8$ ······ ❹

채점 기준	비율
❶ 주어진 점이 x축 또는 y축 위에 있어야 함을 알기	30 %
❷ x축 위에 있을 때, a의 값 구하기	30 %
❸ y축 위에 있을 때, a의 값 구하기	30 %
❹ 모든 a의 값의 합 구하기	10 %

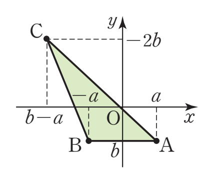
16 $ab=0$이고 $b<0$이므로
$a=0$, $b<0$
$a=0$, $-b>0$이므로 점 $\mathrm{A}(a,\ -b)$는 y축 위의 점이다.
따라서 $b+c<0$, $d-c>0$이므로
점 $\mathrm{B}(b+c,\ d-c)$는 제2사분면 위의 점이다.

17 점 B의 x좌표가 -4이고 점 A와 다른 사분면에 있으며 선분 AB의 길이가 4이므로 점 B의 y좌표는
$3-4=-1$
즉, 점 B의 좌표는 $\mathrm{B}(-4,\ -1)$이다.



점 C의 y좌표가 3이고 점 A와 다른 사분면에 있으며 선분 AC의 길이가 7이므로 점 C의 x좌표는 $-4+7=3$
즉, 점 C의 좌표는 $\mathrm{C}(3,\ 3)$이다.
따라서 $a=-1$, $b=3$이므로
$|a|-|b|=|-1|-|3|=-2$

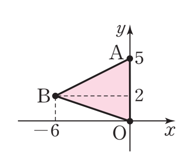
18 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$와 y축에 대하여 대칭인 점 B가 제3사분면 위에 있으므로 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$는 제4사분면 위의 점이다.
즉, $a>0$, $b<0$
점 B는 점 A와 y축에 대하여 대칭이므로
점 B의 좌표는 $\mathrm{B}(-a,\ b)$이다.
한편 $a>0$, $b<0$에서 $b-a<0$, $-2b>0$이므로
점 C는 제2사분면 위의 점이다.
따라서 삼각형 ABC의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times 2a\times(-3b)=-3ab$



이때 $-3ab=12$에서 $ab=-4$
따라서 $a>0$, $b<0$이고 a, b는 정수이므로 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(4,\ -1)$, $(2,\ -2)$, $(1,\ -4)$의 3개이다.

19 두 점 $(4-a,\ 2b+3)$, $(-1,\ 7)$이 y축에 대하여 대칭이므로
$4-a=1$, $2b+3=7$
$4-a=1$에서 $-a=-3$, $a=3$
$2b+3=7$에서 $2b=4$, $b=2$
따라서 점 $\mathrm{P}(3,\ 2)$는 제1사분면 위의 점이다.

20 점 $\mathrm{A}\left(a-9,\ \dfrac{a+1}{2}\right)$은 y축 위의 점이므로
$a-9=0$에서 $a=9$
즉, 점 A의 좌표는 $\mathrm{A}(0,\ 5)$이다.
점 B는 점 $(6,\ -2)$와 원점에 대하여 대칭인 점이므로 점 B의 좌표는 $\mathrm{B}(-6,\ 2)$이다.
따라서 두 점 A, B를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 OAB의 넓이는



$\dfrac{1}{2}\times 5\times 6=15$

21 점 $(a,\ b)$가 제2사분면 위의 점이므로
$a<0$, $b>0$
이때 $-ab>0$, $b-a>0$이므로 점 $(-ab,\ b-a)$는 제1사분면 위의 점이다.

따라서 점 $(-ab, b-a)$와 원점에 대하여 대칭인 점은 제3사분면 위의 점이다.

22 점 A의 좌표를 $A(a, b)$라 하면
점 B의 좌표는 $B(-a, b)$,
점 C의 좌표는 $C(-a, -b)$,
점 D의 좌표는 $D(a, -b)$이다.
네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형의 둘레의 길이가 52이므로
$4(|a|+|b|)=52$, $|a|+|b|=13$
④ 점 A의 좌표가 $(4, -8)$인 경우
$|a|+|b|=12$이므로 점 A가 될 수 없다.

23 점 $P(a+b, ab)$와 x축에 대하여 대칭인 점 $Q(a+b, -ab)$의 좌표는 $Q(-7, -12)$이므로
$a+b=-7$, $ab=12$
이때 a, b가 모두 정수이므로
$a=-3$, $b=-4$ 또는 $a=-4$, $b=-3$
(i) $a=-3$, $b=-4$일 때
$|b-a|=|-4-(-3)|=|-1|=1$
(ii) $a=-4$, $b=-3$일 때
$|b-a|=|-3-(-4)|=|1|=1$
(i), (ii)에서 $|b-a|=1$

24 점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2, -3)$, 다시 y축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(2, -3)$, 다시 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-2, 3)$이 되므로
(1) → (2) → (3)을 거치면 다시 점 A가 된다.
$400=3\times133+1$이므로
400번 이동한 점의 좌표는 $(-2, -3)$
$800=3\times266+2$이므로
800번 이동한 점의 좌표는 $(2, -3)$
따라서 $a=-2$, $b=-3$, $c=2$, $d=-3$이므로
점 $P(ac, bd)$의 좌표는 $P(-4, 9)$이다.

25 (가) 아래 원기둥의 밑면이 넓으므로 높이는 서서히 같은 속도로 높아지다가 위 원기둥의 밑면이 좁으므로 급격히 같은 속도로 높아진다.
따라서 (가) – ㉠
(나) 서서히 높아지다가 일정한 속도로 높아지는데 아래쪽의 밑면이 더 넓으므로 처음에 더 천천히 증가한다.
따라서 (나) – ㉢

26 직사각형 ABOC의 넓이를 S라 하면
$S>0$, $p>0$, $q<0$이므로
$S=-pq$
즉, $q=-\dfrac{S}{p}$
따라서 p와 q 사이의 관계를 나타낸 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

27 ③ C 구간은 시간에 비하여 거리가 급격히 증가하므로 빨리 걷고 있음을 알 수 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

28 (1) 세 그래프 중에서 두 개 이상의 그래프가 만나는 곳이 순위가 바뀌는 지점이므로 출발한 지 19초 후에 B가 C를 역전하면서 처음으로 순위의 변화가 생긴다.
(2) 결승점에 도착한 시간은 A가 54초, B가 47초, C가 51초이므로 결승점에 도착한 순서는 B, C, A이다.

29 (1) 서준이가 집에서 출발하여 다시 집으로 올 때까지 움직인 거리는
$1.6+(1.6-0.8)+(2.8-0.8)+2.8=7.2(\text{km})$ …… ❶
(2) $(\text{평균 속력})=\dfrac{(\text{전체 이동 거리})}{(\text{전체 걸린 시간})}$
$=\dfrac{7.2}{3}=2.4$
따라서 구하는 평균 속력은 시속 2.4 km이다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ 서준이가 집에서 출발하여 다시 집으로 올 때까지 이동한 거리 구하기	50 %
❷ 평균 속력 구하기	50 %

30 보드 게임방의 이용 요금은 기본 요금은 30분에 1500원이고, 30분을 초과하면 10분에 1000원, 즉 1분에 100원씩 요금이 추가된다.
따라서 3시간 10분 이용했을 때, 내야 하는 금액은 기본 30분에 추가 160분을 이용한 금액이므로
$1500+160\times100=1500+16000=17500$(원)

31 (1) 출발한 후 다시 출발 지점까지 올 때이므로 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 8분이다.
(2) 15 m의 높이에 있을 때는 2분, 6분, 10분, 14분, 18분, 22분 후이므로 세 번째로 15 m의 높이에 있게 된 것은 10분 후이다.
가장 높은 높이에 있을 때는 4분, 12분, 20분이므로 가장 높은 높이에 두 번째로 있게 된 것은 12분 후이다.
따라서 $a=10$, $b=12$이므로
$a+b=10+12=22$

32 자동차는 속력을 일정하게 올린 후 1시 10분부터 1시 40분까지 시속 30 km로 가다가 다시 속력을 일정하게 올린 후 1시 50분부터 시속 50 km로 가고 있다.
④ 시속 30 km로 30분 동안 이동한 총 거리는
$30\times\dfrac{30}{60}=15(\text{km})$
⑤ 1시 50분 이후 자동차는 시속 50 km로 이동하고 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

6. 정비례와 반비례

필수 확인 문제 112~115쪽

1 ①, ④	2 13	3 ㄱ, ㄹ	4 ①, ⑤	5 2
6 19	7 $-\frac{43}{15}$	8 33	9 A(2, 6)	10 ④
11 (1) $y=2400x$ (2) 2 m	12 ④	13 $\frac{1}{2}$	14 3개	
15 -10	16 16	17 0	18 40	19 12
20 30	21 24	22 0.75	23 ③	24 20바퀴

1 ① $y=80x$
② $y=x^2$
③ $x+y=24$이므로 $y=24-x$
④ (거리)=(속력)×(시간)이므로 $y=4x$
⑤ (소금물의 농도)$=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times 100(\%)$이므로
$y=\frac{x}{300+x}\times 100=\frac{100x}{300+x}$
따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ①, ④이다.

2 y가 x에 정비례하므로 $y=ax(a\neq 0)$로 놓는다.
$y=ax$에 $x=-2$, $y=6$을 대입하면
$6=a\times(-2)$에서 $a=-3$
$y=-3x$에 $x=-3$, $y=A$를 대입하면
$A=-3\times(-3)=9$
$y=-3x$에 $x=B$, $y=-3$을 대입하면
$-3=-3\times B$에서 $B=1$
$y=-3x$에 $x=C$, $y=-9$를 대입하면
$-9=-3\times C$에서 $C=3$
따라서 $A+B+C=9+1+3=13$

3 ㄴ. x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=5x$이다.
ㄷ. x의 값이 3배가 되면 y의 값도 3배가 된다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

4 ② 점 $(1, a)$를 지난다.
③ $a>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
④ $a<0$일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

5 $y=-\frac{2}{3}x$에 $x=a+4$, $y=a-6$을 대입하면
$a-6=-\frac{2}{3}(a+4)$, $-3(a-6)=2(a+4)$
$-3a+18=2a+8$, $5a=10$
따라서 $a=2$

6 $y=\frac{5}{4}x$에 $x=a$, $y=10$을 대입하면
$10=\frac{5}{4}a$, $a=8$
$y=\frac{5}{4}x$에 $x=b$, $y=4$를 대입하면
$4=\frac{5}{4}b$, $b=\frac{16}{5}$
$y=\frac{5}{4}x$에 $x=-4$, $y=c$를 대입하면
$c=\frac{5}{4}\times(-4)=-5$
따라서 $a+5b+c=8+5\times\frac{16}{5}+(-5)=19$

7 $y=ax$에 $x=-5$, $y=6$을 대입하면
$6=-5a$, $a=-\frac{6}{5}$
$y=-\frac{6}{5}x$에 $x=b$, $y=2$를 대입하면
$2=-\frac{6}{5}b$, $b=-\frac{5}{3}$
따라서 $a+b=\left(-\frac{6}{5}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{43}{15}$

8 $y=2x$에 $y=-6$을 대입하면
$-6=2x$, $x=-3$
즉, A$(-3, -6)$ …… ❶
$y=-\frac{3}{4}x$에 $y=-6$을 대입하면
$-6=-\frac{3}{4}x$, $x=8$
즉, B$(8, -6)$ …… ❷
따라서 삼각형 OAB의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\{8-(-3)\}\times 6=\frac{1}{2}\times 11\times 6=33$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 점 A의 좌표 구하기	30 %
❷ 점 B의 좌표 구하기	30 %
❸ 삼각형 OAB의 넓이 구하기	40 %

9 점 A의 x좌표를 a라 하면 A$(a, 3a)$이므로
B$(a, 3a-4)$, C$(a+4, 3a-4)$, D$(a+4, 3a)$
이때 점 C는 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프 위의 점이므로
$y=\frac{1}{3}x$에 $x=a+4$, $y=3a-4$를 대입하면
$3a-4=\frac{1}{3}(a+4)$, $9a-12=a+4$
$8a=16$, $a=2$
따라서 A(2, 6)

10 x g짜리 추를 매달았을 때, 늘어나는 용수철의 길이를 y cm라 하자.
용수철의 늘어난 길이는 추의 무게에 정비례하므로 $y=ax$로 놓고 $x=40$, $y=12$를 대입하면
$12=40a$, $a=\frac{3}{10}$
$y=\frac{3}{10}x$에 $x=55$를 대입하면

$y=\frac{3}{10}\times55=16.5$

따라서 늘어나는 용수철의 길이는 16.5 cm이다.

11 (1) 전선줄 5 m의 무게가 400 g이므로 1 m의 무게는

$\frac{400}{5}=80(\mathrm{g})$

전선줄 100 g 당 가격은 3000원이므로 1 g 당 30원이 된다.

따라서 전선줄 1 m의 가격은 $80\times30=2400$(원)이므로

$y=2400x$

(2) $y=2400x$에 $y=4800$을 대입하면

$4800=2400x$에서 $x=2$

따라서 2 m를 살 수 있다.

12 ㄱ. 4 L의 휘발유로 64 km를 갈 수 있으므로 1 L의 휘발유로 16 km를 갈 수 있다.

이때 x L의 휘발유로 $16x$ km를 갈 수 있으므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=16x$

즉, y는 x에 정비례한다.

ㄴ. $y=16x$에 $x=6$을 대입하면

$y=16\times6=96$

즉, 6 L의 휘발유로 96 km를 갈 수 있다.

ㄷ. $y=16x$에 $y=384$를 대입하면

$384=16x$, $x=24$

즉, 384 km를 가려면 24 L의 휘발유가 필요하다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

13 x의 값이 2배, 3배, 4배, …가 됨에 따라 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, …가 되므로 y는 x에 반비례한다.

$y=\frac{a}{x}$로 놓고 $x=6$, $y=2$를 대입하면

$2=\frac{a}{6}$, $a=12$

따라서 $y=\frac{12}{x}$에 $y=24$를 대입하면

$24=\frac{12}{x}$, $x=\frac{1}{2}$

14 ㄱ. 연필 5자루에 4000원이므로 연필 1자루의 가격은 800원이다.

즉, x와 y 사이의 관계식은

$y=800x$

ㄴ. $xy=50$이므로 $y=\frac{50}{x}$

ㄷ. $(\text{속력})=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$이므로 $y=\frac{2}{x}$

ㄹ. $(\text{소금의 양})=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$이므로

$y=\frac{3}{100}x$

ㅁ. $3\times5=x\times y$이므로 $y=\frac{15}{x}$

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ의 3개이다.

15 $y=\frac{20}{x}$에 $x=a$, $y=5$를 대입하면

$5=\frac{20}{a}$, $a=4$

$y=\frac{20}{x}$에 $x=-8$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{20}{-8}=-\frac{5}{2}$

따라서 $ab=4\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-10$

16 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-6$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{a}{-6}$, $a=24$

따라서 반비례 관계 $y=\frac{24}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은 24의 약수와 그 약수에 $-$부호를 붙인 수로 이루어져 있으므로

$(-1, -24)$, $(-2, -12)$, $(-3, -8)$, $(-4, -6)$, $(-6, -4)$, $(-8, -3)$, $(-12, -2)$, $(-24, -1)$, $(1, 24)$, $(2, 12)$, $(3, 8)$, $(4, 6)$, $(6, 4)$, $(8, 3)$, $(12, 2)$, $(24, 1)$의 16개이다.

17 $y=ax$에 $x=-3$, $y=12$를 대입하면

$12=-3a$, $a=-4$ …… ❶

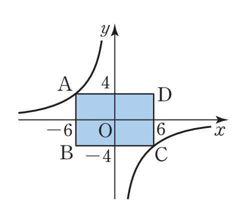
$y=-\frac{4}{x}$에 $x=b$, $y=-1$을 대입하면

$-1=-\frac{4}{b}$, $b=4$ …… ❷

따라서 $a+b=-4+4=0$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ a의 값 구하기	40 %
❷ b의 값 구하기	40 %
❸ $a+b$의 값 구하기	20 %

18 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-3$, $y=8$을 대입하면



$8=-\frac{a}{3}$, $a=-24$

$y=-\frac{24}{x}$의 그래프 위의 점 A의 x좌표가 -6이므로 y좌표는 4, 점 C의 x좌표가 6이므로 y좌표는 -4이다.

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$2\times(12+8)=40$

19 $y=\frac{a}{x}$에 $x=8$, $y=2$를 대입하면

$2=\frac{a}{8}$, $a=16$

즉, $y=\frac{16}{x}$에 $x=b$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{16}{b}$, $b=-4$

따라서 $a+b=16+(-4)=12$

20 두 그래프가 만나는 점의 x좌표가 3이므로

$y=4x$에 $x=3$을 대입하면

$y=4\times3=12$

즉, y좌표는 12이다.

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(3,\ 12)$를 지나므로

$x=3$, $y=12$를 대입하면

$12=\frac{a}{3}$, $a=36$

반비례 관계 $y=\frac{36}{x}$의 그래프가 점 $(6,\ b)$를 지나므로

$x=3$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{36}{6}=6$

따라서 $a-b=36-6=30$

21 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(-6,\ -2)$를 지나므로

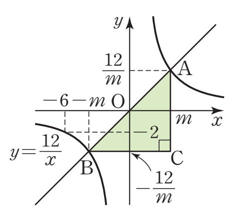
$x=-6$, $y=-2$를 대입하면

$-2=\frac{a}{-6}$, $a=12$

점 A의 x좌표를 m이라 하면 $y=\frac{12}{x}$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이므로 점 B의 x좌표는 $-m$이 된다.

따라서 직각삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2m\times\left(2\times\frac{12}{m}\right)=24$



22 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓고 $x=1.5$, $y=1$을 대입하면

$1=\frac{a}{1.5}$, $a=1.5$

$y=\frac{1.5}{x}$에 $x=2$를 대입하면

$y=\frac{1.5}{2}=0.75$

따라서 빈틈의 폭이 2 mm인 고리까지 판별할 수 있는 사람의 시력은 0.75이다.

23 링거 한 병의 양은

$5\times120=600$(mL)

1분에 x mL씩 주사할 때, 링거 한 병을 다 맞는 데 걸리는 시간을 y분이라 하면

$x\times y=600$, $y=\frac{600}{x}$

$y=\frac{600}{x}$에 $x=8$을 대입하면

$y=\frac{600}{8}=75$

따라서 1분에 8 mL씩 주사할 때, 링거 한 병을 다 맞는 데 75분이 걸린다.

24 톱니바퀴 A가 15초에 4바퀴 회전하므로 1분에 $4\times4=16$(바퀴) 회전한다.

1분 동안 두 톱니바퀴 A, B가 서로 맞물린 톱니의 수가 같으므로

$35\times16=x\times y$, $y=\frac{560}{x}$ …… ❶

이때 톱니바퀴 B의 톱니가 28개이므로 $y=\frac{560}{x}$에 $x=28$을 대입하면

$y=\frac{560}{28}=20$

따라서 톱니바퀴 B의 톱니가 28개일 때, 톱니바퀴 B는 1분에 20바퀴 회전한다. …… ❷

채점 기준	비율
❶ x와 y 사이의 관계식 구하기	60 %
❷ 톱니바퀴 B가 1분에 회전하는 바퀴 수 구하기	40 %

고난도 대표 유형 116~119쪽

1 ③	**2** 1	**3** $\frac{2}{3}$	**4** $\frac{65}{6}$	**5** 4003
6 ③	**7** 9분 후	**8** 28개	**9** 25	**10** 100
11 ⑤	**12** ②			

1 $5y$가 $2x$에 정비례하므로 $5y=a\times2x$, 즉 $5y=2ax$로 놓으면

$x=10$일 때 $y=-2$이므로

$5\times(-2)=2a\times10$, $a=-\frac{1}{2}$

$a=-\frac{1}{2}$을 $5y=2ax$에 대입하면

$5y=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times x$, $5y=-x$

$5y=-x$에 $y=-3$을 대입하면

$5\times(-3)=-x$, $x=15$

2 $y=ax$의 그래프가 점 A$(-2,\ 4)$를 지날 때

$4=a\times(-2)$, $a=-2$

또, 점 B$(-4,\ 2)$를 지날 때

$2=a\times(-4)$, $a=-\frac{1}{2}$

이때 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나기 위해서는

$-2\le a\le-\frac{1}{2}$

따라서 $m=-2$, $n=-\frac{1}{2}$이므로

$mn=(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=1$

3 $y=ax$의 그래프가 점 P를 지나므로 점 P의 좌표를 $(k,\ ak)(k>0)$라 하면

(삼각형 PAB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(8-2)\times ak$

$=\frac{1}{2}\times6\times ak=3ak$

(삼각형 PDC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(6-2)\times k$

$=\frac{1}{2}\times 4\times k=2k$

이때 삼각형 PAB의 넓이와 삼각형 PDC의 넓이가 같으므로

$3ak=2k$, $a=\frac{2}{3}$

4 $y=\frac{5}{3}x$에 $y=10$을 대입하면 $10=\frac{5}{3}x$, $x=6$

$y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면

(삼각형 POB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 AOB의 넓이)이므로

$\frac{1}{2}\times 6\times 6a=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 10\right)$에서

$18a=15$, $a=\frac{5}{6}$

$y=\frac{5}{6}x$의 그래프가 점 $(12,\ b)$를 지나므로

$b=\frac{5}{6}\times 12=10$

따라서 $a+b=\frac{5}{6}+10=\frac{65}{6}$

5 길이가 10 m인 줄의 가격은 $20000\times 2=40000$(원)이므로

1 m인 줄의 가격은 $\frac{40000}{10}=4000$(원)

x와 y 사이의 관계식은 $y=4000x$이므로 $a=4000$

$y=4000x$에 $y=12000$을 대입하면

$12000=4000x$

즉, $x=3$이므로 $b=3$

따라서 $a+b=4000+3=4003$

6 x초 후의 선분 BP의 길이가 $2x$ cm이므로 삼각형 ABP의 넓이는

$y=\frac{1}{2}\times 2x\times 18$, 즉 $y=18x$

$y=18x$에 $y=216$을 대입하면

$216=18x$, $x=12$

따라서 삼각형 ABP의 넓이가 216 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 12초 후이다.

7 주원이의 그래프가 나타내는 x와 y 사이의 관계식을 $y=ax$로 놓고 $x=3$, $y=375$를 대입하면

$375=3a$, $a=125$

$y=125x$에 $y=2000$을 대입하면

$2000=125x$, $x=16$

즉, 주원이는 학교에서 출발한 지 16분 후에 도서관에 도착했다.

지수의 그래프가 나타내는 x와 y 사이의 관계식을 $y=bx$로 놓고 $x=3$, $y=240$을 대입하면

$240=3b$, $b=80$

$y=80x$에 $y=2000$을 대입하면

$2000=80x$, $x=25$

즉, 지수는 학교에서 출발한 지 25분 후에 도서관에 도착했다.

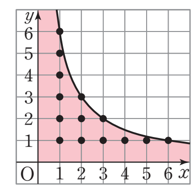
따라서 주원이가 도서관에 도착한 지 $25-16=9$(분) 후에 지수가 도착했다.

8 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-2$, $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{a}{-2}$, $a=6$

즉, $y=\frac{6}{x}$

제1사분면에서 $y=\frac{6}{x}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은



$x=1$일 때, $y=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$의 6개

$x=2$일 때, $y=1,\ 2,\ 3$의 3개

$x=3$일 때, $y=1,\ 2$의 2개

$x=4$일 때, $y=1$의 1개

$x=5$일 때, $y=1$의 1개

$x=6$일 때, $y=1$의 1개

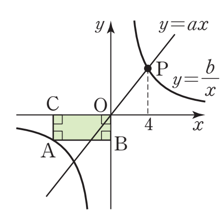
따라서 제1사분면에서 구하는 점은

$6+3+2+1+1+1=14$(개)

같은 방법으로 제3사분면에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점도 14개이므로 구하는 점은 모두

$14+14=28$(개)

9 점 A의 x좌표를 $t(t<0)$라 하면



$A\left(t,\ \frac{b}{t}\right)$

이때 (선분 OC의 길이)$=-t$,

(선분 AC의 길이)$=-\frac{b}{t}$이고

직사각형 ABOC의 넓이가 20이므로

$-t\times\left(-\frac{b}{t}\right)=20$, $b=20$

$y=\frac{20}{x}$에 $x=4$를 대입하면 $y=\frac{20}{4}=5$

즉, 점 P의 좌표는 $(4,\ 5)$이다.

$y=ax$의 그래프가 점 P를 지나므로

$5=4a$, $a=\frac{5}{4}$

따라서 $ab=\frac{5}{4}\times 20=25$

10 두 점 A, C의 x좌표가 5이므로

$A(5,\ 5a)$, $C(5,\ 0)$

삼각형 ABC의 넓이가 50이므로

$\frac{1}{2}\times 5a\times 10=50$

$25a=50$, $a=2$

즉, $A(5,\ 10)$이므로 $y=\frac{b}{x}$에 $x=5$, $y=10$을 대입하면

$10=\frac{b}{5}$, $b=50$

따라서 $ab=2\times50=100$

11 x kg짜리 물체가 중심 P로부터 y cm 떨어져 있다고 하면 물체의 무게와 중심 P로부터의 거리는 반비례 관계이므로

$x\times y=15\times16$, 즉 $y=\dfrac{240}{x}$

$y=\dfrac{240}{x}$에 $x=20$을 대입하면

$y=\dfrac{240}{20}=12$

따라서 무게가 20 kg인 물체 A는 중심 P로부터 12 cm 떨어진 지점에 매달려 있다.

12 $y=\dfrac{a}{x}$로 놓고 $x=3000$, $y=30$을 대입하면

$30=\dfrac{a}{3000}$에서 $a=90000$

즉, $y=\dfrac{90000}{x}$

예상 판매 개수가 40이므로 $y=\dfrac{90000}{x}$에 $y=40$을 대입하면

$40=\dfrac{90000}{x}$, $x=2250$

초콜릿 가격을 3000원에서 a % 할인했다고 하면

$3000\times\dfrac{a}{100}=750$, $a=25$

따라서 25 % 할인해야 한다.

고난도 실전 문제

120~127쪽

1 ⑤	**2** ④	**3** ③, ⑤	**4** -2	**5** $\dfrac{5}{3}$
6 ④	**7** $\dfrac{4}{3}$	**8** ③	**9** ①	**10** $\dfrac{4}{3}$
11 27	**12** $\dfrac{7}{8}$	**13** $\mathrm{D}\left(9, \dfrac{1}{3}\right)$	**14** 155 L	**15** 60
16 5초 후	**17** $y=\dfrac{3}{7}x$	**18** 5시간	**19** 90 kcal	**20** -22
21 -6	**22** ④, ⑤	**23** 6	**24** 12	**25** 30
26 12	**27** $a=\dfrac{8}{3}$, $b=24$		**28** 81	**29** ③
30 600	**31** 30	**32** ①	**33** 5 cm	
34 $A=21$, $y=\dfrac{21}{x}$		**35** ④	**36** 1224	

1 조건 (가)에 의하여 $6y$가 x에 정비례하므로

$6y=ax(a\neq0)$로 놓으면 $y=\dfrac{a}{6}x$

조건 (나)에 의하여 $y=\dfrac{a}{6}x$에 $x=-9$, $y=2$를 대입하면

$2=\dfrac{a}{6}\times(-9)$, $a=-\dfrac{4}{3}$

x와 y 사이의 관계식은 $y=-\dfrac{4}{3}\times\dfrac{1}{6}x$이므로 $y=-\dfrac{2}{9}x$

따라서 $y=-\dfrac{2}{9}x$에 $y=-\dfrac{1}{3}$을 대입하면

$-\dfrac{1}{3}=-\dfrac{2}{9}x$, $x=\dfrac{3}{2}$

2 y가 x에 정비례하므로 x의 값이 2배, 3배, 4배, …가 됨에 따라 y의 값도 2배, 3배, 4배, …가 된다.

즉, $2:3=m:(m+2)$이므로

$2(m+2)=3m$, $2m+4=3m$, $m=4$

따라서 x의 값이 2일 때, y의 값은 4이므로 x의 값이 4일 때, y의 값은 $a=2\times4=8$

3 ① 그래프가 원점과 점 $(-4, 10)$을 지나는 직선이므로

$y=ax$에 $x=-4$, $y=10$을 대입하면

$10=-4a$, $a=-\dfrac{5}{2}$

즉, x와 y 사이의 관계식은 $y=-\dfrac{5}{2}x$이다.

② $y=-\dfrac{5}{2}x$에 $x=6$을 대입하면

$y=-\dfrac{5}{2}\times6=-15$

즉, 점 $(6, -15)$를 지난다.

③ $\left|-\dfrac{5}{2}\right|<|5|$이므로 $y=5x$의 그래프보다 y축에서 더 멀리 떨어져 있다.

⑤ $y=-\dfrac{5}{2}x$에 $y=-5$를 대입하면

$-5=-\dfrac{5}{2}x$, $x=2$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

4 점 $\mathrm{A}(2a-8, -a+4)$가 원점이 아니므로

$2a-8\neq0$, $-a+4\neq0$, $a\neq4$

$y=kx$에 $x=2a-8$, $y=-a+4$를 대입하면

$-a+4=k(2a-8)$, $-a+4=-2k(-a+4)$

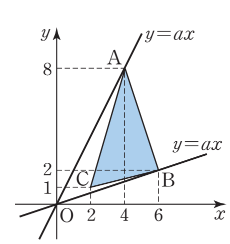
$-a+4\neq0$이므로 $1=-2k$, $k=-\dfrac{1}{2}$

즉, $y=-\dfrac{1}{2}x$에 $x=12b$, $y=9$를 대입하면

$9=-\dfrac{1}{2}\times12b$, $b=-\dfrac{3}{2}$

따라서 $k+b=-\dfrac{1}{2}+\left(-\dfrac{3}{2}\right)=-2$

5 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$y=ax$의 그래프가 삼각형 ABC와 만나기 위해서는 점 $\mathrm{A}(4, 8)$을 지날 때와 점 $\mathrm{B}(6, 2)$를 지날 때의 사이에 있어야 한다.

(i) 점 $\mathrm{A}(4, 8)$을 지날 때

$8=4a$에서 $a=2$

(ii) 점 $\mathrm{B}(6, 2)$를 지날 때

$2=6a$에서 $a=\dfrac{1}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $\frac{1}{3} \le a \le 2$

따라서 $M=2$, $m=\frac{1}{3}$이므로

$M-m=2-\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$

6 점 A의 x좌표를 a라 하면 $A(a, 4a)$, $C\left(a, \frac{1}{4}a\right)$이므로 선분 AC의 길이는 $4a-\frac{1}{4}a=\frac{15}{4}a$

이때 선분 AC의 길이가 $\frac{15}{2}$이므로

$\frac{15}{4}a=\frac{15}{2}$에서 $a=2$

즉, $A(2, 8)$이므로 점 B의 y좌표는 8이다.

$\frac{1}{4}x=8$에서 $x=32$이므로 점 B의 x좌표는 32이다.

따라서 선분 AB의 길이는 $32-2=30$

7 $y=-4x$에 $x=-2$를 대입하면 $y=-4\times(-2)=8$

즉, $A(-2, 8)$ …… ❶

선분 AP의 길이가 2이므로 선분 BP의 길이는 $3\times2=6$

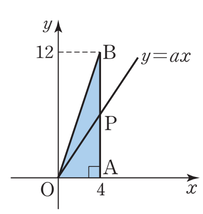
즉, $B(6, 8)$ …… ❷

따라서 $y=ax$에 $x=6$, $y=8$을 대입하면

$8=6a$, $a=\frac{4}{3}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 점 A의 좌표 구하기	35 %
❷ 점 B의 좌표 구하기	35 %
❸ a의 값 구하기	30 %

8 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면 $P(4, 4a)$



이때

(삼각형 POA의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 BOA의 넓이)

이므로 $\frac{1}{2}\times4\times4a=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times12\right)$

$8a=12$, $a=\frac{3}{2}$

9 두 점 A, B의 x좌표가 모두 3이므로

$A(3, -2)$, $B(3, 3a)$

이때 삼각형 AOB의 넓이가 24이므로

$\frac{1}{2}\times(-2-3a)\times3=24$, $-2-3a=16$

$-3a=18$, $a=-6$

10 $y=ax$의 그래프가 점 P를 지나므로 점 P의 좌표를 $(k, ak)(k>0)$라 하면

(삼각형 POC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times9\times ak$

$=\frac{9}{2}ak$

(삼각형 PAB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(10-4)\times k$

$=\frac{1}{2}\times6\times k=3k$

이때 삼각형 POC의 넓이가 삼각형 PAB의 넓이의 2배이므로

$\frac{9}{2}ak=2\times3k$, $a=\frac{4}{3}$

11 점 B의 y좌표가 2이므로 $y=\frac{1}{3}x$에 $y=2$를 대입하면

$2=\frac{1}{3}x$, $x=6$

즉, $B(6, 2)$

$y=\frac{5}{6}x$에 $x=6$을 대입하면 $y=\frac{5}{6}\times6=5$

$y=-\frac{2}{3}x$에 $x=6$을 대입하면 $y=-\frac{2}{3}\times6=-4$

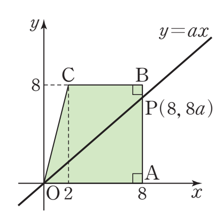
즉, $A(6, 5)$, $C(6, -4)$

따라서

(삼각형 AOC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{(5-(-4)\}\times6$

$=27$

12 오른쪽 그림과 같이 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면 $P(8, 8a)$



이때

(삼각형 POA의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(사다리꼴 OABC의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times8\times8a=\frac{1}{2}\times\left\{\frac{1}{2}\times(6+8)\times8\right\}$

$32a=28$, $a=\frac{7}{8}$

13 $y=\frac{1}{3}x$에 $x=9$를 대입하면 $y=\frac{1}{3}\times9=3$

즉, 점 A의 y좌표가 3이므로 점 B의 y좌표도 3이다.

$y=3x$에 $y=3$을 대입하면

$3=3x$, $x=1$

즉, 점 B의 x좌표가 1이므로 점 C의 x좌표도 1이다.

$y=\frac{1}{3}x$에 $x=1$을 대입하면

$y=\frac{1}{3}\times1=\frac{1}{3}$

따라서 점 C의 y좌표가 $\frac{1}{3}$이므로 점 D의 좌표는 $D\left(9, \frac{1}{3}\right)$이다.

14 매분 6 L씩 물을 넣고 있으므로 x와 y 사이의 관계식은

$y=6x$ …… ❶

$y=6x$에 $x=35$를 대입하면

$y=6\times35=210$

따라서 35분 동안 늘어난 물의 양은 210 L이므로 …… ❷

1시에 들어 있던 물탱크의 물의 양은

$365-210=155(\mathrm{L})$ …… ③

채점 기준	비율
① x와 y 사이의 관계식 구하기	40 %
② 35분 동안 늘어난 물의 양 구하기	30 %
③ 1시에 들어 있던 물탱크의 물의 양 구하기	30 %

15 A 기계는 1분에 $\frac{30}{20}=1.5$(개), B 기계는 1분에 $\frac{40}{20}=2$(개)를 만드므로 두 그래프의 관계식은 각각 $y=1.5x$, $y=2x$이다.
따라서 A 기계로 a분 동안 만들고 두 기계를 모두 가동하여 150분 동안 만들어 낸 휴대전화 케이스의 개수는
$1.5a+150\times(1.5+2)=1.5a+525$
이때 휴대전화 케이스의 개수가 총 615이므로
$1.5a+525=615$
$1.5a=90$, $a=60$

16 점 P는 점 B를 출발하여 점 C까지 변 BC 위를 매초 3 cm씩 움직이므로
(x초 후의 선분 BP의 길이)$=3x$(cm)
또, 점 Q는 점 A에서 출발하여 점 D까지 변 AD 위를 매초 2 cm씩 움직이므로
(x초 후의 선분 AQ의 길이)$=2x$(cm)
x초 후 사각형 ABPQ의 넓이를 y cm^{2}라 하면
$y=\frac{1}{2}\times(2x+3x)\times20$, 즉 $y=50x$
$y=50x$에 $y=250$을 대입하면
$250=50x$, $x=5$
따라서 사각형 ABPQ의 넓이가 250 cm^{2}가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 5초 후이다.

17 톱니바퀴 A가 x바퀴 회전할 때, 톱니바퀴 B는 k바퀴 회전한다고 하면
$24\times x=42\times k$, $k=\frac{4}{7}x$ …… ㉠
톱니바퀴 B가 k바퀴 회전할 때, 톱니바퀴 C도 k바퀴 회전하고 톱니바퀴 D는 y바퀴 회전하므로
$12\times k=16\times y$, $k=\frac{4}{3}y$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\frac{4}{7}x=\frac{4}{3}y$, $y=\frac{3}{7}x$

18 A, B 수문을 각각 열 때, 2시간에 30만 톤, 18만 톤을 흘려보내므로 1시간에 15만 톤, 9만 톤을 흘려보낸다.
두 개의 수문이 동시에 열리면 1시간에 $15+9=24$(만 톤)을 흘려보낸다.
두 개의 수문을 동시에 열어 x시간 동안 y만 톤을 흘려보낸다고 하면 $y=24x$
이때 120만 톤의 물을 흘려보내므로
$y=24x$에 $y=120$을 대입하면
$120=24x$, $x=5$
따라서 120만 톤의 물을 흘려보내는 데 5시간이 걸린다.

19 수영의 그래프가 나타내는 관계식을 $y=ax$로 놓고
$x=8$, $y=64$를 대입하면
$64=8a$, $a=8$
$y=8x$에 $x=60$을 대입하면
$y=8\times60=480$
즉, 수영을 1시간 할 때, 소모되는 열량은 480 kcal이다.
줄넘기의 그래프가 나타내는 관계식을 $y=bx$로 놓고
$x=8$, $y=76$을 대입하면
$76=8b$, $b=\frac{19}{2}$
$y=\frac{19}{2}x$에 $x=60$을 대입하면
$y=\frac{19}{2}\times60=570$
즉, 줄넘기를 1시간 할 때, 소모되는 열량은 570 kcal이다.
따라서 수영과 줄넘기를 각각 1시간씩 할 때, 소모되는 열량의 차는
$570-480=90$(kcal)

20 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{k}{x}$로 놓고 $x=-\frac{5}{3}$, $y=18$을 대입하면
$18=k\div\left(-\frac{5}{3}\right)$, $k=-30$
즉, x와 y 사이의 관계식은 $y=-\frac{30}{x}$ …… ①
$y=-\frac{30}{x}$에 $x=-5$, $y=A$를 대입하면
$A=-\frac{30}{-5}=6$
$y=-\frac{30}{x}$에 $x=B$, $y=-15$를 대입하면
$-15=-\frac{30}{B}$, $B=2$
$y=-\frac{30}{x}$에 $x=C$, $y=D$를 대입하면
$D=-\frac{30}{C}$, $CD=-30$ …… ②
따라서 $A+B+CD=6+2+(-30)=-22$ …… ③

채점 기준	비율
① x와 y 사이의 관계식 구하기	30 %
② A, B, CD의 값 각각 구하기	50 %
③ $A+B+CD$의 값 구하기	20 %

21 조건 (가)에 의하여 y가 x에 반비례하므로
$xy=a(a<0)$, 즉 $y=\frac{a}{x}$로 놓을 수 있다.
조건 (나)에 의하여 $y=\frac{a}{x}$에 $x=4$를 대입하면 $y=\frac{a}{4}$
$y=\frac{a}{x}$에 $x=6$을 대입하면 $y=\frac{a}{6}$
이때 $a<0$이므로 $\frac{a}{4}<\frac{a}{6}$

$\frac{a}{6}-\frac{a}{4}=4$이므로 $2a-3a=48$

$-a=48$, $a=-48$

따라서 $y=-\frac{48}{x}$에 $x=8$을 대입하면

$y=-\frac{48}{8}=-6$

22 ①, ② 그래프가 점 $(-6, 4)$를 지나는 한 쌍의 곡선이므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=-6$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{-6}$, $a=-24$

즉, x와 y 사이의 관계식은 $y=-\frac{24}{x}$이다.

이때 xy의 값은 -24로 일정하다.

③ $y=-\frac{24}{x}$에 $x=3$을 대입하면

$y=-\frac{24}{3}=-8$

즉, 점 $(3, -8)$을 지난다.

④ $|-24|>\left|-\frac{1}{24}\right|$이므로 $y=-\frac{1}{24x}$의 그래프보다 원점에서 더 멀리 떨어져 있다.

⑤ x좌표는 정수, y좌표는 자연수인 점은 $(-1, 24)$, $(-2, 12)$, $(-3, 8)$, $(-4, 6)$, $(-6, 4)$, $(-8, 3)$, $(-12, 2)$, $(-24, 1)$의 8개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

23 점 P의 y좌표는 -4이므로

$y=\frac{a}{x}$에 $y=-4$를 대입하면 $-4=\frac{a}{x}$, $x=-\frac{a}{4}$

즉, 점 P의 x좌표는 $-\frac{a}{4}$이다.

점 Q의 y좌표는 -2이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $y=-2$를 대입하면

$-2=\frac{a}{x}$, $x=-\frac{a}{2}$

즉, 점 Q의 x좌표는 $-\frac{a}{2}$이다.

$a<0$이므로 x좌표의 차는 $-\frac{a}{2}-\left(-\frac{a}{4}\right)=-\frac{a}{4}$

이때 x좌표의 차가 3이므로

$-\frac{a}{4}=3$, $a=-12$

따라서 점 Q의 x좌표는 $-\frac{a}{2}=-\frac{-12}{2}=6$

24 점 $\left(2a-5, \frac{1}{3}a+6\right)$이 x축 위에 있으므로

$\frac{1}{3}a+6=0$, $\frac{1}{3}a=-6$, $a=-18$

따라서 반비례 관계 $y=-\frac{18}{x}$의 그래프 위에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$(1, -18)$, $(2, -9)$, $(3, -6)$, $(6, -3)$, $(9, -2)$, $(18, -1)$, $(-1, 18)$, $(-2, 9)$, $(-3, 6)$, $(-6, 3)$, $(-9, 2)$, $(-18, 1)$

의 12개이다.

참고 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$의 그래프 위에 있는 점 (m, n) 중에서 m, n이 모두 정수인 경우

➡ $m=(|a|$의 약수$)$ 또는 $m=-(|a|$의 약수$)$

25 두 점 A, C는 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$A\left(4, \frac{a}{4}\right)$, $C\left(10, \frac{a}{10}\right)$

두 점 B, C의 y좌표가 서로 같으므로

$B\left(4, \frac{a}{10}\right)$

이때 직사각형 ABCD의 넓이가 27이므로

$(10-4)\times\left(\frac{a}{4}-\frac{a}{10}\right)=27$

$\frac{9}{10}a=27$, $a=30$

26 $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-k$를 대입하면

$y=-\frac{6}{-k}=\frac{6}{k}$

즉, $A\left(-k, \frac{6}{k}\right)$

$y=-\frac{6}{x}$에 $x=k$를 대입하면

$y=-\frac{6}{k}$

즉, $C\left(k, -\frac{6}{k}\right)$

(선분 AB의 길이)$=\frac{6}{k}$

(선분 BD의 길이)$=k-(-k)=2k$

(선분 CD의 길이)$=\frac{6}{k}$

따라서 삼각형 ABD와 삼각형 BCD는 모두 밑변의 길이가 $2k$, 높이가 $\frac{6}{k}$이므로

(사각형 ABCD의 넓이)$=2\times$(삼각형 ABD의 넓이)

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 2k\times\frac{6}{k}\right)=12$

27 점 A의 x좌표가 3이므로 $A(3, 3a)$

이때 $y=\frac{b}{x}$의 그래프는 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이므로 $B(-3, -3a)$

즉, $C(-3, 3a)$, $D(3, -3a)$

이때 직사각형 ACBD의 넓이가 96이므로

$6\times 6a=96$, $a=\frac{8}{3}$

따라서 $A(3, 8)$이므로 $y=\frac{b}{x}$에 $x=3$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{b}{3}$, $b=24$

28 $y=2x$에 $y=-6$을 대입하면

$-6=2x$, $x=-3$

즉, 점 P의 좌표는 P$(-3,\ -6)$

점 P$(-3,\ -6)$이 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$x=-3$, $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{a}{-3}$, $a=18$

점 Q$(4,\ b)$도 $y=\frac{18}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$x=4$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}$

따라서 $ab=18\times\frac{9}{2}=81$

29 $y=\frac{a}{x}$에 $x=3$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{3}$, $a=12$

$y=\frac{12}{x}$의 그래프에서 점 B와 점 D를 지나는 직사각형의 넓이는 각각 12이므로 이 두 직사각형의 넓이의 합은

$12+12=24$

이때 점 A와 점 C를 지나는 두 직사각형의 넓이의 합은 $72-24=48$이므로 점 A와 점 C를 지나는 직사각형의 넓이는 각각

$48\times\frac{1}{2}=24$

$y=\frac{b}{x}$의 그래프 위의 점 A와 점 C는 각각 제2사분면과 제4사분면에 있으므로 $b<0$이고, x좌표와 y좌표의 곱이 일정하므로

$b=-24$

따라서 $a-b=12-(-24)=12+24=36$

30 B_n의 좌표는 $B_n\left(n,\ \frac{3}{n}\right)$이므로

(직사각형 $OA_nB_nC_n$의 넓이)$=n\times\frac{3}{n}=3$

따라서

$$S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{200}=\underbrace{3+3+3+\cdots+3}_{200\text{개}}$$
$$=3\times200=600$$

31 점 A의 x좌표가 4이므로 $y=\frac{24}{x}$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{24}{4}=6$

즉, A$(4,\ 6)$

점 A가 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로 $y=ax$에 $x=4$, $y=6$을 대입하면

$6=a\times4$, $a=\frac{3}{2}$

점 B의 y좌표가 -9이므로 $y=\frac{3}{2}x$에 $y=-9$를 대입하면

$-9=\frac{3}{2}x$, $x=-6$

즉, B$(-6,\ -9)$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times10=30$

32 1시간당 x L의 물을 넣을 때, y시간 만에 물통에 물이 가득 찬다고 하면

$x\times y=15\times\frac{8}{3}$, $y=\frac{40}{x}$

$y=\frac{40}{x}$에 $y=2$를 대입하면

$2=\frac{40}{x}$, $x=20$

따라서 1시간당 넣어야 할 물의 양은 20 L이다.

33 물체의 무게와 그 물체의 받침대로부터의 거리는 반비례 관계이므로

$40\times24=x\times y$, $y=\frac{960}{x}$

$y=\frac{960}{x}$에 $x=192$를 대입하면

$y=\frac{960}{192}=5$

따라서 사과의 무게가 192 g일 때, 받침대에서 사과까지의 거리는 5 cm이다.

34 넓이가 9 m^2인 직사각형 모양의 꽃밭에 꽃을 심는 데 드는 비용이 54000원이므로 넓이가 1 m^2인 직사각형 모양의 꽃밭에 꽃을 심는 데 드는 비용은

$\frac{54000}{9}=6000$(원) …… ❶

따라서 126000원의 비용으로 만들 수 있는 꽃밭의 넓이는

$\frac{126000}{6000}=21(m^2)$

즉, $A=21$ …… ❷

이때 꽃밭은 가로, 세로의 길이가 각각 x m, y m인 직사각형 모양이므로

$x\times y=21$, $y=\frac{21}{x}$ …… ❸

채점 기준	비율
❶ 넓이가 1 m^2인 꽃밭에 꽃을 심는 데 드는 비용 구하기	30 %
❷ A의 값 구하기	30 %
❸ x와 y 사이의 관계식 구하기	40 %

35 주어진 그래프가 나타내는 식을 $y=\frac{k}{x}$로 놓고 $x=40$, $y=15$를 대입하면

$15=\frac{k}{40}$, $k=600$

$y=\frac{600}{x}$에 $x=a$, $y=50$을 대입하면

$50=\frac{600}{a}$, $a=12$

$y=\frac{600}{x}$에 $x=150$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{600}{150}=4$

따라서 $a+b=12+4=16$

36 (거리)$=$(시간)$\times$(속력)이므로

$xy=20\times60=1200$, $y=\frac{1200}{x}$

즉, 터널의 길이는 1200 m이다.

열차의 속력이 50 m/초이므로

$y=\frac{1200}{x}$에 $y=50$을 대입하면

$50=\frac{1200}{x}$, $x=24$

따라서 $a=1200$, $b=24$이므로

$a+b=1200+24=1224$